

Ms 5098/37-40. Ertm̄ loraud jezukei a fozade'ul
felxani fozutsepele

4 kóteg! bot.
M. T. L. MAGYAR
KÖNYVTÁR - SZÉKESÉVÉLY
1972. EV. 17. 57

Ms 5098/37

| Mis. Hexan | $\frac{\mu p}{s T}$ | $\frac{p^2 T}{1000 p^2}$ | $\frac{1000000 f}{p \lambda}$ | $\frac{10000 \mu \lambda^2}{T}$ |
|---------------|---------------------|--------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| Hexan | 40 | 39 | 40 | 39 |
| Octan | 45 | 45 | 45 | 45 |
| Decan | 48 | 49 | 49 | 52 |
| Amylen | 35 | 35 | 35 | 35 |
| Cyprilen | 43 | 43 | 44 | 44 |
| Diallyl | 27,5 | 27 | 27 | 35 |
| Benzol | 28 | 27 | 27,5 | 24 |
| Toluol | 32 | 32 | 32 | 22,5 |
| Xylol 1 | 34 | 36 | 35 35 | 39 |
| Xylol 2 | 34 | 36 | 35 | 28 |
| Xylol 3 | 35 | 36 | 36 | 37 |
| Acethylbenzol | 34 | 34 | 34 | 36 |
| Propylbenzol | 37 | 38 | 37 | 40 |

Folyadékparulási jeleknek vonatkozó

iszleltet

$$\frac{d^2 p^2}{dt^2} = I$$

$$\frac{d^2 p^2}{dt^2} = \frac{\mu^{\frac{2}{3}}}{2} s^{\frac{1}{3}} \left(\frac{da^2}{dt} - \frac{a^2}{s^{\frac{2}{3}}} \right)$$

induktív

$$p^2 = \frac{a^2}{2} s^{\frac{2}{3}} = \frac{\mu^{\frac{2}{3}}}{2} a^2 s^{\frac{1}{3}} \text{ tehát}$$

$$\frac{d^2 p^2}{dt^2} = \frac{\mu^{\frac{2}{3}}}{2} \left(s^{\frac{1}{3}} \frac{da^2}{dt} - \frac{1}{3} a^2 \frac{1}{s^{\frac{2}{3}}} \frac{ds}{dt} \right)$$

$$s = \frac{m}{v} \text{ tehát } \frac{ds}{dt} = - \frac{m}{v^2} \frac{dv}{dt} = -s \frac{1}{v} \frac{dv}{dt}$$

amiel pedig a frekvenciát közel, minden ajzra:

$$\frac{dv}{dt} \frac{T}{v} = C$$

$$\frac{ds}{dt} = -s \frac{C}{T}$$

az ebből valamelyik állandót $C = \frac{1}{T}$ éssz.

$$\frac{d^2 p^2}{dt^2} = \frac{1}{2} \mu^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{3}} \left(\frac{da^2}{dt} - \frac{a^2}{s^{\frac{2}{3}}} \right)$$

Szeli egyenlet: Cyrillus, Rakos Schiff.

1) Terpene di limone $C_{10}H_{16}$

$$t = 168$$

$$T = 441$$

$$\mu = 136$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 26,4$$

$$s = 0,729$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 0,90$$

$$a^2 = 3,77$$

$$\frac{da^2}{dt} = -0,0191$$

$$\frac{a^2}{s^{\frac{2}{3}}} = 0,0014$$

$$\frac{d^2 p^2}{dt^2} = 0,243$$

2) Acido formico CH_2O_2

$$t = 100,0$$

$$T = 373,0$$

$$\mu = 46$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 12,82$$

$$s = 1,177$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 1,04$$

$$a^2 = 5,284$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,01345$$

$$\frac{a^2}{s^{\frac{2}{3}}} = 0,1124$$

$$\frac{d^2 p^2}{dt^2} = 0,099 \cdot 0,104$$

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

3) Acido acetico $C_2H_4O_2$

$$\begin{aligned} \mu &= 60 & \delta &= 0,947 \\ t &= 117 & \mu^{\frac{2}{3}} &= 15,28 & \delta^{\frac{2}{3}} &= 0,982 \\ T &= 290 & \frac{da^2}{dt} &= 0,0150 & a^2 &= 2,872 & \frac{a^2}{dT} &= 0,0017 \\ & & \frac{d\delta^2}{dt} &= 0,125 \end{aligned}$$

4) Acido propionico $C_3H_6O_2$

$$\begin{aligned} \mu &= 74 & \delta &= 0,866 \\ t &= 141 & \mu^{\frac{2}{3}} &= 17,6 & \delta^{\frac{2}{3}} &= 0,953 \\ T &= 414 & \frac{da^2}{dt} &= 0,0150 & a^2 &= 3,725 & \frac{a^2}{dT} &= 0,0015 \\ & & \frac{d\delta^2}{dt} &= 0,128 \end{aligned}$$

5) Acido butirico normale $C_4H_8O_2$

$$\begin{aligned} \mu &= 88 & \delta &= 0,815 \\ l &= 162 & \mu^{\frac{2}{3}} &= 19,7 & \delta^{\frac{2}{3}} &= 0,924 \\ T &= 435 & \frac{da^2}{dt} &= 0,0152 & a^2 &= 3,545 & \frac{a^2}{dT} &= 0,0014 \\ & & \frac{d\delta^2}{dt} &= 0,187 \end{aligned}$$

6) Acido isobutyrico $C_4H_8O_2$

$$\begin{aligned} \mu &= 88 & \delta &= \\ \mu^{\frac{2}{3}} &= 19,7 \end{aligned}$$

Wert ungenau

7) Acido Valerianico $C_5H_{10}O_2$

$$\begin{aligned} \mu &= 98 & \mu &= 102 & \delta &= 0,785 \\ t &= 175 & \mu^{\frac{2}{3}} &= 21,8 & \delta^{\frac{2}{3}} &= 0,922 \\ T &= 448 & \frac{da^2}{dt} &= 0,0157 & a^2 &= 3,28 & \frac{a^2}{dT} &= 0,0012 \\ & & \frac{d\delta^2}{dt} &= 0,165 \end{aligned}$$

8) Anidride acetica $C_4H_6O_3$

$l = 128$
 $T = 411$

$\mu = 102$ $s = 0,927$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 21,8$ $s^{\frac{1}{3}} = 0,975$

$\frac{da^L}{dt} = 0,0172$ $a^2 = 4,181$ $\frac{a^L}{tT} = 0,0017$

$\frac{dpl^L}{dt} = 0,201$

11) Dimetilacetato $C_5H_{10}O_2$

$l = 63$
 $T = 336$

$\mu = 90$ $s = 0,81$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 20,07$ $s^{\frac{1}{3}} = 0,932$

$\frac{da^L}{dt} = 0,0217$ $a^2 = 4,263$ $\frac{a^L}{tT} = 0,0021$

$\frac{dpl^L}{dt} = 0,223$

12) Etere metilacetico $C_5H_{10}O$

$l = 91$
 $T = 364$

$\mu = 102$ $s = 0,687$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 21,8$ $s^{\frac{1}{3}} = 0,882$

$\frac{da^L}{dt} = 0,0215$ $a^2 = 4,085$ $\frac{a^L}{tT} = 0,0019$

$\frac{dpl^L}{dt} = 0,216$

13) Ossalato etilico $C_6H_{10}O_4$

$l = 186$
 $T = 459$

$\mu = 146$ $s = 0,880$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 27,7$ $s^{\frac{1}{3}} = 0,958$

$\frac{da^L}{dt} = 0,0151$ $a^2 = 3,562$ $\frac{a^L}{tT} = 0,0012$

$\frac{dpl^L}{dt} = 0,217$

14) Benzato metilico $C_8H_8O_2$

$l = 200$
 $T = 470$

$\mu = 136$ $s = 0,895$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 26,4$ $s^{\frac{1}{3}} = 0,964$

$\frac{da^L}{dt} = 0,0169$ $a^2 = 3,98$ $\frac{a^L}{tT} = 0,0013$

$\frac{dpl^L}{dt} = 0,227$

15) Benzoin etilico $C_9H_{10}O_2$
kvant egyenl.

16) Eke acetilico $C_6H_{10}O_2$

$$l = 180 \quad m = 130 \quad s = 0,846$$

$$T = 453 \quad m^{\frac{2}{3}} = 25,6 \quad s^{\frac{1}{3}} = 0,946$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,0159 \quad a^2 = 3,940 \quad \frac{a^2}{dt} = 0,0014$$

$$\frac{d^2a^2}{dt^2} = 0,208$$

+) de leírás a Schiff formuláján
kezdve az $\frac{a^2}{dt}$ kifejezéssel kezdve
 $\frac{a^2}{dt}$ kifejezésre
 $v = 1,226 \quad \frac{dv}{dt} = 0,0021$
0,0022 a ly)

$$\frac{d^2a^2}{dt^2} = 0,219$$

17) Anisól. $C_6H_5 - OCH_3$

$$t = 157$$

$$T = 428$$

$$m = 108 \quad s = 0,860$$

$$m^{\frac{2}{3}} = 22,65 \quad s^{\frac{1}{3}} = 0,951$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,0201 \quad a^2 = 4,554 \quad \frac{a^2}{dt} = 0,0018$$

$$\frac{d^2a^2}{dt^2} = 0,204$$

18) Fenol $C_6H_5 - OH$

$$m = 122 \quad s = 0,824$$

kvant egyenl.

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

19) Eke metilico

kvant egyenl.

$$\frac{d\mu^2}{dt} = \text{II}$$

Szilf II $\frac{d\mu^2}{dt}$

20) Dimethylenamina $C_6H_4(OCH_3)_2$

$$l = 214$$

$$T = 487$$

$$\mu = 138$$

$$s = 0,875$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 26,7$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 0,956$$

$$\frac{\mu^{\frac{2}{3}} s^{\frac{1}{3}}}{v} = 12,7$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,0171$$

$$a^2 = 4,097$$

$$\frac{a^2}{v} = 0,0074$$

$$\frac{d\mu^2}{dt} = 0,235$$

más helyen számolva $\frac{a^2}{v}$ helyette $\frac{1}{5} a^2 \frac{1}{v} \frac{dv}{dt}$

$$v_t = 1 + 0,00078t + 0,000007t^2 + 0,00000002t^3$$

cum $v_{214} = 1,232$ $\frac{dv}{dt} = 0,001485$

$$\frac{1}{5} a^2 \frac{1}{v} \frac{dv}{dt} = 0,0016$$

$$\frac{d\mu^2}{dt} = 0,235$$

21) Furfural $C_5H_4O_2$

$$\mu = 96$$

$$s = 1$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 21,0$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 1$$

$$l = 160$$

$$T = 342$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,0179$$

$$a^2 = 5,19$$

$$\frac{a^2}{v} = 0,0026$$

$$\frac{d\mu^2}{dt} = 0,215$$

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

22) Aldeide Valerica $C^5H^{10}O$

$$l = 92$$

$$T = 365$$

$$\mu = 86$$

$$s = 0,723$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 19,4$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 0,897$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,0195$$

$$a^2 = 4,611 / 0,0021$$

$$\frac{d\mu^2}{dt} = 0,188$$

25) Cuminal $C_{10}H_{12}O$

$$\mu = 148$$

$$s = 0,792$$

$$k = 237 \\ T = 510$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 27,9$$

$$s^{\frac{2}{3}} = 0,925$$

$$\frac{da^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,0150$$

$$a^{\frac{2}{3}} = 3,83$$

$$\frac{a^{\frac{2}{3}}}{bT} = 0,0013$$

$$\frac{d\mu^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,212$$

Carrol $C_{10}H_{14}O$

$$\mu = 150$$

$$s = 0,787$$

$$k = 227 \\ T = 500$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 28,2$$

$$s^{\frac{2}{3}} = 0,923$$

$$\frac{da^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,0161$$

$$a^{\frac{2}{3}} = 4,029$$

$$\frac{a^{\frac{2}{3}}}{bT} = 0,0013$$

$$\frac{d\mu^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,224$$

70) Nitrometan. CH_3NO_2

$$k = 107 \\ T = 274$$

$$\mu = 61$$

$$s = 1,024$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 15,52$$

$$s^{\frac{2}{3}} = 1,01$$

$$\frac{da^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,0196$$

$$a^{\frac{2}{3}} = 5,087 \cdot \frac{a^{\frac{2}{3}}}{bT} 0,0023$$

$$\frac{d\mu^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,172$$

71) Nitroetan. $C_2H_5NO_2$

$$k = 115 \\ T = 388$$

$$\mu = 75$$

$$s = 0,930$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 17,8$$

$$s^{\frac{2}{3}} = 0,972$$

$$\frac{da^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,0165$$

$$a^{\frac{2}{3}} = 4,18$$

$$\frac{a^{\frac{2}{3}}}{bT} 0,0020$$

$$\frac{d\mu^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,161$$

$$L = 208$$

$$T = 581$$

72) Nitrobenzin $C_6H_5NO_2$

$$\mu = 123$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 24,7$$

$$s = 0,976$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 0,992$$

$$\frac{da^L}{dt} = 0,0173$$

$$a^L = 4,25$$

$$\frac{a^L}{t^L} = 0,0013$$

$$\frac{d\mu^L}{dt} = 0,227$$

$$L = 112$$

$$T = 389$$

73) Chlorpicrina CCl_3NO_2

$$\mu = 163$$

$$s = 1,46$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 29,8$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 1,125$$

$$\frac{da^L}{dt} = 0,0128$$

$$a^L = 2,83 = 0,0012$$

$$\frac{d\mu^L}{dt} = 0,224$$

$$L = 87$$

$$T = 366$$

74) Nitrat-ethylico $C_2H_5NO_3$

$$\mu = 91$$

$$s = 0,99$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 20,24$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 0,997$$

$$\frac{da^L}{dt} = 0,0167$$

$$a^L = 4,33$$

$$0,0020$$

$$\frac{d\mu^L}{dt} = 0,183$$

$$L = 147$$

$$T = 420$$

75) Nitrat isomilico $C_5H_{11}NO_3$

$$\mu = 133$$

$$s = 0,870$$

$$\mu^{\frac{2}{3}} = 26,01$$

$$s^{\frac{1}{3}} = 0,955$$

$$\frac{da^L}{dt} = 0,0158$$

$$a^L = 3,612$$

$$\frac{a^L}{t^L} = 0,0014$$

$$\frac{d\mu^L}{dt} = 0,215$$

76) Acetonitrile, C_2H_3CN

$l = 81$
 $T = 354$

$\mu = 41$ $s = 0,716$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 11,90$ $s^{\frac{2}{3}} = 0,895$
 $\frac{da^2}{dt} = 0,024$ $a^2 = 6,05$ $\frac{a^2}{t} = 0,003$
 $\frac{d\mu^2}{dt} = 0,146$

77) Propionitrile C_3H_5CN

$l = 97$
 $T = 270$

$\mu = 55$ $s = 0,701$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 14,4$ $s^{\frac{2}{3}} = 0,888$
 $\frac{da^2}{dt} = 0,0252$ $\frac{a^2}{t} = 0,0025$
 $\frac{d\mu^2}{dt} = 0,177$

78) Isobutyronitrile C_4H_7CN

$l = 129$
 $T = 402$

$\mu = 80$ $s = 0,692$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 19,00$ $s^{\frac{2}{3}} = 0,885$
 $\frac{da^2}{dt} = 0,0173$ $a^2 = 4,900$ $\frac{a^2}{t} = 0,0020$
 $\frac{d\mu^2}{dt} = 0,164$

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

79) Capronitrile C_5H_9CN

$l = 154$
 $T = 427$

$\mu = 97$ $s = 0,686$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 21,0$ $s^{\frac{2}{3}} = 0,882$
 $\frac{da^2}{dt} = 0,0158$ $a^2 = 4,647$ $\frac{a^2}{t} = 0,0018$
 $\frac{d\mu^2}{dt} = 0,162$

88 Osszehasonlo di jupiro P_{01}

$$\begin{aligned} l &= 107 \\ \frac{271}{T=380} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \mu &= 152 \\ \mu^{\frac{2}{3}} &= 28,52 \\ \frac{da^1}{a^1} &= 0,011 \\ \frac{d\mu^1}{a^1} &= 0,216 \end{aligned} \quad \begin{aligned} s &= 1,505 \\ s^{\frac{1}{3}} &= 1,255 \\ \frac{a^2}{a^1} &= 0,010 \end{aligned}$$

89 Osszehasonlo jupiro = P_{01}

$$\begin{aligned} l &= 117 \\ \frac{271}{T=290} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \mu &= 146 \\ \mu^{\frac{2}{3}} &= 27,66 \\ \frac{da^2}{a^2} &= 0,0106 \\ \frac{d\mu^1}{a^1} &= 0,216 \end{aligned} \quad \begin{aligned} s &= 1,12 \\ s^{\frac{1}{3}} &= 1,06 \\ \frac{a^1}{a^2} &= 0,0012 \end{aligned}$$

90) Osszehasonlo di jupiro P_{01}

$$\begin{aligned} l &= 125 \\ \frac{271}{T=298} \end{aligned} \quad \begin{aligned} \mu &= 168 \\ \mu^{\frac{2}{3}} &= 30,47 \\ \frac{da^2}{a^2} &= 0,0120 \\ \frac{d\mu^1}{a^1} &= 0,229 \end{aligned} \quad \begin{aligned} s &= 1,45 \\ s^{\frac{1}{3}} &= 1,20 \\ \frac{a^2}{a^1} &= 0,0012 \end{aligned}$$

Shuff. $\frac{d\mu^2}{dt}$ III

80) Benzonitrile C_6H_5CN

$$l = 190 \\ \bar{T} = 463$$

$$\mu = 107 \quad \delta = 0,844 \\ \mu^{\frac{1}{2}} = 22 \quad \delta^{\frac{1}{2}} = 0,945$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,0176 \quad \frac{a^2}{t^2} = 0,0018$$

$$\frac{d\mu^2}{dt} = 0,202$$

81) CS_2 Sulfuro di Carbonio

$$l = 46 \\ 273 \\ \bar{T} = 219$$

$$\mu = 76 \quad \delta = 1,220 \\ \mu^{\frac{1}{2}} = 17,9 \quad \delta^{\frac{1}{2}} = 1,11$$

$$a^2 = 475 \\ \frac{da^2}{dt} = 0,0211 \quad \frac{a^2}{t^2} = 0,0025$$

$$\frac{d\mu^2}{dt} = 0,224$$

82) olio di senape C_8H_8NCS

$$l = 151 \\ 273 \\ \bar{T} = 424$$

$$\mu = 99 \quad \delta = 0,874 \\ \mu^{\frac{1}{2}} = 214 \quad \delta^{\frac{1}{2}} = 0,956$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,0166 \quad \frac{a^2}{t^2} = 0,0018$$

$$\frac{d\mu^2}{dt} = 0,190$$

83) Fenilulfo carbimide C_6H_5NCS

$$l = 220 \\ 273 \\ \bar{T} = 493$$

$$\mu = 125 \quad \delta = 0,940 \\ \mu^{\frac{1}{2}} = 26,22 \quad \delta^{\frac{1}{2}} = 0,980$$

$$\frac{da^2}{dt} = 0,0160 \quad \frac{a^2}{t^2} = 0,0014$$

$$\frac{d\mu^2}{dt} = 0,226$$

84) Sulfocianato metilico
 CNSClH_3

$t = 127$
 $\frac{273}{406}$

$\mu = 70$ $s = 0,924$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 17,47$ $s^{\frac{2}{3}} = 0,974$

$\frac{da^2}{dt} = 0,0186$ $\frac{a^2}{t} = 0,0022$

$\frac{d\mu^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,174$

$t = 149$
 $\frac{273}{417}$

85) Sulfocianato etilico CNSC_2H_5

$\mu = 87$ $s = 0,870$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 19,6$ $s^{\frac{2}{3}} = 0,955$

$\frac{da^2}{dt} = 0,0170$ $\frac{a^2}{t} = 0,0020$

$\frac{d\mu^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,178$

86) Sulfuro etilico $(\text{C}_2\text{H}_5)_2\text{S}$

$t = 91$
 $\frac{273}{364}$

$\mu = 90$ $s = 0,758$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 20,07$ $s^{\frac{2}{3}} = 0,904$

$\frac{da^2}{dt} = 0,0219$ $\frac{a^2}{t} = 0,0020$

$\frac{d\mu^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,217$

MAGYAR
 TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
 KÖNYVTÁRA

$t = 75$
 $\frac{273}{348}$

87. Tricloruro di fosforo PCl_3

$\mu = 106$ $s = 1,46$
 $\mu^{\frac{2}{3}} = 26,42$ $s^{\frac{2}{3}} = 1,21$

$\frac{da^2}{dt} = 0,0157$ $\frac{a^2}{t} = 0,0019$

$\frac{d\mu^{\frac{2}{3}}}{dt} = 0,228$

Aethylnitrat $C_2H_5NO_3$ $\mu = 90.83$

$$d_1 = 6^\circ = 360'$$

$$d_2^a = 60^\circ = 3600'$$

$$d_1' = 2^\circ 9'$$

$$d_2' = 68^\circ$$

Külső átmérő 18.13

Belső " 14.43

$$\mu = 7.22$$

viszore

$$\xi_{20}' = 3.22 \quad , \quad (\text{Külső átmérő } 25.7)$$

$$a = \frac{a'}{\xi'} \xi \frac{1}{1 + 0.00022 \Delta d_2 - 0.00027 \Delta d_1}$$

temp $-19.2^\circ C$ | D |

$$n_{19.2} = 1.102$$

$$\xi = 1.93$$

$$\frac{\xi}{\mu} = 0.267$$

$$\frac{a'}{\xi'} = 1.178$$

$$a = 1.178 \cdot 1.93 \frac{1}{1 + 0.00022 \Delta d_2 - 0.00027 \Delta d_1}$$

$$n_{20} = 1.383$$

$$\Delta d_1 = -4.8$$

$$n' = 1.333$$

$$\Delta d_2 = 48.8$$

$$a = 2.2435 \cdot \frac{1}{1.012} = 2.246$$

$$\underline{a = 2.246}$$

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADEMLA
KÖNYVTÁRA

$$\frac{\mu}{s} = 82.42$$

$$a^2 = 5.044$$

$$A = 4.352$$

$$f = 2.779$$

$$A^2 = 18.94$$

$$\underline{fA^2 = 52.64}$$

temp. 78°C | D |

$$s_{78} = 1.019$$

$$\xi = 1.71$$

$$\frac{\xi}{u} = 0.2368$$

$$\frac{a'}{\xi'} = 1.188$$

$$a = 1.188 \cdot 1.71 \cdot \frac{1}{1 + 0.00022 \Delta v_2 - 0.00027 \Delta v_1}$$

$$n' = 1.333$$

$$n_{78} = 1.354$$

$$n - n' = 0.021$$

$$nn' = 1.805$$

$$\Delta v_1 = -2.09$$

$$\Delta v_2 = 20.9$$

$$a = 2.0315 \cdot \frac{1}{1.005}$$

$$\underline{a = 2.021}$$

$$\frac{M}{s} = 89.14$$

$$A = 4.467$$

$$A^2 = 19.95$$

$$a^2 = 4.084$$

$$f = 2.077$$

$$\underline{fA^2 = 41.44}$$

Int. 24. év. d. o. 9 ó. 30 p.

5,5) 296,5
12

177)
84,5) 5

0) 291
9

125)
5,5) 297
5,5

1)
9,5) 298,5
5,5

12)
5,5) 296,5
5,5

4) 295,5) 297
5,5)
84,5)

0) 295,5) 296
79)
64)

10) 298
18)
86)

22) 296
16)
91)

Erdélyek Amardku

40) 291
51)

55) 289,5
45,5)
55)

25) 291,5
26,5)
59)

41,5) 289,5
22)
59)

0) 288
21)
4)

17) 290,5
7,5)
57)

24) 288,5
29,5)
56)

44) 291,5
25,5)
56)

64) 289
79)

65) 289
76)

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

69
87) 288 t = 24,2

50,5
90) 287,5

52,5
86,5) 287

40
50) 287

74
88) 286

16
29,5) 286,5

60
72,5) 286,5

4
18) 286

97
10,5) 286,5

91
2) 287

29°

20' 45"

↑ 255,5
256,5 ↓

↓ 256,5
257,5

20°

5' 45"

↑ 260
262,5
260,5 ↓

↑ 260
261 ↓

29,6

126°

209

↑ 206,5
207 ↓

207

205

127

205

204

204

204

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADEMIÁ
KÖNYVTÁRA

127

205

205

↑ 205
204 ↓

204

205

127

205

206

↓

205

204

204

CON SEBASTIAN,
ZIZIM, MURAD, II FİLİP.
HUGO VIKTOR

Hajított növekedés.

| | |
|----------|----------|
| e | h |
| 40 | 114 |
| 40) 250 | 74) 290 |
| 80) 290 | 72) 252 |

5 perccel keletti:

| | |
|----------|----------|
| 40 | 114 |
| 40) 250 | 74) 290 |
| 75) 285 | 69) 255 |

Közel vertikális állású növekedés.

| | |
|----------|----------|
| 40 | 106 |
| 36) 246 | 65) 291 |
| 73) 287 | 65) 250 |

Légtel lemerve a nagyon hajított lemezen

| | |
|-------|----|
| 224 | 21 |
|) 297 | |

Olaj.

Töve hajított lemez

| | |
|-----------|-----------|
| 57 | 159 |
| 114) 307 | 149) 260 |
| 123) 259 | 89) 310 |

Égőben meredek lemezen

| | |
|----------|-----------|
| 40 | 114 |
| 70) 280 | 106) 258 |
| 80) 260 | 79) 277 |

| | |
|-----------|-----------|
| 245 | 155 |
| 150) 405 | 186) 156 |
| | 30) 406 |

| | |
|-----------|-----------|
| 245 | 150 |
| 145) 400 | 186) 153 |
| | 33) 402 |

| | |
|----------|-----------|
| 120 | 74 |
| 42) 172 | 152) 172 |

| | |
|-----------|----------|
| 240 | 187 |
| 145) 155 | 27) 160 |

| | |
|----------|-----------|
| 161 | 110 |
| 72) 161 | 199) 161 |

| | |
|-----------|-----------|
| 185 | 130 |
| 100) 165 | 225) 161 |

Hajlítva, de nem egészen egészen

| | |
|-------------------------|-----------|
| 2 | 162 |
| 147) 145 | 22) 140 |
| Égőben meredek hajított | |
| 125) 152 | 50) 150 |
| 27) 152 | 147) 150 |

Égőben meredek

| | |
|----------|-----------|
| 168 | 72 |
| 53) 135 | 187) 131 |

Küppanóvaltan hajított növekedés.

| | |
|---------|-----------|
| e | h |
| 105 | 20 |
| 0) 145 | 125) 145 |

| | |
|-----------|-----------|
| 102 | 5 |
| 238) 136 | 121) 134 |

| | |
|-----------|----------|
| 70 | 244 |
| 222) 152 | 91) 153 |

| | |
|----------|-----------|
| 190 | 80 |
| 63) 120 | 206) 124 |

Hajított-olaj

| | |
|---------|----------|
| 75 | 30 |
| 7) 182 | 96) 184 |

Meredeklebré állva

| | |
|-----------|-----------|
| 791 | 120 |
| 100) 159 | 214) 156 |

Meghajlítva, de nem egészen

| | |
|-----------|-----------|
| 200 | 130 |
| 110) 160 | 225) 155 |

Pótkan meghajlítva:

| | |
|----------|-----------|
| 178 | 104 |
| 82) 154 | 200) 154 |

Égőben meghajlítva

| | | |
|----------------|-----------|-----|
| 205 | 406 (156) | 45 |
| 111 | 125 | 420 |
| 35) 424 (174) | 220 | 155 |

Meredeken állva

| | |
|-----------|-----------|
| 90 | 179 |
| 5) 162 | 20) 409 |
| 168) 143 | 105) 165 |

Hig glycerinre forradalt

Hajlítva:

| | |
|-----------|----------|
| 77 | 230 |
| 218) 141 | 89) 141 |

Meredeklebré állva:

| | |
|-----------|----------|
| 248 | 151 |
| 133) 135 | 17) 134 |

Égőben meghajlítva:

| | |
|----------|-----------|
| 128 | 45 |
| 29) 151 | 147) 148 |

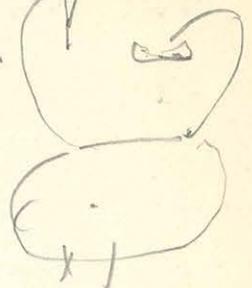
Meredeken

| | |
|----------|-----------|
| 210 | 108 |
| 91) 131 | 223) 135 |

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

4 Okt. 28. 5 o. 20 m. tejeen Lippmann fele egybeallitva 115
 hengyfelület
 h. e

4 5) 399 9 6) 397



6 óra lencse a Lippmann felület beállítás
 h 98,5, 395 e 5,5, 396
 3,5 1,5

7 óra lencse a Lippmann felület előrendelt hely
 h 95, 390 4 98) 394
 2

7 óra 30 m. h 94,5, 392 e 75, 390
 2,5 98

Okt. 29 d. e. 9 o. 40 m. Lippmann egészen kiment a
 kisbél.
 h. e
 6 44
 42) 364 10) 366

d. u. 12 o. 40
 h. e
 5,5 57
 47,5) 358 11) 360

h. u. lencse Darcsonak

MAGYAR
 TUDOMÁNYOS AKADEMA
 KÖNYVTÁRA

este 6 óra 40 m.
 h. e
 6 57
 48,5) 357,5 11) 360

Okt. 30
 6 o. 35 m.
 h. e
 30 57
 78) 352 34) 353

Okk. 31. d.e. 120. $a=20$ $b=0$

A Lippmann erö higyonyoptopa $\begin{matrix} 54,42 \\ 318,06 \end{matrix} \Big) 263,64 \text{ mm.}$

Lippmann be lett állítva.

| | | | |
|---------------|-------------|---------|-----|
| hengerfelület | h | | e |
| | 42,5 | } 353,5 | 93 |
| | <u>89,0</u> | | 47 |

12 ora 5 perces $a=20$ $b=5$ hydrogenátum

| | | | |
|---------------|-----|-------|-----|
| hengerfelület | h | | e |
| | 43 | } 350 | 90 |
| | 90 | | 47 |

Lippmann apparátus $\begin{matrix} 216,0 \\ 245,8 \end{matrix} \Big) 29,8 \text{ m.}$

A Lippmann felület meg legesen rendezetté válik.

