Ms 5097/5. Eötvös Loránd [illegible]
egyetemi jegyzetei

Optik. I.

~~Ausarbeitung von~~

Ausarbeitung

~~Seminar aufgaben~~

Einleitung.

Wir werden uns in diesen Vorlesungen mit der Undulationstheorie beschäftigen. – Diese Theorie geht daraus hervor dass die Lichtempfindung ähnlich zu Stande käme wie die Empfindung des Schalles, so wie Schallwellen von einem tönenden Körper ausgehen, so sollen Lichtwellen von dem leuchtenden Punkte ausgehen. – Der wesentliche Unterschied zwischen Licht und Schallwellen ist jedoch der, dass sich letzteres nur in ponderabeln Mitteln, ersteres dagegen nur in dem imponderablen Lichtäther fortpflanzen. –

~~Als~~ Gründer der Undulationstheorie ist Huygens, der dieselbe in einer Abhandlung entwickelte, die er der Pariser Akademie vorlegte, und die auch im Jahre 1690 unter dem Titel „Traité de la lumière" gedruckt erschien. – In dieser Abhandlung erklärte Huygens alle bis zu der Zeit bekannt gewordenen Lichterscheinungen mit Hülfe

Huygens (†1695)
Opera posthuma.
Dioptrica.
Lugduni 1704
H.

2

seiner Theorie. – Die Kraft seiner Theorie erprobte schon Huygens selbst, durch die ~~Erklär~~ mit der Erfahrung übereinstimmende Erklärung der Doppelbrechung des Kalkspaths. – Dass diese Theorie durch die Emanationstheorie doch ~~in den Hintergrund~~ verdrängt wurde ist der Autorität Newton's zu zu schreiben, denn N. ist es der diese Theorie entwickelte. – Die Emanationstheorie nimmt an, dass ein leuchtender Körper nach allen Richtungen gewisse Lichtkörperchen aussendet welche sich in gerader Linie mit grosser Geschwindigkeit vo~~rwärts~~ ~~bewegen~~ diesem sich entfernen. –

Newton. Optics 1704.

Diese Theorie wurde (mit Ausnahme des einzigen Euler's von allen Gelehrten des 18ten Jahrhunderts aufgenommen, ihre Unfruchtbarkeit erwies sich jedoch dadurch, dass im Verlaufe ~~innerhalb~~ dieses ganzen Jahrhunderts gar keine wesentlich neue Entdeckungen gemacht wurden. – Die in dieser Zeit gemachten Fortschritte sind ~~nur~~ die Berichtigungen mancher durch Newton begangener Irrthümer; so auch u. a. die Verwerfung der von N aufgestellten Behauptung, dass

die Construction achromatischer Fernröhre
unmöglich sei. – Der Glanzpunkt der Emanationstheorie ist die Erklärung der Reflection und Refraction, wenn sie auch allein die Richtung der refl. und gebr. Strahlen ~~nicht~~ bestimmen konnte, ohne die Intensität derselben angeben zu können. –

Die Emanationstheorie wurde ~~nur~~ erst in diesem Jahrhundert und zwar ~~durch~~ hauptsächlich Wollaston erschüttert, der bei seinen Studien über die doppelte Brechung die grossen Vorzüge der Huygensschen Theorie erkennen musste. – Seine hierauf bezüglichen Arbeiten veröffentlichte er in den Philos. Trans. im Jahre 1806 (?) auch Gilberts Annalen 1809 (?). – Gleichzeitig mit ~~Thomas Young~~ ?
W. beschäftigte sich auch ~~xx~~ Thomas Young mit Optik und ~~erkannte~~ bekannte sich in seiner Schrift über die Theorie des Lichtes und der Farben. Phil. Trans. 1802 (?) und Gilberts Annalen 1811 (?), zum Anhänger der Huygensschen Theorie – obwohl er sich noch zu entschuldigen sucht der Newtonschen Autorität entgegengetreten zu sein, und zu beweisen strebt dass N. im Grunde genommen kein Gegner der H. Theorie war. – . (?)

Nach dem Auftreten W.s und Y.s zählte die H. Theorie mehr und mehr Anhänger, ~~darunter~~ aus diesen erwähnen den Franzosen Malus (Théorie de la double réfraction) der ~~zuerst~~ vor andern ~~als erster~~ die Polarisation als eine allg. Eigenschaft des Lichtes aufstellte und damit die Grundlage der neueren Opt. legte. – Zu betonen ist dass er die Pol. als allg. Eigenschaft erkannte, da ~~sich~~ ja die Eigenschaften des gradl. pol. Lichtes bei der Doppelbrechung im Kalkspath schon Huygens beobachtete. –

Nach Malus ist wohl Fresnel der mächtigste Beförderer der Opt. gewesen. – In einer Reihe von Abhandlungen deren jede die Optik auf eine neue höhere Stufe stellte, erhebte er dieselbe auf eine Höhe auf welcher sie, so zu sagen, noch heutzu Tage verharrt. –

Die bedeutendsten seiner Arbeiten sind:

1) Mémoire sur la diffraction. Par. Akad. 1805 Pogg. Ann. 1806

(2.) 2) über die Wirkung polarisirter Strahlen aufeinander. – Ann. der Chem. und Phys. Bd. 10

3) Sur la double réfraction. Par. Akad. 1820 Pogg. Ann 30

4) Eine Abhandlung welche seine ~~Re~~ Ergebnisse

zusammenhängend darstellt und die in den Bänden 3, 5, und 12 der Pogg. Annalen zerstreut erschienen ist. –

Manche der bedeutenden Physiker seiner Zeit ~~arbeitet~~ müssen als Helfer Fresnel's erwähnt werden, die es ihm allein möglich machten so grosse Resultate zu erzielen. – <u>Arago</u> arbeitete experimentell gemeinschaftlich mit Fresnel, <u>Biot</u> beobachtete zuerst die Farbenerscheinungen an (?) Krystallplatten, – <u>Brewster</u> erkannte die Doppelbrechung des Lichtes als eine allg. Eigenschaft der Krystalle, dann fand er die Gesetze der Farbencurven – und ~~beschäftigte sich mit~~ untersuchte den Einfluss von von Wärme und mech. Druck auf die Lichterscheinungen. – Endlich entdeckte <u>Fraunhofer</u> die nach ihm benannten Linien, und untersuchte eine ganz spezielle Classe von Diffractionserscheinungen, welche ihm auch ein Mittel bot eine Methode der Wellenlängenbestimmung von bis dahin noch unerreichter Schärfe zu ersinnen. –

<u>Literatur.</u>

<u>Schwerd</u>. Die Beugungserscheinungen des Lichtes.
Die Fraunhoferschen Diff. Ersch. enthaltend.

6)

Herschel vom Licht (Deutsch von Schmidt in 1 Bande. – französisch in 3 Bänden.) Dies Buch ist noch heut zu Tage von grossem Interesse – es stellt beide Theorien zusammen. –

Beer. Einleitung in die höhere Optik. – mehr zum Studium einzelner Kapitel, als zum ersten Unterricht geeignet. –

Billet Traité d'Optique. – 2 Bände Ist wohl das vollständigste die Optik behandelnde Buch – leider fehlt darin ~~Klarheit und~~ Übersichtlichkeit, – Zum Studium einzeln. Kapitel passend. –

Fresnel übte eine Wirkung auf die phys. Wissenschaft aus, welche weit über die Grenzen der Optik hinausreichte, er gab die Veranlassung zur Bearbeitung eines neuen Zweiges der Physik, nämlich der Lehre von der Elasticität. – Diese Arbeit übernahmen Navier, dann Poisson und am Ausgedehntesten Cauchy, in seinen Exercices du Calcul intégral. Es ist keine leichte Aufgabe das wesentliche aus Cauchy's vereinzelten Kapiteln herauszufinden – und es ist als ein Verdienst Broch's zu erwähnen, dass er dies that, und diese Bearbeitung im 5^{ten} Bande des Dove'schen Repert. veröffentlichte.

