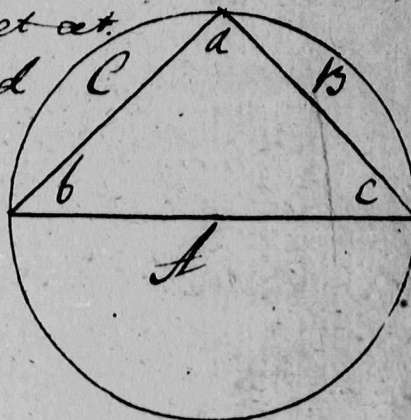


Trigonometria.

BF-401/1

§. 1. Docet Triangulum, ex tot datis per quod determinatur, computare; i. e. reliqua etiam, quae per data terminantur, quae calculi repenire, egr. et tribus lateribus angulos, et arcum. - et et.

§. 2. Inmittitur, superstruiturque eo fundameto, quod trianguli anguli et latera sunt in mutua dependentia: scilicet. A est corda arcus dupli, qui angulum a illi oppositam mensurat, adeoque latera trianguli ita sunt, uti angulos illi oppositos mensurantium arcuum duplorum corda.



§. 3. Fit vero quae certarum linearum auxilium, quae functiones Trigonometricae dicuntur, et dependunt ab angulo. Sunt vero sequentes: Sinus, Sinus rectus (v. proprie sinus), sinus versus, Tangens, Secans, Coti anguli a; porro complementum dicitur anguli a, siue arcus illam mensurantis, arcus is qui ipsi a addi debet, ut summa sit = 90 grad. complementi Sinus, Sinus versus, Tangens, Secans dicitur propter Cosinus, Cosinus versus, cotangens, cosecans anguli a.

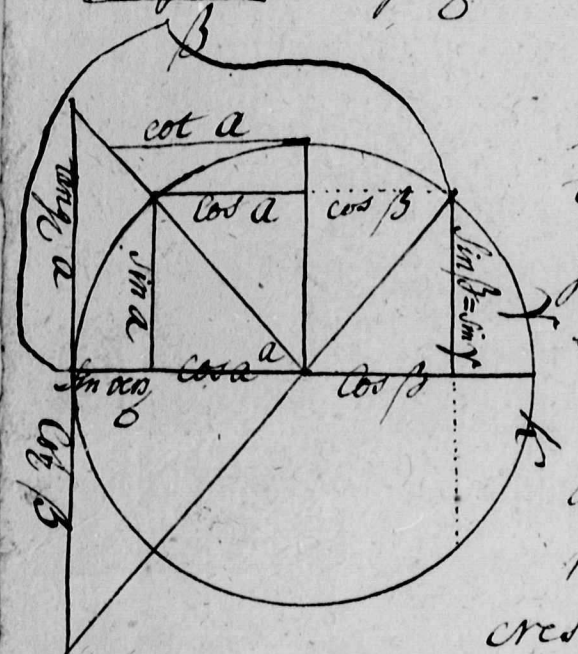
§. 4. Sinus est perpendicularis ab una extremitate arcus ad diametrum, per alteram extremitatem missa ductam; Nomen ipse venit, quod scribebatur olim S inf. i. e. Semipis inscripta, seu corda arcus dupli. Sinus versus, et pars diametri ab una extremitate arcus usque ad illud punctum, in quo radius per alteram extremitatem continuatus illam secat; recta vero haec a centro usque ad illud punctum vocatur Secans.

§. 5.

BF-401/1V
 §. 5. Hinc duorum arcuum se ad 180 complementum Sinus idem est. —
 Crescit Sinus arcus a 0 crescentis, a 0 usque ad radium, qui ma-
 ximus omnium Sinuum, est Sinus 90° et vocatur Sinus totus, inde
 decrevit usque ad 0 pro arcu 180° et porro transeundo per 0 a pro-
 sitivo in negativum crescit pro arcu 180° superante et Sinus 360
 graduum fit iterum 0, ubi e' negativus pro 0 fit iterum transitus
 in positivum.

Sinus versus arcus 0 est 0, crescente arcu crescit pro arcu 90° est
 radius, crescit porro, ut pro 180° fiat = diametro. —

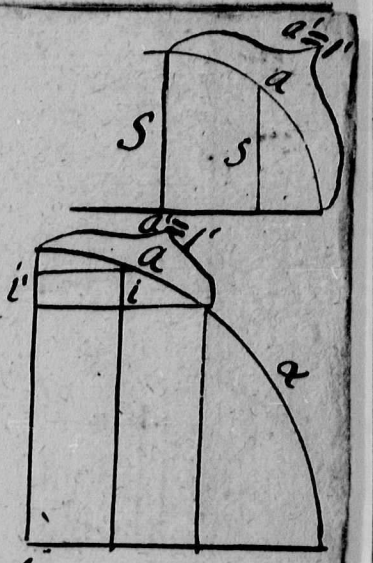
Tangens 0 grad = 0 crescit porro ita ut pro 45° sit = radius; propter
 triang. Aequiang. deinde crescat in infinitum, et pro
 90° sit = ∞, tam crescente arcu ultra 90°, ab al-
 tera parte incipiat decretere ex ∞ adeoque ne-
 gativo cum e' positivus crevit in ∞, et item trans-
 cundo per ∞ inde decrevit. —



Cosinus 0° = sin 90°, quia arcui 0 90° addi
 debet ut 90° fiat, tam decrevit crescente arcu a
 radio usque ad 0, n.p. cos 90° = sin 0° = 0, tam
 crescente arcu ultra 90° ut fiat 90 + a complemen-
 tum erit - a, itaque cos 90° + a = sin -a; adeoque cum a a 0
 crescat patet cosin. qui e' radius ad 0 decreverat, post transitum
 per 0 jam fieri negativum, et negativus crescere, ita ut pro arcu
 180° fiat = radius negativo. Idem facile ad reliqua applicentur.

§. 6. E Sinu computantur facile reliqui, n.p. primo
 1° fiatet e' triangulo rectangulo sin² + cos² = rad², adeoque
 Sin²

BF-401/2J
 Si radius = 1, ponatur cos = √(1 - sin²)
 2° Cos: sin = 1: tang per triangula similia hinc
 Tangens (pro radio 1) = sin / cos
 3° Sin: Cos = 1: cot, item per triangula similia,
 propter latera lateribus parallela; hinc Cot = Cos / sin
 reliqua modo simili patent.