Higyony $a=20$ $b=0$ kázanalatt ki-gyomva 0 víz, most 5. szor.

előtte $b=0$ al, aratán $b=10$ el többi ad ada polarizálva, a higony felület megjelölésével, — a higony $b=10$ el felületen állva aratán $b=27$ el a min legy 5 perces.

Sok víz volt aratán $b=0$ al Lippmann be lett állítva.

12 ora 45 m. $a=20$ $b=5$ hydrogen

| | | | |
|--------|-----|-------|-----|
| henger | h | | e |
| | 44 | } 359 | 89 |
| | 85 | | 48 |

Lippmann plus (+) nyomás $\begin{matrix} 243,70 \\ 218,10 \end{matrix} \Big) 25,60 \text{ m}$

12 ora 53 $b=0$ nyomás ki-erőltetés; Lippmann

~~ket menis kar diffúzió előre állt be.~~ pontosan vére állt be.

| | | | |
|---------------|-----|-------|------|
| hengerfelület | h | | e |
| | 41 | } 355 | 88,5 |
| | 86 | | 45,0 |

40.3
me

higgy nyomasnal olvo lora

1 lora $b = 14$

hengerfelület

| | |
|----------|--------------|
| h | e |
| 42 | 87,5 |
| 86) 356 | 45,0) 357,5 |

dipponum + nyomasnal visszaillesito, nyomis = $204,8$) $53,3$
 $258,1$

1 ora 5 m. $b = 0$, nyomis kieneptve, dipponum visszaillesito, mintegy a memiskus $\frac{1}{5}$ -adival visszaillesito.

hengerfelület

| | |
|--------------|----------|
| h | e |
| 41,5 | 88 |
| 85,0) 356,5 | 45) 357 |

~~Alma most utk d. n., 4 lora 10 m, lora a dipponum felület töretilodva titaltatott mintegy a lora $\frac{1}{10}$ edent~~

~~hengerfelület~~

| | |
|----------|----------|
| h | e |
| 42 | 94 |
| 90) 352 | 50) 356 |

ajra

| | |
|--------------|----------|
| 43 | 97 |
| 90,5) 352,5 | 49) 352 |

A dipponum felület $\frac{1}{5}$ -adival visszaveretteltetve alkalmasan negatív nyomis = $226,9$
 $233,9$) 7 mm.

A dipponum felületet a normatív nyomisnal igye kellet beallitan

4 lora 25 m. $a = 20$ $b = 5$ hydrog.

h

e

| | |
|----------|--|
| 43 | |
| 90) 353 | |

| | |
|----------|--|
| 94 | |
| 48) 354 | |

dipponum föthurocsott, (+) nyomisnal visszaverette, fulnyomis = $218,00$
 $244,1$) $26,1$ mm.

40.30 m. $b = 0$, nyomis kieneptve, dipponum felület egy memiskus hoppersal hatrubb all.

hengerfelület

| | | | |
|--------------|------------|------|-------|
| h | e | h | e |
| 42,5 | 90,5 | 43 | 93 |
| 85,0) 353,5 | 45,0) 355 | 48,5 | 354,5 |

40. 25 m. $b = 14$. Lippman förturidott, nyommal
 viffavejetve (+) nyomai = $\begin{matrix} 255 \\ 207,5 \end{matrix} \Big) 47,6$
 h. e.
 $\begin{matrix} 44 \\ 89 \end{matrix} \Big) 355 \quad \begin{matrix} 91 \\ 48 \end{matrix} \Big) 357$

$b = 0$, nyomai kiereftve Lippman elmarat
 2 mértékben

40. 45 $b = 14$ el oda jutni, tva viffavejetve egyen
 ségi helyretele megmaradt. Ágra beállítás
 a fonctos

~~40. 45 m.~~ h. e. Lippman
 $\begin{matrix} 44 \\ 88 \end{matrix} \Big) 356 \quad \begin{matrix} 90,5 \\ 47,5 \end{matrix} \Big) 357$

40. 50 m. $b = 5$, Lippman förturidott, nyommal viffave
 jetve h. e. (+) nyomai = $\begin{matrix} 218,0 \\ 243,9 \end{matrix} \Big) 25,9$
 $\begin{matrix} 42 \\ 87 \end{matrix} \Big) 355 \quad \begin{matrix} 90 \\ 49 \end{matrix} \Big) 359$

$\begin{matrix} 42 \\ 87 \end{matrix} \Big) 355 \quad \begin{matrix} 93 \\ 48 \end{matrix} \Big) 355$

50. $b = 0$, nyomai kiereftve Lippman viffavejetve

50. $b = 14$. Lippman förturidott, + nyomai
 tal viffavejetve (+) nyomai = $\begin{matrix} 257 \\ 215,9 \end{matrix} \Big) 41,8$
 h. e.
 $\begin{matrix} 42 \\ 87 \end{matrix} \Big) 355 \quad \begin{matrix} 91 \\ 48,5 \end{matrix} \Big) 356,5$

50. 50 m. $b = 0$, nyomai kiereftve, Lippman viffavejetve
 60 m. 50 m. kettő a Lippman két mértékben
 ral elvinyomult

h. e.
 $\begin{matrix} 38 \\ 80 \end{matrix} \Big) 358 \quad \begin{matrix} 84 \\ 42 \end{matrix} \Big) 358$

Egyszer Lippman nyom beállítás

12óra 15 peres beállítás Lygman szerint

kezes felület : (

h. 3 62) 383
79

e. 85) 385
70

h. 61) 383
78

e. 84) 386
70

U-edény

e. 25 87) 2539
20) 1269

Meris nominus

89,80
102,46
12,66 m.

A nominus állás

3/41-Kor. Lippmann beállítás.

U-cső állás hirtafelület beállítás, nominus állás 89,80.

Détülés 5-óra kor

hengerfelület.

h. 73) 383
90

e. 98) 383
81

HAGYAT
TUDOMÁNYOS AKADEMIÁ
KÖNYVTÁRA

U-cső capillaris részében elmozdulás felület 0,20 mm

nominus 89,60
102,30
12,70

60. 20 p. megveszélve.

hengerfelület.

h. 88) 392,5
92,5

e. 98) 390
88

A Lippmann felület mintegy a meniskus 1/4-csöd feljebb húzódtak

Az U-edényben a capillaris felület $\frac{7}{200}$ -addal
kezebb volt.

60. 25 p. a cella a Kén-savas rézoldattal a réffel belebeve-
szet felület.

| | |
|----------|----------|
| h | e. |
| 78 | 94 |
| 89) 389 | 83) 389 |

OKI. 27 d. n. 120 10 p. A rézoldattal előtte való, egyet
egybe kötve mutat. Az elem is mellékvezetek ellenállása
= 7. $a = 20$; $b = 30$ -al kisebb ide-oda polarizáltatott
 $b = 0$ zárással az U-edény is a Lipmann felület be-
állításra.

Hengerfelület, hely 7.

| | |
|----------|--------------|
| h. | e. |
| 73 | 86 |
| 82) 391 | 76) 390 - 1 |

12 óra 15 m. $a = 20$ $b = 14$ oxigénpalma

Lipmann felület állal beállítva, manometer áll. $159,60$
 $104,80$ } $54,80$
Hengerfelület.

| | |
|--------------|----------|
| h. | e. |
| 35,0 | 86 |
| 81,5) 353,5 | 79) 393 |

| | |
|------------|------|
| h. | e. |
| 65,5 | 81,5 |
| 81,5) 384 | |

rossz, mert közben a sodrony elpárolt

1 óra 45 m. $a = 20$ $b = 14$

Lipmann felület állal beállítva, manometer áll. $106,0$
 $157,0$ } $150,7$
Hengerfelület. oxigénpalma
 $158,0$
 $106,0$
 $52,0$ m

| | |
|----------|----------|
| h. | e. |
| 29 | 86 |
| 83) 346 | 32) 346 |

10. 5 m. $a = 20$ $b = 0$.

Hengerfelület

| | |
|----------|----------|
| h. | e. |
| 73 | 86 |
| 82) 391 | 77) 391 |

Lipmann felület beállítva a lát-
ter egy négyzetével. Rajzi nem
szigorú.

10. 10 m. - a = 20 b = 14 Hydrogenizálás. sok volt.
 Lippmann nem mozdult.

Hengerfelület.

h. e.
 94) 412 85) 413
 82

10 15 m. a = 20 b = 0. Lippmann változatlan.

Hengerfelület

h. e.
 80) 399 84) 397
 81

10. 20 m. a = 20 b = 14 el 10 m-es ide adta pulzus
 zebra b = 0 el bezárási. Lippmann változatlan.

Hengerfelület.

h. e.
 76) 393 84) 394
 83

~~10. 20 m.~~ b = 0 mozdult.

60. 20 m. b = 0

h. c
 84) 391 95) 392
 93

60. 20.

a = 20 b = 14 Oxigénizálás

h. e.
 53) 361,5 94,5) 362,0
 91,5

Lippmann ^{igé} beállítása
 MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

b = 0

Lippmann felhagyódott, nyomás al villárvíve a maro
 meter állása 168,5
 98,9) 69,6 a leg kibovult Lippmann
 vészjelző áll.

a = 20 b = 14 Oxigénizálás - Lippmann ^{portom} (villárvíve)

h. e. e.
 49) 360 92
 89

október 28.

110. 11 óra 30. A Lippmann-jele egybeállításánál,
melynek nyomán vektorosnál látszik ide oda sárga beállítás.

| | | | |
|---------------|---------------|---------------|--------------|
| hengerfelület | <u>h.</u> | <u>e.</u> | |
| | 27 | 57 | 2 |
| | 32 | 39 | |
| | 57 | | |
| | 32 | 58 | |
| | 55 | 38 |) 380 |
| | 32 | 58 | |
| | 56 | 38 |) 380 |

Lippmann beállítás $m=0$

víz gubó $b=0$.

Lippmann visszaverelése $m = \frac{154,8}{121,0} + 33,8$

| | | |
|----------------|-----------|-----------|
| hengerfelület. | <u>h.</u> | <u>e.</u> |
| | 50 | 59 |
| | 58 | 52 |
| |) 392 |) 393 |

Lippmann a kéknyomán egybeállításánál
beállítás $m=0$.

170. $a=20$ $b=14$ az egyenlőség

Lippmann visszaverelése $m = \frac{162}{111,4} - 50,6$

| | | |
|---------------|-----------|-----------|
| hengerfelület | <u>h.</u> | <u>e.</u> |
| | 13 | 60 |
| | 58 | 16 |
| |) 355 |) 856 |

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

felület = óra víz a felület

$b=0$

h.

e.

Lippmann víz a felület

50
59) 391

60
52) 392

12 óra 30 perces. a kéknyomán víz kiállításánál
Lippmann egybeállításánál visszaverelése $m = -\frac{206,9}{266,7} = -58,9$

| | |
|-----------|-----------|
| <u>h.</u> | <u>e.</u> |
| 7 | 59 |
| 55 | 10 |
|) 352 |) 551 |

egybeállítás.

~~70 perc de ide valószínűleg~~

60. 30m

hydrog

III es

a = 200 b = 41

Lippmann felhuzódott, viſſaállítva (+) nyomás = $\begin{matrix} 214,9 \\ 247,3 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 32,4 \text{ m}$

60. 25m

b = 0

Lippmann ponton viſſakís

60. 28m

b = 103

Lippmann felhuzódott, viſſaállítva (+) nyomás = $\begin{matrix} 259,3 \\ 203,8 \end{matrix}$

Méris közben egy méris kúral viſſament, ujra beállítva, (+) nyomás = $\begin{matrix} 203 \\ 260,2 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 57,2 \text{ m}$

60. 41-

b = 0

Lippmann ponton viſſakís.

h_c e.
 $\begin{matrix} 35 \\ 78 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 357 \quad \begin{matrix} 87 \\ 38 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 357$

60. 45m

b = 45

L. felhuzódott, viſſaállítva (+) nyomás = $\begin{matrix} 247,4 \\ 214,8 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 32,6$

b = 0

Pontonon viſſakís

b = 103

L. felhuzódott, viſſaállítva (+) nyomás = $\begin{matrix} 202,9 \\ 259,8 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 56,9$

60. 50m

b = 0

L. pontonon viſſakís.

a. e.
 $\begin{matrix} 34 \\ 77,5 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 356,5 \quad \begin{matrix} 80,1 \\ 37 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 357$

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA KÖNYVTÁRA

b = 41

L. felhuzódott, viſſaállítva (+) nyomás = $\begin{matrix} 246,3 \\ 215,7 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 30,6$

b = 0

L. pontonon viſſakís

60. 55m

b = 103

L. felhuzódott viſſaállítva (+) nyomás $\begin{matrix} 203,4 \\ 259,4 \end{matrix} \begin{matrix}) \\) \end{matrix} 56,0$

70. $b = 0$. Dippuan egg merikernol etona teit viipaa!

~~33~~
~~80,5~~
h. 33
78) 355
e. 80,5
27) 256,5

70.5 m. A rippat epellat believe i beeratolva

h. 64) 386
78) 387
e. 80) 387
77) 387
+ myonia = $\frac{254,4}{208,2} = 46,2$

70. 10 m $a = 20$ $b = 20$ - al 10-ker ide-ova polovint va, a dippuan fetitit vattogatta.

Leppafetitit h. 67) 389
78) 389
e. 81) 388
69) 388

70. 15 m $a = 20$ $b = 5$ hydrogenipilve

Lyyman + = $\frac{202,9}{259,8} = 56,9$

Meri kožben a merikun etolodott, ymeris

h. 59) 381
78) 381
e. 80) 381
67) 381
56) 379
77) 379
80) 387
67) 387
(+ myonia = $\frac{261,2}{201,2} = 60$)

70 30 m. $b = 0$

h. 57) 380
77) 380
e. 80) 385
65) 385

70 20 m h. 68) 289
79) 289
 $b = 0$
e. 75) 289
64) 289
Dippuan + myonia = $\frac{207,7}{254,6} = 46,3$

loma 70' 45 m. b = 5
 h. e.
 62 78
 76) 286 65) 387

lippua felhúzódt
 + nyomas ~~259,9~~ ~~204,7~~ 571,2
 ↙ = 207,2) 60,4
 261,6

2 70' 50 a=20 b=5
 h. e.
 53,5 79
 76,6) 377,5 56,5) 377,5

oxygenszála
 lippuan elörement
 + nyomas 243,2
 218,2) = 25

rit. 70' 55 m. b = 10,6
 h. e.
 44 78
 75) 269 48) 370

lippuan elörement + eye
 a fonitva állott be
 nyomas = 0.

80' b = 0
 h. e.
 66 78
 75) 391 69) 391

lippuan felhúzódt.
 + nyomas = 208,2) 45,7
 253,9

80' 5 m. b = 10,6
 h. e.
 43 78
 75) 368 49) 379

lippuan elörement
 nyomas = 0.

$$\begin{array}{r} 1007 \\ 1007 \\ \hline 2654 \\ 10270 \\ \hline 1054729 \\ \hline 956 \\ 956 \\ \hline 4730 \\ 4730 \\ \hline 8051 \\ 8051 \\ \hline 915630 \end{array}$$

$a(1+x)$
 $a^2(1+2x)$

$408 \quad 287$
 418
 $1,027 \quad (1 + \frac{11}{408})$
 $0,956 \quad (1 - \frac{13}{408})$
 $0,8946 \quad (1 - \frac{42}{408})$
 $0,916$
 $0,800$
 $287 \quad 1700 \quad 0,059$
 1435
 2650
 2543
 167
 $287 \quad 2450 \quad 0,085$
 2296
 1540
 $408 \quad 520 \quad 0,181$
 227
 2330
 229
 346
 $0,027$
 1100
 818
 2840
 400
 2200
 2000
 1160
 $1,059$
 $0,044$
 1622
 1680

$$\begin{array}{r} 0,8086 \\ 0,8086 \\ \hline 5746 \\ 5746 \\ \hline 5746 \\ 5746 \\ \hline 7184 \\ 7184 \\ \hline 7184 \\ 7184 \\ \hline 80030916 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \\ 17 \\ \hline 245 \\ 245 \\ \hline 245 \\ 245 \\ \hline 287 \\ 287 \\ \hline 1059 \\ 1059 \\ \hline 0915 \\ 0915 \\ \hline 0819 \end{array}$$

$$f = 7,617 - 0,0136t - 0,000035t^2$$

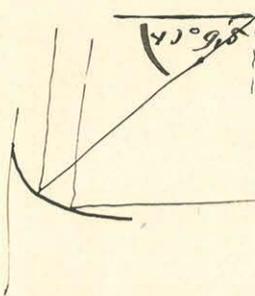
| t | T | p. | f. | $\frac{p^2 T}{1000 f^3}$ | measured value T ₁ | $\frac{T}{T_1}$ | Stated value K ₁ K ₂ T ₁ |
|-------|-------|---------|----------------------|--------------------------|-------------------------------------|-----------------|---|
| -10 | 263 | 2,1514 | 7,749 ¹⁶⁵ | 0,002616 | | | |
| -5 | 268 | 3,1605 | 7,684 ¹⁶⁷ | 0,005900 | -5° 248 | | |
| 0 | 273 | 4,5687 | 7,617 ¹⁶⁹ | 0,01289 | -14,69 258,91 | | |
| +5 | 278 | 6,5067 | 7,548 ¹⁷¹ | 0,02737 | -6,87 266,13 | | |
| +10 | 283 | 9,1398 | 7,477 ¹⁷² | 0,04492 | -2,19 270,81 | | |
| +15 | 288 | 12,6729 | 7,405 ¹⁷⁴ | | | | |
| +20 | 293 | 17,3632 | 7,331 ¹⁷⁴ | 0,2242 | 12,1 285,1 | | |
| +25 | 298 | 23,5174 | | | | | |
| 450 | 323 | 91,978 | 6,849 | 8,5055 | 45° 318° | | |
| 4100 | 373 | 760 | 5,907 | 1045,2 | 96,25 369,25 | | |
| 149,5 | 420,5 | 3534 | 4,751 | 49205 | | | |
| 204 | 482 | 14042 | 3,424 | 2246900 | | | |

myyppöytäntä & silmäkuvaa g₁ m₁ l₁ m₁ n₁
 - myyppöytäntä & silmäkuvaa g₂ m₂ l₂ m₂ n₂
 of its own nature.

| 1000000 $\frac{A}{p \cdot \lambda}$ | Ebből λ^3 | $\frac{p \cdot \lambda^2}{\lambda}$ | Ebből λ^3 | |
|-------------------------------------|-------------------|-------------------------------------|-------------------|-------|
| | | 0,3476 | 40,780 | |
| | | 0,3247 | 38,886 | |
| | | 0,3126 | 38,886 | |
| | | 0,3085 | 38,301 | |
| | | 0,2983 | 38,027 | |
| | | 0,2722 | 36,087 | |
| | | 0,2211 | 32,67 | |
| | | 0,2466 | | |
| | | 0,1590 | 31,813 | 33,17 |
| | | 0,1131 | 31,897 | 34,89 |
| | | 0,0789 | 32,06 | 37,36 |

Scappone aldit.

Fluorolith



Callimitor

Prognosis

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 230 | 440 | 6 | 171 | 421 |
| 170 | | 179 | | |
| 175 | 428 | 180 | 169 | 419 |
| 247 | | " | | |
| 233 | 426 | 5 | 174 | 424 |
| 169 | | 179 | | |
| 172 | 429 | 183 | 172 | 422 |
| 244 | | 10 | | |
| 248 | 429 | 6 | 178 | 422 |
| 177 | | 178 | | |
| 177 | 422 | 180 | 165 | 415 |
| 5 | | 15 | | |
| 248 | 425 | 7 | 172 | 422 |
| 171 | | 180 | | |
| 178 | 429 | 181 | 167 | 417 |
| 1 | | 14 | | |
| 247 | 426 | 6 | 182 | 422 |
| 172 | | 188 | | |
| 175 | 429 | 190 | 172 | 422 |
| 4 | | 17 | | |
| | | 8 | | |
| | | 186 | 178 | 428 |
| | | 192 | 172 | 422 |
| | | 22 | | |

127° 7' 20") 42° 10'
 180° 17' 20")
 317° 7' 30") 42° 9'
 16' 20")

x-x' enl'lek:

~~177~~
~~177~~
~~177~~
~~177~~
~~177~~

| clore | hita |
|-------|------|
| 440 | 428 |
| 426 | 429 |
| 429 | 422 |
| 425 | 429 |
| 426 | 429 |
| 421 | 419 |
| 424 | 422 |
| 422 | 415 |
| 422 | 417 |
| 432 | 422 |
| 428 | 422 |

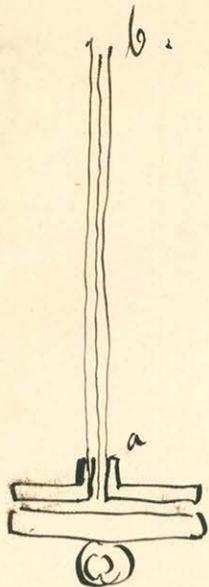
Écsipalera varstynje Katteloucterrel.

9,84 m. m.

9,78 m. m.

9,82 m. m.

b. Vincor 1884 Febr. 2 ikén



a b Capillaris és a Guinler-féle

Normal thermométer töredékeiből.

A töredék meghatározás a μ_m

Az első ^{hőmérő} pont -45° és $+107^\circ$ ig

Adja a higanyszál $= 35,7800 - 0,0002 = 35,7798$

a higanyszál $= 35,7200 - 0,0003 = 35,7197$

Hőmérő szaga $= 0,06519$

$= 65,1 \text{ mm}$

Hőmérő pont között $= 440 \text{ mm}$

Hőmérő szaga $= 13,896$

$lq = p$

$q = \pi r^2$

$lq = \pi r^2$

$r = \sqrt{\frac{p}{lq\pi}} = 0,05886$

The number μ_m

Értekezés.

az 2-2 és az 4-4 9) és 10) számú

Jomulák örökösülési szabályai gyűjteménye

1845 Aug. Bejegyzék

$$\frac{2257/6000}{4514} / 0,0026$$

$$\frac{2257/7000}{4598} \sin \frac{\delta_1}{2} - \sin \frac{\delta_2}{2}$$

$$\frac{2257/7000}{4598} \cos \delta_1$$

$$\frac{2257/7000}{852} / 0,0026$$

$$\frac{1}{\sin \frac{\delta_1}{2}} = 0,21587$$

$$\frac{1}{\sin \frac{\delta_2}{2}} = 9,077$$

$$\frac{1}{\sin \frac{\delta_2}{2}} = 4,632$$

$$\frac{1}{\sin \frac{\delta_3}{2}} = 2,147$$

Körig

$$\frac{1}{\sin \frac{\delta_3}{2}} = 2,147$$

TUDOMÁNYOS AKADEMIÁ
KÖNYVTÁRA

$$Sd = \frac{a \cos \delta}{r} \frac{d\delta}{\sin \delta} = \frac{a \cos \delta}{r \sin \delta}$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\cos \delta}{\sin \delta} \right) \frac{1}{r} \frac{\cos \delta \sin \delta - \cos \delta \sin \delta}{\sin \frac{\delta}{2} \sin \frac{\delta}{2}} = \frac{1}{r}$$

$$\sin \frac{\delta_1}{2} = 0,46587$$

$$\sin \frac{\delta_2}{2} =$$

| | Körig | | Körig | |
|----------|--------------------------|--------------------------|--|--------------------------|
| | Horizontal | Vertikal | Horizontal | Vertikal |
| a_{12} | $\delta_a = +2$ 2,253 | $\delta_b = +6$ 2,257 | $\delta_d = +7$ 2,290 | $\delta_e = -1$ 2,282 |
| a_{23} | $\delta_a = -4$ 2,247 | $\delta_b = -3$ 2,248 | $\delta_d = +2$ 2,285 | $\delta_e = -6$ 2,277 |
| | 2,250 | 2,252 | 2,287 | 2,279 |
| | Körig = 2,251 | | Körig 2,283 | |
| | Jachtes a körig tál | | $\frac{2260/8000}{6840} / 0,0035$ $\frac{1}{1160} \quad 0,25\%$ | |

Convert to a very bad form with calculator

$$\cos \frac{\delta'}{2} - \cos \frac{\delta}{2} + \frac{1}{2} \log \frac{1}{4} \frac{\delta'}{4} - \frac{1}{2} \log \frac{1}{4} \frac{\delta}{4}$$

~~$$-\frac{1}{2} \sin \frac{\delta'}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{\delta}{2} + \frac{1}{8} \frac{1}{\cos^2 \frac{\delta'}{4}} - \frac{1}{8} \frac{1}{\cos^2 \frac{\delta}{4}}$$~~

$$-\frac{1}{2} \sin \frac{\delta'}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{\delta}{2} + \frac{1}{8} \frac{1}{\cos^2 \frac{\delta'}{4}} - \frac{1}{8} \frac{1}{\cos^2 \frac{\delta}{4}}$$

$$-\frac{1}{2} \sin \frac{\delta'}{2} + \frac{1}{2} \sin \frac{\delta}{2} + \frac{1}{4} \frac{1}{\sin \frac{\delta'}{2}} - \frac{1}{4} \frac{1}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

$\sqrt{2}$

$$137 / 9.88 / 0.0072$$

$$\begin{array}{r} 137 \\ 9.88 \\ \hline 290 \end{array}$$

$$\frac{\cos \frac{\delta'}{2}}{\sin \frac{\delta'}{2}}$$

$$\frac{\cos \frac{\delta}{2} \cos \delta}{\sin \delta}$$

$$\frac{1}{2} \frac{\cos \delta}{\sin \delta}$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{\sin \frac{\delta}{2}} = \frac{1}{\sin \delta}$$

$$122 / 0.885 / 0.0072$$

$$\begin{array}{r} 122 \\ 0.885 \\ \hline 900 \end{array}$$

$$120 / 9.10 / 0.0072$$

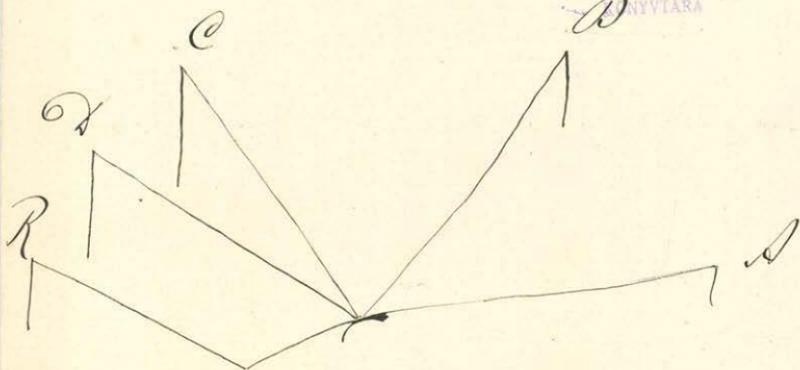
$$\begin{array}{r} 120 \\ 9.10 \\ \hline 490 \\ 569 \\ \hline 121 \end{array}$$

Budapest 1883. aug. 18.

Méltóságos Dávid ur!

Körvettemmel Méltóságát elki-
vorán után végerest trig-
onometriai eredménye a követ.

kerő:



$$\angle D = 16^{\circ} 25'$$

$$(C) = 25^{\circ} 30'$$

$$(D) = 49^{\circ} 55'$$

$$(R) = 68^{\circ} 55'$$

Minden mérés Re' kintén
beállításhoz eszközöltetett,
O és D. nál kintén a verti-
calis - és kintén a horizontális
hársóval. Ellérés az adatok
között egy eszben sem mutat-
kozik.