Fresnel betrachtete schon die Optik als ein Kapitel der Elasticitätslehre, und da ja diese sich auf die reine Mechanik stützt, als eine sich dieser anreihende Disciplin. – Es wäre wohl möglich, diesen theoretischen Weg ganz strenge zu verfolgen, allein wir werden dies bei dieser Gelegenheit nicht thun, ~~und~~ wir werden vielmehr einen Weg gehen, den wir am besten den Weg der ~~Entdeckung~~ Erfindung nennen können. – Wir werden nämlich gewisse allg. Sätze der Mechanik als richtig voraussetzen und dann aus diesen Schlussfolgerungen ziehen. – Da wir aber dann unsere Theorie nur so lange als eine richtige ansehen werden können, als sie richtige Resultate liefert, so werden wir diese Resultate experimentell controlliren müssen. –

Der einleitende Theil dieser Vorlesung hat demnach zur Aufgabe, erstens die Hypothesen anzuführen, welche wir zu Grunde zu legen genöthigt sind, dann die ~~da~~ ~~raus~~ aus denselben theoretisch begründeten Prinzipien aufzuzählen, ~~welche~~ deren Richtigkeit wir

hier ohne zu beweisen voraussetzen. –
Dann werden wir ~~auch noch~~ der Einleitung
auch noch die Erklärungen einiger allg. Er-
scheinungen u. a. auch der Newton'schen
Farbenringe anreihen, die einigermassen
als Probe der Prinzipien dienen sollen. –

Hypothesen.

1) Die erste Hypothese ist die eines alle Räume
erfüllenden ~~farblosen~~ Flüssigkeit des Aether,
dessen Dichtigkeit unendlich klein ~~gleich null ist~~, und das
ohne Erregung lichtlos d. i. schwarz ist. –
Die einzige Aufgabe dieses Aethers ist die
Fortpflanzung der Lichtwellen. – Dieser
Lichtäther hat eine ausserordentlich
grosse Elasticität, wir sehen dies wenn
wir erstens erwägen dass die Fortpflanzungsgeschw.
einer Schallwelle in Luft 1000' in d. sec. ist,
die Fortpflanzungsgeschw. einer Lichtwelle
dagegen 1000x Millionen Fuss in der Secunde
beträgt, und dann ~~ferner~~ zweitens dass die Elas-
ticitätsmoduln dieser beiden Mittel sich
verhalten wie die Quadrate jener Zahlen. –
Der Lichtäther ist in allen ponderabeln
Mitteln vorhanden, ~~doch~~ und zeigt ~~a~~ in

verschiedenen Mitteln ein verschiedenes Verhalten. – Um dies zu erklären macht Fresnel die Annahme, dass die Dichtigk. des Aethers in verschiedenen Mitteln verschieden sei, während ihre Elasticität in allen dieselbe bleibt – Neumann dagegen denkt sich das Aether in allen Mitteln gleich dicht und schreibt demselben in verschiedenen Mitteln eine verschiedene Elasticität zu. Letztere Annahme ist durch die verschiedene Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Richtungen desselben ~~also gleich.~~ Krystall's berechtigt. – Als Erklärung dieser Vorstellung kann man sich wohl denken dass der Elasticitätmodul des Aethers durch die ponderablen Molecule des ihn einschliessenden Mittels beeinflusst wird. – So wie wir uns den Einfluss magnetischer Flüssigkeiten auf das Lichtäther ~~denken~~ ~~können~~ vorstellen müssen um die Faraday'schen Erscheinungen zu begreifen – so müssen wir uns an diese Betrachtung weise gewöhnen. –

2) Die zweite Hypothese ist: Die durch das

Aether fortgepflanzten Lichtwellen bringen in's Auge gelangt die Lichtwirkungen hervor. —

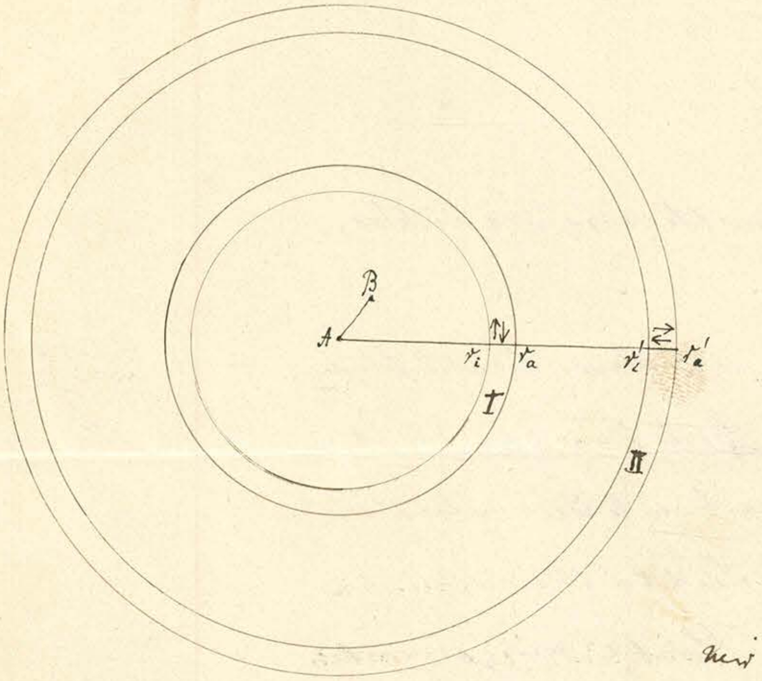
3) Die Häufigkeit der Stösse bedingt die Farbe des Lichtes. — Analogon mit dem Schall — Die Grenzen der Empfindung für das Ohr sind 30 und 2000 Stösse in der Secunde. — Die Gr. der Empf. des Auges dagegen 458 bis 727 Stösse in $\frac{1}{\text{million}}$ Secunde. Innerhalb dieser Grenzen sind noch die Ultrarothen d. i. Wärmestrahlen, und die Ultravioletten d. i. chemischen Strahlen. —

I. Die Lichtbewegung in einem isotropen Mittel.

1. Grundzüge der Undulationstheorie des Lichtes.

Diese Theorie mit welcher wir uns hier beschäftigen wollen, betrachtet das Licht als bestehend in der schwingenden Bewegung eines überall verbreiteten elastischen Medium, des sogenannten Lichtäthers. – Auf Grundlage dieser schon von Hooke ausgesprochenen Hypothese gab Huygens die Erklärung mancher bis dahin für unerklärbar gehaltener Erscheinungen – aber erst Thomas Young und Fresnel konnten in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts der Theorie eine allgemeine Annahme verschaffen. – Vor allem müssen wir einiges über die Fortpflanzung einer Bewegung in einem elastischen Mittel vorausschicken. – Wir müssen hier isotrope und anisotrope Mittel unterscheiden, erstere verhalten sich nach allen

Richtungen gleich, letztere nicht. – Lichtaether ist in isotropen Mitteln also etwa in Glas, Luft, Wasser etc. isotrop; in anisotropen, also in allen Krystallen dagegen anisotrop. –