§. 7. Sinus autem computati sunt modo sequenti: cum met-
 hodes adhuc faciliores tum ignota erat.

1° Aliquot Sinus noti fuerunt, e.g. Sinus 30° sin 18° sin 45°
 cum latus Hexagoni sit = radio, adeoque 1/2 r = sin 30°; ita latus decago-
 ni, et quadrati circulo inscripti data fuerunt.

2° E Sinibus duorum arcuum a et b methodus reperienda est Sinum
 a + b, et Sinum a - b reperiendi, et hinc arcus dimidii dupliq. etiam
 etiam Sinum reperiuntur.

3° Hinc etiam Sinum arcus non quidem unius minuti, sed eo mino-
 ris deventum est, in arcubus ediquis vero minutam. Haec excedentia
 Sin. sunt uti arcus; scilicet pro denominatore, quia a Summar = 1 cum 10
 nullus error nullus est. Ita etiam si arcus a incrementum
 unius minuti, et item incrementum illo minus incrementum Sinum i,
 et i sunt ut incrementa arcuum, quasi essent in triangulis simi-
 libus i: i' = a: a', arcubus tam exiguis a' cordis eorundem pro tanto
 Denominatore haud Differentibus.

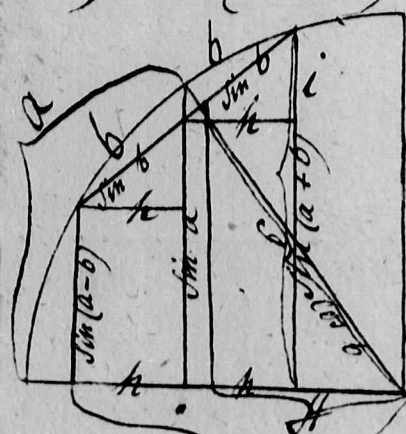
4° Cum reposito Sinu i' per formulam Sinus (a + b) poterat reperi-
 ri Sinus capisvis arcus (A + i') reperiiri, si Sinus datas erat, ita per
 formulas sin (a + b) et sin (a - b) omni modo applicatas computati
 sunt

sunt

BF-40124

Sunt omnes, et una via reperti intervebant certitudinem calculi, si valoribus alia via prodantibus aequalerant. —

§. 8. Sinus $(a+b)$ est sinus a , et sinus b prodant hoc modo:



Sinus $(a+b) = (I+i)$ ita etiam $\cos(a+b) = (H+h)$ Valores vero ipsorum I, i, H, h reperiuntur ita

$$1: \sin a = \cos b: I$$

$$1: \cos a = \sin b: i$$

$$1: \sin a = \cos b: H$$

$$1: \cos a = \sin b: h$$

Nam patet triangulum cuius latus unum est radius = 1, alterum = $\sin a$, tertium = $\cos a$

esse simile Δ cuius latus sunt $\cos b, I$, et H , ita Δ prius esse simile Δ cuius latus i, h , et $\sin b$: cum latus $\sin a$ ad latus $\sin b$ perpendiculeria. Patet quoque duo triangula $\frac{1}{2}$ corda arcus $2b$ superstructa esse = adeoque pro $\cos(a-b)$ ipsi H addi h .

Hinc valoribus ipsorum I, i, H, h substituitur est $\sin(a+b)$

$$= \sin a \cos b + \sin b \cos a, \text{ et}$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

§. 9.

Hinc si $b = a$ ponatur $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$, qui erit sinus $2a$

Porro $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$, et substituitur ipsi $\sin a$ valorem

$1 - \cos^2 a$, est $\cos 2a = 2 \cos^2 a - 1$, seu si $2a$ vocatur C , est $\cos$

$C = 2 \cos^2 \frac{1}{2} C - 1$, et substituitur ipsi $\cos^2$ valorem $1 - \sin^2$ est

$1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} C = \cos C$; hinc $\sin \frac{1}{2} C = \frac{1}{2} \sqrt{\cos C - 1}$, et $\cos \frac{1}{2} C$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\cos C + 1}$$

§. 10.

Radius in tabulis ponitur = 10000000000, i.e. tot unitatibus, et

lineas

BF-40113

lineae trigonometricae quomodolibet unitatum numero exprimantur, hinc lineae trigonometricae pro radio 1 computatae, reducitur ad numerum tabularem, si per 1 cum 10 nullis multiplicetur, ita tabellam ad radium 1 reducitur, per 1 cum 10 nullis dividendo, nam quomodo maior est unus radius alio, eo maior est sinus anguli a in circulo radii prioris, quam sinus anguli ejusdem in circulo radii posterioris, ita ut si prior sinus sit $\frac{m}{n}$, tum radii prioris etiam alter erit $\frac{m}{n}$ tum radii sin, ita ut hoc pacto quivis sinus anguli ejusdem mensure in omnibus quoad sinus radii numeris eisdem exprimantur, ex.gr. sinus unius minuti est $\frac{2909}{10000000000}$ radii, adeoque si radius = 1, tum est sinus 1 minuti = 0,0002909; pro radio qui adsumitur numero unitatum = 1 cum 10 nullis aequalis est ejusdem arcus sinus 1 cum 10 nullis major, adeoque deleta denominatore addantur adhuc tres nota numeratori. Notandum vero in tabulis minoribus expressum in plate ponitur sinus 1 minut = 2909, sin totam, seu radius non vero ponitur 1 cum 7 nullis, praeterea log sin totius ponitur = 10 nullis, haec omnia repugnant, nam omnino log sinus totius est 10, quia ponitur radius quidam = 1 cum 10 nullis, verum si sin totus, sive radius, in 1 cum 5 nullis partes dividatur, tunc continebit sinus 1 minuti 2909 partes, quod patet si in valore superiore tam numerator, quam denominator, per 100 dividatur.

§. 11. Tabula Trigonomica vario modo construuntur, quarum constructio

neq

BF-401/3^v

nem illis utentem cognoscere oportet: intellectus constructione tabularum domini Vega aliarum constructio facile perspicitur.