Mely levelesekkel jelenben,
maradlan állókijódnak
alárado rolyja
Barbiniék

$$\frac{14}{5} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{4}{5} \sin^2 \theta$$

$$\frac{2}{3} \sin^2 \theta \cos \frac{\theta}{2} + \frac{4}{5} \cos \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{2}{5} \sin^2 \theta \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta - \frac{2}{3} \sin^2 \theta$$

$$-\frac{2}{5} + \frac{8}{5} - \frac{6}{5}$$

$$+\frac{2}{3} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right)$$

$$+\frac{2}{3} \cos^2 \frac{\theta}{2} (2 - \cos \theta) \quad \cos^2 \theta = 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$+\frac{2}{3} \cos^2 \frac{\theta}{2} = 2$$

$$1 - \cos \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$+\cos \frac{\theta}{2} - \frac{4}{3} \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad 1 + 1 - \cos \theta$$

1091

Magy szimulacsi d. e. 10 kor felintett Rörken költés,
 utoljára 2:15 kor frissen felintett higany.

Vertikális

| | | | | | |
|---|----------------|----------------|-----|---|-----|
| R | 128 | 280 | 4 |) | 288 |
| E | 229 | 260 | 42 |) | 260 |
| D | 229 | 260 | 55 |) | 555 |
| C | | | 110 |) | |

| | | | |
|---|-----|---|-----|
| R | 208 |) | 549 |
| D | 27 |) | 553 |
| C | 90 |) | |

Horizontális

| | | | |
|---|------|---|-------|
| A | 0 |) | 181 |
| B | 81 |) | 116,5 |
| C | 97,5 |) | 62,5 |
| D | 60,4 |) | |
| E | 10 |) | 50 |

50 kint görbe volt

| | | | |
|--------------|----|---|-----|
| A | 0 |) | 180 |
| B | 80 |) | 115 |
| C | 98 |) | 60 |
| D | 61 |) | |

E is belin D is kint görbe

A higany szep. fele keroel vizigkuratott.

| | | | |
|---|-----|---|-----|
| R | 200 |) | 545 |
| D | 25 |) | 550 |
| C | 78 |) | |

| | | | |
|---|----|---|-----|
| A | 0 |) | 178 |
| D | 78 |) | 115 |
| C | 90 |) | 60 |
| D | 55 |) | |

E elö' fo'

MAGYAR
 TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
 KÖNYVTÁRA

| | | | |
|---|-----|---|-----|
| R | 221 |) | 539 |
| D | 10 |) | 551 |
| C | 61 |) | |

| | | | |
|---|----|---|-----|
| A | 0 |) | 180 |
| B | 80 |) | 110 |
| C | 90 |) | 65 |
| D | 55 |) | |

| | | | |
|---|-----|---|-----|
| R | 210 |) | 540 |
| D | 0 |) | 547 |
| C | 50 |) | |

| | | | | |
|---|----|---|-----|--------------|
| A | 0 |) | 177 | hát |
| B | 77 |) | 115 | D 50,5 |
| C | 92 |) | 62 | C 89 61,5 |
| D | 54 |) | | D 75 114 |
| | | | | A 99,5 175,5 |

R 190) 500
 D 220) 544
 E 14)

A 0) 175
 B 75) 112,5
 C 87,5) 60,5
 D 48)
 E j'

E -
 D 42) 59
 C 83) 115
 B 68) 177
 A 95)

ND. Kabit meylenni, must Ri.
 ben rita „meylennant“

R 172) 528
 D 200) 543
 E 243)

A 0) 177
 B 77) 112,5
 C 89,5) 59,5
 D 49)
 E -

E -
 D 42) 59
 C 83) 111
 B 72) 175
 A 97)

A 0) 172
 B 72) 112
 C 84) 58
 D 42)

D 42) 60
 C 82) 112
 B 70) 172
 A 98)

R 169) 526
 D 195) 542
 E 237)

A 0) 173,5
 B 73,5) 113,5
 C 86,5) 61,5
 D 48)

D 45) 61
 C 84) 110,5
 B 73,5) 174,5
 A 99)

Kabit meylenni meylennant.

A 0) 175
 B 75) 110
 C 85) 62
 D 47)

D 42) 60
 C 87) 109,5
 B 72,5) 145,5
 A 97)

A 0) 175
 B 75) 111,5
 C 86,5) 61
 D 47)

D 42,5) 61,5
 C 81) 110
 B 71) 177
 A 97)

R 162) 520
 D 185) 525
 E 220) 535

A 0) 174,5
 D 42,5) 62,5 ?
 C 80) 111
 D 69) 111
 D 48) 67
 A 94,5) 174,5

Uj. Kati.

R 150) 522
 D 172) 525
 E 200) 531

A 40,5) 176,5
 D 76,61) 191,5
 C 7) 111
 D 5) 110
 D 18) 67
 A 79) 67
 D 11) 174

A mérésnek formát állítását elutasítva után (aug. 17.
 d. a. 5 1/4 kor) újrat felvétel, a bizony felüle-
 tén a az eszközök beállításán mind sem változtatva.

Versikkálás

Hóvirókálás.

R 141
 X 165) 524
 C 197) 522

A 0) 174,5
 D 74,5) 109,5
 C 84) 60,5
 X 44,5) 99,5

128) 520
 158) 522
 191) 522

60,5) 172,5
 24) 110
 44) 58,5
 2,5) 99,5

124) 520
 154) 526
 190) 526

0) 172,5
 72,5) 110,5
 82) 60,5
 42,5) 99,5

121) 520
 152) 520
 182) 520

0) 172,5
 72,5) 110
 82,5) 60
 42,5) 99,5

121) 520
 151) 529
 180) 529

7) 171
 78) 110
 88) 60
 47) 99,5

A csépp átmérője a 45° hajlású Pervert-
 metszetben (ortályosi géppel mérve).

200 helyes Körülforogás is 120 } 110
 70 }

Teljes az átmérő 101,72 m. m.

Ezen mérésnek megjelése után a higanyszíj felülről
alulról felismerhető. Méréshez vagy 15 p. erd. Rézbe
megerősítve.

5

Aug. 17-én felírítotték bizony 1/4 órával a
felírították után.

Vest.

Horiz.

R 78, 557
S 125, 557
C 205, 570

0, 62,5
84, 184
2,5, 118,5
65,5, 62

72, 555
127, 555
195, 568

0, 62, 67
82,5, 182,5
1,5, 118
65, 62,5

62, 552
115, 552
180, 565

0, 184,5
84,5, 184,5
0,5, 116
62, 62,5

61, 549
110, 549
175, 565

0, 182,5
82,5, 182,5
98, 115,5
61,5, 62,5

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

57, 550
107, 550
168, 561

0, 182
82, 182
0, 117
29, 62

Aug 18. an a leguapvát femmaradt, vältörallan higyany.

Vest

Horiz

| | | | | | | | | | |
|------------------------------|----|---|-----|--------|---|-------|------|---|-------|
| R | 87 | | | | | | | | |
| I | 80 |) | 499 | 0 |) | 166 | 27 |) | 57,5 |
| | 91 |) | 511 | 66 |) | 106 | 69,5 |) | 104,5 |
| | | | | 72 |) | 57 | 65 |) | 166 |
| | | | | 29 | | | 99 | | |
| | | | | | | | | | |
| II | 87 | | | 0 |) | 164 | 27,5 |) | 57 |
| | 87 |) | 500 | 64 |) | 106 | 66,5 |) | 104,5 |
| | 91 |) | 510 | 70 |) | 57 | 62 |) | 164,5 |
| | | | | 27 | | | 97,5 |) | 164,5 |
| (Kati alaposan megkeresell.) | | | | | | | | | |
| III | 87 | | | 0 | | | 69 |) | 44,5 |
| | 80 |) | 499 | 64,5 |) | 164,5 | 24,5 |) | 57 |
| | 91 |) | 511 | 70,5 |) | 106 | 67,5 |) | 105 |
| | | | | x 25,5 |) | 55 | 62,5 |) | 165,5 |
| | | | | Σ 72 |) | 46,5 | 97 | | |
| | | | | | | | | | |
| IV | 87 | | | 0 |) | 165 | 68 |) | 45 |
| | 87 |) | 499 | 65 |) | 104 | 22 |) | 56 |
| | 91 |) | 510 | 69 |) | 57 | 67 |) | 105 |
| | | | | 26 |) | 44,5 | 62 |) | 164,5 |
| | | | | Σ 70,5 | | | 97,5 | | |
| | | | | | | | | | |
| V | 82 | | | 42 |) | 164 | 11 |) | 44,5 |
| | 82 |) | 500 | 7 |) | 104,5 | 66,5 |) | 56,5 |
| | 92 |) | 511 | 11,5 |) | 57 | 10 |) | 105 |
| | | | | 68,5 |) | 44,5 | 5 |) | 165 |
| | | | | Σ 12 | | | 40 |) | |

x) E a horizontális károsítás helyesen kiegyensúlyozott
 J ariszt a mérésnek sorában ez is bevonatott.

Folytatás.

189) 500
 VI 189) 512
 201

A 88) 164,5
 B 52,5) 105,5
 C 58) 56
 D 14) 45
 E 59

57) 45
 12) 56
 56) 105
 51) 165
 86

190) 499
 VII 189) 512
 201

10) 165
 75) 105
 80) 57
 37) 44
 81

79) 45
 24) 56
 78) 105
 70) 165
 8

190) 498
 VIII 188) 512
 202

69) 165
 34) 105
 29) 56
 95) 45
 40

28) 45
 92) 56
 37) 105
 22) 165
 67

189) 499
 IX 188) 512
 201

48) 165
 12) 106
 19) 56
 75) 45
 20

18) 45
 72) 57
 16) 105
 11) 164
 47

188) 500
 X 188) 514
 202

29) 164
 92) 105
 98) 56
 54) 45
 99

96) 44,5
 51,5) 55,5
 96) 105
 91) 165
 26

MAGYAR
 TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
 KÖNYVTÁRA

Rövid értékek I - II mértékben:

(PR) 499,2
 (SE) 511,8

AD 164,8
 DC 105,1
 BD = 161,55

72

A Kuntakameter luvonvot nypel fohseidne, a

ruviesek kintomaten nana vakkortutut

hijanyon sijhit myperdovok.

| | | | | | | | |
|-----|---|------|---|-------|------|---|-------|
| 186 | | 95 |) | 165,5 | 20 |) | 55 |
| 186 |) | 60,5 |) | 106 | 65 |) | 106 |
| 199 |) | 66,5 |) | 56 | 59 |) | 164,5 |
| | | 22,5 |) | | 94,5 |) | |

| | | | | | | | |
|-----|---|-----------------|---|------|------|---|-------|
| 186 | | 87,5 |) | 168 | 10 |) | 56 |
| 186 |) | 87,5 |) | 106 | 54 |) | 105,5 |
| 196 |) | 57,5 |) | 56,5 | 48,5 |) | 164,5 |
| | | 12 |) | | 84 |) | |

| | | | | | | | |
|-----|---|------|---|-------|------|---|-------|
| 186 | | 20 |) | 163,5 | 45 |) | 54 |
| 185 |) | 86,5 |) | 105,5 | 91 |) | 106 |
| 197 |) | 92 |) | 56,5 | 85 |) | 163,5 |
| | | 48,5 |) | | 21,5 |) | |

Johanna vakkon Eira

A hijanyosepp selet ruv lamerret veijkurva.

| | | | | | | | |
|-----|---|----|---|-----|-----|---|-------|
| 200 |) | 5 |) | 179 | 55 |) | 60 |
| 240 |) | 84 |) | 114 | 95 |) | 110 |
| 28 |) | 98 |) | 60 | 82 |) | 177,5 |
| | | 58 |) | | 4,5 |) | |

| | | | | | | | |
|-----|---|----|---|-----|----|---|-----|
| 172 |) | 44 |) | 174 | 88 |) | 61 |
| 205 |) | 18 |) | 112 | 27 |) | 112 |
| 248 |) | 20 |) | 60 | 15 |) | 176 |
| | | 90 |) | | 29 |) | |

| | | | | | | | |
|-----|---|------|---|-------|------|---|-------|
| 159 |) | 62,5 |) | 174,5 | 8 |) | 59 |
| 193 |) | 37 |) | 113 | 49 |) | 114,5 |
| 233 |) | 50 |) | 59 | 34,5 |) | 174,5 |
| | | 9 |) | | 60 |) | |

| | | | | | | | |
|-----|---|------|---|-----|------|---|-------|
| 157 |) | 87,5 |) | 174 | 21,5 |) | 59 |
| 181 |) | 61,5 |) | 113 | 72,5 |) | 110 |
| 222 |) | 74,5 |) | 60 | 59,5 |) | 173,5 |
| | | 34 |) | | 86 |) | |

7

140) 528
168) 536
206

87) 173
60) 113
73) 58,5
37,5) 58,5

30) 59
71) 112
59) 173
86

136) 524
160) 535
195

92) 172,5
65,5) 111
76,5) 58,5
35) 58,5

33,5) 58,5
75) 112
63) 173,5
90,5

128) 523
157) 535
186

76,5) 171
47,5) 111
88,5) 59
37,5) 59

15) 58
57) 111
46) 171,5
74

MA = 171,2 BD = 168,5

Vin nagy fronton a nyugat felé illik.

12. 50 p. kor kijárányal felé.

Mérics 1. 15 p. Kor.

225) 557
42) 575
117

38) 182
21) 119
40) 62
2

0) 62
27) 118
19) 182
27

220) 555
25) 565
100

22) 181
4) 118
22) 62
85

84) 62
21) 115
6) 182
24

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

1. Kor a csépp egy oldal felé megbermölve.

Stávre igazítás (csomópontok és irányjelölés) után

2. mérics 2. kor megkeresés.

97) 521
128) 540
168

90) 174
64) 111
75) 58
33

31) 57
74) 112
62) 175
87

92) 520
122) 528
160) 528

86) 529,5
115,5) 527,5
152) 527,5

89) 524
112) 526
149) 526

84) 524
108) 526
144) 526

63) 520
83) 531
114) 531

63) 577
80) 591
111) 591

58) 579
77) 592
109) 592

55) 520
75) 530
105) 530

53) 522
75) 529
104) 529

53) 578
71) 529
100) 529

65) 170
28) 170
49) 111
7) 58

43,5) 170
16,5) 170
26,5) 110
26) 60

76,5) 172,5
49) 110
59) 58
17) 58

98) 170
71) 109,5
80,5) 58
28,5) 58

79) 170,5
49,5) 109
58,5) 58
16,5) 58

86) 168
54) 108
62) 58
20) 58

31) 171
2) 108,5
10,5) 57,5
68) 57,5

38) 171
9) 107,5
16,5) 58,5
75) 58,5

87) 170
57) 109
66) 58
24) 58

5) 169
74) 109
83) 57
40) 57

5) 60,5
44,5) 108
36,5) 172,5
64) 172,5

84) 58,5
25,5) 110
15,5) 170
22,5) 170

15) 60,5
54,5) 107
47,5) 170
24) 170

26,5) 58,5
78) 109
69) 172,5
96,5) 172,5

15) 58,5
56,5) 109
47,5) 170,5
77) 170,5

18) 57
61) 110
57) 169
82) 169

67,5) 58,5
9) 109
0) 171
29) 171

78) 57
76) 108,5
75) 170,5
37) 170,5

22) 57
65) 109
56) 170
86) 170

29) 57
82) 109
73) 170
3) 170

8

50) 578
68) 527
95

28) 170
98) 108
6) 58
64

62) 57,5
4,5) 169
95,5) 170
25,5

50) 577
67) 527
94

57) 169
26) 108
34) 58
92,5) 58,5

91,5) 59
32,5) 107,5
25) 170
55

47) 578
55) 528
93

60) 169,5
29,5) 108,5
38) 58
96

94) 57,5
36,5) 108,5
28) 169
59

47) 577
64) 526
90

69) 169
38) 109
47) 58
5

3) 58
45) 107
38) 170
68

45) 517
62) 528
90

56) 169
24) 108
32) 58,5
90,5

88,5) 58,5
20) 107,5
22,5) 169,5
50

45) 516
61) 527
88

68,5) 169,5
38) 108
46) 59
5

1,5) 57
44,5) 108,5
26) 169
67

42) 517
60) 527
86

77) 170
7) 109
16) 58
74

72) 58
14) 108
6) 170
26

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

Athérov 45-~~45~~ - 45,5 m m.

~~$n_1 = 42,6$
 $n_2 = 45,2$
 $n_3 = 46,9$~~

$n_1 = 19,8$
 $n_2 = 22,4$
 $n_3 = 23,1$

Kis gyűrű nagy keállítás, 40 eszűs, havi vitűs.

| | | | | |
|-------|------|-------|-----|------|
| 174 | +4 | 169 | +9 | +1 |
| 175 | +5 | 169 | +9 | +1 |
| 183 | +12 | 181 | +15 | +13 |
| 182 | +12 | 181 | +15 | +13 |
| 181 | +11 | 181 | +15 | +13 |
| 182 | +12 | 178 | + | +16 |
| 170 | +3 | 169 | | +1 |
| 172,5 | +2,5 | 168,5 | | +0,5 |
| 170 | +3 | 170 | | +2 |
| 170 | +3 | 168,5 | | +0,5 |
| 172,5 | +2,5 | 168 | | +55 |
| 170 | +3 | 167,5 | | -0,5 |
| 170 | +3 | 167,5 | | -0,5 |
| 172,5 | +2,5 | 167,5 | | -0,5 |
| 170,5 | +0,5 | 167 | | -1 |
| 170,5 | +0,5 | 167,5 | | -0,5 |
| 168 | -2 | 166 | | -2 |
| 169 | -1 | 167 | | -1 |
| 171 | +1 | 166 | | -2 |
| 171 | +1 | 167,5 | | -0,5 |
| 171 | +1 | 166 | | -2 |
| 170,5 | +0,5 | 165,5 | | -2,5 |
| 170 | | 162 | | -1 |
| 170 | | 166 | | -2 |
| 169 | -1 | 166 | | -2 |
| 170 | | 166 | | -2 |
| 170 | | 166 | | -2 |
| 170 | | 166,5 | | -1,5 |
| 169 | -1 | 166,5 | | -1,5 |
| 170 | | 166,5 | | -1,5 |
| 169,5 | -0,5 | 166,5 | | -1,5 |
| 169 | -1 | 166 | | -2 |
| 169 | -1 | 167 | | -1 |
| 170 | | 165 | | -2 |
| 169 | -1 | 166,5 | | -1,5 |
| 169,5 | -0,5 | 166 | | -2 |
| 169,5 | -0,5 | 167 | | -1 |
| 169 | -1 | 165,5 | | -2,5 |
| 170 | | 167 | | -1 |
| 170 | | 166 | | -2 |

$u_1 = 19,8 \quad u_2 = 22,4 \quad u_3 = 20,1$

$a = \frac{z_1 - z_2}{P + \frac{a}{u_1} Q + R} \quad R = -\sqrt{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{a(u_1 - u_2)}{u_1^2} c + \frac{c a^2}{2 u_0^2} (\sin \delta' - \sin \delta) - \frac{c^2 a^2}{\sqrt{2} u_0^2} (\sin \frac{\delta'}{2} - \sin \frac{\delta}{2})$

R_{12} kisámitás $a = 2,3$ eszűkkel.

$\frac{\delta_1}{2} = 20' 12''$

$\log \sqrt{2} = 0,1505150$
 $\log \sin \frac{\delta}{2} = 0,7468015 - 2$
 $\log a = 0,3617278$
 $\log u_1 - u_2 = \log 2,6 = 0,4149720$

$\frac{2,3}{10}$

$0,48802 \cdot \frac{1}{6}$
 $212,3 - 1,1 \frac{a}{u_0} = \frac{1}{7}$
 $24,7 \frac{1}{u_1} \frac{1}{3}$

$\sqrt{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{a(u_1 - u_2)}{u_1^2} c = 0,000941$
 $\sqrt{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{a(u_1 - u_2)}{u_1^2} c = 0,000314$

$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{87} \cdot 0,48802$

$486 / 0,48802 / 0,00100$

$\frac{c a^2}{2 u_0^2} (\sin \delta' - \sin \delta) = 0,00100$

$\frac{1}{44} \frac{1}{9} \frac{1}{87} 0,2601$

$\frac{c^2 a^2}{\sqrt{2} u_0^2} (\sin \frac{\delta'}{2} - \sin \frac{\delta}{2}) = 0,00026$

$12,6$

1008

$R_{12} = +0,00043$

$0,000574$
 00100
 $0,00043$

R_{23} kisámitás

$0,216$
 $1,42$
 602
 1264
 216
 $0,44872 \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{7}{201} \cdot \frac{1}{5}$
 $6 / 0,24 / 0,057$
 $0,00057$

$\frac{3,143}{6930} \quad 6930 / 3,1430 / 0,00045$
 $\frac{24720}{37100}$

$\sqrt{2} \sin \frac{\delta}{2} \frac{a(u_1 - u_2)}{u_1^2} c = 0,00045$
 $\frac{c a^2}{2 u_0^2} (\sin \delta' - \sin \delta) = 0,00057$
 $\frac{c^2 a^2}{\sqrt{2} u_0^2} (\sin \frac{\delta'}{2} - \sin \frac{\delta}{2}) = 0,00020$

$\frac{1}{126} / 0,2570 / 0,0002$

$R_{23} = -0,00008$

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

$0,00045$
 $-0,00008$
 $+0,00057$
 8

$+84 - 10,5$
 $40 + 73,5 / 18,4$
 375
 150

| | |
|----------------------|----------------------|
| Körp | Körp |
| 171,84 | 168,3 |
| $z_2 - z_1 = 0,8592$ | $z_3 - z_2 = 0,8415$ |
| $a_I = 2,3358$ | $a_I = 2,3131$ |
| $a_{II} = 2,2500$ | $a_{II} = 2,2455$ |
| $a_{III} = 2,2530$ | $a_{III} = 2,2474$ |

Szinusz és koszinuszi négyzetek táblája

| | | | | |
|-------------|---------------------------------------|---|---------------------------------------|--------------|
| ny. gy. sz. | $\delta_1 = 6^\circ 24'$ | $\frac{\delta_1}{2} = 3^\circ 12'$ | $\sin \frac{\delta_1}{2} = 0,0558215$ | $0,2601035$ |
| | $\delta_2 = 36^\circ 50'$ | $\frac{\delta_2}{2} = 18^\circ 25'$ | $\sin \frac{\delta_2}{2} = 0,3159250$ | $0,2573535$ |
| | $\delta_3 = 69^\circ 57 \frac{1}{2}'$ | $\frac{\delta_3}{2} = 34^\circ 58 \frac{1}{4}'$ | $\sin \frac{\delta_3}{2} = 0,5732785$ | $u_3 = 51,3$ |

0,5733387
 297,2
 1986
 596
 0,5732785

$\sin \delta_1 = 0,1114689$
 $\sin \delta_2 = 0,5994893$
 $\sin \delta_3 = 0,9394437$

$u_1 = 48$
 $u_2 = 50,6$
 $u_{12} = 49,7$
 $u_{23} = 57,2$

0,2848520
 4647
 2320
0,2849217

$\sin(\frac{\delta_2}{2} - \frac{\delta_1}{2}) = \sin 16^\circ 33 \frac{3}{4}' = 0,2849217$
 $\sin(\frac{\delta_2}{2} - \frac{\delta_1}{2}) = \sin 15^\circ 13' = 0,2624699$

$\log 0,2601035 = 0,4151462$
 $\log r_2 = 0,1505150$
 $\log P_{12} = 0,5656612 - 1$
 $P_{12} = r_2(\sin \frac{\delta_2}{2} - \sin \frac{\delta_1}{2}) = 0,367846$

$\log 0,2573535 = 0,4105300 - 1$
 $\log P_{23} = 0,5610450 - 1$
 $P_{23} = r_2(\sin \frac{\delta_3}{2} - \sin \frac{\delta_2}{2}) = 0,363953$

$a = \frac{2'-2}{P + \frac{a}{u_0} Q}$
 $Q = \frac{1}{3} \left\{ \frac{\sin \frac{\delta_1' - \delta_1}{2} - (\sin \frac{\delta_1'}{2} - \sin \frac{\delta_1}{2})}{\sin \frac{\delta_1'}{2} \sin \frac{\delta_1}{2}} + \frac{1}{2} (\sin \delta_1' - \sin \delta_1) \right\}$

$a_{12} = \frac{0,2624699}{0,2601035} = 0,3740882 - 3$
 $\log \frac{0,0023664}{0,1277027} = 0,2463855 - 2$

$\log \sin \frac{\delta_1}{2} = 0,7468015 - 2$
 $\log \sin \frac{\delta_2}{2} = 0,4995840 - 1$
0,2463855 - 2

$\frac{\sin \frac{\delta_2 - \delta_1}{2} - (\sin \frac{\delta_2}{2} - \sin \frac{\delta_1}{2})}{\sin \frac{\delta_2}{2} \sin \frac{\delta_1}{2}} = \frac{0,13418}{0,24401} = 0,57819$

$Q_{12} = 0,12606$
 $\log Q_{12} = 0,1003705 - 1$
 $\log Q_{12} = 0,1005773 - 1$

$Q_{23} = \frac{0,2849217}{0,2573535} = 0,4404084 - 2$
 $\log \frac{0,0023664}{0,1277027} = 0,2463855 - 2$

$\log \sin \frac{\delta_2}{2} = 0,4995840 - 1$
 $0,7583550 - 1$
0,2463855 - 2

$0,4404084 - 2$
 $2579390 - 1$
0,1824694 - 1
 $0,15222$
 $0,16998$
 $0,32220$

$Q_{23} = 0,10746$
 $\log Q_{23} = 0,0310043 - 1$
 $Q_{23} = 0,073333$
 $\log Q_{23} = 0,8652995 - 2$

$u' - (u' - u)$

$\frac{1}{u' - (u' - u)} = \frac{1}{u'} \left(\frac{1}{1 - \frac{u' - u}{u'}} \right) = \frac{1}{u'} \left(1 + \frac{u' - u}{u'} \right) = \frac{1}{u'} + \frac{u' - u}{u'^2}$

MAGYAR
 TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
 KÖNYVTÁRA

$a = \frac{2'-2}{P + \frac{a}{u_0} Q} = \frac{2'-2}{P + \frac{a}{u_0} Q} = \frac{2'-2}{P + \frac{a}{u_0} Q} = \frac{2'-2}{P + \frac{a}{u_0} Q}$

ny. gy. sz.

| | |
|---------------------|----------------------|
| $2_1 - 2_1 = 0,856$ | $2_2 - 2_2 = 0,8425$ |
| $a_I = 2,3324$ | $a_{II} = 2,2897$ |
| $a_{II} = 2,2897$ | $a_{III} = 2,2904$ |

| | |
|---|---|
| $P = r_2(\sin \frac{\delta_1'}{2} - \sin \frac{\delta_1}{2})$ | $Q = \frac{1}{3} \left(\frac{\sin \frac{\delta_1' - \delta_1}{2} - (\sin \frac{\delta_1'}{2} - \sin \frac{\delta_1}{2})}{\sin \frac{\delta_1'}{2} \sin \frac{\delta_1}{2}} + \frac{1}{2} (\sin \delta_1' - \sin \delta_1) \right)$ |
| $a_I = 2,3149$ | $a_{II} = 2,283$ |
| $a_{II} = 2,283$ | $a_{III} = 2,2847$ |

Nagy billésen vertikális irányú.