Denken wir uns in einem isotropen elastischen Medium ein Molecül A in Folge irgend eines äusseren Impulses nach B und von da wiederum nach A bewegt; – so wird sich diese Bewegung in dem Med fortpflanzen. – In irgend einem späteren Zeitpunkte wird die Bewegung nur in zwei um den Erschütterungsmittelpunkt A beschriebenen concentrischen Kugelschalen vor sich gehen, während alle andern Theile des Mediums im Ruhezustand versetzt sind. – Die Bewegung ist in den 2 Kugelschalen verschiedener Art, ~~indem~~ sie ~~ist~~ gedacht zwar in beiden in der Zeichnungsebene, wenn AB in dieser liegt, aber ihre Richtg ist die der Pfeile. – Man nennt I eine transversale, II eine longitudinale Welle. – Was die begrenzenden Kugelflächen der Schalen betrifft so sind sie dadurch characterisiert, dass in den Kugelfl. r_a und r_a' die Bew. eben anfängt, während sie in r_i und r_i' eben aufhört; dabei wachsen die Radien dieser Kugelflächen proportional mit der Zeit. — Es ist in einem Zeitpunkte t, welcher gerechnet ist von der Anfangszeit der Erschütterung in A:

$$r_a = vt$$

und

$$r_a' = v't$$

wo v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer transversalen, v' aber die Fortpfl. Geschw. einer longitudinalen Welle in dem betreffenden Medium bedeutet. — Bezeichnen wir die Dauer der Erschütterung, also die Zeit welche vergeht während sich A ~~von~~ nach B und wieder zurück bewegt mit T wird:

$$r_i = v(t-T)$$

$$r_a = v'(t-T)$$

Also:

$$r_a - r_i = vT$$

$$r_a' - r_i = v'T$$

d.i. die Wellen schreiten fort, ohne dass dadurch eine Verdichtung oder Verdünnung der Masse bewirkt werden würde. – In verschiedenen Richtungen; wir wollen sagen in verschiedenen Strahlen sind die Verrückungen der Molecüle des Mittels verschieden; die Bewegung der longitudinalen Welle ist am grössten in der Richtung von AB selbst, die transversale dagegen in dem auf AB verticalen Strahl. – Erleidet das Molecül A (der Erschütterungsmittelpunkt) gleich nach der ersten eine zweite Erschütterung, so schmiegt sich der ersten eine zweite Welle an, dasselbe geschieht auch wenn A noch eine dritte Erschütterung erleidet u. s. w. – Wenn A anhaltend vibrirt, so wird endlich der ganze Raum mit Erschütterungen erfüllt – wobei aber die einzelnen Molecüle nicht mehr nur longitudinale oder nur transversale Schwingungen ausüben, sondern sich nach der Resultante dieser beiden bewegen. – Es wird dann irgend ein Molecül C von seiner ursprünglichen Lage nach D und von da wieder zurückgerückt werden; indem

CD die Resultirende der transversalen Verrückung u, und der longitudinalen Verrückung u' sein soll. –

Wenn die Bewegung des Erschütterungsmittelpunktes also die Verrückung U desselben zur Zeit t als Function dieser Zeit gegeben ist, dass ist wenn:

$$U = f(t)$$

So sind:

$$u = \frac{k}{r} f\left(t - \frac{r}{v}\right)$$

$$u' = \frac{k'}{r} f\left(t - \frac{r}{v'}\right)$$

k und k' sind allein von der Richtung der Strahles abhängige Grössen – sie sind für jeden einzelnen Strahl constanten. –

Wenn das Mittel Aether ist, und wenn A sehr kleine periodische Erschütterungen erleidet, so ist A ein leuchtender Punkt, und die entstehenden Wellen sind Lichtwellen. –

Die Rolle longitudinaler Wellen ~~ist~~ in der Lichtbewegung ist unbekannt, ja unerklärlich; man nimmt deshalb an dass solche in dem Aether gar nicht möglich sind, d. i., dass Aether incompressibel ist. – Dann ist die Bewegung eines von dem leuchtenden Punkt um r entfernten Aetheriheilchens vollkommen bestimmt durch die eine Gleichung:

$$u = \frac{k}{r} f\left(t - \frac{r}{v}\right)$$

wo k eine von der Richtung des Lichtstrahles abhängige Grösse, und v die Fortpflanzungsgeschw. des Lichtes bedeutet. – Die Function f muss eine periodische sein, wir machen ~~über sie~~ die Annahme dass sie eine ~~p~~ trigonometrische sei, und denken uns die Erschütterungen von A so ausgeführt; wie die Schwingungen eines Pendels bei unendlich kleiner Amplitude sind. – Es ist demnach:

$$U = f(t) = A \sin \alpha t$$

wo A die Amplitude bedeutet. – ~~Nennen~~ bezeichnen wir die Zeit einer Doppelschwingung mit T, so können wir sagen, dass αt um 2π wächst, während t um T wächst – es ist also:

$$\alpha = \frac{2\pi}{T}$$

folglich:

(1) .... $$U = f(t) = A \sin \frac{t}{T} 2\pi$$

~~Die~~ Da $u = \frac{k}{r}$. dieselbe Function von $(t - \frac{r}{v})$ ist, als U von t, so ergiebt sich durch Substitution:

$$u = \frac{kA}{r} \sin \frac{t - \frac{r}{v}}{T} \cdot 2\pi$$

oder:

(2) .... $$u = \frac{kA}{r} \sin \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{vT} \right) 2\pi$$

Das Aethertheilchen führt also Schwingungen ganz derselben Art wie der leuchtende Punkt aus; das was aber die Bewegung eines jeden einzelnen Aethertheilchens charakterisirt, ist erstens ~~sein~~ ihre Amplitude, welche

$$a = \frac{kA}{r}$$

ist, und zweitens der Ausdruck:

$$\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{vT}\right)2\pi$$

Kennen wir diesen Ausdruck, oder aber kennen wir den Überschuss dieses Winkels über dem nächstliegenden Vielfachen von 2π; so ist uns auch die Bewegung des betreffenden Aethertheilchens bekannt. –
Wir nennen:

$$\varphi = \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{vT}\right)2\pi - 2n\pi$$

die Phase der Lichtbewegung in dem von dem leuchtenden Punkte um r entfernten Aethertheilchen zur Zeit t. –
Manche nennen schlechtweg auch $\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{vT}\right)$ die Phase der Lichtbewegung. –
Es ist

$$u = a.\sin\varphi \quad \text{- - - - -} \quad (3)$$

Während einer Doppelschwingung nimmt ein Theilchen alle möglichen Phasen an. –

Wir sehen nun zu 1) wie die Bewegung in einem Punkte zu verschiedenen Zeiten und 2) wie dieselbe längs eines Strahles in demselben Zeitpunkte vor sich geht. –

1) Wenn r = Const. und die Zeit t variabel ist, und ich von dem Zeitpunkte ausgehe, bei welchem $\varphi = 0$ ist; so wächst die Phase φ proportional mit der Zeit. – Und zwar wenn t und Δt wächst, so wird:

$$\varphi = \frac{\Delta t}{T} 2\pi$$

Das φ wächst demnach bis $\Delta t = T$ also $\varphi = 2\pi$ wird, dann fällt aber φ plötzlich herab und wird $= 0$; wächst dann wieder bis es $= 2\pi$ wird u. s. w. – Hieraus geht hervor, dass in demselben Punkte die Phasen zu zwei Zeitpunkten die um T oder um ein ~~gerade~~ Vielfache von T von einander abstehen, dieselben sind. – Phasen dagegen welche in dem Zeitintervall $\frac{T}{2}$ oder einem ungeraden Vielfachen von $\frac{T}{2}$ auf einander folgen nennt man entgegengesetzte. –