Prius estant per incrementa decima unius minuti secundi log sin tang et ipsorum arcuum, usque quo arcus ad 1° excreseat, nam in tam exiguis arcibus pro assumpto denominatore arcuum, Sinuum, et tangentium logarithmi sunt iidem.

§. 12. Porro extant log sin, tang, et cotang a 0 per incrementa decima secundum ad 1° 19', ubi in columna prima ad sinistram extat arcus, numero secundum expressus, ut scilicet conversionis arcus, qui in superiore linea horizontali, et columna secunda, et tertia gradus, minutis, et secundis exprimitur, in secunde extat. Conversionis vero ratio usus sequens est: proati si arcus quidam α capiat incrementum unius minuti = a , et idem α capiat incrementum $a' = 1'$, et sin $(\alpha + a)$ sit sin $(\alpha + i)$, atque sin $(\alpha = a')$ sit sin $(\alpha + i')$, est $a : a' = i : i'$. Ita heic α null crevit, adeoque $\alpha = 0$, est usque quo arcus ad 1° 19' excreseat proportio inter arcus, et res respondentes series; hinc sit in rubrica sinistra Num secundorum N , at quodlibet $(n + b)$ secundorum sin log, est per dicta $N : (N + b) = \sin N'' : \sin(N + b)''$; hinc $\log \sin(N + b)'' = \log \sin N'' + \log(N + b)''$ adili debet $\log \sin N''$ $\log(N + b)'' - \log N$, prior logarithmus adest in linea horizontali post N sub indice log sin, posteriores duo vero e tabulis log, valde reperiuntur.

Porro extant per incrementa decima secundum log functionum pro arcu excreante usque ad 0° aliquot minuta: et

heic

BF-401/4

heic jam summa secundum pro arcu jam majore hanc necessarium desunt; postea sequuntur log functionum pro arcu, porro per incrementum unius minuti excreantis usque ad 45°.

Præterea sequuntur differentie logarithm functionum pro incremento 1". Differentia vero est pro tangente et cotangente cum sint eadem nisi quod signo contrario sint, sunt inter rubricas tangentis, et cotangentis sub nomine Edii denotante communem differentiam pro 1".

Cuius differentia sit communis patet hinc: supra erat tang = cot; hinc $\log \cot - \log \tan = \log \cot$, hinc $0 - \log \tan = \log \cot$.

Differentia pro 1" vero usus in computa sequens est: si queratur arcus $\log \sin 35^\circ 2' 5''$ adest in tabula $\log \sin 35^\circ 2' 5'' = L$ — reperitur ibidem Diff 1", ubi stet exgrm, numeri huius N ita uti ubi est denominatus est idem, qui logarithmorum est, multiplicetur per S nro numerum secundorum ita uti ibi est Diff 1", et addatur ipsi L hoc factum, et fit $L + Sn = \log 35^\circ 2' 5''$. Ita si prodeat $a = \log \sin$, queratur $\log \sin$ proxime minor = a et $a - a'$ dividatur per Diff 1" quod post a est, atque quod prodit est numerus secundorum arcui ipsi a respondentem addendus, et prodibit arcus etiam in secundis ultra numerum minorum quamvis secunda ibidem non extenderent.

Ratio huius est; quod log functionum Trigonometricarum arcuum $6^\circ 3'$ excedentium, si arcuum incrementum $6''$ hanc ex-

	—	10		N
Diff log cot	1	669	669	Diff log tang
Diff log tang	1	669	669	Diff log cot
Diff log sin	1	669	669	Diff log sin
Diff log cos	1	669	669	Diff log cos
Log sin	00	669	669	Log cos

BF-401/4^v

excedant, sint uti incrementa arcuum, adeoque $6''$ est ad $a - a'$ uti
 $\log \sin a + 1'$ ad X adeoque $X = (\log \sin a + 1') (a - a') = (\sin a - a' = n'')$
 $\log$ differentia pro $1'$ divisa per 60 multiplicata per n ; ista dif-
 ferentia $\log$ divisa per n est in tabulis diff. $1''$

Ex eadem proportione patet, quod si $\log$ Functionis: Trigo-
 nometricae in tabulis haud extensis arcus geratur, exceptumque
 supra Logarithmum functionis quidem proxime minorem
 per 60 dividi debet, et quotum hunc numerum secundorum arcui
 Logarithmi proxime minoris addendum.

Notandum vero pro functionibus, quae crescente arcu decre-
 cunt additionem in subtractionem verti.

Poterat infra $60 3'$ usque ad $1^\circ 19'$ differentiae logarithmicae
 inter duos proximos $\log$ non per 60 , sed per 10 dividantur, quia ibidem
 incrementa per 10 secunda fiunt, cum proportio supra dicta, haec in
 incrementis $10''$ haud excedentibus valeat.

§. 13.) Notandum quod functionum Trigonometricarum negativarum Logarith-
 mi quidem sint impossibiles, at operatio tamen vite per agitur si
 functionum earundem, tanquam positivarum accipiantur Logarith-
 mi, et demum namque Logarithmo in proportionis membro quarto
 prostanti respondens accipiatur extremus positivus, p. negativus, prout
 2^a proportionis ipsa liquet num quantus sit positivus, aut nega-
 tivus, expr. sit $-3 + 1 = 49 : X$ patet primo X esse negativam,
 ut factum extremorum sit Equale facto mediorum, secundo X idem
 prodire si a signo abstrahatur, et si omnia membra proportio-

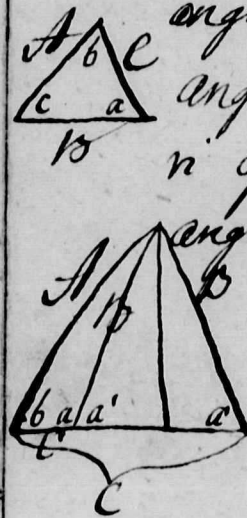
nis

BF-401/5

nis positive accipiantur, scilicet in hoc casu esse 7 , et cum
 signo opposito -7 .

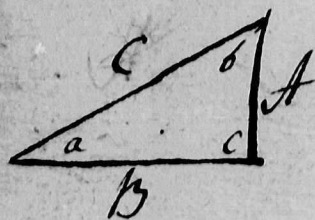
§. 14.) Determinatur Triangulum praecipue per unum latus cum an-
 gulis adjacentibus, per duo latera, et unum angulum uni
 lateri oppositum, si dotorum laterum uni non opponatur
 in uno Triangulo obtusus in altero acutus, adeoque si Tri-
 angulum datum, sive obtus-angulum, sive acut-angulum
 determinatur per duo latera, et angulum
 interceptum, demum per tria latera.