Formula. $a = \frac{u' - u}{\sqrt{2} \left(P + \frac{Q}{2u_0} \right)}$ $a = \frac{u' - u}{P + \frac{Q}{u_0}}$

$P = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\delta_1}{2} - \cos \frac{\delta_2}{2} + \frac{1}{2} \log \frac{1 + \frac{\delta_1}{4}}{1 + \frac{\delta_2}{4}} \right)$

$\log u_0 x = 2,302585 \log u_0 x$

$Q = \frac{1}{4} \log \frac{1 + \frac{\delta_1}{4}}{1 + \frac{\delta_2}{4}} + \frac{1}{6} (\cos \delta_1 - \cos \delta_2) + \frac{1}{48} \frac{\cos \frac{\delta_1}{2} - \cos \frac{\delta_2}{2}}{\cos^2 \frac{\delta_1}{4} \cos^2 \frac{\delta_2}{4}}$

Nagy gyűrű
 $\delta_1 = 12^\circ 45'$ környelű
 $\delta_2 = 24^\circ 57 \frac{1}{2}'$ luh bis
 ~~$\delta_3 = 40^\circ 32 \frac{1}{2}'$~~ Toldalon
 $\delta_3 = 55^\circ 32 \frac{1}{2}'$ erőlükör
 $u_1 - u_2 = 1,956$
 $u_2 - u_3 = 1,047$

Kis gyűrű
 Környelű és 20 incheleit

$u_2 - u_1 = 1,0699$

$u_3 - u_2 = 1,0476$

$u_{201} = 21,5$

$u_{302} = 22,5$

$u_2 - u_1 = 1,0626$ $u_{201} = 49,5$

$u_3 - u_2 = 1,0424$ $u_{302} = 50,5$

1,2 bit

$a_I = 2,3491$

$a_{II} = 2,3111$

$a_{III} = 2,3116$

23 bit

$a_I = 2,3299$

$a_{II} = 2,2950$

$a_{III} = 2,2965$

1,2 bit

$a_I = 2,3653$

$a_{II} = 2,2843$

$a_{III} = 2,2872$

23 bit

$a_I = 2,3415$

$a_{II} = 2,26403$

$a_{III} = 2,2665$

$\log P_{23} = 0,6506966 - 1$

$\log P_{12} = 0,6554614 - 1$

$P_{12} = 0,452736$

$0,1261$

$P_{23} = 0,4474007$

$0,0331$

$R_{12} = 0,01877$

$0,15719$

$R_{12} = 0,1522$

$Q_{12} = 0,099918$

$0,1964249 - 1$

$Q_{23} = 0,14717$

$\log Q_{12} = 0,9996437 - 2$

$\log Q_{23} = 0,1678793 - 1$

+) a, Q - kismértékűen $\frac{1}{48} \frac{\cos \frac{\delta_1}{2} - \cos \frac{\delta_2}{2}}{\cos^2 \frac{\delta_1}{4} \cos^2 \frac{\delta_2}{4}}$ elhanyagolható értékű egyenlő 4800 a kis gyűrűnél

$\delta_1 = 12^\circ 45'$ $\cos \delta_1 = 0,9753423$

$\frac{\delta_1}{2} = 6^\circ 22 \frac{1}{2}'$ $\cos \frac{\delta_1}{2} = 0,9938165$

$\delta_2 = 24^\circ 57 \frac{1}{2}'$ $\cos \delta_2 = 0,9066949$

$\frac{\delta_2}{2} = 12^\circ 28 \frac{3}{4}'$ $\cos \frac{\delta_2}{2} = 0,9763746$

$\delta_3 = 55^\circ 32 \frac{1}{2}'$ $\cos \delta_3 = 0,5658368$

$\frac{\delta_3}{2} = 27^\circ 46 \frac{1}{4}'$ $\cos \frac{\delta_3}{2} = 0,8848183$

$\frac{\delta_1}{4} = 3^\circ 11 \frac{1}{4}'$ $\log \frac{1 + \frac{\delta_1}{4}}{1 + \frac{\delta_2}{4}} = 0,7457759 - 2$

$\frac{\delta_2}{4} = 6^\circ 14 \frac{3}{8}'$ $\log \frac{1 + \frac{\delta_2}{4}}{1 + \frac{\delta_3}{4}} = 0,0387446 - 1$

$\frac{\delta_3}{4} = 13^\circ 53 \frac{1}{8}'$ $\log \frac{1 + \frac{\delta_3}{4}}{1 + \frac{\delta_1}{4}} = 0,3930524 - 1$

A távolság nem volt vertikális irányú

$P = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\delta_1}{2} - \cos \frac{\delta_2}{2} + \frac{1}{2} \log \frac{1 + \frac{\delta_1}{4}}{1 + \frac{\delta_2}{4}} - \frac{1}{2} \log \frac{1 + \frac{\delta_2}{4}}{1 + \frac{\delta_3}{4}} \right)$

$\delta P = -0,0036$

$\delta P_{12} = +0,00583$

$\delta P_{23} = +0,00379$

$\delta P = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(-\sin \frac{\delta_1}{2} + \sin \frac{\delta_2}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sin \frac{\delta_1}{4}} - \frac{1}{\sin \frac{\delta_2}{4}} \right) \right) \delta \delta$

| Nagy gyűrű | | Kis gyűrű | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| (1,2) | (2,3) | (1,2) | (2,3) |
| $a_I = 2,3192$ | $a_{II} = 2,3103$ | $a_I = 2,3352$ | $a_{II} = 2,3229$ |
| $a_{III} = 2,2857$ | $a_{III} = 2,2767$ | $a_{III} = 2,2571$ | $a_{III} = 2,2479$ |

Csak az $\frac{1}{2}$ távolság

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADEMIA KÖNYVTÁRA

Augen, etc. in Oberfläch. von Flüssigk.

Ms 5098 / 39

117425

W. 1/2

1845

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

Über
die Oberfläche der Flüssigkeiten.

Von
H^{rn}. H A G E N.

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 29. Mai 1845.]

Die freie Oberfläche der Flüssigkeiten zeigt sowol im Zustande der Ruhe, als der Bewegung manche eigenthümliche Erscheinungen, welche andere Verhältnisse andeuten, als im Innern der Flüssigkeit statt finden.

Leichte Körper werden, wenn sie nicht benetzt sind, von der Oberfläche getragen, ohne sie zu durchbrechen und ohne in die Flüssigkeit selbst einzutauchen: sie veranlassen nur ein Durchbiegen der Oberfläche, und in gleicher Weise krümmt sich diese abwärts, sobald sie von irgend einem Körper begrenzt wird, den sie nicht benetzt. Wenn dagegen der schwimmende Körper, oder die Wand des Gefäßes benetzt ist, so erhebt sich die Flüssigkeit daneben über das allgemeine Niveau, und bildet einen aufwärts gekehrten Rand.

Diese auf- und abwärts gekehrten Ränder veranlassen ein sehr auffallendes gegenseitiges Anziehen und Abstossen leichter schwimmender Körper: gleichartige Ränder ziehen sich an, ungleichartige stoßen sich ab. Wenn man ein Stückchen Holz an dem einen Ende mit *Semen lycopodii* einreibt, um die Benetzung zu verhindern und es auf Wasser schwimmen läßt; so wird es von einem benetzten Stäbchen, welches man gleichfalls in das Wasser taucht, auf der einen Seite angezogen, auf der andern abgestossen: aber dieses Stäbchen äußert sogleich eine gerade entgegengesetzte Einwirkung auf die beiden Enden des schwimmenden Körpers, wenn man es tiefer eintaucht, so daß ein abwärts gekehrter Rand sich um dasselbe bildet.

Kleine Quantitäten Flüssigkeit, die auf nicht benetzten Flächen ruhen, hören ganz auf, sich als Flüssigkeiten zu zeigen: ein Quecksilber-Tröpfchen, das auf Holz oder auf Glas aufliegt, wird durch die Spannung der umgeben-

Physik.-math. Kl. 1845.

F

den Oberfläche nahe zu einer Kugel zusammengezogen. Die einzelnen Theilchen desselben nehmen nicht mehr die Lage an, welche dem hydrostatischen Gleichgewichte entspricht, und die ganze Masse ist sogar weniger beweglich, als eine gleich große feste Kugel.

Die Oberfläche des Wassers zeigt sich zuweilen auch ganz frei und getrennt von der innern Masse. Dieses geschieht, wenn aus der Flüssigkeit Luft emporsteigt. Die Flüssigkeit selbst weicht vor der viel leichteren Luft zurück, aber die festere Oberfläche widersteht einem geringen Drucke, ohne sich zu trennen, und schwillt zu einer Blase auf. Sie erscheint alsdann als eine feste elastische Lamelle, deren Gestalt man durch äußere Eindrücke willkürlich verändern kann.

Eine andere Eigenthümlichkeit der Oberfläche betrifft einen gewissen Mangel an Beweglichkeit. Bei regelmäßiger Strömung des Wassers bemerkt man, daß die Oberfläche nicht vollständig an der Bewegung der darunter befindlichen Masse Theil nimmt, und langsamer als diese sich fortbewegt. Im Innern des Wassers verändert sich die Geschwindigkeit nach einem ganz andern Gesetze, sie wird nämlich in größerer Tiefe kleiner, und dicht über dem Boden ist sie am geringsten. Man muß daher annehmen, daß die Verzögerung der obern Schichten von der mindern Beweglichkeit der Oberfläche herrührt. Die meisten genauern Geschwindigkeits-Messungen in Flüssen und selbst in Strömen zeigen diese Erscheinung; besonders deutlich bemerkt man sie aber in kleinen Canälen, die mit Glaswänden eingefast sind. Wenn man nämlich einen mit dicker Tusche gefüllten Pinsel mit der Oberfläche momentan in Berührung bringt; so senkt sich die Tusche in Form eines schwarzen Streifen langsam herab. Bewegten sich die Schichten in verschiedener Tiefe mit gleicher Geschwindigkeit, so würde dieser Streifen im fließenden Wasser zwar fortrücken, aber seine lothrechte Stellung behalten: an seiner Neigung erkennt man daher die Zunahme oder Abnahme der Geschwindigkeit in den verschiedenen Schichten. Die Erscheinung ist diese, daß der Streifen anfangs oder in seinem obern Theile sich stark nach vorn hinzieht, und alsdann in entgegengesetzter Richtung sich rückwärts wendet. Die größte Geschwindigkeit findet also in einiger Tiefe unter der Oberfläche statt.

Endlich erwähne ich noch der sehr auffallenden Bewegungen, welche bei der Bildung und beim Zusammenfließen einzelner Tropfen eintreten: sie zeigen sehr deutlich, daß nicht nur die Flüssigkeit in ihrer ganzen Masse

sich ins Gleichgewicht setzt, sondern dafs die Darstellung des Gleichgewichtes in der Oberfläche noch von besondern Bedingungen abhängig ist, welche bei kleineren Massen einen überwiegenden Einfluß äußern.

Die erwähnten Erscheinungen lassen vermuthen, dafs die Oberfläche eine festere Decke sei, deren dicht zusammengedrückte Theilchen, wenn sie auch noch immer leicht trennbar und verschiebbar sind, dennoch einen viel stärkern Zusammenhang haben, als die Theilchen im Innern der Flüssigkeit.

Die Gestalt der Oberfläche der Flüssigkeiten im Zustande der Ruhe führt gewissermaßen schon zur Erklärung dieser Erscheinungen, so wie zur Auffindung der mechanischen Gesetze, von denen sie abhängen. Diese Gestalt läßt sich durch verschiedenartige Messungen sehr sicher untersuchen, und wenn man die einschließenden Wände nahe zusammenbringt, so stellt sich nicht nur der erwähnte gekrümmte Rand dar, sondern die ganze Oberfläche hebt oder senkt sich sehr bedeutend über oder unter den allgemeinen Horizont. Diese besondere Modification der Erscheinung nennt man die *Capillar-Erscheinung*. Sie ist vielfach der Gegenstand ausgedehnter Untersuchungen gewesen, und selbst die größten Mathematiker wie Laplace, Gauss und Poisson haben sich ausführlich damit beschäftigt.

Nichts desto weniger darf man den Gegenstand noch nicht als vollständig erschöpft ansehen, denn eines Theils zeigt diejenige Flüssigkeit, welche man vorzugsweise bei den Beobachtungen benutzt hat, nämlich das Wasser, eine so auffallende Verschiedenheit in den Resultaten, dafs die aufgefundenen allgemeinen Gesetze bisher kaum eine sichere Bestätigung in den Messungen gefunden haben. Poisson zeigt freilich, dafs zwei von den Beobachtungen, die Gay-Lussac an verschiedenen Röhren anstellte, mit einer kaum zu erwartenden Schärfe unter sich übereinstimmten, indem der Werth der Constante, der aus der einen Messung hergeleitet wurde, die Erhebung des Wasserspiegels in der andern Röhre bis auf den fünftausendsten Theil ihrer Gröfse richtig darstellte. Laplace meint dagegen, dafs die Beobachtungen im Allgemeinen sehr verschieden ausfallen, und dafs bei gleichem Röhrendurchmesser und gleicher Flüssigkeit die Erhebung zuweilen noch einmal so groß, als in andern Fällen gefunden sei. Der Mangel an Übereinstimmung stellt sich nach Brewster's Mittheilung aber noch auffallender heraus, denn die zehn Angaben des Werthes der Constante, die er zusam-

menstellt⁽¹⁾, und welche großentheils von berühmten Physikern herrühren, variiren zwischen 2,1 und 5,3 und der wahrscheinliche Fehler des einzelnen Resultates, dem doch gewifs jedesmal mehrere Beobachtungen zum Grunde liegen, ist dem vierten Theile seines Werthes gleich, während die Unsicherheit der einzelnen Messung selbst unter ungünstigen Umständen kaum den zehnten Theil zu erreichen pflegt.

Demnächst aber schien es mir, dafs auch in theoretischer Beziehung eine Vereinfachung der Methode sehr wünschenswerth sei. Die Aufgabe ist in der letzten Zeit mehr aus dem mathematischen, als aus dem physikalischen Gesichtspunkte aufgefaßt worden. Wie wichtig die Untersuchungen der benannten Männer in jener Beziehung auch sind, so ist dadurch für die nähere Kenntnifs der Erscheinung doch nur wenig gewonnen. Die ungleich einfacheren Betrachtungen, von denen Segner und Thomas Young ausgingen, scheinen sogar viel fruchtbarer und mehr geeignet zu sein, den Gegenstand aufzuklären und seinen Zusammenhang mit andern Erscheinungen zu zeigen. Laplace rath den Mathematikern, sich mit diesen Untersuchungen zu beschäftigen, weil sie darin vielfache Gelegenheit zur Vervollkommnung der Analysis finden würden, und Gauss äufsert, nachdem er die Bedingungsgleichung der Capillar-Erscheinung aus den allgemeinen mechanischen Gesetzen entwickelt hat, dafs geometrische Betrachtungen viel leichter, als der eingeschlagene analytische Weg zu demselben Resultate führen.

Bevor ich es versuche, einen solchen einfachern Weg zu bezeichnen, scheint es nöthig, die Resultate, zu welchen man bisher gelangt ist, kurz anzudeuten: doch will ich mich dabei allein auf die Haupterscheinung beschränken, nämlich auf die Erhebung oder Senkung der Oberfläche, woraus in der That die übrigen bisher untersuchten Fälle hervorgehn, ohne dafs andere Hypothesen eingeführt werden dürfen.

Nachdem Hauksbee bemerkt hatte, dafs die Dicke der Röhrenwand auf die Erhebung der Flüssigkeit im Haarröhrchen ohne Einfluß sei, und Jurin gleichfalls durch Beobachtungen zu dem Schlusse geführt war, dafs die Erhebung umgekehrt der lichten Weite der Röhre proportional sei, so versuchte Clairaut die Capillar-Erscheinung aus allgemeinen mechani-

(¹) *Edinburgh Encyclopaedia*. Vol. V. 1830. *Capillary attraction*.

[†]) Meine Untersuchungen Quincke's zeigen, dass diese Behauptung nicht streng richtig ist.

schen Gesetzen zu erklären⁽¹⁾. Er kam zu dem Resultate, daß die Erhebung der Flüssigkeit in der Axe der Röhre von der Anziehung der obern Wasserschicht herrühre: außerdem aber nahm er noch an, daß auch das untere Ende der Röhre von Einfluß sei. Die Bedingungs-Gleichung, die er angiebt, ist so unbestimmt, daß sie keine unmittelbare Vergleichung mit der Beobachtung gestattet.

Viel wichtiger sind Segners Untersuchungen⁽²⁾: sie beziehn sich nicht sowol auf die Erhebung der Flüssigkeiten in Röhren, als vielmehr auf ihre gekrümmte Oberfläche, namentlich in Tropfen, die entweder an einem Stabe hängen, oder auf einer nicht benetzten Ebene aufliegen. Mit vielem Scharfsinne entwickelt Segner die GröÙe der Pressungen, die an den verschiedenen Stellen der Oberfläche statt finden müssen, damit dem hydrostatischen Drucke überall durch eine gleiche und entgegengesetzte Kraft das Gleichgewicht gehalten werde. Er zeigt, daß diese letzte Kraft nicht die allgemeine Anziehung oder die Schwere sein könne, da sie für jede wahrnehmbare Entfernung verschwindet, und sich nur in den kleinsten Entfernungen, also bei unmittelbarer Berührung äußert. Sie sei daher nichts anderes, als die Cohäsion, oder Festigkeit: der Festigkeit eines Seiles vergleichbar. Geometrische Betrachtungen, auf diese Voraussetzung gegründet, führen ihn schon zu dem Resultate, daß die Erhebung der Oberfläche an jeder Stelle umgekehrt dem Krümmungshalbmesser proportional sein müsse. Er irrte freilich, indem er der Krümmung im horizontalen Querschnitt einen andern Einfluß, als derjenigen im vertikalen beimaafs: woher die Gleichungen, die er findet, keine allgemeine Gültigkeit haben können. Er stellt zugleich in besondern Tabellen die Resultate der Reihenentwickelungen zusammen, zu welchen die Integration ihn führte: auch theilt er eine große Anzahl Messungen mit, die er mit den Resultaten der Rechnung vergleicht.

Thomas Young legte gegen den Schluß des Jahres 1804 der Royal Society die Hauptresultate seiner Untersuchungen über die Cohäsion der Flüssigkeiten vor⁽³⁾: er versprach, den Gegenstand ausführlich in einem besondern Werke zu behandeln, doch ist ein solches wohl nicht erschienen,

(1) *Théorie de la figure de la terre*. Paris 1743. Chap. X.

(2) *De figuris superficierum fluidarum*, in den *Commentariis societatis scientiarum Göttingensis*. Tom. I. für 1751.

(3) *An Essay on the Cohæesion of Fluids*. *Philosophical Transactions* 1805.

wenigstens habe ich dasselbe nirgend erwähnt gefunden. Die Zusätze, welche Young einige Jahre später bekannt gemacht hat ⁽¹⁾, beziehen sich vorzugsweise auf Laplace's Arbeit und sind für den Gegenstand selbst nicht so wichtig. Der erste Aufsatz ist aber so bedeutend, und enthält die Theorie der Capillar-Erscheinungen so vollständig, daß in physikalischer Beziehung seitdem nur wenig Neues hinzugekommen ist.

Young nimmt an, daß in der Oberfläche der Flüssigkeiten eine gewisse Spannung statt findet, die in der ganzen Ausdehnung der Oberfläche gleich groß ist. Das Vorhandensein der Spannung weist er durch das Verhalten eines Oeltropfens nach, der auf dem Wasser schwimmt: er sagt aber nicht, wie die Annahme der Gleichmäßigkeit dieser Spannung sich rechtfertigt. Poisson macht daher dieser Theorie den Vorwurf, daß sie auf einer willkürlich angenommenen Hypothese beruhe. Der Vorwurf scheint allerdings gegründet, er trifft aber keineswegs Young allein, denn in allen spätern Untersuchungen wird in ähnlicher Weise die mögliche Verschiedenheit der Dichtigkeit und sonach der Anziehung oder Spannung in der Oberfläche auch nicht berücksichtigt. Aus den erwähnten Voraussetzungen leitet Young durch ein einfaches Raisonement die Haupt-Bedingungsgleichung her, daß nämlich an jeder Stelle der Oberfläche die Erhebung oder Senkung derselben der Summe zweier Brüche gleich sei, welche dieselbe Constante zum Zähler haben, und deren Nenner der größte und kleinste Krümmungshalbmesser des betrachteten Flächenelementes ist. Mit Benutzung dieser Gleichung werden verschiedene Modificationen der Erscheinung untersucht, und zwar größtentheils dieselben, welche auch Laplace wählte.

Laplace hat in zwei Abhandlungen die Capillar-Attraction ausführlich behandelt ⁽²⁾: er setzt eine gegenseitige Anziehung aller Theilchen, sowohl der Flüssigkeit, wie der umgebenden Wände voraus. Das Gesetz dieser Anziehung (*attraction moléculaire*) läßt sich nicht näher nachweisen, man weiß nur daß es von der Bedingung abhängig ist, daß der Wirkungskreis der Anziehung sich auf unmerklich kleine Abstände beschränkt. Durch verschiedene Betrachtungen wird gezeigt, wie in Folge dieser Eigenthümlichkeit

⁽¹⁾ *Course of Lectures of natural Philosophy*. Vol. II. 1807. Sect. X.

⁽²⁾ *Sur l'action capillaire: Supplément au X livre de la mécanique céleste und Supplément à la théorie de l'action capillaire: in der Mécanique Céleste*. Vol. IV. Paris 1805.

der Molecular-Attraction alle innern Theile der Flüssigkeit und eben so auch die Röhre selbst keinen Einfluß auf die Erscheinung haben können, und die Ursache derselben allein in der Oberfläche der Flüssigkeit zu suchen sei, welche nach Maaßgabe der Benetzung der Röhrenwand sich neben derselben krümmt. In der Axe der cylindrischen Röhre fällt die Oberfläche, soweit sie ihre Wirksamkeit auf den mittleren Wasserfaden ausübt, mit einer Kugelfläche zusammen, und für diesen Punkt stellt sich am einfachsten die Relation zwischen der Erhebung der Flüssigkeit und der Krümmung heraus. Für jeden andern Punkt der Oberfläche innerhalb der Röhre ist dagegen die Krümmung in verschiedenen Richtungen auch verschieden. Laplace weist nach, daß die Anziehung der Oberfläche von doppelter Krümmung gleich sei dem arithmetischen Mittel aus den Anziehungen zweier Kugelflächen, von denen die eine mit dem größten und die andre mit dem kleinsten Krümmungshalbmesser jener Oberfläche beschrieben ist. Hieraus ergiebt sich dieselbe Bedingungsgleichung für die Oberfläche, welche kurze Zeit vorher Thomas Young gefunden hatte. In derselben Weise, wie Young eine gleichmäßige Spannung vorausgesetzt hatte, nahm auch Laplace eine gleichmäßige Attraction in allen Theilen der Oberfläche an, so wie er überhaupt die Oberfläche nur als Theil der Flüssigkeit betrachtete, und für diese eine vollkommene Gleichmäßigkeit zum Grunde legte. Von den cylindrischen Röhren geht Laplace zur Untersuchung derjenigen Curven über, welche die Oberfläche neben Planscheiben bildet: außerdem wendet er die aufgefundenen Gesetze auf verschiedene andre Fälle an, und weist ihre Übereinstimmung mit manchen Erfahrungen nach.

Wenn Laplaces Untersuchungen auch kein neues Licht über die Erscheinung verbreiteten, und im Gegentheil die Einführung der räthselhaften Molecular-Attraction statt des klaren Begriffes der Cohäsion oder Festigkeit der Oberfläche sogar die bereits erlangte Einsicht in das Wesen der Erscheinung störte, so werden diese Abhandlungen doch immer ihren hohen Werth behalten, und als Muster gelten können, wie physikalische Erscheinungen durch ihre verschiedenen Modificationen mit dem strengen Calcul zu verfolgen sind.

Gauss behandelte den Gegenstand unter einem etwas veränderten Gesichtspunkte ⁽¹⁾: er sagt, die von Laplace dargestellte Bedingungs-

(¹) *Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibrii.* Sept. 1829. in den *Comm. soc. scient. Gott.* Vol. VII.

Gleichung sei an sich zur Bestimmung der Figur der Oberfläche nicht ausreichend: Letztere sei von dem Winkel abhängig, unter welchem sie sich an die Wand der Röhre oder des Gefäßes anschliesst. Diese Bedingung müsse daher der Rechnung zum Grunde gelegt, aber nicht später eingeführt werden. Von dem Princip der virtuellen Geschwindigkeit ausgehend löst Gauss hiernach die Aufgabe durch die Methoden der Variationsrechnung direct auf, und umgeht dadurch die vielfachen Integrationen zwischen bestimmten Grenzen, welche bei Laplace vorkommen, und welche wie Gauss mit Recht bemerkt leicht mißverstanden werden können. Die Resultate, zu welchen er gelangt, stimmen mit den frühern genau überein, da dieselben Hypothesen zum Grunde gelegt sind. Diese Hypothesen sind die Annahme der Molecular-Attraction, die nur in unmerklich kleinen Entfernungen wirksam ist, und die Gleichmäßigkeit der Flüssigkeit in ihrer ganzen Ausdehnung mit Einschluss der Oberfläche.

Sehr wichtig ist eine Untersuchung, welche Poisson ungefähr gleichzeitig anstellte, wodurch der Gesichtspunkt wieder demjenigen genähert würde, welchen Segner und Young gewählt hatten. Poisson wies nämlich nach, dafs bei Voraussetzung einer gleichen Molecular-Attraction in den einzelnen körperlichen Elementen der Oberfläche und im Innern der Flüssigkeit die Capillar-Erscheinung sich in keiner wahrnehmbaren Gröfse darstellen könne. Man müsse also eine starke Verdichtung der Oberfläche annehmen, um die beobachtete Erscheinung zu erklären. In einer ausführlichen Abhandlung, worin er den Gegenstand aufs Neue vollständig behandelt (¹), entwickelt Poisson die Bedingungen, welchen genügt werden muß, wenn verschiedene Flüssigkeiten über einander ruhn. Die stark verdichtete Oberfläche, deren Dichtigkeit in normaler Richtung sich sehr schnell verändert, erscheint hiernach als eine grofse Anzahl über einander liegender Schichten von verschiedenen Flüssigkeiten. Das Resultat der Untersuchung ist mit dem früher gefundenen übereinstimmend, wie dieses auch nicht anders sein konnte, da Laplace und Gauss keine bestimmte Dichtigkeit der Oberfläche zum Grunde gelegt hatten. Poisson deutet an, dafs die Dichtigkeit der Oberfläche in tangentialer Richtung verschieden sein könne, er betrachtet diese Änderung aber als so geringfügig, dafs in dem Ausdrucke

(¹) *Nouvelle théorie de l'action capillaire.* Paris 1831.

für die tangentialen Attraction alle Glieder außer dem ersten vernachlässigt werden dürfen. Das erste Glied ist indessen constant, und sonach ist auch diese Rechnung auf die Voraussetzung basirt, daß die Attraction in der ganzen Ausdehnung der Oberfläche unverändert dieselbe sei. Die Untersuchung erstreckt sich demnächst wieder auf vielfache Modificationen der Erscheinung.

Alle vorstehend erwähnten Untersuchungen mit Ausnahme derjenigen von Clairaut stimmen darin überein, daß die Ursache der Capillar-Erscheinungen allein in der Oberfläche zu suchen sei, oder wenigstens, daß deren Wirkung zur Erklärung des Phänomens schon genüge. Der überwiegende Einfluß der Oberfläche begründet sich aber theils dadurch, daß die Wirkungen der innern Theile der Flüssigkeit sich gegenseitig aufheben, theils aber auch durch die größere Annäherung der einzelnen Theilchen in der Oberfläche, welche eine verstärkte Attraction bedingt.

Die zweite Hypothese, wonach die Attraction nur in unmerklich kleinen Entfernungen wirksam sein soll, rechtfertigt sich vollständig, soweit sie sich durch Beobachtungen prüfen läßt. Zwei Tropfen Wasser, von denen der eine an einem Stabe hing und der andere auf einer Fläche auflag, näherte ich einander mittelst einer Schraubenvorrichtung. Sie zeigten in der geringsten, noch wahrnehmbaren Entfernung durchaus keine Einwirkung, und erst als der letzte hindurchfallende Lichtstrahl verschwunden war, und sie sich gewiß bis auf den hundertsten Theil einer Linie genähert hatten, flossen sie zusammen. Man kann also mit Sicherheit annehmen, daß diese Einwirkung sich entweder auf die unmittelbare Berührung beschränkt, oder doch innerhalb derjenigen Grenzen bleibt, für welche der Berührungskreis mit der Curve zusammenfällt.

Wenn endlich noch die dritte Hypothese, daß nämlich die Attraction in der ganzen Ausdehnung der Oberfläche constant sei, vorläufig ohne weiteren Beweis eingeführt wird, so läßt sich die Beziehung zwischen dem vertikalen Abstände irgend eines Punktes in der Oberfläche über oder unter dem allgemeinen Horizonte und dem größten und kleinsten Krümmungshalbmesser der untersuchten Stelle leicht herleiten.

Zuerst betrachte ich den Fall, daß der umgebogene Rand der Oberfläche sich zur Seite einer Ebene, oder zwischen zwei Ebenen bildet, die

jedoch entweder parallel sind, oder wenigstens in einer horizontalen Linie sich schneiden. Alsdann wird jeder vertikale Querschnitt, der zugleich die Ebenen rechtwinklig trifft und überdies von ihrem Ende hinreichend weit entfernt ist, die erzeugende Curve der gekrümmten Fläche darstellen.

Ein beliebiger Punkt A in dieser Curve werde von zwei andern Punkten B und C derselben Curve, welche von ihm gleich weit entfernt sind, angezogen. Nach den vorstehenden Annahmen sind die Kräfte, welche beide Punkte ausüben, einander gleich, sie heben sich aber nicht auf, weil sie sich nicht genau entgegengesetzt sind. Der Punkt A wird sonach durch B und C nach der Diagonale des Parallelogramms, oder wenn die Curve bis zu den gewählten Punkten mit dem Berührungskreise zusammenfällt, normal gegen die Curve und zwar immer nach der concaven Seite gezogen werden. Nach welchem Gesetze aber auch die Anziehung erfolgen mag, so steht die Kraft, womit der Punkt A in normaler Richtung gezogen wird, zur Anziehung des Punktes B oder C in demselben Verhältnisse, wie der Abstand dieser Punkte von A sich zum Krümmungshalbmesser des Berührungskreises verhält. Dasselbe gilt für je zwei andere, von A gleich weit entfernte Punkte derselben Curve bis zur äußersten Grenze dieser Attraction, und sonach wird der beliebig gewählte Punkt A durch die Einwirkung aller einzelnen Punkte in der erzeugenden Curve in normaler Richtung mit einer Kraft angezogen, welche dem Krümmungshalbmesser dieses Punktes der Curve oder ρ umgekehrt proportional ist.