2) wenn dagegen r variabel und t constant ist, und ~~der Anfangs~~ man von einem ~~[illegible]~~ Punkte aus-

geht in welchem $\varphi = 2\pi$ ist; so sieht man ein dass die Phase abnimmt während r wächst. – Bezeichnet man mit $+\Delta\varphi$ die Abnahme welche φ erleidet während r um Δr wächst, so ist:

$$-\Delta\varphi = \frac{\Delta r}{vT}\cdot 2\pi$$

oder wenn wir

$$vT = \lambda$$

setzen, wo λ die Wellenlänge bedeutet – so ist:

$$-\Delta\varphi = \frac{\Delta r}{\lambda}\, 2\pi$$

Wenn also $\Delta r = 0$ so ist $\varphi = 2\pi$, dann nimmt die Phase ab bis $\Delta r = \lambda$ wird, wo ~~e~~ dann $\varphi = 0$ ist, erhält aber r einen weiteren Zuwachs so wird φ plötzlich wieder $= 2\pi$ u. s. w. –

In zwei Punkten desselben Strahles die um λ oder ein Vielfaches von λ von einander abstehen finden wir zur selben Zeit dieselbe Phase. – Wenn die Punkte aber um $\frac{\lambda}{2}$, oder ein ungerades Vielfache von $\frac{\lambda}{2}$ von einander abstehen so haben sie die entgegengesetzte Phase. –

Wie hängen aber die physikalischen Eigenschaften des Lichtes mit der betrachteten Bewegungsart zusammen?

Die Farbe des Lichtes hängt von der Schwingungsdauer T ab, oder, wir können ~~also~~ auch sagen dass sie von der Wellenlänge λ abhängig ist. – Verschiedenfarbige Lichtstrahlen unterscheiden sich durch verschiedene Werthe der Schwingungsdauer. – Es ist:

$$T_{roth} = \frac{1\,sec.}{500\ Billion.}$$

$$T_{viol} = \frac{1\,sec.}{750\ Billion.}$$

(Das Verhältniss beider 2 : 3 entspricht im musikalischen Sinne einer Quinte). –

Diese Zahlen geben uns die Berechtigung die Dauer einer Schwingung bei manchen Berechnungen als unendlich klein zu betrachten, ohne dadurch merkliche Fehler zu begehen. – Nur eine so ausserordentlich rasche Aufeinanderfolge der Schwingungen kann die transversalen Schwingungen des Aethers erklären. – Es sind nämlich solche in flüssigen Massen, und als solche wird das Aether ~~betrachtet~~ angenommen, nicht möglich; – einer so beträchtlichen Geschwindigkeit gegenüber muss sich aber Aether als ein fester Körper verhalten. – Der von uns bisher betrachtete Lichtstrahl war ein homogener, wir nahmen nämlich an dass die von dem leuchtenden Punkt ausgeführten Schwingungen alle gleich seien. – Das Licht welches uns die Sonne und andere nat. Lichtquellen aussenden ist aus verschiedenen ~~gefärbten~~ farbigen Strahlen zusammengesetzt. –

Der von uns betrachtete Lichtstrahl war ausserdem ein polarisirter, wir nahmen nämlich an, dass die Schwingungen alle in einer durch den Strahl gelegten Ebene geschehen sollen. – Diese Ebene in welcher die Schwingungen ~~bestehen~~ geschehen nenne ich die Polarisationsebene. –

Diese Annahme ist nicht allgemein anerkannt, einer anderen zu Folge soll die Polarisations ebene senkrecht auf die Schwingungsebene stehen. – Merkwürdiger weise können alle bis jetzt erkannten Lichterscheinungen sowohl aus der einen, wie aus der anderen Annahme erklärt werden — die Entscheidung der Frage ist demnach eine schwierige Aufgabe; denn wenn wir auch die Polarisationsebene experimentell leicht bestimmen können, so haben wir keine Methode zur Erörterung der Schwingungsebene. –

Die Intensität einer Lichterschütterung hängt von der Amplitude derselben ab – und zwar ist sie dem Quadrate derselben proportional. –

Die Erfahrung lehrt dass die Intensität ~~eines~~ der Lichtstrahles mit dem Quadrate seiner Entfernung von der Lichtquelle umgekehrt proportional ist; da nun nach der Gleichung $\frac{kA}{r} = a$ die Entfernung umgekehrt proportional mit der Amplitude ist; so folgt der behauptete Satz, dass nämlich:

$$J : J' = a^2 : a'^2$$

Durch passende Wahl der Einheiten kann diese Relation auch kurzweg in der Form ausgedrückt werden:

$$J = a^2$$

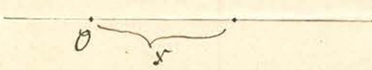
Das von der Sonne und anderen Lichtquellen herrührende Licht ist, wie 1) wie wir schon erwähnten nicht homogen 2) nicht polarisiert; es erklärt sich dass dadurch dass ~~auf~~ man sich der ersten Schwingung des leuchtenden Punktes, die zweite, u. s. w. folgen denkt; so aber dass die Richtung und Amplitude dieser folgenden Schwingungen von den ersteren verschieden sei. – In dem nat. Lichte überwiegt keine Polarisationsrichtung. – Die Vorstellung eines polarisierten, homogenen Strahles ist viel einfacher, als die der nat. Lichtstrahlen, unsere ~~erste~~ zunächst folgenden Betrachtungen sollen sich auf solche erster Art beziehen. –

2. Zusammenwirken zweier homogener gleichpolarisirter Lichtstrahlen. – Einige Begriffe. –

Wir werden hier vielfach Gebrauch von dem Prinzipe der Coexistenz kleinster Bewegungen machen. – – Dasselbe sagt aus dass, wenn ein Punkt eines elastischen Mittels zu gleicher Zeit zwei verschiedene Erschütterungen erleidet; so findet man (vorausgesetzt, dass diese Erschütterungen sehr ~~unendlich~~ klein sind), die Verrückung des Punktes von seiner Gleichgewichtslage, indem man die resultirende der Verrückungen aufsucht, welche der Punkt ausgeführt hätte, wenn jede der Erschütterungen einzeln auf ihn ~~so~~ eingewirkt hätten. – Die Resultirende Verrückung ist dem nach die Diagonale des Parallelogramms, dessen Seiten die einzelnen Verrückungen sind. –
Die Aufgabe die wir uns stellen ist die gemeinsame Einwirkung, zweier homogener gleich polarisirter Lichtstrahlen zu untersuchen, welche zusammenfallen, und verschiedene Phasen haben. – Um diese letztere Be-

dingung zu erfüllen, betrachten wir die zwei Lichtstrahlen als von zwei verschiedenen Lichtquellen herrührend — wir nehmen ferner um uns von Veränderungen der Amplitude unabhängig zu machen, an, dass diese Lichtquellen unendlich weit entfernt seien. – In diesem Falle verändert sich nämlich a bei endlichen Veränderungen von r nur um unendlich kleine Grössen. –

An dem unendlich langen Strahle nehmen wir einen endlich entfernten Anfangspunkt O an, und ~~nennen~~ bezeichnen die Entfernung eines Punktes ~~von~~ in dem Strahle von demselben x, so dass