§. 15.) E duobus lateribus, et angulo uni laterum opposito, uti e duobus
 angulis, et latere uni eorum opposito, reperitur in casu primo
 angulus lateri alteri oppositus, in posteriore latus anguli, alter
 n^o oppositum per propositionem illam fundamentalem, quod sinus
 angulorum Δ sint uti latera opposita.



Adeoque $\sin a : \sin b = A : B$, hinc $\log \sin a = \log$
 $\sin b + \log A - \log B$. - 173 . In triangulis ABC et $A'B'C'$
 A et B sunt communes $B = B'$, tamen unum alterius pars
 est, atque in minore est $A : B = \sin a : \sin b$, in maiore
 est $A' : B' = \sin a' : \sin b'$, itaque valor $\sin a$ est = valori $\sin a'$, et
 omnino a , et a' gaudent sinu eodem; Sed ex solo sinu haud patet
 cum ei obtusus, et alter acutus, illum ad 180° explens angulus
 eadem angulus respondeant, uterque accipiatur.

§. 16.) In Triangulo rectangulo ex hypotenusa, et Cateto uno repen-
 untur anguli, ita e hypotenusa, et angulo uno adjacenti
 reperitur Catetus oppositus; porro e Catetis reperuntur anguli.
 Sit per sequentes (abiq. radio = 100000).



BF-401/5
 $H: (\sin C = 1) = A: \sin a = A: \cos b$; hinc $\sin a = \frac{A}{H}$
 $= \cos b$; et $A = H (\sin a) = H \cos b$; porro $H: A = (\sin 90^\circ$
 $= 1): \text{Tang } a = i \cot b$ hinc

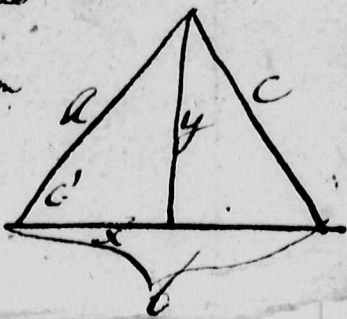
$\text{Tang } a = \frac{A}{B} = \cot b$, et $A = B \text{ tang } a = B \cot b$

§. 17.) Ex A, B , et C reperitur a modo sequenti Sit $\frac{a+b}{2} = S$, $\frac{a-b}{2} = d$, hinc
 $a = S + d$, $b = S - d$, hinc tantum d reperitur n.p. semi differentia, a illi-
 co datur cum semi summa per subtractionem scilicet C ex 180 prodeit.

Est vero $A: B = \sin a: b = \sin(S+d): \sin(S-d) = \sin S \cos d$
 $d + \cos S \sin d = \sin S \cos d - \cos S \sin d$, et dividendo duos mem-
 bra posteriora, proportionata per $\cos S \cos d$, atque substituendo
 valori $\frac{\sin}{\cos}$ Tangentem erit $A: B = \text{Tang } S + \text{Tang } d: \text{Tang } S - \text{Tang } d$
 hinc $A \text{ tang } S - A \text{ tang } d = B \text{ tang } S + B \text{ tang } d$; et $\text{tang } S(A-B)$
 $= \text{tang } d(B+A)$, unde tangens semi differentia, adeoque
 ipsa semi differentia, n.p. areas differentia illi respondens prodeit.

Tang d etiam immediate reperitur n.p. $b = 180 - a + c$,
 adeoque $\sin b = \sin c + a$; hinc $B: A = \sin c + a: \sin a = \frac{\sin c \cos a}{\cos a}$
 $+ \frac{\cos c \sin a}{\cos a}: \frac{\sin a}{\cos a} = \sin c + \cos c \text{ tang } a$; tang a ; hinc
 $B \text{ tang } a - A \cos c \text{ tang } a = A \sin c$; unde $\text{Tang } a = \frac{A \sin c}{B - A \cos c}$

§. 18.) Ex tribus lateribus prodeunt anguli. - Supra dictum est $x = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
 $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$, porro $x: a = \cos C'$ ($i = \sin 90^\circ$); hinc $x = a \cos C' = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2b}$ unde
 $\cos C' = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ba}$, adeoque angulus C' ex lateribus
 reperitur. - Imo ex eadem Aequatione reperitur etiam
 lateris angulo C' oppositam, n.p. c datis lateribus a et b
 angulum C' datam interceptibus. -



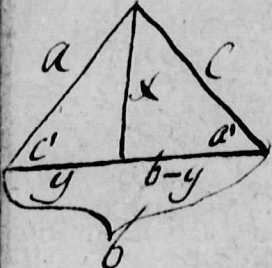
§. 19.) De tribus lateribus anguli prodeit adhuc alia formula cala-
 lo logarithmico aptior.

Fuerat supra $\cos C' = 1 - 2 \sin^2 \frac{C'}{2}$, item $\cos C' = 2 \cos^2 \frac{C'}{2} - 1$
 Itaque cum erat $\cos C' = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$ et primo $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = 1 - 2 \sin^2 \frac{C'}{2}$
 ex $a^2 + b^2 - c^2 = \frac{2ab(1 - 2 \sin^2 \frac{C'}{2})}{1}$ = $\frac{c^2 - (a-b)^2}{4ab} = \frac{(c+a-b)(c-a+b)}{4ab}$
 $= \frac{1}{2} \left[\frac{(c+a+b)}{2} - b \right] \left[\frac{(c+a+b)}{2} - a \right]$; et si

$P = \frac{a+b+c}{2}$ ergo $\sin^2 \frac{C'}{2} = \frac{1}{4b} (P-a)(P-b)$ item $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$
 $= 2 \cos^2 \frac{C'}{2} - 1$ ergo $\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + 1 = \cos^2 \frac{C'}{2}$; et

$\frac{(a+b)^2 - c^2}{2 \cdot 2ab} = \cos^2 \frac{C'}{2} = \frac{a+b+c}{2} \cdot \frac{a+b-c}{2} \cdot \frac{1}{ab} = \frac{1}{ab} P(P-c)$