Der Punkt A wird indessen auch von den seitwärts gelegenen Punkten der Oberfläche afficirt. Man lege durch seine Normale eine beliebige andre Ebene, die mit der Ebene der erzeugenden Curve irgend einen Winkel ϕ bildet: so schneidet diese in der Nähe von A die Oberfläche in einem elliptischen Bogen und zwar am Ende von dessen kleiner Axe. Der Krümmungshalbmesser dieses Bogens ist $\rho \text{ Sec } \phi^2$, also wieder ρ proportional. Hiernach gilt für den schrägen Schnitt dasselbe, was für den ersten nachgewiesen wurde, und da man durch Veränderung des Winkels ϕ alle Punkte der Oberfläche umfassen kann, so weit sie auf A Attraction ausüben, so folgt hieraus, daß die ganze Kraft, womit dieser Punkt normal, und zwar nach der concaven Seite hingezogen wird, dem Krümmungshalbmesser der Erzeugungs-Curve umgekehrt proportional ist.

Dieser Kraft wird das Gleichgewicht gehalten durch den Druck der an A hängenden, oder darauf lastenden Flüssigkeit. Dieser wirkt wieder normal gegen die Oberfläche und ist gleich dem Producte aus dem Flächenelemente in die verticale Höhe der drückenden Säule der Flüssigkeit, wenn das Gewicht der Raumeinheit derselben als Einheit angenommen wird. Bezeichnet man sonach die Erhebung oder Senkung des untersuchten Punktes der Oberfläche über oder unter dem allgemeinen Horizonte mit y , so er giebt sich übereinstimmend mit den früheren Untersuchungen für Oberflächen von einfacher Krümmung die Bedingungs-Gleichung

$$y = \frac{m}{\rho}$$

Wenn die Oberfläche doppelt gekrümmt ist, so ist die Kraft, womit irgend ein Punkt in ihr durch die Attraction der rings umher liegenden Theilchen in normaler Richtung gezogen wird, gleich der Summe der Kräfte, womit zwei cylindrische Flächen auf ihn wirken, die jene Oberfläche in der Richtung der grössten und kleinsten Krümmung tangiren.

Es sei für einen beliebigen Punkt in der Oberfläche der kleinste Krümmungshalbmesser gleich ρ und der grösste gleich ρ' . Durch die Normale dieses Punktes denke man eine Ebene gelegt, die mit der Ebene in welcher die Krümmung von ρ' liegt, den Winkel ϕ bildet. Es läßt sich leicht zeigen, dafs für jedes beliebige ϕ der gewählte Punkt von allen Punkten der gegebenen Oberfläche, die in diesem Schnitte liegen, in normaler Richtung eben so stark angezogen wird, wie von den entsprechenden Punkten in beiden cylindrischen Flächen. Für $\phi = 0$ und $\phi = \frac{1}{2}\pi$ ist dieses an sich klar, weil in diesen beiden Fällen jedesmal die eine cylindrische Fläche mit der gegebenen zusammenfällt, und die Wirkung der andern verschwindet.

Man denke ein tangirendes Ellipsoid, das durch Rotation um die grofse Axe gebildet ist, an die Oberfläche so gelegt, dafs die Normale jenes Punktes ihren Mittelpunkt trifft, und die grösste und kleinste Krümmung der Oberfläche mit den Schnitten durch die Hauptaxen des Ellipsoids zusammenfällt. Alsdann wird die halbe grofse Axe des Ellipsoids gleich $\sqrt{\rho\rho'}$ und die halbe kleine Axe gleich ρ sein. Die unter dem Winkel ϕ gezogene Ebene schneidet das Ellipsoid in einer Ellipse, deren halbe kleine Axe wieder ρ ist, während ihre halbe grofse Axe

$$= \frac{\rho \sqrt{\rho \rho'}}{\sqrt{(\rho \rho' \sin^2 \phi^2 + \rho \rho \cos^2 \phi^2)}}$$

ist. Der Krümmungshalbmesser dieser Ellipse in dem untersuchten Punkte ist daher

$$= \frac{\rho \rho'}{\rho' \sin^2 \phi^2 + \rho \cos^2 \phi^2}$$

und folglich die Kraft, womit der Punkt normal angezogen wird

$$= \kappa \frac{\rho' \sin^2 \phi^2 + \rho \cos^2 \phi^2}{\rho \rho'}$$

wobei κ die Constante bedeutet, die sich auf den einzelnen Schnitt bezieht.

Derselbe Schnitt trifft auch beide cylindrische Flächen, und bildet dabei gleichfalls elliptische Bögen. In derjenigen Fläche, welche zur großen Axe des Ellipsoids parallel liegt, gehört der Bogen zu einer Ellipse, deren halbe große Axe $= \frac{\rho}{\sin \phi}$ und deren halbe kleine Axe $= \rho$ ist. Der Krümmungshalbmesser in der untersuchten Stelle ist daher $\frac{\rho}{\sin^2 \phi}$ und sonach die Kraft, womit der Punkt normal gezogen wird

$$= \kappa \frac{\sin^2 \phi^2}{\rho}$$

In der andern cylindrischen Fläche, deren Krümmungshalbmesser im Berührungspunkte gleich ρ' ist, sind die beiden halben Axen des elliptischen Bogens $\frac{\rho'}{\cos \phi}$ und ρ' . Der Krümmungshalbmesser ist also hier gleich $\frac{\rho'}{\cos^2 \phi}$ und die Anziehung des Bogens in normaler Richtung

$$= \kappa \frac{\cos^2 \phi^2}{\rho'}$$

Die Anziehung der beiden Bögen ergibt sich also wieder wie früher

$$= \kappa \frac{\rho' \sin^2 \phi^2 + \rho \cos^2 \phi^2}{\rho \rho'}$$

In so fern nun für jeden beliebigen Schnitt durch die Normale der gewählte Punkt von der doppelt gekrümmten oder der ellipsoidischen Oberfläche eben so stark in normaler Richtung gezogen wird, wie von den Punkten in den beiden Berührungsflächen von einfacher Krümmung, so ist auch für alle Schnitte die Gesamt-Wirkung der ersten derjenigen der beiden letzten gleich. Diese Wirkung hält aber wieder dem Drucke der Flüssigkeit das Gleichgewicht, woher

$$y = m \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right)$$

Diese Bedingungs-Gleichung läßt sich noch auf anderem Wege darstellen, und zwar scheint dieser unter allen der directeste und einfachste zu sein. Wenn man nämlich eine gewisse Spannung in der Oberfläche annimmt, die man vorläufig als verschieden für verschiedene Stellen ansehen mag, und die Kräfte untersucht, die nach den bekannten Gesetzen des Druckes der Flüssigkeit auf die Oberfläche einwirken; so ergibt sich nicht nur sehr leicht die eben hergeleitete Bedingungs-Gleichung, sondern es zeigt sich auch, daß die Spannung in der ganzen Ausdehnung der Oberfläche gleich groß ist, und man erlangt noch den wichtigen Vortheil, daß die Constante m sich unter einem ganz bestimmten Begriffe darstellt.

Es entsteht dabei die Frage, ob man in der Oberfläche der Flüssigkeit eine solche Spannung, wie in einer belasteten Kette annehmen darf. Ein wesentlicher Unterschied findet ohne Zweifel in so fern statt, als die Oberfläche der Flüssigkeit keine bestimmte Ausdehnung hat, und sich vielmehr ohne Vermehrung oder Verminderung der Spannung vergrößern und verkleinern läßt, indem andre Theilchen aus dem Innern in sie hineintreten, oder aber Theilchen aus ihr in die innere Masse zurücksinken. Elasticität darf man sonach der Oberfläche der Flüssigkeit gewiß nicht beilegen. Noch viel weniger kann man dieselbe als einen festen Körper von sehr geringer Dicke ansehen, weil ihre Theilchen sich willkürlich verschieben und durch andre ersetzen lassen, und nachdem sie auseinander gerissen sind, bei eintretender Berührung wieder eben so fest, wie früher aneinander haften.

Wie eigenthümlich indessen das Verhalten der Oberfläche einer Flüssigkeit, besonders während der Bewegung, auch immer sein mag, so kann man doch bei Untersuchung des Gleichgewichts die Kraft, womit die Theilchen aneinander haften, oder sich gegenseitig anziehen, in derselben Weise messen, wie dieses bei festen Körpern üblich ist. Die Wirkung dieser Kraft wird sich, solange das Gleichgewicht besteht, für jeden beliebigen Punkt der Oberfläche und in jeder beliebigen Richtung mit dem Zuge vergleichen lassen, den ein Seil ausübt, welches in derselben Richtung gespannt ist. Die Einführung des Begriffes der Spannung soll daher nicht sowol die Kraft erklären, als vielmehr das Maas ihrer Wirkung bezeichnen.

Laplace bemerkt⁽¹⁾ gewiß sehr richtig, daß durch ähnliche Voraussetzungen die Capillar-Erscheinung nicht vollständig erklärt werde, man müsse vielmehr noch eine andre Kraft annehmen, von der die Benetzung der Wand abhängt. Diese letzte Kraft zieht entweder die Oberfläche der Flüssigkeit an der Wand herauf, oder sie läßt sie stumpf dagegen stoßen, oder aber wenn sie gleich Null ist, so findet die Berührung beider gar nicht statt. Bei gleicher gegenseitiger Attraction der Theilchen der Oberfläche kann hiernach die Erscheinung ganz verschieden ausfallen: bei vollständiger Benetzung der Wand wird die Flüssigkeit am stärksten heraufgezogen, im entgegengesetzten Falle eben so tief herabgedrückt, und sie kann unter Umständen alle zwischen liegenden Höhen erreichen. Man muß also den Grad der Benetzung kennen, bevor man aus der gegebenen Cohäsion oder Spannung der Oberfläche die Capillar-Erscheinung herzuleiten im Stande ist.

Um beide Theile der Erscheinung, nämlich die Benetzung der Wand und die Krümmung der Oberfläche auf ein gemeinschaftliches Princip zurückzuführen, nahm Laplace die Molecular-Attraction an. Der Begriff derselben ist sehr dunkel: aus ihren Wirkungen schließt man ganz sicher auf ihr Dasein, aber weiter weiß man nichts Positives von ihr. In dem geringsten, noch wahrnehmbaren Abstände giebt sie sich nicht mehr zu erkennen und das Gesetz ihrer Wirksamkeit ist ganz unbekannt. Den analytischen Untersuchungen liegt in Betreff ihrer nur die Bedingung zum Grunde, daß die Wirkung sich auf unendlich kleine Abstände beschränkt⁽²⁾. Poisson erklärt sie etwas näher⁽³⁾ und bezeichnet ihre Abhängigkeit von der Wärme, aber auch hierdurch wird die Erscheinung der verschiedenartigen Benetzung nicht aufgeklärt. Wenn man z. B. ein Stückchen Messingblech

⁽¹⁾ *Supplément à la théorie de l'action capillaire.* pag. 71.

⁽²⁾ Laplace bezeichnet dieses Gesetz durch die Worte: *Cette attraction n'est sensible qu'à des distances insensibles.*

⁽³⁾ *Nouvelle théorie de l'action capillaire,* pag. 267. — *Toutes les parties de la matière sont soumises à deux sortes d'actions mutuelles. L'une de ces forces est attractive et produit la pesanteur universelle et tous les phénomènes qui sont du ressort de la mécanique céleste. L'autre est en partie attractive et en partie répulsive: elle dépend de la nature des molécules et de leur quantité de calorique. On attribue la partie attractive à la matière pondérable et la partie répulsive au calorique; et en effet celle-ci change d'intensité quoique le poids des molécules n'est pas changé. L'excès de l'une sur l'autre est ce qu'on appelle proprement force moléculaire.*

in die Mitte einer Form stellt, nachdem man dasselbe auf beiden Seiten möglichst gereinigt, und die eine Seite mit Salmiak eingerieben hat, so benetzt das eingegossne geschmolzene Zinn nur diese Seite, und krümmt sich hier aufwärts, während an der andern Seite die Benetzung nicht statt findet, und der Rand abwärts gekehrt ist. Alle Umstände, welche die vorstehenden Erklärungen berühren, sind auf beiden Seiten dieselben. Die Verschiedenheit der Erscheinung ist daher durch das zum Grunde gelegte Gesetz für die Molecular-Attraction nicht aufgeklärt. Man kann freilich sagen, dafs die unmittelbare Berührung der Metalltheilchen nur erfolgt, wenn die Oxydation verhindert wird, aber um den Grad der Benetzung oder die Gröfse des Winkels a priori zu bestimmen, unter welchem eine gegebene Flüssigkeit an eine gegebene Wand sich anschliesst, gehört ohne Zweifel eine viel genauere Kenntnifs der Gesetze dieser Kraft. Dies eingeführte Gesetz bezeichnet für den Zustand des Gleichgewichts, wie es scheint nichts andres, als die Cohäsion oder Spannung eines festen Körpers: es gestattet wenigstens keine andern Folgerungen, als diejenigen, zu welchen man unter Voraussetzung der Spannung gleichfalls gelangt, und man hat im letzten Falle den grofsen Vortheil, dafs man nur bekannte und klare Begriffe einführen darf.

Ich mufs indessen darauf aufmerksam machen, dafs die Spannung in einem Seile oder einer biegsamen festen Fläche einen auffallenden Unterschied gegen die Spannung der Oberfläche der Flüssigkeit zeigt. In jener kann nämlich die Spannung weit unter der äufsersten Grenze bleiben, wobei das Zerreißen erfolgt: in dieser steigert sie sich aber in Folge der Beweglichkeit der Theilchen, die sich immer möglichst geschlossen neben einander reihen jedesmal bis zum Maximum, oder die Ausdehnung der Oberfläche reducirt sich immer auf das Minimum, soweit dieses mit Rücksicht auf den hydrostatischen Druck der Flüssigkeit geschehen kann. Aus diesem Grunde nimmt der Quecksilber-Tropfen sehr nahe die Kugelgestalt an, und neben einer benetzten Wand erhebt sich die Flüssigkeit so hoch, als ihre Cohäsion es irgend gestattet, weil nur in diesem Falle die ganze Oberfläche mit Einschluss der an der Wand haftenden Schicht ein Minimum wird. Sehr auffallend giebt sich dieses noch in einer andern, weniger bekannten Erscheinung zu erkennen.

Wenn nämlich durch eine dünne Glasröhre, deren unteres Ende frei herabhängt, Wasser hindurchfließt, während die Röhre von aufsen benetzt

ist; so scheint der Tropfen, der sich hier bildet, vor dem Abfallen jedesmal aufwärts zu springen. Am stärksten zeigt sich dieses, wenn etwa zwei Tropfen in jeder Secunde sich lösen. Vermindert man aber den Zufluss, so läßt sich die Erscheinung genauer verfolgen. Das zuerst hindurchfließende Wasser bildet anscheinend ein Kugelsegment, welches vom scharfen Rande der Röhre begrenzt wird: hier sammelt sich das Wasser so lange, bis die Pfeilhöhe der spärlichen Fläche etwa dem halben Radius der Röhre gleich kommt. Das ferner hinzutretende Wasser bleibt nicht mehr an der Basis der Röhre hängen, sondern zieht sich neben dem scharfen Rande vorbei aufwärts an die benetzte Röhrenwand. So bildet sich nach und nach der kugelförmige Tropfen aus, der den untern Theil der Röhre so umschließt, daß deren scharfe Kante aus der Kugelfläche hervortritt. Sobald aber diese Kante bei zunehmender Gröfse des Tropfens überdeckt wird, so sinkt der Tropfen herab, und hängt wieder an der Basis der Röhre, bis er bei fernerer Zunahme seines Gewichtes endlich abreißt. Die ganze Erscheinung läßt sich nur durch eine starke Spannung in der Oberfläche erklären. Die Oberfläche hat das Bestreben, sich auf das Minimum zu reduciren, und diese Tendenz ist bei geringer Druckhöhe des angesammelten Wassers so überwiegend, daß sie das Wasser sogar sehr auffallend aufwärts drückt.

Ich werde am Schlusse dieser Untersuchung zeigen, daß die Gröfse des abfallenden Tropfens beim Wasser wieder allein von der Spannung oder der Festigkeit der Oberfläche abhängt, und daß der hieraus hergeleitete Werth der Spannung mit demjenigen übereinstimmt, den die eigentlichen Capillar-Erscheinungen ergeben.

Unter dem angedeuteten Gesichtspunkte stellt sich die erzeugende Curve der Oberfläche als eine Art von Kettenlinie dar. Ich beschränke die folgende Untersuchung allein auf diejenigen Fälle, welche ich durch Beobachtungen verfolgt habe: also auf Oberflächen von einfacher Krümmung, oder solche, die sich in einer senkrecht gestellten cylindrischen Röhre bilden, die also durch Drehung der erzeugenden Curven um vertikale Axen entstanden sind.

Zwei Ebenen seien symmetrisch gegen den Horizont geneigt und schneiden sich in einer horizontalen Linie. Alle senkrechten Querschnitte, welche zugleich diese Scheiben normal treffen und von deren Enden weit genug entfernt sind, werden alsdann in der Oberfläche gleiche Curven bilden.

Es mögen zwei solche Schnitte in einem Abstände, welcher der Maafseinheit gleich ist, gezogen sein; so begrenzen sie einen schmalen Streifen der Oberfläche von einfacher Krümmung. Es sollen die Bedingungen des Gleichgewichts für diesen aufgesucht werden. Es ist aber klar, daß man die Einwirkung der angrenzenden ähnlichen Streifen nicht weiter berücksichtigen darf, da bei der vollkommenen Congruenz und parallelen Lage aller dieser Streifen, eine Übertragung nicht statt finden kann, und jeder einzelne für sich das Gleichgewicht darstellen muß.

Die erzeugende Curve ist symmetrisch, und ihre Axe liegt in der lothrechten Mittellinie zwischen beiden Scheiben. Den Abstand eines beliebigen Punktes A in der Curve von dieser Axe nenne ich x und seine Niveau-Differenz gegen den allgemeinen Horizont, in welchem kein Druck statt findet, sei y . Die Neigung des Bogens an dieser Stelle gegen den Horizont sei α : alsdann wird nach dem hydrostatischen Grundsätze auch der Druck der Flüssigkeit auf den entsprechenden Theil des Streifens unter dem Winkel α gegen das Loth gerichtet sein. Wenn s die Länge des Bogens zwischen dem Scheitel und dem Punkte A bedeutet, so ist der hydrostatische Druck der Flüssigkeit gegen ds gleich $y ds$ oder gleich $\kappa y ds$, wenn κ das Gewicht der Raumeinheit der Flüssigkeit bezeichnet. Endlich sei S die Spannung des Streifens in A , und T dieselbe im Scheitel der Curve.

Indem nun die sämtlichen horizontalen, und eben so auch die vertikalen Kräfte, welche vom Drucke der Flüssigkeit auf die ganze Länge s des Streifens und aus den Spannungen an dessen beiden Enden herrühren, im Gleichgewichte sein müssen, so ergeben sich die beiden Bedingungen

$$T = S \cos \alpha + \kappa \int \sin \alpha \cdot y ds$$

$$\text{und } 0 = S \sin \alpha - \kappa \int \cos \alpha \cdot y ds$$

Es ist aber $\sin \alpha = \frac{dy}{ds}$ und $\cos \alpha = \frac{dx}{ds}$, daher verwandeln sich diese Gleichungen in

$$S \cos \alpha = T - \kappa \int y dy$$

$$\text{und } S \sin \alpha = \kappa \int y dx$$

differenziert man diese beiden Gleichungen, um das Integral-Zeichen zu entfernen, und multiplicirt die erste mit $\cos \alpha$ und die zweite mit $\sin \alpha$, wofür aber auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens die Differenzial-Werthe eingeführt werden, so folgt

$$\begin{aligned} \cos \alpha^2 dS - S \sin \alpha \cos \alpha da &= - \kappa \frac{y dx dy}{ds} \\ \text{und } \sin \alpha^2 dS + S \sin \alpha \cos \alpha da &= \kappa \frac{y dx dy}{ds} \end{aligned}$$

durch Summirung beider erhält man

$$dS = 0$$

die Spannung oder S ist also in der ganzen Ausdehnung des Streifen constant, oder gleich T .

Die zweite der obigen Gleichungen

$$S \sin \alpha = \kappa \int y dx$$

verwandelt sich hiernach in

$$T \frac{dy}{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}} = \kappa \int y dx$$

differenziert man dieselbe, so folgt unmittelbar

$$\kappa y = T \frac{dx d^2y}{(dx^2 + dy^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\text{oder } y = \frac{T}{\kappa} \cdot \frac{1}{\rho}$$

wenn ρ wieder den Krümmungshalbmesser bedeutet.

Man gelangt also auf diesem Wege genau zu derselben Bedingungs-Gleichung, welche sich aus der Annahme von Attractions-Kräften in der Oberfläche ergab. Die oben mit m bezeichnete Constante ist aber nichts Anders, als die Spannung oder die Festigkeit des Streifen von der Breite Eins, dividirt durch das Gewicht der Raum-Einheit der Flüssigkeit.

Auch für die Oberfläche, welche sich in der lothrecht aufgestellten cylindrischen Röhre bildet, läßt sich in ähnlicher Weise die Beziehung zum größten und kleinsten Krümmungshalbmesser leicht nachweisen. Diese Oberfläche ist durch Rotation der erzeugenden Curve um die Axe der Röhre gebildet. Man darf dabei aber nicht mehr einen einzelnen schmalen Streifen für sich untersuchen, weil derselbe in Folge der doppelten Krümmung der Fläche von beiden Seiten her Spannungen erleidet, die sich nicht gegenseitig aufheben, und sonach für ihn allein kein Gleichgewicht statt findet.

Man lege durch die Axe der Röhre eine Ebene: diese wird die Oberfläche in zwei gleiche Theile trennen. Für den einen Theil sollen die Bedin-

gungen des Gleichgewichts aufgesucht werden, welche sowol in Bezug auf die vertikalen Kräfte, als die horizontalen und zwar senkrecht gegen die angenommene Schnittebene, statt finden müssen. Durch einen beliebigen Punkt A in der Oberfläche, dessen Abstand von der Röhrenaxe gleich x , und dessen Höhe über oder unter dem allgemeinen Horizonte (wo nämlich kein Druck statt findet) gleich y ist, lege man eine horizontale Ebene, die also die Oberfläche in einem Kreise vom Radius x schneidet. Die Neigung der Oberfläche in diesem Kreise gegen den Horizont sei α , und S ihre Spannung für die Breite Eins. Man lege ferner durch die Röhrenaxe und den Punkt A eine Ebene, welche mit der ersten Vertikal-Ebene den Winkel ϕ bildet: die Länge des Bogens der erzeugenden Curve von der Axe bis zum Punkte A sei wieder s und κ das Gewicht der Raumeinheit der Flüssigkeit. Alsdann ist das Flächenelement gleich $x d\phi \cdot ds$ und der Druck der Flüssigkeit gegen dasselbe gleich $\kappa xy d\phi ds$. Dagegen ist das Element der Spannung der Oberfläche im Umfange des erwähnten Kreises gleich $S x d\phi$ und das Element der Spannung in dem Durchschnitte der Oberfläche mit der ersten Vertikal-Ebene gleich $S ds$.

Es ergeben sich hiernach die verschiedenen Kräfte, welche auf die halbe Oberfläche, und zwar in der Ausdehnung bis zu dem Kreise vom Radius x wirken, in folgender Art.

| | Element der Kraft | ganze Kraft, von $\phi = 0$ bis $\phi = \pi$ |
|--|---|---|
| 1) der Druck der Flüssigkeit in vertikaler Richtung . . . | $\kappa xy \text{ Cos } \phi d\phi ds$ | $\kappa \pi \int xy \text{ Cos } a ds$ |
| 2) derselbe in horizontaler Richtung | $\kappa xy \text{ Sin } a \text{ Sin } \phi d\phi ds$ | $2 \kappa \int xy \text{ Sin } a ds$ |
| 3) die Spannung im Umfange in vertikaler Richtung . . . | $S x \text{ Sin } a d\phi$ | $\pi S x \text{ Sin } a$ |
| 4) in horizontaler Richtung . | $S x \text{ Cos } a \text{ Sin } \phi d\phi$ | $2 S x \text{ Cos } a$ |
| 5) die horizontale Spannung in der ersten Vertikalebene | $S ds$ | $2 \int S ds$ |

die Bedingungen des Gleichgewichts sind daher

$$S x \text{ Cos } a = \int S ds - \kappa \int xy \text{ Sin } a ds$$

$$S x \text{ Sin } a = \kappa \int xy \text{ Cos } a ds$$

Man differenziere wieder beide Gleichungen, und zwar in Bezug auf x , α und S , sodann multiplicire man die erste Gleichung mit $\text{Cos } \alpha$, die zweite mit $\text{Sin } \alpha$ und summire beide. Man findet alsdann

$$x dS + S dx = S \text{Cos } \alpha ds$$

aber

$$\text{Cos } \alpha = \frac{dx}{ds}$$

daher

$$x dS = 0$$

folglich

$$dS = 0$$

oder die Spannung ist in der ganzen Ausdehnung der Fläche constant: ich bezeichne sie daher wieder mit T .

Es verdient bemerkt zu werden, daß diese Unveränderlichkeit der Spannung nicht von einer bestimmten Gröfse des Druckes herrührt, sondern schon aus der normalen Richtung desselben gegen die Oberfläche hervorgeht. Wenn alle Elemente der Fläche nur normalen Pressungen ausgesetzt sind, so kann in keinem Punkte eine Änderung der Spannung eintreten, weil jede einzelne Pressung rings um sich einen ganz gleichen Einfluß ausübt, und eine gleiche Änderung der Spannung bedingt.

Die zweite Gleichung wird, wenn man T für S einführt

$$Tx \text{Sin } \alpha = \kappa \int xy \text{Cos } \alpha ds$$

oder

$$T \frac{xy}{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}} = \kappa \int xy dx$$

differenziert man diesen Ausdruck, und ordnet ihn gehörig, so folgt

$$y = \frac{T}{\kappa} \left[\frac{dx d^2y}{(dx^2 + dy^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{dy}{x \sqrt{(dx^2 + dy^2)}} \right]$$

Das erste Glied in der Parenthese ist offenbar gleich $\frac{1}{\rho}$, wenn ρ wieder den Krümmungshalbmesser der erzeugenden Curve bedeutet: das zweite ist Eins dividirt durch die Normale von derselben Curve bis zur Röhrenaxe gezogen. Es ist leicht zu übersehen, daß diese Normale der größte und ρ der kleinste Krümmungshalbmesser der untersuchten Stelle der Oberfläche ist. Man hat daher wieder

$$y = \frac{T}{\kappa} \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right)$$

Ich gehe nunmehr zur Vergleichung der aufgefundenen Gesetze mit den Resultaten der Beobachtungen über. Man hat bisher vorzugsweise enge Glasröhren bei den Capillar-Erscheinungen benutzt: in denselben läßt sich jedoch die Erhebung der Oberfläche mit keiner großen Schärfe messen, und überdies ist die genaue Ermittlung der Röhrenweite gleichfalls sehr schwierig. Dazu kommt noch, daß man bei engen Röhren nicht sicher beurtheilen kann, ob die Benetzung vollständig sei, woher man selbst bei möglichst vorsichtigem und gleichmäßigem Verfahren, dennoch fortwährend auffallende Differenzen findet, die sehr häufig eine Linie und oft noch mehr betragen.

Dagegen läßt sich die Höhe einer Oberfläche, die man vollständig übersehen kann, sehr sicher messen, wenn man sie mit einer Stahlspitze in Berührung bringt. So lange die Berührung noch nicht erfolgt, bleibt auch das Spiegelbild unverzerrt. Bei der geringsten Einsenkung der Spitze bemerkt man aber sogleich die veränderte Spiegelung. Noch bequemer und nicht minder genau wird die Beobachtung, wenn man die Stahlspitze zuerst in die Flüssigkeit eintauchen läßt, und sie dadurch benetzt: senkt man sie alsdann von Neuem langsam herab, so bildet sich bei der Berührung momentan die sehr auffallende Erhebung des Randes.

Die Stahlspitze, die ich benutzte war mittelst eines biegsamen Drathes an der obern Basis eines sorgfältig abgedrehten Cylinders von Messing befestigt: dieser Cylinder liefs sich leicht und ohne Spielraum in zwei entsprechenden Futteren vertikal auf und abschieben, und konnte durch eine Schraube, auf der er aufstand, sanft gehoben und gesenkt werden. Um eine Drehung zu vermeiden, war er der Länge nach mit einem Schlitz versehen, in welchen die Spitze einer Seitenschraube im untern Futter eingreift. An dem Cylinder befand sich noch ein feiner Maßstab, der sich vor einer Platte bewegte, die am Gestelle des Apparates befestigt war. Eine davor angebrachte Loupe diente zur Ablesung. Die Höhe der zu messenden Oberfläche konnte auf diese Weise bis auf den hundertsten Theil der Pariser Linie gemessen werden. Die Übereinstimmung der nach einander angestellten Messungen zeigte, daß die Genauigkeit bis zu dieser Grenze wirklich erreicht wurde.