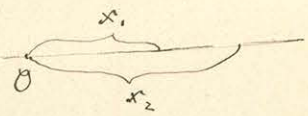
$$r = x + \text{Const.} \quad \text{wird}$$

$$\text{wo} \qquad \text{Const.} = \infty$$

Setzen wir dies in (2) ein:

$$(3) \; \ldots\ldots \qquad u = a \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta\right) 2\pi$$

Wo δ eine zwischen 0 und 1 gelegene Constante, und $\delta 2\pi$ die Phase des Anfangspunktes O, in dem Anfangspunkte der Zeit bedeutet. – Durch Einführung der Grösse δ haben wir uns auch von ~~den Entfernung~~ der willkürlichen Wahl des Anfangspunktes der Zeit unabhängig gemacht, denn eine neue Wahl derselben ist nur auf den Werth von δ von Einfluss. –



Ich nenne u_1 die Verrückung eines von O um x_1 entfernten Aethertheilchens zur Zeit t_1 in Folge der Einwirkung eines Lichtstrahles dessen Amplitude a_1 ist – so erhalte ich:

$$u_1 = a_1 \sin\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_1}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi \quad \ldots\ldots (4)$$

wo $\delta_1 2\pi$ die Phase des Strahles in $x_1 = 0$ zur Zeit $t_1 = 0$ bedeutet. –

Die Verrückung u_2 eines andern Punktes x_2 auf derselben Gerade zur Zeit t_2, ist, wenn auf denselben ein zweiter gleichpolarisirter und gleichfarbiger Lichtstrahl einwirkt, – dessen Amplitude und Phase aber von der Phase und Amplitude des ersten Strahles verschieden sind:

$$u_2 = a_2 \sin\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_2}{\lambda} + \delta_2\right) 2\pi \quad \ldots\ldots (5)$$

~~Vordem~~ Bevor als wir diese Strahlen in ihrer gemeinsamen Einwirkung betrachten könnten, müssen wir sie einzeln wirkend vergleichen, um einige Begriffe fest zu stellen. –

Ich bezeichne mit φ_1 und φ_2 die Phasen der ~~Punkte~~

zwei Strahlen in den Punkten x_1 und x_2 zu den Zeiten t_1 und t_2; dann ist:

$$\varphi_1 = \left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_1}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi - n_1 2\pi$$

$$\varphi_2 = \left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_2}{\lambda} + \delta_2\right) 2\pi - n_2 \cdot 2\pi$$

~~Die Phasen beider Lichtstrahlen~~ In demselben Punkte zur selben Zeit, also wenn:

$$t_1 = t_2$$

$$x_1 = x_2$$

ist:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = (\delta_1 - \delta_2)\, 2\pi - n\, 2\pi$$

Man nennt $(\varphi_1 - \varphi_2)$ den Phasenunterschied beider Strahlen – oder da das Glied $-n2\pi$, von keinem Einfluss auf den Ausdruck:

$$u = a \sin \varphi$$

ist; so nennt man auch:

(6) . . . $\varphi_1 - \varphi_2 = (\delta_1 - \delta_2)\, 2\pi$ = Phasenunterschied

Der Phasenunterschied der zwei Strahlen ist also in allen ihren Punkten und zu allen Zeiten dieselbe. –

Setzen wir $\varphi_1 = \varphi_2$ und $x_1 = x_2$, so ~~giebt~~ ist $t_1 - t_2$ die Zeit welche vergeht, zwischen den ~~von dem~~ Zeitpunkten in welchen derselbe ~~Str~~ Punkt in beiden Strahlen dieselbe Phase ~~hat~~ erreicht. — Man nennt diese Zeitdauer die Verzögerung des einen Strahles gegen den anderen. — Diese ist:

$$t_1 - t_2 = T(\delta_2 - \delta_1) + nT$$

da aber ~~Punkte die~~ ein Punkt in Zeitpunkten die um t oder ein vielfaches von T von einander abstehen dieselbe Phase hat, so ist auch:

$$t_1 - t_2 = T(\delta_2 - \delta_1) = \text{Verzögerung} \quad \ldots \quad (7)$$

Noch ein dritter Begriff den wir an dieser Stelle einführen wollen, ist der des Gangunterschiedes. — Man versteht darunter die Entfernung zweier Punkte derselben Geraden, welche von den zwei verschiedenen Strahlen bewegt, zurselben Zeit dieselbe Phase haben; es ist:

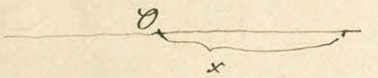
$$x_1 - x_2 = (\delta_1 - \delta_2)\lambda + n\lambda$$

Oder da Punkte die um ein vielfaches von λ von einander abstehen zur selben Zeit dieselbe Phase haben so ist:

$$x_1 - x_2 = (\delta_1 - \delta_2)\lambda = \text{Gangunterschied} \quad \ldots \quad (8)$$

3. Zusammenwirken zweier gleich polarisirter homogener Lichtstrahlen.—

Die beiden in derselben Gerade wirksamen Strahlen sollen von unendlich weit entfernten Lichtquellen herrühren.— Ich bezeichne mit u_1 die Verrückung eines von O um x entfernten Aethertheilchens, wenn auf dasselbe nur der erste Strahl wirksam wäre, dann ist:



(9) . . . $$u_1 = a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

Die Verrückung desselben Aethertheilchens ist zur selben Zeit, wenn nur der zweite Strahl da wäre:

(10) $$u_2 = a_2 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_2\right) 2\pi$$

Nenne ich dann u die wirkliche Verrückung des Aethertheilchens zur Zeit t, so ist nach dem ~~Satz~~ Prinzipe der coex. kl. Bew.

(11) . . . $$u = u_1 + u_2$$

Durch diese Gl. ist die Aufgabe gelöst.— Es lässt sich aber zeigen dass diese Gleichung auch in der Form geschrieben werden kann:

(12) $$u = a \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta\right) 2\pi$$

Wenn a und δ passend bestimmt werden. – Der Nachweis dieser Behauptung ist insofern von Wichtigkeit, dass er zum Schlusse führt, dass sich zwei homogene gleich polarisirte Lichtstrahlen zu einem Lichtstrahl zusammensetzen, welcher dieselbe Farbe und Polarisationsebene als sie hat. –

Man kann schreiben:

$$u_1 = a_1 \cos\delta_1 2\pi \cdot \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)2\pi + a_1 \sin\delta_1 2\pi \cdot \cos\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)2\pi$$

$$u_2 = a_2 \cos\delta_2 2\pi \cdot \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)2\pi + a_2 \sin\delta_2 2\pi \cdot \cos\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)2\pi$$

Bildet man die Summe dieser Ausdrücke und setzt sie gleich dem Ausdrucke:

$$u = a \cos\delta 2\pi \cdot \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)2\pi + a \sin\delta 2\pi \cdot \cos\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)2\pi$$

so ergiebt sich eine Gleichung, welche da ja dieselbe für ~~t und~~ alle Werthe von x und t bestehen muss ~~variable sind~~, den Bedingungen genügen muss:

$$\left.\begin{aligned} a\cos\delta 2\pi &= a_1 \cos\delta_1 2\pi + a_2 \cos\delta_2 2\pi \\ a\sin\delta 2\pi &= a_1 \sin\delta_1 2\pi + a_2 \sin\delta_2 2\pi \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (13)$$

Diese Gleichungen dienen zur Berechnung von a und δ, also zur Berechnung der Amplitude und der Phase des resultirenden Strahles. –

Von besonderem Interesse ist die Intensität des resultirenden Strahles; dieselbe ist proportional mit a^2, oder