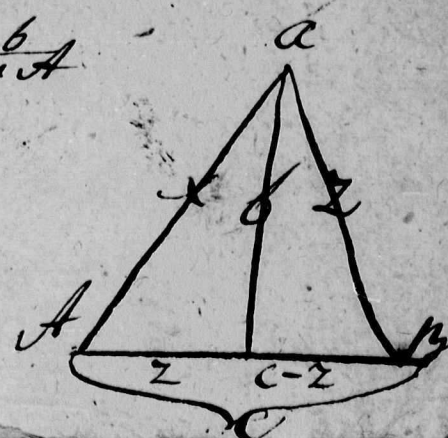
§. 20.) Ex latere cum angulis adjacentibus reperitur area sic; sint data b ,
 et a' , C' est $x: y = i: \cot C'$; hinc $y = x \cot C'$; $(b-y) = x \cot a'$ -
 adeoque $b = x \cot C' + x \cot a'$ atque $x = \frac{b}{\cot a' + \cot C'}$; et area
 $= \frac{b^2}{2(\cot a' + \cot C')}$



§. 21. Ex duobus lateribus a, b , et intercepto C' reperitur area sic $a: x$
 $= i: \sin C'$ hinc $x = a \sin C'$; et area $= \frac{1}{2} ab \sin C'$.

§. 22. Data summa a duorum laterum x et y , atque altitudine b et bas-

Si C reperitur angulus A sic:
 $x: b = i: \sin A$; hinc $x = \frac{b}{\sin A}$ et $y = a - x = \frac{b}{\sin A}$
 $z: b = i: \text{tang } A$; hinc $z = b \cot A$, seu $\frac{b}{\tan A}$
 $b^2 = z^2 - (C-z)^2$ et substitutione facta, est
 $b^2 = \frac{a^2 - 2ab}{\sin A} + \frac{b^2}{\sin^2 A} - C^2 + 2Cb \cos A - b \cos^2 A$; et satis



BF-ho116^v

substituendo valorem cotangentis, et terminis omnibus membris ad de-
nominatorem $\sin^2 A$ reductis fiet

$$\frac{a^2 \sin^2 A + b^2 - 2ab \sin A - c^2 \sin^2 A - b^2 \cos^2 A + 2cb \sin A \cos A}{\sin^2 A} = b^2$$

multiplicando utrinque per $\sin^2 A$, erit membro dextro subtracto

$$c = a^2 \sin^2 A - 2ab \sin A - c^2 \sin^2 A + 2cb \sin A \cos A = 0$$

nam $b^2 - b^2 \sin^2 A + \cos^2 A = 0$ quia $\sin^2 + \cos^2 = 1$, hinc utrinque
per $\sin A$ dividendo, est $a^2 \sin A - 2ab - c^2 \sin A + 2cb \sin A \cos A$
 $= 0$; hinc $2ab$ addendo, et per $2cb$ utrinque dividendo erit
 $\frac{(a^2 - c^2) \sin A + \cos A}{2cb} = \frac{a}{c}$.

Ubi occasio datur artem sequentem in casibus simili-
bus expedientem ostendi, sit $\frac{a^2 - c^2}{2cb} = \tan g$ scilicet qua-
ratur in rubrica tangentium quantitas $\frac{a^2 - c^2}{2cb}$ ei respondens
arcus sit g , erit $\frac{a}{c} = \frac{\sin g \cdot \sin A}{\cos g} + \cos A = \frac{\sin g \sin A + \cos g \cos A}{\cos g}$
 $= \frac{\cos(A - g)}{\cos g}$ hinc $\frac{a}{c} \cdot \cos g = (\cos A - g)$ et $A = \arccos$
 $(\cos \frac{a}{c} \cdot \cos g) + \arccos g$; n.p. arcus g queratur, cui multiplicetur
per $\frac{a}{c}$, et queratur in rubrica arcuum arcus ei respondens,
is arcus erit $a - g$ itaque ut A prodeat ei addatur g .

§. 23. Sit polygoni laterum n , latus b , radius a , altitudo c , aut
 $a : \frac{1}{2}b = 1 : \sin \frac{1}{2}b$; hinc $\frac{1}{2}b = a \sin \frac{1}{2}b$, et perimeter $= 2na \sin \frac{1}{2}b$
porro $c : \frac{1}{2}b = 1 : \tan \frac{1}{2}b$
hinc $c = \frac{1}{2}b \tan \frac{1}{2}b$ et area,

$$S =$$

BF-ho117

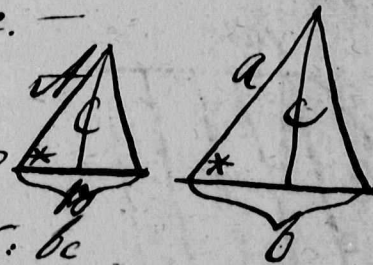
$S = \frac{nb^2}{4 \tan \frac{1}{2}b}$; hinc ex S et n , quia tam datur V reperitur b .

Se etiam $= a \cos \frac{1}{2}b$, et $\frac{1}{2}cb = \frac{1}{2}bc$ adeoque $= a \sin$
 $\frac{1}{2}V \cdot a \cos \frac{1}{2}V = a^2 \sin \frac{1}{2} \cdot \cos \frac{1}{2}V$.

Annotationes ad Geometriam planam.

Si A, B , et a, b , angulum equalem interceptant, tum $AB : ab$
 $= \text{area } \triangle ABC : \text{area } \triangle abc$ seu uti BC ad bc .

Nam sint Cc perpendiculares, tum perti-
angula similia est $A : C = a : c$, itaque $A = gC$,
et $a = qc$ hinc $AB : ab = q \cdot BC : q \cdot bc$ uti $BC : bc$.



§. Area triangulorum similia sunt uti quadrata laterum homologorum
Nam $A = ma$, $B = mb$, et etiam $C = mc$ adeoque $BC = mbmc$
 $= m^2 bc$.

Extendi hoc ad quamvis figuras similes potest, quod in tri-
angula homologa dissepuntur, ubi semper duo triangula
in una figura latus commune habent, ita in altera triangula
dictis respondentia. - At demum summa triangulorum unius figu-
re, aut ad summam altera, uti quodvis unum ad ei homolo-
gum, extenditur etiam ad circulos, et areas formas curvas per
approximationem cum rectis, aut recti lineis, quorum limites sunt.