Es kam demnächst darauf an, diesen Apparat, dessen ich mich schon sonst bei hydraulischen Versuchen bedient hatte, so zu benutzen, daß ohne Änderung seiner Stellung damit eben sowol der gehobene Wasserspiegel,

als auch der allgemeine Horizont gemessen werden konnte. Diese Bedingung erfüllte ich dadurch, daß ich die Seitenwand, an welcher die Erhebung der Oberfläche beobachtet werden sollte, um eine vertikale Axe drehte, so daß sie der Stahlspitze genähert, oder davon entfernt werden konnte. In einem Kästchen von Messing, mit ebenem Boden, der jedesmal horizontal gestellt wurde, stand diese Wand. Sie ruhte auf zwei Fußschrauben und liefs sich um einen Zapfen an der einen Seite drehen. An dieser Wand war noch die Vorrichtung angebracht, daß man andere Scheiben daran befestigen, und sonach auch die Erhebung des Wassers zwischen zwei parallelen Scheiben beobachten konnte. Die Wand wurde immer so gestellt, daß der zu untersuchende Punkt des gekrümmten Randes der Oberfläche sich genau unter der Stahlspitze befand, und diese traf wieder die horizontale Oberfläche der Flüssigkeit, sobald die Wand zurückgeschoben wurde. Bei Verstellung der Wand trat aber keine Veränderung im Stande der Flüssigkeit ein, indem die Wand mit allem Zubehör sich nur horizontal bewegte, und folglich immer derselbe Theil von ihr unter Wasser blieb. An der Wand liefs sich endlich noch ein Zeiger befestigen, der sich über einem Gradbogen bewegte, und zur Bestimmung der jedesmaligen Entfernung der Stahlspitze von der Wand diente.

Bei allen Beobachtungen habe ich mich bemüht, eine möglichst vollständige Benetzung der Scheiben und überhaupt der Wände eintreten zu lassen, weil sonst die Resultate ganz vom Zufalle abhängig sind und jede Übereinstimmung aufhört. Die Benetzung von Holz-, Glas- und Thonschiefer-Scheiben mit Wasser bot keine Schwierigkeit. Auch an Messing-Scheiben haftete das Wasser, wenn sie vorher etwa eine Stunde lang unter Wasser gelegen hatten.

In dem erwähnten Kästchen, welches bis zum Rande und sogar etwa eine Linie darüber mit der Flüssigkeit angefüllt werden konnte, bildete sich längs der Scheibe, oder auch zwischen zweien an der beweglichen Wand befestigten Scheiben eine ganz regelmässige und spiegelnde hohle Fläche, deren Erhebung in jedem beliebigen Abstände mittelst der Stahlspitze scharf gemessen werden konnte. Diese spiegelnde Fläche krümmte sich aber jedesmal in der Art, daß sie in die Ebene der Scheibe überging. Auch Laplace sagt, daß der Neigungswinkel unter welchem die Wasserfläche gegen eine Glasscheibe tritt gleich Null sei, und Poisson nimmt mit Recht an, daß

dieses überall geschieht, wo die Benetzung vollständig ist. Es kann in der That auch nicht anders sein, denn wenn die Oberfläche der Flüssigkeit nicht durch eine sanfte Krümmung in die der Scheibe übergehen sollte, während sie sich auf der letzten vermöge der Benetzung noch fortsetzt, so würde eine scharfe Kante entstehen, die einem unendlich kleinen Krümmungshalbmesser entspräche. Ein solcher würde aber nach der obigen Entwicklung einen unendlich großen Druck auf diesen Theil der Oberfläche zur Folge haben, und sonach die vorstehende Kante sogleich herausziehen.

Um in dieser Beziehung auch andere Flüssigkeiten zu prüfen, goß ich geschmolzenes Zinn gegen eine aufrecht stehende verzinnete Blechscheibe, und drehte nachdem Alles erkaltet war und ich die Oberfläche durch einen starken Überzug von Siegellack gegen Beschädigungen gesichert hatte, den Guß in der Art ab, daß ein normaler Querschnitt dargestellt wurde, und die Krümmung genau untersucht werden konnte. Es zeigte sich jedesmal, daß die Oberfläche in die Ebene der Wand überging. Wenn dagegen die Blechscheibe nicht verzinnt war; so erfolgte keine Benetzung und die Oberfläche des geschmolzenen Zinnes krümmte sich in ähnlicher Weise abwärts, so daß sie wieder ungefähr von der Ebene der Wand tangirt wurde. Die letzte Erscheinung gab sich aber nie mit derselben Deutlichkeit, wie die erste zu erkennen, und häufig trat sogar die Oberfläche des Zinnes sehr stumpf gegen das Blech. Es wäre daher möglich, daß in diesem Falle, eben so wie in den Barometer-Röhren die Benetzung nie ganz aufhört, und in Folge zufälliger Umstände bald in größerem bald in geringerem Grade jedesmal eintritt. Mit dem beschriebenen Apparate untersuchte ich zuerst das Ansteigen der Oberfläche des Wassers an einer einzelnen vertikal stehenden Planscheibe. Die Gleichung der erzeugenden Curve läßt sich für diesen Fall ohne Schwierigkeit aus der obigen allgemeinen Gleichung herleiten.

y bezeichnet die Höhe eines Punktes über oder unter dem allgemeinen Horizonte, in welchem kein Druck statt findet, x seinen Abstand von der vertikalen Wand, ρ den Krümmungshalbmesser für diesen Punkt, und α die Neigung der daselbst gezogenen Tangente gegen den Horizont

$$y = \frac{m}{\rho}$$

$$dy = - \frac{m d\rho}{\rho^2} = \rho \sin \alpha d\alpha$$

oder

$$m \frac{d\rho}{\rho} = \sin \alpha d\alpha$$

folglich

$$\frac{m}{2\rho^2} = -\cos \alpha + C$$

An der Stelle, wo die Oberfläche horizontal, oder $\alpha = 0$ ist, wird ρ unendlich groß, daher

$$C = +1$$

daraus ergibt sich

$$\frac{m}{2\rho^2} = 1 - \cos \alpha$$

oder

$$\frac{\sqrt{m}}{2\rho} = \frac{y}{2\sqrt{m}} = \frac{y}{H\sqrt{2}} = \sin \frac{1}{2} \alpha$$

Für den höchsten Punkt der Curve, der also in der Wand liegt, ist nach der obigen Bemerkung $\alpha = \frac{1}{2} \pi$. Das zu diesem Punkte gehörige y sei $= H$, alsdann findet man

$$H = \sqrt{2} m \text{ oder } m = \frac{1}{2} H^2$$

Der Krümmungshalbmesser r dieses Punktes ist

$$r = \sqrt{\frac{m}{2}} = \frac{1}{2} H$$

Endlich folgt hieraus noch

$$\cos \alpha = 1 - \frac{y^2}{H^2}$$

Um die Gleichung für x zu entwickeln, führe man in dem Ausdrucke

$$dx = -\cotg \alpha \cdot dy$$

statt der Cotangente den Cosinus ein, und schreibe für diesen den eben angegebenen Werth von $\cos \alpha$. Man findet alsdann durch Integration dieser Gleichung

$$x = \frac{H}{\sqrt{2}} \log \frac{H\sqrt{2} + \sqrt{(2H^2 - y^2)}}{(1 + \sqrt{2})y} - \sqrt{(2H^2 - y^2)} + H$$

Für $y = 0$ wird x unendlich groß: die Curve nähert sich daher nur asymptotisch der Horizontalen.

Die Beobachtungen, welche zur Vergleichung dieser Formel mit der wirklichen Gestalt der Curve dienen sollten, wurden mit Brunnenwasser und an einer plan abgedrehten und matt geschliffenen Messing-Scheibe angestellt. In Bezug auf die später zu erwähnenden Veränderungen, welche die Ober-

fläche des Wassers erfährt, bemerke ich noch, daß das Wasser etwa eine Stunde im Kasten gestanden hatte, bevor Alles zu den Messungen vorbereitet war.

Über die Ausführung der Messungen ist noch zu erwähnen, daß ich nach gehöriger Berichtigung und vertikaler Aufstellung des ganzen Apparates zuerst die Höhe des allgemeinen Horizontes bestimmte, indem ich die Scheibe etwa einen Zoll von der Stahlspitze entfernte. Die Stahlspitze war vorher ein wenig seitwärts gebogen, so daß ihre konische Seitenfläche mit der Scheibe in Berührung gebracht werden konnte. Auch die Dicke der Spitze war mit der Loupe untersucht und gleich 0,025 Linien gefunden worden. Diese Bestimmung mußte bei Ermittlung der Abstände, oder der Werthe von x berücksichtigt werden, weil der Nullpunkt der x sich nicht unmittelbar messen, sondern nur dadurch auffinden liefs, daß ich die Scheibe soweit vorrückte, bis sie die conische Oberfläche der Nadelspitze berührte.

Die größte Schwierigkeit bestand darin, die Erhebung der Oberfläche unmittelbar an der Scheibe zu messen: ein Eintauchen der Spitze durfte hier nicht erfolgen, weil ein solches die Oberfläche weit an der Wand heraufzog. Wenn man indessen die Spitze in geringer Entfernung liefs, so konnte man bei Betrachtung der Curve im Profile schon ungefähr denjenigen Punkt erkennen, in welchem die Curve in die Vertikale übergeht, und hiernach die Spitze einstellen. Viel schärfer wird indessen diese Messung, wenn man das Auge etwas seitwärts, jedoch ungefähr in gleicher Höhe mit dem obern Rande der Oberfläche hält. Senkt man alsdann die Spitze bis unter den Punkt, den man bestimmen will, ohne jedoch die Oberfläche zu berühren, so sieht man auf der Oberfläche das Bild der Spitze. Dieses Bild ist nicht umgekehrt, aber gekrümmt, und reicht tiefer herab, als die Spitze selbst. Dieses geschieht so lange als die Spitze noch tiefer als der Endpunkt der Curve schwebt. Man schraubt sie daher langsam aufwärts, bis ihr Bild, welches im obern Theile immer schwächer wird, endlich in gleicher Höhe mit der wirklichen Spitze sich zeigt. Die Messung wird auf diese Art ziemlich genau, wiewohl sie lange nicht die Schärfe erreicht, als wenn man die Nadel unmittelbar mit der Oberfläche in Berührung bringen kann. Ich muß indessen bemerken, daß ich bei dieser ersten Untersuchung keineswegs die Bestimmung der Constante beabsichtigte, sondern mich nur davon über-

zeugen wollte, ob die Curve der Oberfläche sich der vorstehenden Gleichung anschliesst, oder wesentlich davon abweicht.

Die Beobachtungen wurden in der Art angestellt, dass die Scheibe, nachdem sie der Nadel möglichst genähert war, nach der Eintheilung des Kreisbogens nach und nach weiter entfernt, und zuletzt so weit zurückgeschoben wurde, dass die Nadel wieder in die horizontale Fläche traf. Hierauf benetzte ich die Scheibe aufs Neue, und stellte eine neue Beobachtungsreihe an. Die Höhe des freien Horizontes ergab sich hierbei unverändert gleich groß, und alle gemessenen Erhebungen (y) sind hierauf reducirt. Die angegebenen Zahlen, sowie alle folgenden Längenmaafse bedeuten Pariser Linien.

| x gemessen | y nach den Beobachtungen | | | | | y im Mittel | x berechn. | Abwei- chung. |
|-----------------|----------------------------|------|------|------|------|------------------|-----------------|------------------|
| | I | II | III | IV | V | | | |
| 0,00 | 1,38 | 1,27 | 1,39 | 1,46 | 1,37 | 1,37 | | |
| 0,31 | 0,64 | 0,69 | 0,69 | 0,74 | 0,73 | 0,70 | 0,33 | + 0,02 |
| 0,63 | 0,44 | 0,47 | 0,46 | 0,57 | 0,52 | 0,49 | 0,63 | 0,00 |
| 0,94 | 0,31 | 0,30 | 0,34 | 0,38 | 0,36 | 0,34 | 0,96 | + 0,02 |
| 1,26 | 0,22 | 0,22 | 0,25 | 0,24 | 0,26 | 0,24 | 1,28 | + 0,02 |
| 1,57 | 0,17 | 0,17 | 0,17 | 0,21 | 0,16 | 0,18 | 1,56 | - 0,01 |
| 1,88 | 0,13 | 0,13 | 0,09 | 0,14 | 0,11 | 0,12 | 1,95 | + 0,07 |
| 2,50 | 0,08 | 0,04 | 0,05 | 0,09 | 0,07 | 0,07 | 2,47 | - 0,03 |
| 3,13 | 0,04 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,06 | 0,04 | 3,01 | - 0,12 |
| 3,74 | 0,01 | 0,02 | 0,01 | 0,02 | 0,02 | 0,016 | 3,90 | + 0,16 |

Die in der achten Spalte enthaltenen Werthe von x sind in der Art berechnet, dass das zu $x = 0$ gehörige y oder H gleich 1,37 angenommen wurde. Die großen Abweichungen, welche für die letzten x zwischen der Messung und der Berechnung vorkommen, erklären sich dadurch, dass für größere Abstände von der Scheibe eine sehr geringe Änderung des Werthes von y schon eine bedeutende Verschiedenheit in der Größe von x bedingt. Im allgemeinen schliessen die Resultate der Rechnung sich so gut an die Beobachtung an, dass kein Misstrauen gegen die theoretische Auffassung der Aufgabe erweckt wird.

Es ergibt sich aus diesen Beobachtungen der Werth der Constante, oder $m = 0,94$ und der kleinste Krümmungshalbmesser oder $r = 0,68$ Pariser Linien.

An die bewegliche Wand des Apparates befestigte ich nach einander auch Scheiben von Buxbaum, Thonschiefer und Glas, und fand die Erhe-

bung der Oberfläche jedesmal mit der an der Messingscheibe beobachteten so genau übereinstimmend, daß die sehr geringen Abweichungen nur als Folge der Beobachtungsfehler angesehen werden mußten. Die obige Herleitung ist daher auch in sofern richtig, als darin vorausgesetzt wurde, daß das Material der Wand keinen Einfluß auf die Capillar-Erscheinung ausübt, wenn nur die Benetzung vollständig ist.

Mit weit größerer Schärfe läßt sich die Erhebung der Oberfläche zwischen zwei senkrecht und parallel aufgestellten Planscheiben beobachten, und es dürfte kaum eine andre Methode geben, welche so sicher, wie diese, zur Bestimmung der Constante führt. Die Rechnung ist für diesen Fall freilich bedeutend schwieriger, aber sie vereinfacht sich doch sehr wesentlich, wenn man die Form der Curve unbeachtet läßt, und sich allein auf die Höhe des Scheitelpunktes in der Mitte zwischen beiden Scheiben und auf die größte Erhebung der Oberfläche unmittelbar neben den Scheiben beschränkt.

Ich habe hierbei die folgende Methode gewählt:

$$y = \frac{m}{\rho}$$

$$= \frac{m dx \cdot d^2 y}{(dx^2 + dy^2)^{\frac{3}{2}}}$$

auf beiden Seiten mit dy multiplicirt und integrirt, giebt

$$C - \frac{1}{2} y^2 = \frac{m dx}{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}}$$

Nenne ich die Erhebung der Oberfläche im Scheitel h , so ist für $y = h$, der Werth von $\frac{dy}{dx} = 0$, also

$$C = \frac{1}{2} h^2 - m$$

daher

$$h^2 - y^2 = \frac{2m dx}{\sqrt{(dx^2 + dy^2)}} - 2m$$

Wenn ferner die Erhebung der Oberfläche neben der Wand mit h' bezeichnet wird, so folgt, da für $y = h'$ der Werth von $\frac{dy}{dx} = \infty$ ist,

$$h'^2 - h^2 = 2m$$

Führe ich diesen Werth von m in die Differenzial-Gleichung ein, so ist

$$\frac{dy^2}{dx^2} = \frac{(h'^2 - h^2)^2}{(h'^2 - y^2)^2} - 1$$

oder

$$dx = \frac{h'^2 - y^2}{\sqrt{[(h'^2 - h^2)^2 - (h'^2 - y^2)^2]}} dy$$

Setze ich

$$\frac{h'^2 - y^2}{h'^2 - h^2} = \text{Sin } \phi$$

und

$$1 - \frac{h^2}{h'^2} = \mu$$

so ist

$$dx = \text{tgt } \phi \cdot dy$$

aber

$$dy = \frac{1}{2} h' \cdot \frac{-\mu \text{Cos } \phi d\phi}{\sqrt{(1 - \mu \text{Sin } \phi)}}$$

folglich

$$\frac{2 dx}{h'} = - \frac{\mu \text{Sin } \phi}{\sqrt{(1 - \mu \text{Sin } \phi)}} d\phi$$

oder

$$\frac{dx}{h} = - \frac{1}{2\sqrt{(1 - \mu)}} \cdot \frac{\mu \text{Sin } \phi}{\sqrt{(1 - \mu \text{Sin } \phi)}} d\phi$$

Diesen Ausdruck löse ich in eine unendliche Reihe auf, welche nach den Potenzen von $\mu \text{Sin } \phi$ ansteigt, und integriere die einzelnen Glieder zwischen den Grenzen $\phi = 0$ und $\phi = \frac{1}{2} \pi$. Diese Grenzen ergeben sich dadurch, daß in dem Ausdrücke

$$\text{Sin } \phi = \frac{h'^2 - y^2}{h'^2 - h^2}$$

y seinen Werth zwischen h und h' verändert. Auf diese Weise verschwindet ϕ in dem Resultate und die Reihe enthält nur die Potenzen von μ .

Nennt man den Abstand der beiden Scheiben $2a$, so erhält man durch die Integration

$$\frac{a}{h} = \frac{1}{2\sqrt{(1 - \mu)}} [f \cdot \mu + f' \mu^2 + f'' \mu^3 + \dots]$$

f, f', f'' u. s. w. sind die Zahlen-Coefficienten, welche sich aus der ange-deuteten Rechnung herleiten lassen. Ich theile ihre Werthe nachstehend bis zum zwanzigsten Gliede mit, und zwar, da die Berechnung doch jedes-mal logarithmisch gemacht werden muß, gebe ich nicht die Zahlen selbst, sondern deren Logarithmen

| | | | | |
|---------|------------------|-------|-----------|---------|
| für das | 1 ^{ste} | Glied | (log f) | 0,00000 |
| " " | 2 ^{te} | " | (log f') | 9,59406 |
| " " | 3 ^{te} | " | (log f'') | 9,39794 |
| " " | 4 ^{te} | " | " | 9,26500 |
| " " | 5 ^{te} | " | " | 9,16385 |
| " " | 6 ^{te} | " | " | 9,08205 |
| " " | 7 ^{te} | " | " | 9,01337 |
| " " | 8 ^{te} | " | " | 8,95409 |
| " " | 9 ^{te} | " | " | 8,90200 |
| " " | 10 ^{te} | " | " | 8,85549 |
| " " | 11 ^{te} | " | " | 8,81352 |
| " " | 12 ^{te} | " | " | 8,77523 |
| " " | 13 ^{te} | " | " | 8,74006 |
| " " | 14 ^{te} | " | " | 8,70752 |
| " " | 15 ^{te} | " | " | 8,67726 |
| " " | 16 ^{te} | " | " | 8,64896 |
| " " | 17 ^{te} | " | " | 8,62241 |
| " " | 18 ^{te} | " | " | 8,59740 |
| " " | 19 ^{te} | " | " | 8,57378 |
| " " | 20 ^{te} | " | " | 8,55133 |

Mit Benutzung dieser Coefficienten ist die Rechnung nicht besonders mühsam: sie wird aber noch viel leichter, wenn man für verschiedene Werthe von μ die zugehörigen $\frac{a}{h}$ berechnet und tabellarisch zusammenstellt. Ich theile eine solche Tabelle am Schlusse dieser Abhandlung mit, und bemerke, dafs die Werthe von $\frac{a}{\sqrt{m}}$ in folgender Art gefunden sind. Aus den obigen Gleichungen

$$h'^2 - h^2 = 2m$$

und

$$1 - \frac{h'^2}{h^2} = \mu$$

$$\frac{1}{\sqrt{1-\mu}} = 1 - \frac{h'^2}{h^2} = \mu$$

ergiebt sich durch Elimination von h'

$$m = \frac{\mu}{2(1-\mu)} h^2$$

oder

$$\sqrt{m} = h \sqrt{\frac{\mu}{2(1-\mu)}}$$

folglich

$$\frac{a}{\sqrt{m}} = \frac{a}{h} \sqrt{\frac{2(1-\mu)}{\mu}}$$

Die Rechnung wird hiernach aufserordentlich leicht. Will man aus dem gemessenen Werthe von h die Constante m finden, so sucht man den

bekanntem Werth von $\frac{a}{h}$ in der zweiten Columne auf und geht aus dieser in die Columne der $\frac{a}{\sqrt{m}}$ über. Wenn man dagegen m kennt und h sucht, so geht man umgekehrt aus der vierten in die zweite Columne über. Da die Rechnung wohl gewöhnlich logarithmisch geführt werden dürfte, so habe ich in einer zweiten Tabelle noch die Logarithmen derselben Gröfsen zusammengestellt, und bei ihrer Benutzung hat man noch den Vortheil, dafs die Differenzen der $\frac{a}{\sqrt{m}}$ sehr nahe halb so grofs sind, als die der $\frac{a}{h}$.

Dieses Zusammentreffen der Differenzen erklärt sich dadurch, dafs man näherungsweise den Krümmungshalbmesser im Scheitel der Curve dem halben Abstände der Scheiben, oder gleich a setzen kann, aldann würde

$$h = \frac{m}{a}$$

oder

$$\frac{a}{h} = \frac{a^2}{m}$$

sein, folglich sind die Zahlen der zweiten Spalte näherungsweise die Quadrate von denen der vierten.

Eine zweite Näherung läfst sich noch dadurch darstellen, dafs man annimmt, die erzeugende Curve sei eine halbe Ellipse, deren grösster und kleinster Durchmesser gleich $2a$ und $2(h' - h)$ sind. Der Krümmungshalbmesser am Ende der vertikalen Axe oder in der Mitte zwischen beiden Scheiben ist alsdann gleich $\frac{a^2}{h' - h}$ und der Krümmungshalbmesser am Ende der horizontalen Axe oder im Endpunkte der Curve neben der Wand gleich $\frac{(h' - h)^2}{a}$. Die Gleichung

$$y = \frac{m}{g}$$

gibt hiernach

$$h = \frac{m(h' - h)}{a^2}$$

und

$$h' = \frac{ma}{(h' - h)^2}$$

Verbindet man beide Ausdrücke, indem man m eliminirt, und setzt man der einfachen Bezeichnung wegen

$$\frac{h' - h}{h} = n$$

so folgt

$$\frac{a}{h} = n \sqrt[3]{1+n}$$

und

$$n = \frac{a^2}{m}$$

Diese Rechnungsart führt zu Resultaten, welche, so lange $\frac{a}{h}$ nicht größer als $\frac{1}{2}$ ist, bis auf 1 oder 2 Hunderttheile mit denen der scharfen Rechnung übereinstimmen. Man wird indessen der letzten um so mehr den Vorzug geben, als sie bei Benutzung der erwähnten Tabelle sogar noch leichter ist, als diese annähernde Rechnung.

Bei Anstellung der Messungen kam es vorzugsweise darauf an, die beiden Scheiben möglichst parallel zu einander aufzustellen, und ihren Abstand genau zu ermitteln. Sie wurden an der oben beschriebenen beweglichen Wand befestigt, und zwar durch zwei Schrauben, die etwa einen halben Zoll tief unter der Oberfläche des Wassers blieben. Ich liefs diese Schrauben noch durch eine dritte Messing-Scheibe greifen, welche die gegenseitige Stellung der beiden ersten reguliren sollte, und zwar war diese so niedrig, daß sie ganz unter Wasser blieb. Sie war auf beiden Seiten mit möglichster Vorsicht auf der Planscheibe abgedreht, und schwach geschliffen. Ihre Dicke bestimmte ich durch denselben Apparat, der die Stahlspitze trug: ich schob sie nämlich zwischen den Cylinder und die Schraube, auf welcher derselbe steht. Dabei veränderte ich wiederholentlich die Lage der Scheibe, um mich zu überzeugen, ob sie überall gleich stark sei, und liefs abwechselnd auch den Cylinder unmittelbar auf der Schraube aufstehen. Fünf Messungen, unter denen das Maximum nur um 0,01 Linie vom Minimum abwich, ergaben die Dicke der Scheibe gleich 1,245 Pariser Linien: der Werth von a ist sonach 0,6225. Hierauf beziehen sich die folgenden Beobachtungen. Die beiden andern Scheiben, zwischen welchen die Erhebung der Oberfläche eintrat, waren gleichfalls vorsichtig abgedreht und schwach geschliffen. Dieses gilt eben sowohl von der Messing- als von den Schiefer-scheiben.

Die Bestimmung der Höhe, in welcher die Nadelspitze die Oberfläche in der Mitte zwischen den Scheiben berührt, konnte sehr sicher geschehen, da in dem glänzenden gekrümmten Spiegel bei Annäherung der Nadel das Bild derselben von unten und zwar verkehrt heraufstieg. Dieses Bild diente zugleich zur Beurtheilung des Standes der Scheiben: wenn die

Nadel sich nämlich nicht in der Mitte befand, so trat ihr Bild von der Seite hervor, und war gekrümmt. Vor und nach jeder solchen Beobachtung wurde die Wand abgeschoben, und die Nadel mit der horizontalen Oberfläche des Wassers in Berührung gebracht. Außerdem habe ich mehrfach bei dieser Gelegenheit auch noch die grösste Erhebung der Oberfläche an der innern Seite der Scheiben, so wie auch an deren äusserer Seite gemessen, und sonach nicht nur den Werth von h , sondern auch von h' und H bestimmt. Endlich bemerke ich noch, dass die Scheiben vorher im Wasser gelegen hatten, und sie vor jeder Beobachtung mit einem Pinsel benetzt wurden. Es liess sich aber bei dieser Aufstellung des Apparates immer sehr deutlich erkennen, wenn an irgend einer Stelle die Benetzung nicht vollständig war, und das Wasser nicht zur vollen Höhe heraufstieg, indem die Regelmässigkeit der spiegelnden Fläche dadurch sehr auffallend gestört wurde.

Die grosse Anzahl von Messungen, die ich mit diesem Apparate angestellt habe, sollten die auffallenden Unterschiede erklären, welche sich in der Erhebung der Oberfläche des Wassers zeigen, während alle äussere Umstände genau dieselben zu sein scheinen. Es ist meine Absicht, die Untersuchung hierüber später fortzusetzen, hier bemerke ich nur, um die Unterschiede in den Resultaten zu erklären, dass die Erhebung um so grösser ist, je frischer die Oberfläche ist. Bringt man Theilchen aus dem Innern an die Oberfläche, so zeigt sich die Capillar-Erscheinung am auffallendsten, aber in der Zwischenzeit von einer halben Minute ist sie schon sehr merklich geringer geworden. Diese Verminderung dauert nicht nur mehrere Stunden, sondern in geringem Maasse sogar Tage lang fort, und am tiefsten sank die Oberfläche, wenn das Wasser kochte. Beim spätern Erkalten blieb die Erhebung der Oberfläche fast eben so geringe, wie sie beim Kochen gewesen war. Es giebt noch eine andere Erscheinung, welche gleichfalls die Veränderung der Oberfläche des Wassers erkennen lässt: ein Oeltropfen verbreitet sich nämlich mit grosser Schnelligkeit über die frische Oberfläche und in einem Momente erscheint der irisirende Farbenschein auf dem ganzen Wasserspiegel, hat das Wasser dagegen schon einige Stunden oder Tage gestanden, wenn es auch durch eine Glasglocke oder eine andere Abschliessung gegen den Staub geschützt war, so bleibt der Oeltropfen ruhig liegen, und

seine Verbreitung verbunden mit dem Irisiren stellt sich entweder gar nicht, oder doch nur sehr langsam ein.

Ich will einige Beobachtungen, die mit dem beschriebenen Apparate gemacht wurden, hier anführen, um einerseits die Übereinstimmung mit der vorstehenden theoretischen Herleitung, andererseits aber auch die erwähnte Veränderung der Spannung der Oberfläche oder der Constante m zu zeigen. Ich fand bei destillirtem Wasser und mit Benutzung der Messingscheiben:

$$\text{I: } h = 1,77 \quad h' = 2,38 \quad H = 1,49$$

unmittelbar darauf

$$\text{II: } h = 1,77 \quad h' = 2,35 \quad H = 1,54$$

und nach zwei Stunden

$$\text{III: } h = 1,71 \quad h' = 2,29 \quad H = 1,55$$

Legt man die beobachteten Werthe von h zum Grunde, so ergiebt die Rechnung:

$$\text{I und II: } m = 1,179 \quad h' = 2,34 \quad H = 1,54$$

$$\text{III: } m = 1,174 \quad h' = 2,28 \quad H = 1,51$$

Für Brunnenwasser fand ich

$$\text{IV: } h = 1,58 \quad h' = 2,155 \quad H = 1,36$$

$$\text{V: } h = 1,575 \quad h' = 2,105 \quad H = 1,41$$

$$\text{VI: } h = 1,53 \quad h' = 2,085 \quad H = 1,39$$

$$\text{VII: } h = 1,52 \quad h' = 2,04 \quad H = 1,39$$

Die Beobachtungen IV und V, so wie auch VI und VII wurden unmittelbar hinter einander angestellt, dagegen betrug die Zwischenzeit zwischen den beiden mittleren etwa eine Stunde. Aus den Werthen von h finde ich

$$\text{IV: } m = 1,06 \quad h' = 2,15 \quad H = 1,46$$

$$\text{V: } m = 1,06 \quad h' = 2,14 \quad H = 1,45$$

$$\text{VI: } m = 1,03 \quad h' = 2,10 \quad H = 1,43$$

$$\text{VII: } m = 1,02 \quad h' = 2,09 \quad H = 1,43$$

Die Übereinstimmung der beobachteten und berechneten Werthe von h' ist der Sicherheit der Messung ganz entsprechend. Die Erhebung des Randes an der äußern Seite der Scheibe oder H zeigt dagegen etwas regelmäßigere Abweichungen, die indessen leicht von einer verschiedenartigen Veränderung der durch die Scheibe getrennten Oberfläche herrühren mögen.