Bildet man die Summe so kommt man zu einem Ausdruck von der Form $A\,f(\xi) + B\sqrt{1 - f(\xi)^2} = 0$ diese Gl. besteht auch für $f(\xi) = 0$, dann folgt aber $A = 0$, ferner auch für $f(\xi) = 1$, und dann ist bei passender Wahl der Einheiten $= a^2$. – Aus den mit (13) bezeichneten Gleichungen ergiebt sich:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)2\pi$$

Also hängt die Intensität des resultirenden Strahles ausser der Intensitäten der einzelnen Strahlen auch noch von ihrem Phasenunterschiede, oder Gangunterschiede oder aber ihrer Verzögerung ab. –

Haben beide Strahlen dieselbe Phase also ist:

$$\delta_1 - \delta_2 = 0$$

dann ist

$$a^2 = (a_1 + a_2)^2$$

wenn ferner auch noch

$$a_1 = a_2$$

ist, so ist

$$\underline{a^2 = 4a_1^2}$$

Wenn aber der Phasenunterschied $= \pi$ d. i.

$$\delta_1 - \delta_2 = \frac{1}{2}$$

ist, so ist:

$$a^2 = (a_1 - a_2)^2$$

und wenn ferner $a_1 = a_2$

so ist $a^2 = 0$

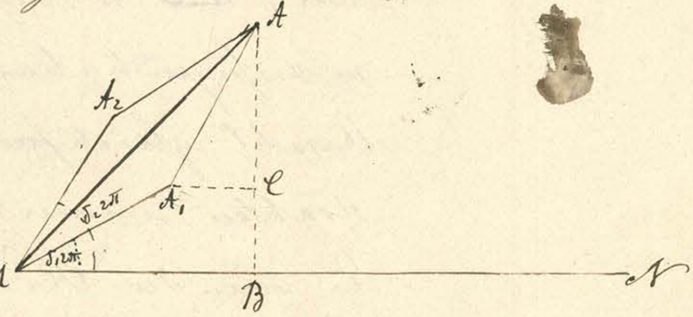
Wenn schliesslich $\delta_2 - \delta_1 = \frac{1}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ ist; dann ist:

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2$$

Dieser letztere ist der einzige Fall in welchem die Intensität des resultirenden Strahles gleich ist der ~~Inten~~ Summe der Intensitäten der ~~ü~~ ihn zusammensetzenden. –

Die Eigenschaft zweier Lichtstrahlen sich je nach ihrem Phasenunterschiede zu einem mehr oder weniger intensiven Strahle zusammen zu setzen nennt man Interferenz — man sagt also dass zwei Lichtstrahlen interferiren wenn sie je nach ihrem Phasenunterschiede einen mehr oder weniger intensiven resultirenden Strahl geben. –

Man kann a und ~~δ~~ δ auch durch geom. Construct. finden. – Zieht man an dem Punkte M einen geraden die Geraden MA_1 und MA_2 derart dass



$$MA_1 = a_1 \qquad MA_2 = a_2$$

ferner

$$\sphericalangle A_1MN = \delta_1 2\pi \ , \quad \sphericalangle A_2MN = \delta_2 2\pi$$

sei, und bildet das Parallelogramm MA_1AA_2 so ist die Diagonale derselben:

$$\cancel{A_1 = A_2 =}\ MA = a$$

ferner

$$\sphericalangle AMN = \delta 2\pi$$

Es ist leicht nach zu weisen, dass diese geom. Construction den Gleichungen (13) genügt.—
Es ist das eine dem Parallelogramm der Kräfte analoge Construction.—

4. Zusammenwirken mehrerer gleichfarbiger gleichpolarisirter Lichtstrahlen.—

Die Analogie der durchgeführten Construction mit dem Parallelogramm der Kräfte können wir noch näher erörtern; wir werden nämlich auch einen Lichtstrahl in seine Componirenden zerlegen können, ~~und~~ wobei wir über δ_1 und δ_2 willkürlich zu verfügen haben; und wir werden eine beliebige Anzahl gleichfarbiger und gleichpolarisirter Lichtstrahlen zusammensetzen können.—
Es seien die Verrückungen eines von O um x entfernten Punktes zur Zeit t, wenn die Lichtstrahlen 1, 2, 3 etc. einzeln auf ihn einwirken würden resp. u_1, u_2, u_3 etc.; dann sind diese Verrückungen:

$$u_1 = a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

$$u_2 = a_2 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_2\right) 2\pi$$

$$u_3 = a_3 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_3\right) 2\pi$$

- - - - - - - - - -

Nach dem Princip der Coex. kl. Bew. ergiebt sich die resultirende Verrückung u des Punktes x zur Zeit t:

$$u = u_1 + u_2 + u_3 + \ldots\ldots \qquad (14)$$

oder aber:

$$u = a \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta\right) 2\pi \quad \ldots (15)$$

wobei a und δ den Gleichungen genügen müssen

$$\left.\begin{aligned} a \cos \delta 2\pi &= \sum a_1 \cos \delta_1 2\pi \\ a \sin \delta 2\pi &= \sum a_1 \sin \delta_1 2\pi \end{aligned}\right\} \ldots (16)$$

Die Intensität, ~~ist~~ des resultirenden Strahles ist ferner bekannt, durch die Gleichung:

$$a^2 = \left(\sum a_1 \cos \delta_1 2\pi\right)^2 + \left(\sum a_1 \sin \delta_1 2\pi\right)^2$$

5. Zusammenwirken zweier homogener Lichtstrahlen deren Polarisationsebenen senkrecht auf einander stehen. –

Es sei u_1 die Verrückung des Punktes x, wenn nur der eine Strahl ~~so~~ auf ihn einwirkt, dann ist:

$$u_1 = a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

Die durch die Einzelwirkung des zweiten auf den ersten senkrecht polarisirten Lichtstrahl bewirkte Verrückung des Punktes bezeichne ich mit v_2, dieselbe ist:

$$v_2 = b_2 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_2\right) 2\pi$$

Ich bezeichne mit u und v die rechtwinkligen Coordinaten des betreffenden Aethertheilchens zur Zeit t, in einem ebenen Coord. System, dessen Ebene auf die Richtung des Strahls senkrecht steht, und dessen Anfangspunkt die Gleichgewichtslage des Aethertheilchens also ~~x~~ der Punkt x ist. – Die Axen dieses Systems seien so ~~bestimmt~~ gewählt, dass u die Richtung von u_1 und v die Richtung von v_2 habe. – Es ist dann nach dem Pr. d. Coe. kl. Bew.

$$u = u_1 \quad \text{und} \quad v = v_1$$

oder:

$$(17) \quad \left\{ \begin{aligned} u &= a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi \\ v &= b_2 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_2\right) 2\pi \end{aligned} \right.$$

Von besonderem Interesse ist die Kenntniss der Bahn die ein Aethertheilchen, während der Periode einer ganzen Erschütterung beschreibt; wir gelangen zur Gleichung derselben in dem oben beschriebenen Coordinatensysteme durch Elimination der Grösse $\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$ aus den ~~beiden~~ Gleichungen (17). — Bei dieser Elimination fällt auch die Grösse x aus den Gleichungen heraus, was zu dem wichtigen Schlusse führt, dass die Bahn aller Aethertheilchen desselben Strahl's dieselbe ist. — Die Gleichungen (17) können geschrieben werden:

$$\frac{u}{a_1} = \sin\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)2\pi \cdot \cos\delta_1 2\pi + \cos\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)2\pi \cdot \sin\delta_1 2\pi$$

$$\frac{v}{b_2} = \sin\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)2\pi \cos\delta_2 2\pi + \cos\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)2\pi \cdot \sin\delta_2 2\pi$$