Corollarium. Hinc si figura similes superstruantur triangulo
rectan

rectangulo $\alpha\beta\gamma\delta$ A, B, C, ubi latera a, b, c , homologa sunt $C+D=14$
 nam $C:A = C^2:a^2$ Hinc

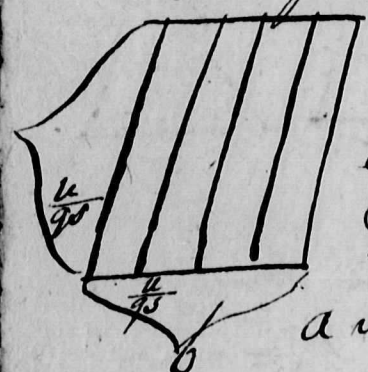
$$C:B = C^2:b^2$$

$$a^2 = \frac{A \cdot C}{C} \text{ et } b^2 = \frac{B \cdot C}{C}, \text{ hinc}$$

$$a^2 + b^2 = C \frac{A+B}{C} \text{ atque } \frac{A+B}{C} = \frac{a^2 + b^2}{C} \text{ per Theor. Dig}$$

Corollarium 2. Hinc $u+z+v = z+y+x$, et subtracto $z+v$ $y+x = u$.

§. Parallelogrammum P cujus basis b , altitudo a , equatur facto ab , id est
 si rectarum unitas sit U , et arearum unitas sit quadratum U'
 cujus latus U est, tum P mensuratum per U ; id est si $\frac{a}{m}$
 tum ipsius U , tum P est $\frac{U}{m}$ tum ipsius U'



Sit enim $a = \frac{p}{q} + a = \text{unitas } U \text{ et } b = \frac{r}{s}$, tum $a = \frac{pq}{qs}$
 et $b = \frac{rs}{qs}$ atque $ab = \frac{pr}{qs} = \frac{prsq}{q^2s^2}$.

Dividatur U per qs , continebit b quomodocumque partes $\frac{r}{s}$ q.
 a vero $\frac{p}{q}$ q., et patet P consistere ex $\frac{pr}{qs}$ quomodocumque quadratis
 quibus U' continet $\frac{r}{s}$ q. q., adeoque P esse ipsius U' $\frac{pr}{qs}$
 tum, i.e. $\frac{pr}{qs}$ tum. Adeoque factum ab exprimit aream P.

Ita tres factores lineares dant soliditatis numerum, aliquando et
 mille factores lineares dant tantum lineam. Ad incommensura-
 bilitate demonstratio per facile extenditur.

Notandum

Per pedem quadratum in praxi apud Geometras, et Architectos
 non tale quadratum intelligitur, cujus latus unus pes est, sed rectan-
 gulum cujus basis est altitudo $1'$, ita $1''$ denotat rectangulum
 cujus basis $1'$, altitudo $1''$; ut denominatio semper ab altitu-
 dine

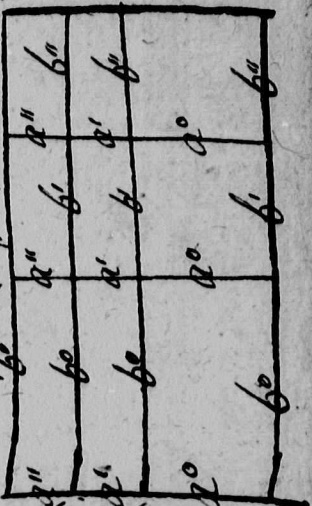
ducta sit, manente constanti basi = $1'$ BF-ho1/8

Ita per $1'$ pes intelligitur tale parallelogipedum cujus basis
 $1''$ altitudo $1'$, ita ut hanc denominationem semper ab altitudine sit
 manente constanti basi = $1''$.

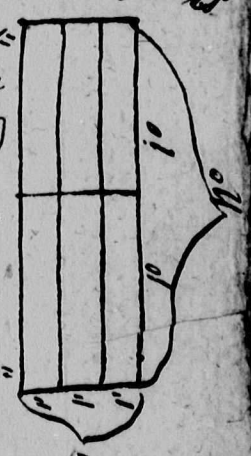
Hinc uti in dimensione longitudinis, ita in dimensione su-
 perficiei, et soliditatis, sex pedes continet $1'$ $12''$ $1'$ et cetera

Patet rectangulum cujus basis = $b'' + b'' + b''$, altitudo = $a'' + a'' + a''$

esse summam rectangulorum, quod procedunt, si bases
 terminus quilibet cum altitudinis termino quolibet con-
 tinetur; adeoque ut modo supra dicto exprimitur aream,
 non nisi quodvis dictorum rectangulorum in tale converten-
 dam sit, cujus basis $1''$ est et tum quodvis ejus al-
 titudo est, a'' quod ut dictum est, nomen nanciscitur.



Sit hoc ita, ut si duorum terminorum modo dicto combinatorum
 alteruter sit certus hexapedarum numerus, tum multiplicetur numerus
 per numerum termini alterius, et numerus termini alterius virgu-
 larum termini posterioris nominati facto affigatur. Patet
 quod si rectanguli una dimensio sit n'' , altera m'' , constare id
 est nm quomodocumque rectangulis, cujus basis $1''$ altitudo $1'$, quo
 exprimitur per nm'' lingua superiore.

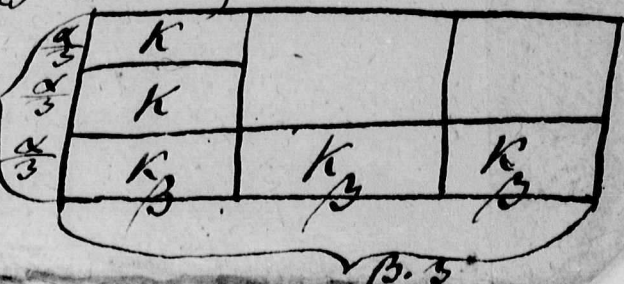


Si vero neuter terminus sit certus, hexapedarum nu-
 merus, atque sit rectanguli una dimensio n'' altera m''

tum duplicetur factum nm , et scribatur $2nm''$, scilicet nm''

vero virgularum in ambobus terminis addito, aut vero dividatur
 $2nm''$ per 12, et tantum residuum

pro numero linearum quadrato.