Endlich erwähne ich noch, daß ich mich bemühte, das Maximum der Erhebung der Oberfläche oder das größte h oder m aufzufinden. Durch

Hinzugiefsen von frischem Wasser läßt sich dieses nicht erreichen, weil vermuthlich dieselben Theilchen, welche bisher die Oberfläche bildeten, immer aufs Neue herauftreten, dagegen stellt sich die stärkere Spannung sehr bald ein, wenn man wiederholentlich die Oberfläche zwischen den beiden Scheiben mit reinem, dicken Löschpapier abhebt. Dieses ist in den nachstehenden Beobachtungen vor jeder einzelnen Messung geschehen, und ich bemerke noch, daß ich dieselben möglichst schnell einander folgen liefs, weil nur dadurch die größten Werthe von h und m zu erreichen waren.

Bei destillirtem Wasser

| | | |
|------------|------------|----------------------------|
| $h = 1,61$ | $m = 1,08$ | $a = 3,454m = \frac{a}{m}$ |
| $= 1,77$ | $= 1,18$ | |
| $= 2,00$ | $= 1,32$ | |
| $= 2,14$ | $= 1,42$ | |
| $= 2,18$ | $= 1,44$ | |
| $= 2,24$ | $= 1,48$ | |
| $= 2,24$ | $= 1,48$ | |
| $= 2,27$ | $= 1,50$ | $a = 2,896$ |

Bei Brunnen-Wasser

| | |
|------------|------------|
| $h = 1,69$ | $m = 1,13$ |
| $= 1,85$ | $= 1,23$ |
| $= 1,95$ | $= 1,29$ |
| $= 2,02$ | $= 1,33$ |
| $= 2,09$ | $= 1,38$ |
| $= 2,13$ | $= 1,41$ |
| $= 2,17$ | $= 1,43$ |
| $= 2,18$ | $= 1,44$ |
| $= 2,20$ | $= 1,45$ |
| $= 2,23$ | $= 1,48$ |

Zwischen destillirtem und Brunnenwasser findet sonach kein merklicher Unterschied statt.

Die Erhebung oder Senkung der Oberfläche in senkrecht aufgestellten cylindrischen Röhren ist durch die Gleichung

$$y = m \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'} \right)$$

bedingt. Die Differenzial-Gleichung für die Form der Oberfläche ist hieraus leicht zu finden, aber die Integration derselben bietet grofse Schwierig-

keiten dar. Poisson giebt die drei ersten Glieder des Ausdrucks an. Wenn nämlich a den Halbmesser der Röhre und h die Erhebung der Oberfläche in deren Axe über dem allgemeinen Horizonte bedeutet, so ist

$$h = \frac{2m}{a} - \frac{a}{3} + \frac{a^3}{6m} (\log 4 - 1)$$

oder

$$h = \frac{2m}{a} \left(1 - \frac{1}{6} \cdot \frac{a^2}{m} + 0,0322 \cdot \frac{a^4}{m^2} \right)$$

Wenn h bekannt ist, findet man hienach m aus der quadratischen Gleichung

$$m^2 - \frac{1}{2} ma \left(h + \frac{1}{3} a \right) = - 0,0322 \cdot a^4$$

Ein anderer Näherungswerth läßt sich leichter darstellen, wenn man annimmt, daß die erzeugende Curve der Oberfläche der Quadrant einer Ellipse sei, deren kleine Axe in der Axe der Röhre liegt, und deren große Axe die Oberfläche neben der Röhrenwand trifft.

Für den tiefsten Punkt der Oberfläche, oder in der Axe der Röhre, ist

$$\varrho = \varrho' = \frac{a^2}{h' - h}$$

wenn h' wieder die größte Erhebung der Oberfläche neben der Röhrenwand bezeichnet. Für einen Punkt der Oberfläche, der in dieser Höhe h' liegt, ist aber

$$\varrho = \frac{(h' - h)^2}{a}$$

und

$$\varrho' = a$$

Man hat also

$$h = \frac{2m(h' - h)}{a^2}$$

und

$$h' = \frac{ma}{(h' - h)^2} + \frac{m}{a}$$

Wenn man h' eliminirt und

$$\frac{2m}{ah} = c$$

setzt, so findet man

$$c^4 + c^2 - 2c = \frac{2a}{h}$$

Wäre die Oberfläche eine halbe Kugelfläche, oder $h' - h = a$, so würde man

$$\frac{2m}{ah} = 1$$

finden. Man kann daher Eins als ersten Näherungswerth von c ansehen, und sonach

$$c = 1 + \Delta$$

setzen. Man findet alsdann, wenn die höhern Potenzen von Δ vernachlässigt werden

$$\frac{2a}{h} = 4\Delta + 7\Delta^2$$

folglich

$$\Delta = \frac{2}{7} \left[\sqrt{\left(1 + \frac{7}{2} \cdot \frac{a}{h}\right)} - 1 \right]$$

und hieraus

$$m = \frac{1}{2} ah + \frac{1}{4} a^2 - \frac{7}{32} \cdot \frac{a^3}{h}$$

Aus den im Folgenden mitgetheilten Beobachtungen habe ich nach beiden Methoden den Werth der Constante m hergeleitet. Der Unterschied ist nicht bedeutend. Auch die Summen der Quadrate der übrig bleibenden Abweichungen fand ich für beide Rechnungsarten nahe gleich: nichts desto weniger verdient die erste Methode ohne Zweifel als die richtigere den Vorzug.

Die Beobachtung der Capillar-Erscheinung in engen cylindrischen Glasröhren ist zwar überaus bequem, auch stellt sich die Erhebung oder Senkung der Oberfläche darin sehr auffallend dar; die Messung ist aber, wie bereits erwähnt, weit weniger scharf auszuführen, als zwischen zwei Planscheiben. Wenn indessen eine genauere Messung dabei auch möglich wäre, so würden die Resultate doch immer nicht dieselbe Sicherheit haben, weil die Erscheinung selbst höchst unregelmäßig eintritt, und sonach die Fehler der Ablesung kaum in Betracht kommen. Man versuche eine Glasröhre, deren lichte Weite etwa eine halbe Linie beträgt, abwechselnd zu verstellen und jedesmal die Erhebung zu messen, während man für die gehörige Benetzung der Wände sorgt, und alle äußere Umstände ganz unverändert dieselben zu sein scheinen, so wird man doch finden, daß die Erhebung sehr verschieden ausfällt, und Differenzen von einer vollen Linie gar nicht selten sind. Der Grund hiervon muß ohne Zweifel in dem Mangel an Beweglichkeit der Oberfläche gesucht werden (wie dieses sich auch im Barometer zeigt), außerdem aber tritt auch hier wieder die auffallende regelmäßige Veränderung ein, in Folge deren das Wasser nach und nach in der Röhre einen immer tiefern Stand einnimmt. Die unregelmäßigen oder zu-

fälligen Abweichungen werden aber um so größer, je tiefer die Flüssigkeit herabsinkt. Die größte Übereinstimmung findet man noch, wenn jedesmal eine frische Oberfläche gebildet wird, und dieses ist leicht zu erreichen, wenn man vor jeder Messung einige Tropfen aus der Röhre aussaugt. Man thut aber wohl, in das obere Ende der Röhre vorher einen Faden zu stecken, damit nicht etwa Schleim aus dem Munde hineintritt. Sobald die frische Oberfläche dargestellt, und der Faden wieder herausgezogen ist, muß man möglichst schnell die Ablesung machen, weil die Höhe sich nach einer halben Minute schon sehr merklich verändert.

Was die sonstige Anordnung dieser Beobachtungen betrifft, so maafs ich die Erhebung des Wassers an einem seitwärts senkrecht aufgestellten kleinen Maafsstabe, der zwar nur in ganze Linien getheilt, aber mit lang ausgezogenen Theilstrichen versehen war, um längs denselben beim Visiren von der Seite die Höhe etwa bis auf ein Zehnthel einer Linie sicher schätzen zu können. Der Maafsstab war mittelst einer Schraube sanft zu heben und zu senken, und trug am untern Ende eine Stahlspitze, welche den Wasserspiegel in hinreichendem Abstände von der Röhre, also an einer Stelle berührte, wo derselbe bereits horizontal war. Es verdient kaum erwähnt zu werden, dafs man von dem dunkeln Streifen, der die Oberfläche des Wassers in der Röhre markirt, nicht etwa die Mitte, sondern die untere Grenze bei der Ablesung berücksichtigen muß.

Ich stellte die Beobachtungen mit sieben verschiedenen Röhren an: dieselben wurden auf 40 bis 50 Linien mit Quecksilber angefüllt, und aus dem Gewichte desselben und der Länge des Quecksilber-Fadens bestimmte ich ihre Weite. Hierdurch ist der Werth von a oder der lichte Halbmesser der Röhren gefunden. Die mit h überschriebenen Spalten bezeichnen die gemessene Erhebung des Wassers in der Oberfläche, jedes einzelne h ist aber schon das Mittel aus drei Beobachtungen, die unmittelbar nach einander angestellt wurden. Die Reihe I bezieht sich auf Brunnenwasser, dagegen II und III auf destillirtes Wasser. In den letzten beiden Spalten sind die Werthe der Constante angegeben, wie sie nach den vorstehenden Formeln für jede einzelne Röhre aus dem Mittelwerthe der Messungen gefunden wurden, und zwar m nach Poisson's Formel und m' für die Annahme des elliptischen Bogens. Endlich muß ich bemerken, dafs die Röhre A bei näherer Untersuchung ihrer Enden mit der Loupe nicht ganz cylindrisch zu sein

schien, woraus es sich erklären würde dafs aus den damit angestellten Beobachtungen der Werth von m sich etwas gröfser, als bei den übrigen Röhren ergab.

| | a | h nach den Beob. | | | h im Mittel | m | m' |
|----------------|-------|--------------------|-------|-------|------------------|-------|-------|
| | | I | II | III | | | |
| Röhre <i>A</i> | 0,295 | | 10,13 | 10,04 | 10,08 | 1,501 | 1,508 |
| „ <i>B</i> | 0,336 | 8,54 | 8,56 | 8,40 | 8,50 | 1,447 | 1,455 |
| „ <i>C</i> | 0,413 | 7,02 | 6,96 | 6,64 | 6,87 | 1,445 | 1,458 |
| „ <i>D</i> | 0,546 | 5,21 | 5,16 | 5,15 | 5,17 | 1,459 | 1,478 |
| „ <i>E</i> | 0,647 | 4,28 | 4,32 | 4,24 | 4,28 | 1,450 | 1,473 |
| „ <i>F</i> | 0,751 | 3,73 | 3,74 | 3,70 | 3,72 | 1,483 | 1,512 |
| „ <i>G</i> | 0,765 | 3,69 | 3,56 | 3,52 | 3,59 | 1,462 | 1,494 |

Der mittlere Werth von m nach der Poisson'schen Formel ergibt sich hiernach gleich 1,464, und wenn man die mit der Röhre *A* angestellten Beobachtungen ausschliesst, 1,458. Beide stimmen nahe mit denjenigen überein, welche aus der Erhebung der Oberfläche zwischen parallelen Scheiben hergeleitet waren, wenn für die möglichste Erneuerung der Oberfläche gesorgt wurde.

Die auf verschiedene Weise angestellten Messungen der Erhebung der Oberfläche des Wassers zeigen sonach eine Übereinstimmung, wie man sie bei den regelmäfsig eintretenden und zufälligen Veränderungen nur erwarten kann. Gegen die Richtigkeit der Voraussetzungen, auf welche die Rechnung basirt ist, begründet sich sonach kein Zweifel.

Die Kraft womit die Theilchen der Oberfläche sich gegenseitig anziehen, oder an einander haften, kann man nach dem Obigen durch die Spannung oder die Festigkeit messen, welche sie bedingt. Ihre Gröfse ergab sich für einen Streifen, dessen Breite gleich einer Pariser Linie ist

$$T = \frac{m}{z}$$

wenn m die ermittelte Constante und z das Gewicht von einer Pariser Cubik-Linie Wasser ist. Beim Wasser stellt sich m in der ganz frischen Oberfläche als Maximum dar, und sein Werth beträgt übereinstimmend für destillirtes- und Brunnenwasser ungefähr 1,48. In sehr kurzer Zeit vermindert sich indessen diese Gröfse, und wenn vollends das Wasser gekocht hat, und wieder abgekühlt ist, so reducirt sie sich auf 0,9. Bei starker Erhitzung des

Wassers ist sie sogar noch geringer, doch werden bei höheren Temperaturen die Beobachtungen ganz unsicher, weil die Scheiben sehr schnell trocknen, so daß oft der umgebogene Rand wegen fehlender Benetzung verschwindet, und die Capillar-Erscheinung periodisch ganz aufhört. Das Niederschlagen des Dampfes am obern Theile der etwas kälteren Scheiben wirkt aber auch so störend, daß jede Sicherheit der Messung verschwindet. Ich habe mich im Vorstehenden allein auf die Mittheilung derjenigen Beobachtungen beschränkt, die etwa bei 8° R. angestellt sind. Einige Temperatur-Veränderung, und selbst die Abkühlung bis zum Gefrierpunkte ließen gar keinen Einfluß auf die Capillar-Erscheinung bemerken.

Es ergibt sich hiernach die Größe der Kraft, womit ein Streifen Wasseroberfläche von 1 Linie Breite dem Zerreißen widersteht, oder seine Festigkeit gleich 0,27 bis 0,16 Gran.

Ein solches Zerreißen der Oberfläche findet bei der Tropfenbildung wirklich statt, und wie sehr die Erscheinung auch durch Umstände bedingt wird, die bei näherer Untersuchung sich als sehr complicirt darstellen, so schien es doch wichtig, zu prüfen, ob dabei wenigstens annähernd die Festigkeit der Oberfläche sich eben so groß herausstellt, wie sie sich aus den Capillar-Erscheinungen ergeben hatte. Das Gewicht des Tropfens bezeichnet die Kraft, welche das Zerreißen bewirkt und die Breite der abreisenden Oberfläche ist in vielen Fällen leicht zu bestimmen.

Es war nöthig, bei diesen Versuchen dafür zu sorgen, daß die äussere Fläche der Röhre, an deren unterm Ende der Tropfen sich bildet nicht benetzt ist, weil der Tropfen sonst, wie bereits erwähnt, sich daran heraufzieht, und einen merklich größern Durchmesser, als den der Röhre annimmt. Bei Röhren von Messing läßt sich dieses viel leichter verhindern, als bei gläsernen. In den folgenden Beobachtungen mit Ausnahme der ersten wurden indessen kreisförmige Scheiben von Messing statt der Röhren angewendet, wobei jene Anschwellung nie eintrat. Unter diesen Scheiben, und so auch unter der sehr dünnen Messingröhre *A* bildete sich der Tropfen, der vor dem Abreißen anscheinend aus einem Cylinder und einer Halbkugel bestand. Der Durchmesser des Cylinders, stimmte so weit man dieses beurtheilen konnte, mit dem der Scheibe und Röhre überein. Betrag der Durch-

messer der Scheibe über 2 Linien, so wurde der Tropfen in seinem obern, oder cylindrischen Theile schon etwas dünner, wiewohl selbst bei grösseren Scheiben die Gröfse des Tropfens noch zunahm. In solchem Falle liefs sich indessen der Durchmesser des Wasser-Cylinders nicht so sicher ermitteln. Die Scheiben oder Röhren wurden in der Öffnung eines Hahns befestigt, so dafs man willkührlich den Zuflufs des Wassers verstärken oder schwächen, und sonach die Tropfenbildung in kurzen oder langen Intervallen eintreten lassen konnte. Ich liefs die Tropfen jedesmal zuerst im Zwischenraume von etwa $1\frac{1}{2}$ Secunden, alsdann in 1 und endlich in $\frac{2}{3}$ Secunden abfallen: hierauf beziehen sich die Angaben *a*, *b* und *c* für jede Scheibe. Die Tropfen wurden zu 50 bis 100 in einer kleinen und sehr dünnen gläsernen Schale aufgefangen und gewogen. Die Resultate sind folgende:

Ansatz *A*: eine Röhre 0,62 Linien stark

der einzelne Tropfen wog *a*) 0,406 Gran

b) 0,413 „

c) 0,422 „

Ansatz *B*: eine Scheibe von 0,88 Linien Durchmesser

der einzelne Tropfen wog *a*) 0,569 Gran

b) 0,577 „

c) 0,585 „

Ansatz *C*: eine Scheibe von 1,20 Linien Durchmesser

der einzelne Tropfen wog *a*) 0,731 Gran

b) 0,745 „

c) 0,760 „

Ansatz *D*: eine Scheibe von 1,70 Linien Durchmesser

der einzelne Tropfen wog *a*) 1,000 Gran

b) 1,018 „

c) 1,025 „

Ansatz *E*: eine Scheibe von 2,42 Linien Durchmesser:

der Durchmesser des Wassercylinders war merklich schwächer und wurde 2,14 Linien geschätzt.

der einzelne Tropfen wog *a*) 1,227 Gran

b) 1,261 „

c) 1,333 „

Es ergibt sich hieraus, daß die Tropfen um so größer werden, je schneller sie sich folgen, was vielleicht davon herrührt, daß die Oberfläche um so frischer ist. Um gleichmäßige Resultate zu erhalten, sind im Folgenden die Messungen *a*, *b* und *c* besonders berechnet. Bezeichnet man das Gewicht des Tropfens mit *G*, und den Radius der äußern Röhrenfläche oder Scheibe mit *r*, so ergibt sich die Festigkeit der Oberfläche

$$T = \frac{G}{2r\pi}$$

| | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> |
|----------|----------|----------|----------|
| <i>A</i> | 0,208 | 0,212 | 0,217 |
| <i>B</i> | 0,206 | 0,209 | 0,212 |
| <i>C</i> | 0,194 | 0,198 | 0,202 |
| <i>D</i> | 0,187 | 0,191 | 0,192 |
| <i>E</i> | 0,182 | 0,188 | 0,198 |

Diese sämtlichen Werthe von *T* fallen zwar innerhalb der oben gefundenen Grenzen, sie widersprechen daher nicht gerade den frühern Resultaten, nichts desto weniger zeigen sie unter sich sehr regelmäßige Abweichungen. Über die Ursache derselben läßt die Erscheinung keinen Zweifel. Wenn der Tropfen sich nämlich löst, so nimmt er nicht die ganze Wassermenge fort, sondern man bemerkt, daß ein Theil derselben zurückbleibt, und daß unmittelbar nach dem Abfallen des Tropfens wieder ein sphärisches Segment von bedeutender Pfeilhöhe unter der Scheibe hängt. Wenn der Tropfen bei möglichst geringem Zuflusse sich recht langsam ausbildet, so daß nur etwa alle Minute ein Tropfen abfällt, so zeigt es sich sehr deutlich, in welcher Weise das Abreißen geschieht. Die Oberfläche zieht sich nämlich in einigem Abstände von der Scheibe merklich zusammen, und wie sie an dieser Stelle eine geringere Ausdehnung erhält, so erfolgt das Ausziehen sehr schnell, so daß die darüber befindliche Wassermenge, welche natürlich auch drückt, und daher auf das Abreißen von Einfluß ist, zurückbleibt. Es folgt hieraus auch, daß an der Bruchstelle keineswegs eine ganz frische Oberfläche statt findet.

Man darf wohl annehmen, daß die zurückbleibende Wassermenge der dritten Potenz des Durchmessers der Scheibe oder der Röhre proportional sei, alsdann hat man

$$G + r^3 x = 2r\pi T$$

Lege ich die mit a bezeichneten Beobachtungen allein zu Grunde, die unter sich am besten übereinstimmen, und daher die genauesten zu sein scheinen, so finde ich nach der Methode der kleinsten Quadrate

$$T = 0,20254$$

$$\text{und } x = 0,1162$$

diese Werthe in die obige Formel eingeführt ergeben

$$\text{für } A \dots\dots\dots G = 0,389$$

$$B \dots\dots\dots = 0,550$$

$$C \dots\dots\dots = 0,750$$

$$D \dots\dots\dots = 1,010$$

$$E \dots\dots\dots = 1,219$$

die beobachtete Gröfse der Tropfen stellt sich sonach auf diese Weise ziemlich genau dar. Der Werth von T entspricht der Constante

$$m = 1,095$$

also gleichfalls übereinstimmend mit dem früher gefundenen, vorausgesetzt, dafs die Oberfläche nicht mehr ganz frisch ist.

Der Werth von x bezieht sich auf das Gewicht und zwar in Granen ausgedrückt. Er wird 0,628 wenn man das Gewicht der Cubiklinie Wasser einführt. Dieses x entspricht einem Kugelsegmente, dessen Pfeilhöhe gleich 0,1907 oder nahe dem fünften Theile des Halbmessers der Röhre ist. In der Wirklichkeit zeigt sich die Pfeilhöhe des anhängenden Tropfens viel gröfser, diese Verschiedenheit kann aber nicht befremden, da man den Tropfen erst untersuchen kann, nachdem das Abreißen erfolgt und Alles wieder in Ruhe gekommen ist, während in dieser Zwischenzeit der Zuflufs nicht unterbrochen wird.

Berlin den 29. Mai 1845.



$$m = \frac{a^2}{2}$$

Tabelle I.

a..... halbe Entfernung der beiden Scheiben.
 h..... Erhebung oder Senkung der Oberfläche in der Mitte zwischen beiden Scheiben.
 m..... die Constante.

| μ | $\frac{a}{h}$ | Diff. | $\frac{a}{\sqrt{m}}$ | Diff. | μ | $\frac{a}{h}$ | Diff. | $\frac{a}{\sqrt{m}}$ | Diff. |
|-------|---------------|-------|----------------------|-------|-------|---------------|-------|----------------------|-------|
| 0,00 | 0,0000 | 51 | 0,0000 | 714 | 0,39 | 0,3014 | 122 | 0,5331 | 100 |
| 0,01 | 0051 | 51 | 0714 | 294 | 0,40 | 3136 | 125 | 5431 | 102 |
| 0,02 | 0102 | 52 | 1008 | 231 | 0,41 | 3261 | 130 | 5533 | 102 |
| 0,03 | 0,0154 | 53 | 0,1239 | 198 | 0,42 | 0,3391 | 133 | 0,5635 | 103 |
| 0,04 | 0207 | 55 | 1437 | 176 | 0,43 | 3524 | 138 | 5738 | 104 |
| 0,05 | 0262 | 55 | 1613 | 162 | 0,44 | 3662 | 142 | 5842 | 105 |
| 0,06 | 0,0317 | 57 | 0,1775 | 150 | 0,45 | 0,3804 | 147 | 0,5947 | 107 |
| 0,07 | 0374 | 57 | 1925 | 141 | 0,46 | 3951 | 152 | 6054 | 107 |
| 0,08 | 0431 | 58 | 2066 | 135 | 0,47 | 4103 | 156 | 6161 | 108 |
| 0,09 | 0,0489 | 60 | 0,2201 | 129 | 0,48 | 0,4259 | 162 | 0,6269 | 109 |
| 0,10 | 0549 | 61 | 2330 | 124 | 0,49 | 4421 | 167 | 6378 | 110 |
| 0,11 | 0610 | 62 | 2454 | 121 | 0,50 | 4588 | 174 | 6488 | 113 |
| 0,12 | 0,0672 | 64 | 0,2575 | 117 | 0,51 | 0,4762 | 180 | 0,6601 | 114 |
| 0,13 | 0736 | 64 | 2692 | 114 | 0,52 | 4942 | 187 | 6715 | 115 |
| 0,14 | 0800 | 66 | 2806 | 111 | 0,53 | 5129 | 193 | 6830 | 117 |
| 0,15 | 0,0866 | 68 | 0,2917 | 110 | 0,54 | 0,5322 | 201 | 0,6947 | 118 |
| 0,16 | 0934 | 69 | 3027 | 107 | 0,55 | 5523 | 208 | 7065 | 119 |
| 0,17 | 1003 | 70 | 3134 | 106 | 0,56 | 5731 | 217 | 7184 | 122 |
| 0,18 | 0,1073 | 72 | 0,3240 | 105 | 0,57 | 0,5948 | 227 | 0,7306 | 125 |
| 0,19 | 1145 | 74 | 3345 | 103 | 0,58 | 6175 | 237 | 7431 | 128 |
| 0,20 | 1219 | 75 | 3448 | 102 | 0,59 | 6412 | 248 | 7559 | 131 |
| 0,21 | 0,1294 | 77 | 0,3550 | 102 | 0,60 | 0,6660 | 258 | 0,7690 | 132 |
| 0,22 | 1371 | 79 | 3652 | 100 | 0,61 | 6918 | 269 | 7822 | 135 |
| 0,23 | 1450 | 80 | 3752 | 99 | 0,62 | 7187 | 282 | 7957 | 138 |
| 0,24 | 0,1530 | 83 | 0,3851 | 99 | 0,63 | 0,7469 | 296 | 0,8095 | 141 |
| 0,25 | 1613 | 84 | 3950 | 99 | 0,64 | 7765 | 310 | 8236 | 144 |
| 0,26 | 1697 | 87 | 4049 | 99 | 0,65 | 8075 | 326 | 8380 | 147 |
| 0,27 | 0,1784 | 88 | 0,4148 | 98 | 0,66 | 0,8401 | 343 | 0,8527 | 151 |
| 0,28 | 1872 | 91 | 4246 | 98 | 0,67 | 8744 | 362 | 8678 | 156 |
| 0,29 | 1963 | 93 | 4344 | 98 | 0,68 | 9106 | 382 | 8834 | 160 |
| 0,30 | 0,2056 | 96 | 0,4442 | 98 | 0,69 | 0,9488 | 404 | 0,8994 | 164 |
| 0,31 | 2152 | 98 | 4540 | 98 | 0,70 | 9892 | 429 | 9158 | 170 |
| 0,32 | 2250 | 100 | 4638 | 98 | 0,71 | 1,0321 | 455 | 9328 | 176 |
| 0,33 | 0,2350 | 103 | 0,4736 | 98 | 0,72 | 1,0776 | 484 | 0,9504 | 180 |
| 0,34 | 2453 | 106 | 4834 | 99 | 0,73 | 1,1260 | 515 | 9684 | 186 |
| 0,35 | 2559 | 110 | 4933 | 99 | 0,74 | 1,1775 | 549 | 9870 | 193 |
| 0,36 | 0,2669 | 112 | 0,5032 | 99 | 0,75 | 1,2324 | 590 | 1,0063 | 201 |
| 0,37 | 2781 | 115 | 5131 | 100 | 0,76 | 1,2914 | 634 | 1,0264 | 208 |
| 0,38 | 2896 | 118 | 5231 | 100 | 0,77 | 1,3548 | 681 | 1,0472 | 216 |
| 0,39 | 0,3014 | | 0,5331 | | 0,78 | 1,4229 | | 1,0688 | |

L 2

1,4960

1,5016

1,0913

1,0920

Ergebnis der Berechnung
 2. Mittelwert
 $\frac{a}{\sqrt{m}} = 1,0931$

Tabelle II.