Wenn man nun diese beiden Gleichungen resp. mit $\sin\delta_2 2\pi$ und $-\sin\delta_1 2\pi$ multiplicirt und addirt; dann aber dieselben resp. mit $\cos\delta_2 2\pi$ und $-\cos\delta_2 2\pi$ multipl. und addirt, so erhält man folgende Gleichungen:

$$\frac{u}{a_1}\sin\delta_2 2\pi - \frac{v}{b_2}\sin\delta_1 2\pi = \sin\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)2\pi \cdot \sin(\delta_2-\delta_1)2\pi$$

$$\frac{u}{a_1}\cos\delta_2 2\pi - \frac{v}{b_2}\cos\delta_1 2\pi = -\cos\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)2\pi \cdot \sin(\delta_2-\delta_1)2\pi$$

Quadrirt und addirt man so ergiebt sich die gesuchte Gleichung der Bahn:

(18) .... $$\frac{u^2}{a_1^2} + \frac{v^2}{b_2^2} - 2\frac{uv}{a_1 b_2}\cos(\delta_2-\delta_1)2\pi = \sin^2(\delta_2-\delta_1)2\pi$$

Die Gleichung ist ~~eine~~ in Bezug auf die Coordinaten u und v eine Gl. zweiten Grades, die Bahn des Aethertheilchens ist also ein Kegelschnitt; welcher da sie ja eine in sich zurückkehrende Curve sein muss ~~nur~~ eine Ellypse ist. – Diesen Schluss bestätigt übrigens auch die Gleichung (18) selbst. –
Einen solchen Lichtstrahl, wie wir ihn jetzt betrachteten nennt man einen ellyptisch polarisirten, während man unter einem ~~Lichtstrahl der in einer~~ geradlinig polarisirten Lichtstrahl einen solchen versteht, deren Erschütterungen alle in einer Ebene vor sich gehen. – Zwei geradlinig und aufeinander senkrecht polarisirte Lichtstrahlen setzen sich, wie wir sahen zu einem ellyptisch polarisirten zusammen. – Die bisher gegebene Definition der Intensität eines Lichtstrahles ist auf das ellyptisch polarisirte Licht nicht anwendbar. – Wir müssen demnach nach einer Definition suchen welche auf einen solchen anwendbar, auch die erstere als einen speziellen Fall in sich schliesst. – Wir wollen im Folgenden

unter Intensität eines Lichtstrahles eine Grösse verstehen, welche proportional ist mit der mittleren lebendigen Kraft ~~eines~~ des Aethertheilchens in welchem wir den Strahl untersuchen. – ~~Die lebendige Kraft, eines Aethertheilchens, dessen Masse = m, sei~~ Es ist die Geschwindigkeit eines Aethertheilchens auf welchen ein geradl. pol. Strahl wirkt (zur Zeit t:

$$= \frac{du_1}{dt}$$

Wenn seine Masse $= m$ sein soll, so ist seine lebendige Kraft zur selben Zeit

$$= \frac{1}{2} m \left(\frac{du_1}{dt}\right)^2$$

Die mittlere lebendige Kraft des betreffenden Aethertheilchens ist also:

$$= \frac{1}{2} m \cdot \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{du_1}{dt}\right)^2 dt$$

Nach der soeben gemachten Definition der Intensität eines Lichtstrahles, ist also

$$J_1 = \frac{c}{T} \int_0^T \left(\frac{du_1}{dt}\right)^2 dt \quad \ldots\ldots \quad (18)$$

Der Strahl dessen Intensität durch diese Gleichung definirt ist, ist ein geradlinig polarisirter, wie wir sehen werden, ist dieser Ausdruck in Übereinstimmung mit der meist gegebenen Definition der Intensität eines solchen Lichtstrahles. Es ist nämlich:

$$u_1 = a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

also $$\frac{du_1}{dt} = a_1 \cdot \frac{2\pi}{T} \cdot \cos\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

Und wenn man dies in (18) einsetzt, so erhält man

$$J_1 = \text{proportional mit } a_1^2$$

oder, wenn die Einheiten passend gewählt werden:

$$J_1 = a^2$$

Diese Definition der Intensität kann auch auf elliptisch polarisirte Strahlen angewandt werden; das Quadrat der Geschwindigkeit eines Aetherteilchens zur Zeit t, ist in diesem Falle $= \left(\frac{du}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2$, oder wenn wir

$$u = u_1 \qquad v = v_2$$

setzen, so ist:

$$(19) \qquad J = \frac{C}{T} \int_0^T \left(\left(\frac{du_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dv_2}{dt}\right)^2\right) dt$$

Zerlegen wir dies Integral in die Summe zweier Integrale, und bezeichnen die Intensität des einen Componirenden Strahles mit J_1, die des anderen mit J_2, so ergibt sich dann:

$$J = J_1 + J_2 \quad \ldots$$

Diese Gleichung führt zum wichtigen Schluss, dass, wenn sich zwei geradlinig, zu einander senkrecht polarisirte Lichtstrahlen zusammensetzen; so ist die ~~resul~~ Intensität des resultirenden Lichtstrahles unabhängig von ihrer Verzögerung. – Man spricht diesen Satz auch so aus, dass man sagt: zwei senkrecht polarisirte Lichtstrahlen interferiren nicht. –

Die Gleichung (18) der Bahn der Aethertheilchen kann unter Umständen in die Gl. eines Kreises oder auch in die Gleichung einer Geraden übergehen – solchen Bewegungen der Aethertheilchen entsprechen das kreisförmige oder circular polarisirte und geradlinig polarisirte Licht. –

Die Bedingung eines circular polarisirten Strahls sind:

$$a_1 = b_2$$

und $$\delta_1 - \delta_2 = \frac{1}{4} \text{ oder } \frac{3}{4}$$

Es muss in diesem Falle der Phasenunterschied der beiden ~~...~~ componirenden Strahlen $\frac{\pi}{2}$ oder $\frac{3\pi}{2}$ sein. – Unter diesen Umständen wird die Gleichung der Bahn:

(20) . . . . $$u^2 + v^2 = a_1^2$$

Also die Gleichung eines Kreises, dessen Radius die Amplitude eines der componirenden Strahlen ist. Um die Art der Bewegung eines Theilchens untersuchen zu können, benützen wir die Gleichungen 17, diese sind wenn:

$$\underline{\delta_1 - \delta_2 = \frac{1}{4}} \quad \text{ist:}$$

$$u = a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

$$v = a_1 \sin\left\{\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi - \frac{\pi}{2}\right\}$$

oder:

(21) $$\begin{cases} u = a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi \\ v = -a_1 \cos\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi \end{cases}$$

wenn dagegen:

$$\delta_1 - \delta_2 = \frac{3}{4} \quad \text{ist, so sind:}$$

(22) $$\begin{cases} u = a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi \\ v = a_1 \cos\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi \end{cases}$$

Setzt man:

(23) $$\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1 = \vartheta$$

So sind:

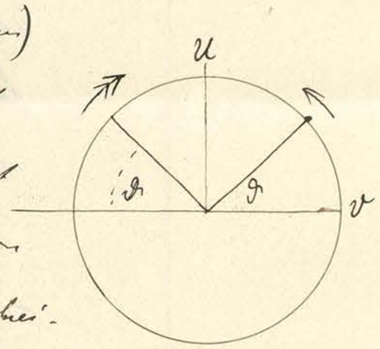
Im ersten Falle wenn also $\delta_1 - \delta_2 = \frac{1}{4}$ ist.