BF-40118^v
 adscribatur, quotus vero addatur numero sequenti pollicum quo-
 ratorum. Patet hoc inde, quod si rectanguli basis augeatur
 $\frac{p}{12}$, atq. altitudo imminuat $\frac{p}{12}$, area ejusdem maneat ~~idem~~
 dem; quod rive ex inspectione Schematis Geometrici rive inde
 patet, quod rectangulum si factum e' basi, in altitudinem,
 hoc vero manet ~~idem~~, si unus factorum dividatur, per quod
 alter multiplicatur, adeoque si M'' multiplicetur, ut sit = hexage-
 de N' , per idem dividi oportebit, est vero id pro M'' fractio,
 cujus Numerator 6.12 Denominator vero 72 est, itaq. et N' per
 12 dividi debet, et prodibit $N. \frac{M''}{6.12} = \frac{2mn}{12} = 2mn''$, ubi
 n pro unitate sumatur, omitti potest - adeoque prodit rectangu-
 lum cujus basis 10 altitudo $2mn''$ est. Quod $\frac{mn}{6.12} = 2mn''$ sit
 patet inde, quod pedis sexages, sin duo pollices, pollicis duo
 decime sint duo lines et cet. patet hinc Schema sequens:

$$\begin{array}{r} a^0 \quad a^1 \quad a'' \\ b^0 \quad b^1 \quad b'' \\ \hline ab^0 \quad ab^1 \quad a''' \\ ab+ab+ab \\ \hline ab^0+2ab^1+3ab''+2ab'''+ab'''' \end{array}$$

ubi si numeri expr'ssa littera essent, reducitis dividendo per 12
 (aut per 6 ubi pedes essent) aut in linea infima, aut antea
 jam ut facta partialia prodierunt fieri potest.

Patet vero in primo facto partiali a' dextra esse nu-
 merum virgularum, summam earundem in terminis primis

multij

BF-40119
 multiplicandorum, deinde cum b'' cum a' combinata nume-
 rum virgularum uno decrecere quovis novo facto; ita-
 dem multiplicatoris terminus secundus cujus nomen vir-
 gularum uno minor est, quam in b'' patet cum multi-
 plicatio ab a'' incipiat, in secunda linea facti partialis
 summam virgularum termini primi esse uno minorem, quam
 in termino primo lineae superioris.

De sinu et cosinu $\frac{1}{n}$ arcus a ex sinu et cosinu arcus a
 Sit sinus $a = p$, et $\cos a = q$; elevetur per theorema binom.
 $(q+p)^n$ ad n , et uti procedunt termini, summa terminorum
 quorum numerus loci par est, exprimit sinus na
 sed in utraque expressione signum termini primi fit
 + sequenti - et semper mutetur alternando.

Dem: Nam si verum est de n verum de $n+1$ quoque
 ep. Atqui e' formula facile prodit verum de n
 $2, 3$ esse itaque verum de quovis numero erit.
 major probatur sic

$$\text{Sol. Sinus } na = Iq^n - p + IIIq^{n-3}p^3 + \dots$$

$$\text{Cosinus } na = q^n - IIq^{n-2}p^2 + \dots$$

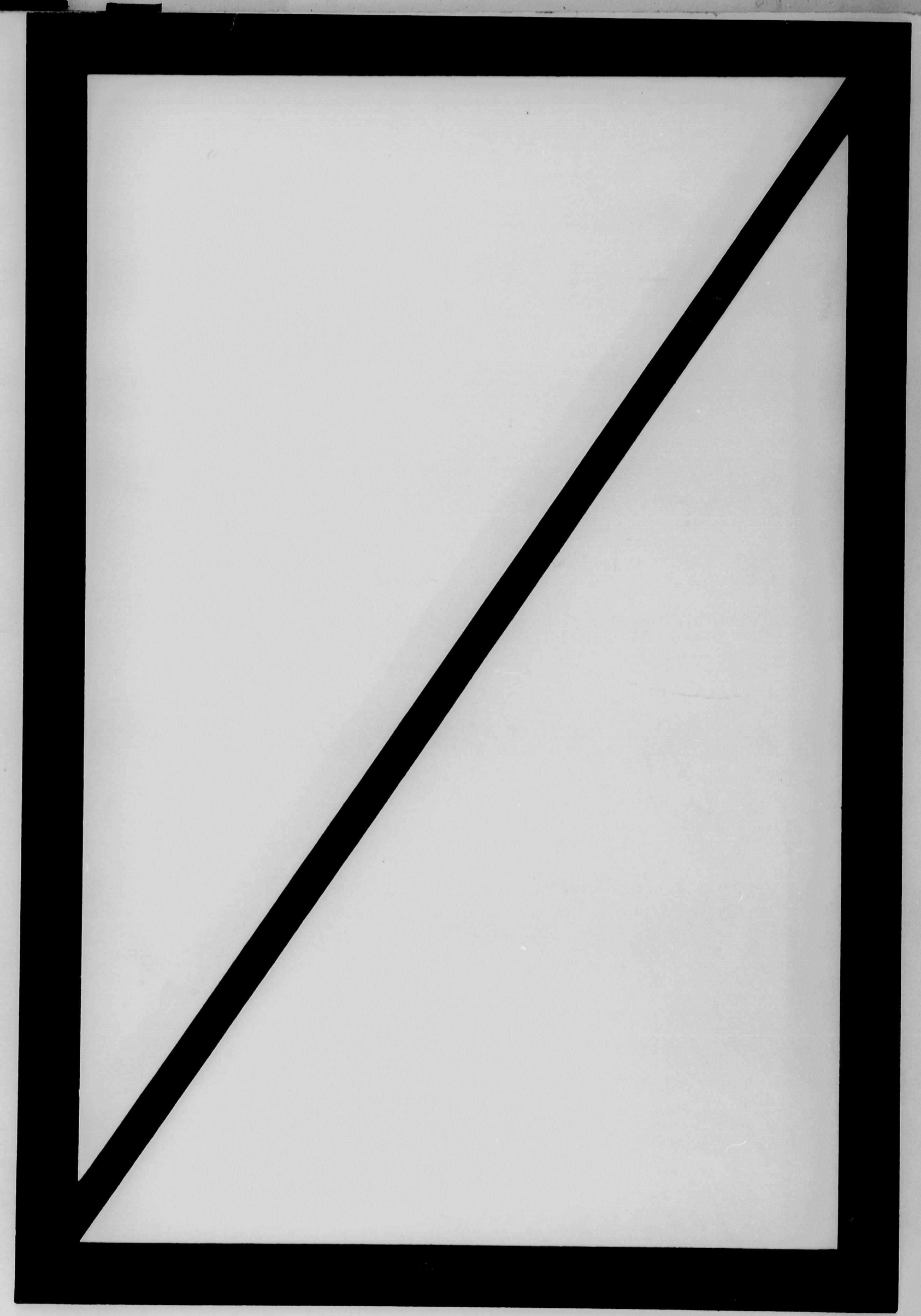
$$\begin{aligned} \text{Sinus } (na+a) &= \text{sinus } na \cdot \cos a + \cos na \cdot \sin a \\ &= q(Iq^n - p) - IIIq^{n-3}p^3 + \dots + p(q^n - IIq^{n-2}p^2) \\ &= Iq^n p + IIIq^{n-2}p^3 + \dots = \text{in} + q^n p - \end{aligned}$$