| μ | $\log \frac{a}{h}$ | Diff. | $\log \frac{a}{v_m}$ | Diff. | μ | $\log \frac{a}{h}$ | Diff. | $\log \frac{a}{v_m}$ | Diff. |
|-------|--------------------|----------|----------------------|----------|-------|--------------------|-------|----------------------|-------|
| 0,00 | — ∞ | ∞ | — ∞ | ∞ | 0,39 | 9,4791 | 172 | 9,7268 | 81 |
| 0,01 | 7,7055 | 3023 | 8,8538 | 1496 | 0,40 | 9,4963 | 171 | 9,7349 | 81 |
| 0,02 | 8,0078 | 1801 | 9,0034 | 898 | 0,41 | 9,5134 | 169 | 9,7430 | 79 |
| 0,03 | 8,1879 | 1289 | 9,0932 | 642 | 0,42 | 9,5303 | 168 | 9,7509 | 79 |
| 0,04 | 8,3168 | 1010 | 9,1574 | 503 | 0,43 | 9,5471 | 168 | 9,7588 | 78 |
| 0,05 | 8,4178 | 834 | 9,2077 | 414 | 0,44 | 9,5639 | 164 | 9,7666 | 77 |
| 0,06 | 8,5012 | 711 | 9,2491 | 354 | 0,45 | 9,5803 | 164 | 9,7743 | 77 |
| 0,07 | 8,5723 | 621 | 9,2845 | 307 | 0,46 | 9,5967 | 163 | 9,7820 | 76 |
| 0,08 | 8,6344 | 553 | 9,3152 | 275 | 0,47 | 9,6130 | 163 | 9,7896 | 76 |
| 0,09 | 8,6897 | 500 | 9,3427 | 246 | 0,48 | 9,6293 | 162 | 9,7972 | 75 |
| 0,10 | 8,7397 | 457 | 9,3673 | 226 | 0,49 | 9,6455 | 162 | 9,8047 | 75 |
| 0,11 | 8,7854 | 422 | 9,3899 | 208 | 0,50 | 9,6617 | 161 | 9,8122 | 74 |
| 0,12 | 8,8276 | 391 | 9,4107 | 193 | 0,51 | 9,6778 | 161 | 9,8196 | 75 |
| 0,13 | 8,8667 | 366 | 9,4300 | 180 | 0,52 | 9,6939 | 161 | 9,8271 | 74 |
| 0,14 | 8,9033 | 345 | 9,4480 | 170 | 0,53 | 9,7100 | 160 | 9,8345 | 73 |
| 0,15 | 8,9378 | 326 | 9,4650 | 160 | 0,54 | 9,7260 | 161 | 9,8418 | 73 |
| 0,16 | 8,9704 | 309 | 9,4810 | 152 | 0,55 | 9,7421 | 161 | 9,8491 | 73 |
| 0,17 | 9,0013 | 295 | 9,4962 | 144 | 0,56 | 9,7582 | 162 | 9,8564 | 73 |
| 0,18 | 9,0308 | 282 | 9,5106 | 138 | 0,57 | 9,7744 | 162 | 9,8637 | 74 |
| 0,19 | 9,0590 | 270 | 9,5244 | 131 | 0,58 | 9,7906 | 164 | 9,8711 | 74 |
| 0,20 | 9,0860 | 260 | 9,5375 | 127 | 0,59 | 9,8070 | 164 | 9,8785 | 74 |
| 0,21 | 9,1120 | 251 | 9,5502 | 123 | 0,60 | 9,8234 | 165 | 9,8859 | 74 |
| 0,22 | 9,1371 | 242 | 9,5625 | 117 | 0,61 | 9,8399 | 167 | 9,8933 | 75 |
| 0,23 | 9,1613 | 235 | 9,5742 | 114 | 0,62 | 9,8566 | 167 | 9,9008 | 74 |
| 0,24 | 9,1848 | 228 | 9,5856 | 110 | 0,63 | 9,8733 | 168 | 9,9082 | 75 |
| 0,25 | 9,2076 | 221 | 9,5966 | 108 | 0,64 | 9,8901 | 170 | 9,9157 | 75 |
| 0,26 | 9,2297 | 216 | 9,6074 | 104 | 0,65 | 9,9071 | 172 | 9,9232 | 76 |
| 0,27 | 9,2513 | 211 | 9,6178 | 102 | 0,66 | 9,9243 | 174 | 9,9308 | 76 |
| 0,28 | 9,2724 | 205 | 9,6280 | 99 | 0,67 | 9,9417 | 176 | 9,9384 | 77 |
| 0,29 | 9,2929 | 201 | 9,6379 | 96 | 0,68 | 9,9593 | 179 | 9,9461 | 78 |
| 0,30 | 9,3130 | 198 | 9,6475 | 95 | 0,69 | 9,9772 | 181 | 9,9539 | 79 |
| 0,31 | 9,3328 | 193 | 9,6570 | 93 | 0,70 | 9,9953 | 184 | 9,9618 | 80 |
| 0,32 | 9,3521 | 190 | 9,6663 | 91 | 0,71 | 0,0137 | 188 | 9,9698 | 81 |
| 0,33 | 9,3711 | 187 | 9,6754 | 89 | 0,72 | 0,0325 | 190 | 9,9779 | 82 |
| 0,34 | 9,3898 | 183 | 9,6843 | 88 | 0,73 | 0,0515 | 195 | 9,9861 | 82 |
| 0,35 | 9,4081 | 182 | 9,6931 | 86 | 0,74 | 0,0710 | 198 | 9,9943 | 84 |
| 0,36 | 9,4263 | 178 | 9,7017 | 85 | 0,75 | 0,0908 | 203 | 0,0027 | 86 |
| 0,37 | 9,4441 | 176 | 9,7102 | 84 | 0,76 | 0,1111 | 208 | 0,0113 | 87 |
| 0,38 | 9,4617 | 174 | 9,7186 | 82 | 0,77 | 0,1319 | 213 | 0,0200 | 89 |
| 0,39 | 9,4791 | | 9,7268 | | 0,78 | 0,1532 | | 0,0289 | |

MACYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

1. Spinning - $n_{50098} / 40$ (1-1) 1

| | | | | | | | |
|--------|-------------|--------|----|-------|------|------|-----|
| 1,2232 | 00 | 1,324 | 25 | 252,7 | 22,8 | 1097 | 918 |
| | 20% Gly | 1,259 | 41 | 226,2 | 26,5 | 1547 | 909 |
| | 50% Gly | 1,4005 | 29 | 211,7 | 14,5 | 2000 | 904 |
| | 70% Gly | 1,4295 | 36 | 196,6 | 15,1 | 2284 | 918 |
| | Glyc. % | 1,4,66 | 71 | 173,6 | 23,0 | 3027 | 924 |
| | Handmad alg | 1,537 | 44 | 139 | 13,9 | 2847 | 916 |
| | Amis lin | 1,581 | 43 | 152,7 | 7,0 | 3261 | 932 |
| 1,6247 | Spinning | 1,624 | | | | | 954 |

| | Kötelés | $\frac{dn}{dt}$ |
|----------------------------|-------------------------------|-----------------|
| 2 Spinningbot 672 1,588 | + t = 21° 1 (1,627) n = 1,624 | 0,864 |
| | + 120° 5 (1,542) = 1,539 | |
| 142° 1,577 | 137° 5 1,521 | 103 |
| | + 150° 5 (1,514) 1,508 | 120 |
| 183,6 1,460 | + 193° 7 1,456 | |
| | 216,0 1,420 | 189 |
| 225,4 1,391 | + 251,3 1,347 | |

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

$n_0 = 1,641 \quad n_{150} = 1,509 \quad n_{250} = 1,350$
 értékek:
 $n = 1,641 - \frac{0,000783t}{a} - \frac{3524t^3}{10^{12}b} - \frac{40900t^5}{10^{18}c}$
 $\log a = 0,89376 - 4$
 $\log b = 0,54707 - 10$
 $\log c = 0,61155 - 14$

minimális 270° 2.

Bemutató

1893 június 11.

~~25,2~~
 58,0) 152,5
 30,5) 152,5
 20,5) 152,5
 58,0) 152,5

Temp = 21,2 Ellenőrzés 527,2
 30,2) 152,2 58,1) 152,5
 58,0) 152,2 30,4) 152,5

Ellenőrzés 527,0 Temp. 21,4

Rehabilitáció

6,1) 821,3 20,5) 821,5 5,2) 821,5
 47,4) 821,3 45,0) 821,5 46,7) 821,5

25,5) 821,5
 44,0) 821,5

55,0) 217,6 17,8) 218,2 53,4) 217,7
 17,4) 217,6 26,0) 218,2 17,7) 217,7

Újra

Ellenőrzés 523,0 Temp 21,1

14,1) 157,1 44,6) 157,1
 43,6) 157,1 13,1) 157,1

~~43,1) 152,2
 10,9) 152,2
 11,8) 152,4
 44,2) 152,4~~

~~47,2) 153,6
 13,6) 153,6
 45,0) 154,0
 11,0) 154,0~~

~~13,9) 153,7
 17,6) 153,7
 11,0) 153,8
 44,8) 153,8~~

44,7) 152,7
 11,0) 152,7

152,9 152,8 152,7 152,8

1028
 1028

MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA KÖNYVTÁRA

n = 1,624

detektas 1h. Elmanas 629,6

da 42,2) 248,9
51,1
vi 51,6) 249,6
41,2
t = 245,0

detektas 3h. Elmanas 632,0

da 38,3) 262,5
0,8
vi 0,9) 262,2
38,7
da 38,4) 262,6
1,0
t = 250,6
n = 1,349

detektas 4h-30 Elmanas 632,3

da 38,1) 263,8
1,9
vi 2,0) 264,1
37,9
da 38,1) 263,8
1,9
vi 2,0) 263,9
38,1
R
n = 1,047
t = 251,3
da 3,7) 826,5
50,2
vi 29,3) 826,4
42,9

Kritikus = 639,5 (aktinibol)
Kritikus = 639,0 (Armenian ayin nyjelini's bol)

R = da 20,8) 824,1
1,9
vi 31,4) 823,2
48,2
vi 7,8) 824,2
52,0
vi 31,0) 824,5
46,5
t = 270°2

Repi 6h. Elmanas 574,5

da 19,4) 171,6
11,0
vi 11,0) 171,4
19,6
vi 19,3) 171,5
10,8

Repi 9h-20. Elmanas 576,0

~~174,0~~ 172,8 173,0 172,4
n = 1,539
t = 120°5

2. Ma 1.000

Ellenain 609,0

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|------|---|-------|----|------|---|-------|----|------|---|-------|----|------|---|-------|
| du | 15,2 |) | 202,2 | du | 29,6 |) | 202,4 | du | 16,0 |) | 202,1 | du | 27,9 |) | 202,1 |
| | 37,5 | | | | 17,2 | | | | 38,1 | | | | 16,0 | | |

Ellenain

608,5

$n = 1,456$

$t = 190^{\circ} 7$

Ellenain 589,5

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|------|---|-------|----|------|---|-------|----|------|---|-------|----|------|---|-------|
| du | 24,8 |) | 181,8 | du | 26,8 |) | 181,6 | du | 24,5 |) | 181,5 | du | 27,1 |) | 181,8 |
| | 26 | | | | 25,2 | | | | 26,0 | | | | 25,0 | | |

Ellenain 589,5

$n = 1,508$

$t = 150,5$

$$\text{Legisvair ellenain} = \frac{18,5}{989,5} = \frac{0,0185}{1} = 0,0185$$

ca 10. Ellenain 618,2

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|------|---|-------|----|------|---|-------|----|------|---|-------|----|------|---|-------|
| du | 5,8 |) | 214,2 | du | 43,5 |) | 214,6 | du | 8,9 |) | 214,7 | du | 43,4 |) | 214,5 |
| | 40,0 | | | | 8,9 | | | | 43,6 | | | | 8,9 | | |

$n = 1,420$

$t = 216,0$

ca 8. Ellenain 583,8

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|------|---|-------|----|-----|---|-------|----|------|---|-------|----|-----|---|-------|
| du | 10,0 |) | 178,0 | du | 8,0 |) | 178,2 | du | 10,0 |) | 178,2 | du | 8,2 |) | 178,2 |
| | 8,0 | | | | 9,8 | | | | 8,2 | | | | 8,2 | | |

$$n = \frac{1,527}{1,521}$$

$t = 137,5$

Víz

30,0

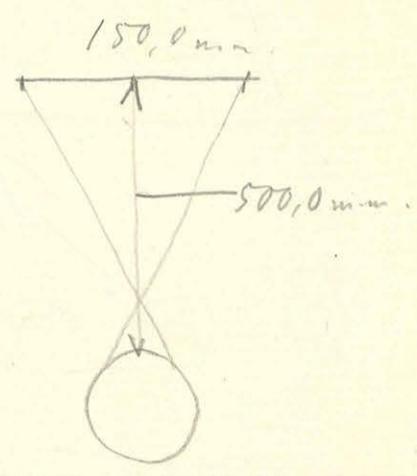
glycerin

7,4) 196,8
24,2

24,3) 196,5
7,8

7,8) 196,4
24,2

24,2) 196,5
7,8



Víz

40,0) 274,0
14,3

14,7) 275,7
39,0

38,8) 275,5
14,3

14,3) 275,0
39,0

39,0) 275,4
14,4

14,2) 275,4
38,8

50% glycerin

50,5) 226,0
36,5

36,2) 226,2
50,0

50,1) 226,0
36,4

36,2) 226,3
49,9

20% glycer

42,7) 252,8
55,5

55,5) 252,7
42,4

42,8) 252,7
55,5

55,5) 252,4
42,8

70% glycerin

4,1) 211,8
35,9

36,9) 210,9
6,0

4,5) 211,5
36,0

36,1) 211,7
4,9

4,6) 211,5
36,1

36,2) 211,7
4,5

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

Leukerig

19,7) 152,8
47,5 (5,17

47,0) 152,5
19,5 (5,31

19,9) 152,6
47,0 (0,44

49,0) 152,7
19,2 (0,74

Mandole olaj

9,0) 172,5
2,5 (5,2

2,8) 173,8
9,0 (0,6

9,0) 172,7
2,7 (1,2

2,8) 173,8
9,0 (0,6

| | | |
|----------|-------|--------|
| Leukerig | 152,7 |) 20,0 |
| Mandole | 173,7 |) 22,8 |
| Glycerin | 196,5 |) 15,1 |
| 75% " | 211,6 |) 14,6 |
| 50% " | 226,2 |) 26,5 |
| 20% " | 252,7 |) 22,7 |
| Vü | 275,4 | |

Anilin

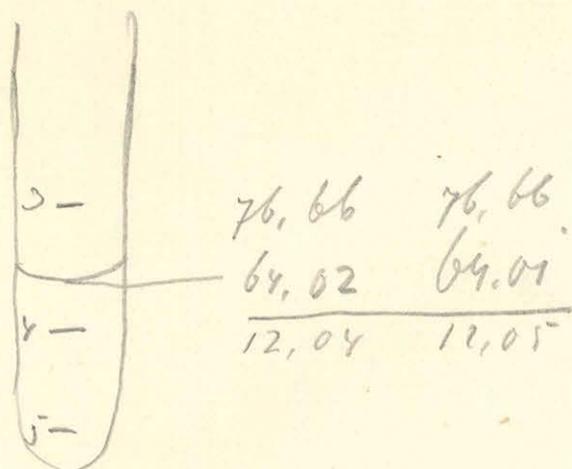
19,0) 159,7
58,7 (0,75

59,0) 159,5
19,5 (0,65

18,9) 159,5
59,9 (0,81

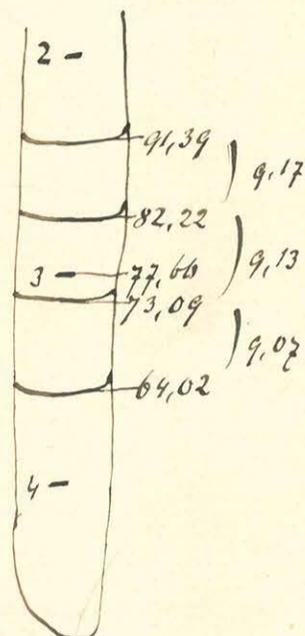
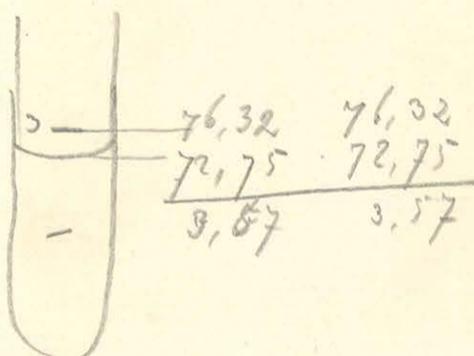
59,0) 159,8
19,2 (0,65

Szénkéreges eső carbobesic

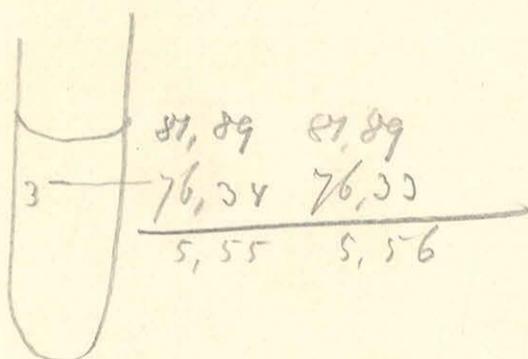


Aug 21, 4

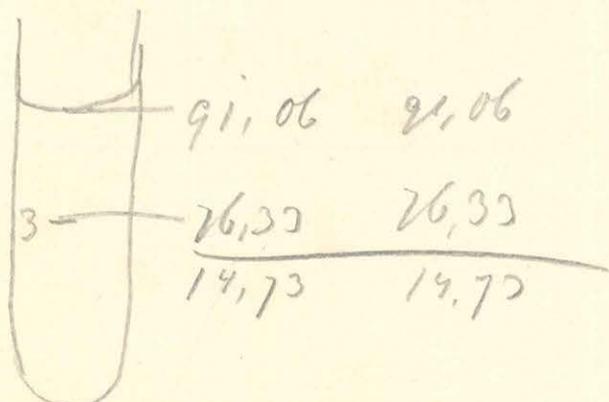
1 cm³ alkohol kora



1 cm³ alkohol kora



1 cm³ alkohol kora



MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

Aug 21, 4

Altkor ferimutataja

$$\begin{array}{r} \text{don } 19,1 \\ 58,0 \end{array}) 398,9$$

$$\begin{array}{r} \text{v. } 57,7 \\ 18,4 \end{array}) 399,3$$

$$\begin{array}{r} \text{di } 18,6 \\ 58,0 \end{array}) 399,4$$

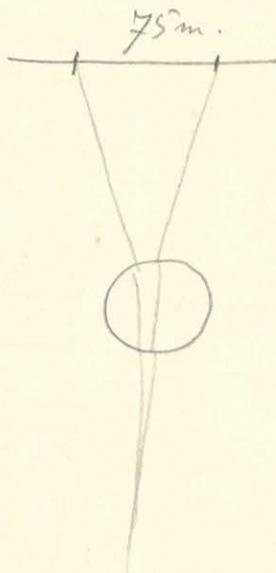
$$\begin{array}{r} \text{v. } 57,8 \\ 18,4 \end{array}) 399,4$$

$$\begin{array}{r} 18,6 \\ 57,9 \end{array}) 399,3$$

$$\begin{array}{r} 58,6 \\ 19,0 \end{array}) 399,6$$

$$\begin{array}{r} 19,2 \\ 58,6 \end{array}) 399,4$$

$$\begin{array}{r} 58,5 \\ 18,9 \end{array}) 399,6$$



Tavasi a 1. jelen

4 altkor + 1 anylatvétel.

$$\begin{array}{r} \text{don } 31,3 \\ 30,0 \end{array}) 478,7$$

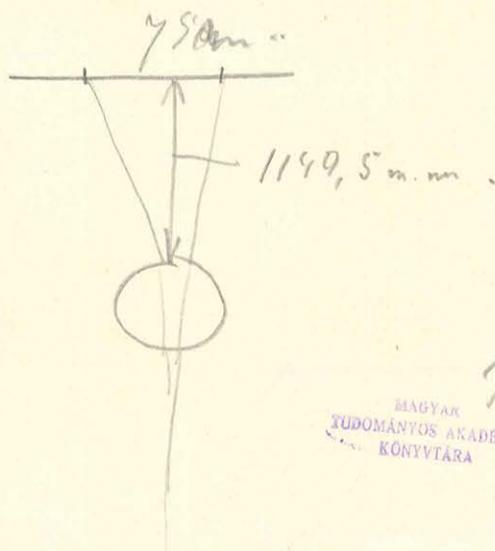
$$\begin{array}{r} \text{v. } 30,0 \\ 31,0 \end{array}) 479,0$$

$$\begin{array}{r} \text{di } 31,2 \\ 30,0 \end{array}) 478,7$$

$$\begin{array}{r} \text{v. } 30,3 \\ 31,4 \end{array}) 478,9$$

$$\begin{array}{r} 31,3 \\ 30,1 \end{array}) 478,8$$

$$\begin{array}{r} 30,2 \\ 31,3 \end{array}) 478,9$$

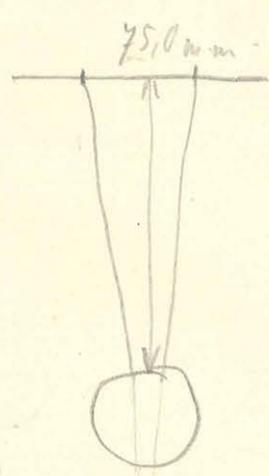


Tavasi a 2. jelen

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADEMIA
KÖNYVTÁRA

3 achter + 2 anwyfaldstrol

den 3,4) 538,1 in 1,8) 538,4 3,5) 538,4 1,8) 538,2
 1,5) 3,4) 1,9) 3,6)
 de 3,6) 538,2 in 2,0) 538,4
 1,9) 3,6)

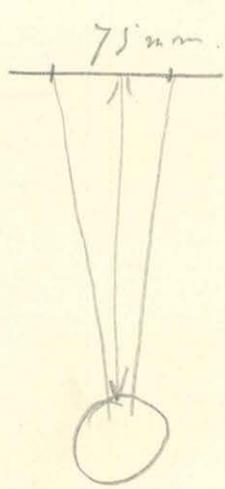


2 Messen in einer Duplexe Kopf ad.

Termin 23. April

2 achter + 3 anwyfaldstrol

den 47,6) 579,0 in 27,0) 579,6 in 47,6) 579,4 in 27,2) 579,6
 26,6) 47,4) 27,0) 47,6)
 de 47,3) 579,6 26,8) 579,4
 26,9) 47,4)



Messung Duplex ad

Wasser 3 achter. 4 anwyfaldstrol

~~Wasser~~

~~Kücheltisch Kantenkopf~~ in 2 Stück

den 7,9) 375,9 23,1) 375,2 7,8) 375,4 in 23,4) 375,4
 22,8) 7,9) 23,2) 8,0)
 de 8,3) 375,4 in 23,8) 375,4
 23,7) 8,4)

Tisztelt Kereskedő Képzés Újra megjött

2
 el 5,8 507,4 el 12,0 20,3 487,8 el 12,8 487,5
 27,2 14,0 on 12,5
 on 20,4 12,6 20,4 12,5 487,9
 12,5) 787,9 20,3) 487,7

Vann nem kereskedő s dupla képzés, de csak
 vállalkozókat tartják.

Árnyalattétel

Videó Kereskedő Képzés Újra megjött

el 16,6) 269,6 " 46,4) 269,5 17,0) 269,6 46,6) 269,4
 46,2 16,9 46,6 17,2

Tisztelt Kereskedő Újra megjött

6
 el 35,2) 579,7 " 16,0) 579,0 37,0) 579,0 16,2) 579,2
 19,9 37,0 16,0 37,0

$7678,2 = 79113$
 $7381,8 = 58184$
 $\frac{20929}{30103}$
 $\frac{51032}{3,2383}$
 $\frac{276}{3,2107}$
 $\frac{2,0590}{1,1517} = 0,06134$
 $\frac{1,1517}{1,1517} = 0,31362$

$t = 227,6$
 $t = 220,0$
 $t = 216,2$

$\alpha t + \beta t = 0,5901$
 $0,5693$
 $0,5599$
 $\frac{w_t - w_0}{w_0} = 0,5593$

$0,5593$
 $\frac{308}{0,5901}$

$0,24262-1$
 $\frac{39041-3}{2,35226}$

$0,48831-2$
 $\frac{77379-2}{4,71452}$

$\frac{100}{208} \times 7,6$

$\frac{6}{2094} \times 3,8$

$2,34242$
 $\frac{39041-3}{0,23283-1}$

$4,68484$
 $\frac{77379-2}{0,45863-2}$

5405
 $\frac{288}{5693}$

$22,8:98 = 0,2$
 $\frac{188}{188}$

$116,1 = 4,33486$
 $\frac{39041-3}{0,22527}$

$4,66922$
 $\frac{77379}{0,44351}$

5312
 $\frac{282}{5599}$

$5583,8 = 76626$
 $416,2 = 61930$
 $\frac{14696}{30103}$
 $\frac{44299}{2,8054}$
 $\frac{276}{2,2228}$
 $\frac{2,0590}{0,7188} = 0,85661-1$
 $\frac{31362}{0,54294-1}$
 $\frac{39041-3}{2,15253}$

$t = 142,1$
 $t = 135,0$
 $t = 133,1$
 $t = 132,9$

$\alpha t + \beta t = 0,3611$
 $0,3425$
 $\frac{w_t - w_0}{w_0} = 0,3491$
 $0,3490$

$142,1$
 3491
 $\frac{126}{3611}$

$4,30506$
 $\frac{77379-2}{0,07885-2}$

MAGYAR
 SZODMÁNYOS AKADÉMIA
 KÖNYVTÁRA

$2,13033$
 $\frac{39041-3}{0,52074-1}$

$4,26066$
 $\frac{77379-2}{0,03445-2}$

$0,3312$
 $\frac{108}{3425}$

$\frac{34}{84} \times 7,1$
 $\frac{34}{278}$
 $\frac{122}{694} = 2,8$

$2,12418$
 $\frac{39041-3}{0,51459-1}$

$4,24836$
 $\frac{77379-2}{0,02215-2}$

3270
 $\frac{105}{375}$

$\frac{66}{186} \times 2,1$
 $\frac{426}{426}$
 $\frac{686}{322} = 2,5$
 $\frac{966}{966}$

$2,13830$
 $\frac{39041}{92871}$

$4,27660$
 $\frac{77379}{0,5039}$

3378
 $\frac{112}{3496}$

Leuker

Temp. 21.4

$w_0 = 2,0933$

$$\begin{array}{r} 15273 = 72206 \\ 4727 = 67459 \\ \hline 04747 \\ 30103 \\ \hline 34850 \end{array}$$

$\Sigma w_t = 0,34309$
 $\Sigma w_t^2 = 0,2226$
 $\Sigma w_0 = 0,32083$

$$\begin{array}{r} 2,2310 \\ 276 \\ \hline 2,2034 \end{array}$$

$0,002457 \times 21,4$

$$\begin{array}{r} 4914 \\ 2157 \\ \hline 9828 \\ 0,0525798 \\ \hline 1,05258 \end{array}$$

$2,1929$
 276
 $w_t = 2,1653$

$2457 \times 21,0$
 4914
 $1,051597$

$\Sigma w_t = 0,33552$
 $\Sigma w_t^2 = 0,2185$
 $\Sigma w_0 = 2,31367$

$$\begin{array}{r} 1523 = 71850 \\ 477 = 67852 \\ \hline 03998 \\ 30103 \\ \hline 34101 \end{array}$$

$w_0 = 2,0590$

2,10

$$\begin{array}{r} 632,0 = 80072 \\ 368,0 = 56585 \\ \hline 0,23487 \\ 30703 \\ \hline 0,53590 \\ 3,4348 \\ 276 \\ \hline 3,4072 \\ 2,0590 \\ \hline 1,3482 \end{array}$$

$t = 266,5$
 $t = 250,0$
 $t = 257,0$
 $t = 251,3$

$\alpha t + \beta t^2 = 0,6970$
 $" = 0,6514$
 $" = 0,6541$
 $0,6549$
 $\frac{w_t - w_0}{w_0} = 0,6548$
~~0,65~~

$\frac{34}{456} \times 16,5$

$\frac{7}{27} = 0,3$

$w_t - w_0 = 0,12975$
 $w_0 = 2,31367$
 $0,81608 - 1$
 $39041 - 3$
 242567

$\frac{16,5 \times 34}{495}$
 $\frac{561}{495} : 456 = 1,0$
 $5,0$

2,7

$\frac{0,3}{2,7} \times 6,3$
 $189 : 27 = 0,7$

$4,85134$
 $77379-7$
 $0,62513-2$

$$\begin{array}{r} 2,39794 \\ 39041-3 \\ \hline 0,28835 \end{array}$$

$4,79588$
 $77379-7$
 $0,56967-2$

$0,6143$
 371
 $0,6514$

$$\begin{array}{r} 2,39967 \\ 39041 \\ \hline 0,29008 \end{array}$$

$4,79934$
 77379
 $0,52313$

$0,6162$
 374
 $0,6541$

$$\begin{array}{r} 40019 \\ 39041 \\ \hline 29060 \end{array}$$

80038
 77379
 57417

6174
 375
 6549

$$w_{21,1} = 1,0881 \quad \text{ly } w_0 = 0,0146045$$

$$w_0 = 1,0342$$

$$w_2 = \frac{632,0}{367,7} - 0,0106 = 1,7090$$

$$\frac{w_2}{w_0} = 1,6521 \quad t = 250^{\circ}0$$

$$\frac{w_{260}}{w_0} = 1,6789 \quad t' = 251,4$$

$$\frac{w_{250}}{w_0} = 1,6514$$

$$w_2 = \frac{629,3}{360,7} - 0,0106 = 1,7618$$

$$\frac{w_2}{w_0} = 1,7035$$

$$\frac{w_{270}}{w_0} = 1,7067$$

$$t = 269,9 \quad \underline{270^{\circ}2}$$

$$w_2 = \frac{576}{424} - 0,0106 = 1,2479$$

$$\frac{w_2}{w_0} = 1,2033$$

$$t = 120^{\circ}5$$

$$\frac{w_{120}}{w_0} = 1,2034$$

$$w_0 = 1,0288 \quad \text{ly } w_0 = 0,0120010$$

$$w_{21,1} = 1,0824$$

$$w_1 = 1,17564$$

$$\frac{w_1}{w_0} = 1,17073$$

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

$$\frac{589,5}{410,5}$$

$$\frac{w_2}{w_0} = 1,2803$$

$$\frac{w_{150}}{w_0} = 1,3819$$

$$t = \underline{150,5}$$

$$\frac{w_2}{w_0} = 1,14980$$

$$\frac{w_{190}}{w_0} = 1,15082$$

$$t = \underline{193,7^{\circ}}$$

$$\frac{w_{200}}{w_0} = 1,15142$$

$$w_{180} =$$