$IIq^{n-2}p^2$ - Summa terminorum quorum numerus
 (q+p) $n+1$ Summa terminorum quorum numerus
 totorum e' par. Hinc trisectio $3a$ requirit aequationem
 cubicam

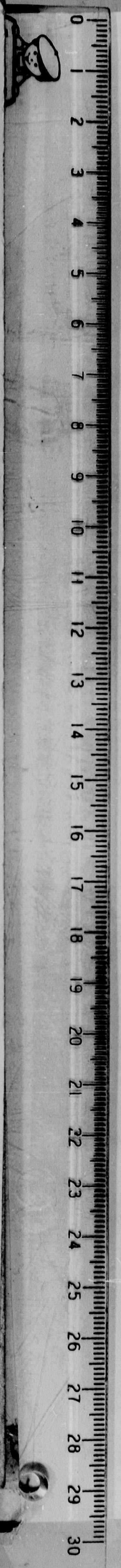


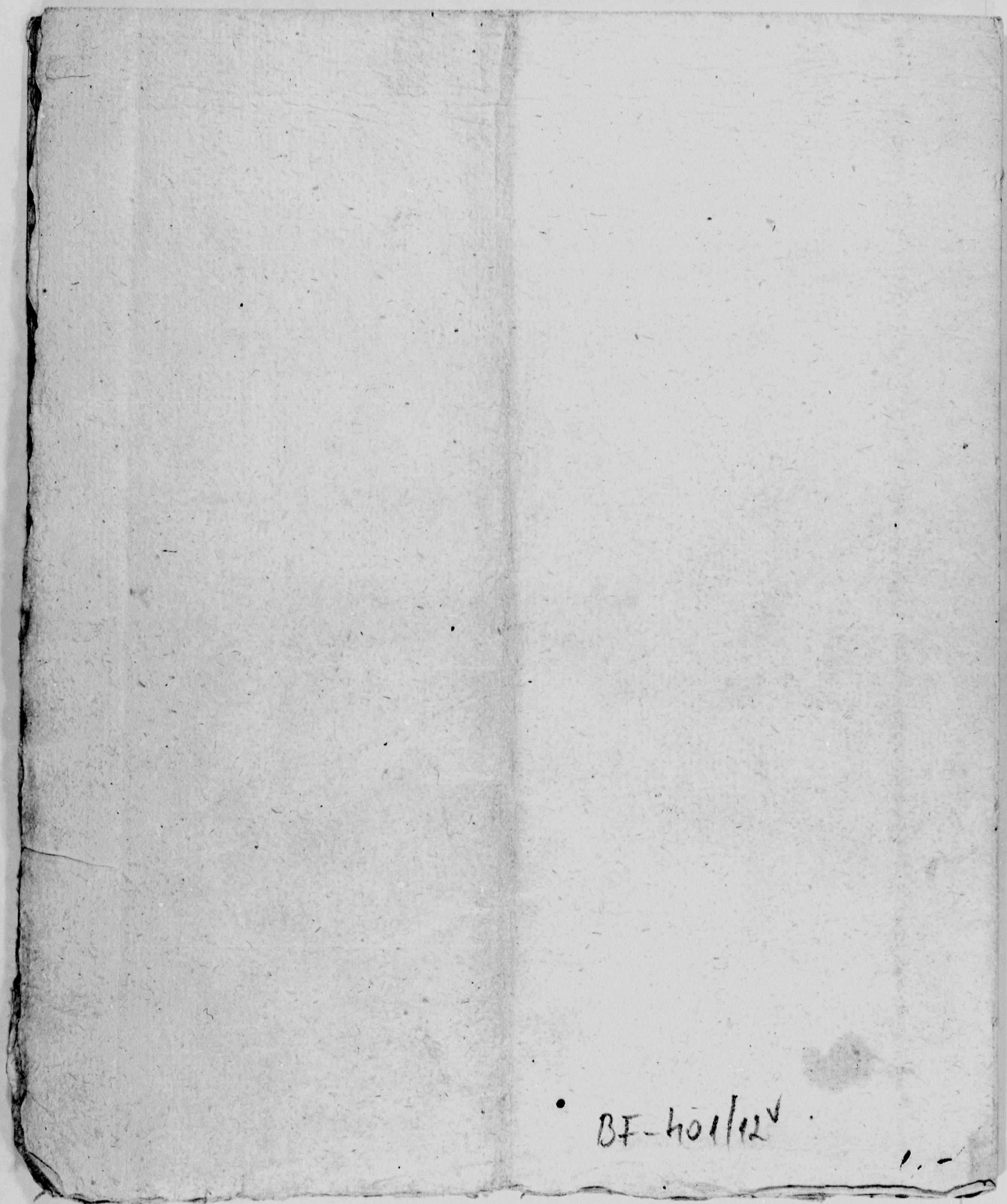
BF-401/10

BF-401/9v



URES OLDAL





• BF-401/12^v