$$u = a_1 \sin\vartheta$$
$$v = -a_1 \cos\vartheta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Im 2ten Falle, wenn $\delta_1 - \delta_2 = \frac{3}{4}$ ist:

$$u = a_1 \sin\vartheta$$
$$v = a_1 \cos\vartheta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Denken wir uns um den Coordinatenanfangspunkt (d. i. um die Gleichgewichtslage des Aethertheilchen) mit dem Radius a_1 einen Kreis beschrieben, so ist dieser Kreis die Bahn des Theilchens. Der Punkt in welchem der von der positiven Richtung von v um ϑ abstehende ~~[illegible]~~ Radius den Kreis schneidet ist die Lage des Theilchen zur Zeit t; angenommen dass wir es mit dem 2ten Falle d. i. mit Strahlen zu thun haben für welche $\delta_1 - \delta_2 = \frac{3}{4}$ ist. — Wenn dagegen der 1te Fall vorhanden ist, so ist die Lage des Theilchens zur Zeit t der Schnittpunkt des Radius ~~mit dem Kreis~~ welcher von der positiven Richtung von v um den Winkel $180 - \vartheta$ absteht, mit dem Kreise. — Da ϑ mit der Zeit wächst, so sehen wir



dass sich das Theilchen im ~~ersten~~ zweiten Falle in der Richtung des einfachen Pfeiles, im 1ten Falle dagegen in der Richtung des doppelten Pfeiles bewegt. – Nach der Richtung der Bewegung der Aetherteilchen unterscheidet man rechts und links polarisirte Strahlen. –

~~Die~~ Wie die Gleichung (23) zeigt ist ϑ eine lineare Function von t, und hieraus folgt, dass die Geschwindigkeit der Theilchen in beiden unterschiedenen Fällen dieselbe, und zwar eine gleichbleibende ist. – Die Zeit eines Umlaufes ist in beiden Fällen = T. –

Der zweite specielle Fall des elliptisch polarisirten Lichtstrahls, den wir behandeln wollen, ist der des geradlinig polarisirten Strahls. – Soll die Gleichung (18) in die Gleichung einer Geraden, dass ist in eine Gl. ersten Grades übergehen, so ist es erforderlich, dass an beiden Seiten derselben ein vollständiges Quadrat stehe. Dies erreichen wir wenn wir:

$$\delta_1 - \delta_2 = 0 \qquad \text{oder} \qquad \delta_1 - \delta_2 = \tfrac{1}{2}$$

setzen, im ersten Falle ist die Gleichung der Bahn:

$$\frac{u}{a_1} - \frac{v}{b_2} = 0 \quad \ldots\ldots (26,$$

und im 2ten Falle:

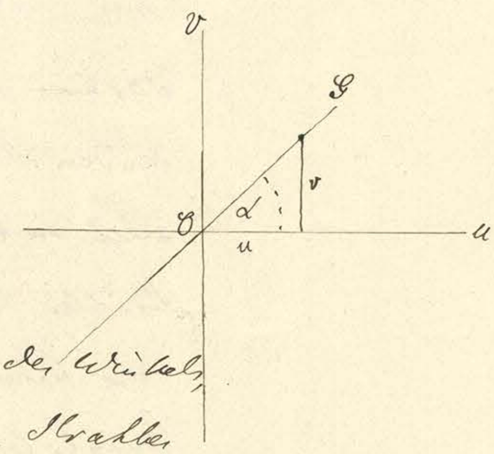
$$\frac{u}{a_1} + \frac{v}{b_2} = 0 \quad \ldots\ldots (27)$$

In beiden Fällen ist also die Bahn eine Gerade, welche durch den Coord. Anfangspunkt d. i. durch die Gleichgewichtslage des Theilchens geht. –

Eines dieser Fälle geht in den anderen über, wenn man die positive Richtung der Axe v vertauscht, es genügt demnach die Behandlung nur eines derselben. –

Wir behandeln den Fall dass $\delta_1 - \delta_2 = 0$, d. i. dass der Phasenunterschied $= 0$ sei, und suchen die Polarisationsebene des Resultierenden Strahles. –

Ist OS die Gerade in welcher sich das Theilchen bewegt, so ist:



$$tg\,\alpha = \frac{u}{v}$$

oder in Folge von (26):

$$tg\,\alpha = \frac{b_2}{a_1}$$

In Worten ausgesprochen: ist die Tangente des Winkels, den die Polarisationsebene des Resultierenden Strahles ~~bi~~ mit der Polarisationsebene eines der Componierenden Strahlen bildet gleich dem Verhältnisse der Amplituden der Componierenden Strahlen. –

Nach dem Satze dass zwei Strahlen deren Polarisationsebenen aufeinander senkrecht stehen nicht interferiren folgt die Amplitude c des resultirenden Strahles aus der Gleichung:

$$c^2 = a_1^2 + b_2^2$$

Zu demselben Resultate gelangen wir auch aus den Gleichungen:

$$u = a_1 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

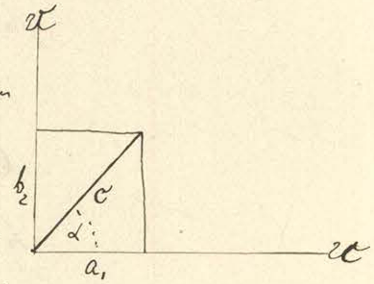
$$v = b_2 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

da nämlich die Verrückung in dem resultirenden Strahl: $w = \sqrt{u^2 + v^2}$ ist, so folgt diese:

$$w = \sqrt{a_1^2 + b_2^2} \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta_1\right) 2\pi$$

Woraus man sieht dass die Intensität des resultirenden Strahles, die oben genannte ist, und ferner auch sieht, dass die Phase dieses resultirenden Strahles dieselbe ist als die der Componirenden.

Die Richtung der Polarisationsebene und die Amplitude des aus zwei Strahlen resultirenden Strahles, welche dieselbe Phase und senkrecht gegen einander geneigte Polarisationsebenen haben, kann man durch geometrische Construction leicht finden. –



Man überträgt auf die Coordinatenaxen u und v den Amplituden a_1 und b_2 entsprechende Längen, ergänzt sie zu einem Rechteck und zieht die Diagonale. – Diese Diagonale stellt dann die Amplitude des resultirenden Strahlen ihrer Grösse und Richtung nach dar. – Da wir aus andern wissen daß die Phase des resultirenden Strahles dieselbe als die der componirenden ist, so genügt diese Construction zur vollkommenen Bestimmung dieses Strahles. –

Diese Construction ist analog mit der Construction des Parallelogramms der Kräfte — wie man nach diesem eine Kraft in zwei Componenten zerlegen kann, so wird man auch einen gegebenen geradlinig polarisirten Lichtstrahl in zwei Strahlen zerlegen können, deren Polarisationsebenen durch den Strahl gehen, und senkrecht aufeinander stehen. – Die Amplituden dieser Strahlcomponenten sind dann bestimmt durch die Gleichungen:

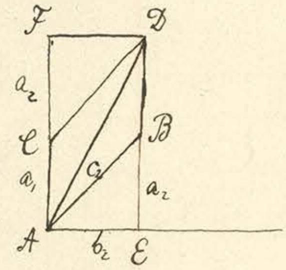
$$a_1 = c . \cos \alpha$$

$$b_2 = c . \sin \alpha$$

Die Wahl des Winkels α ist von unserer Willkühr abhängig; wir werden dieselbe immer den Erfordernissen der Aufgabe gemäss bestimmen können.–

6. Zusammenwirken zweier oder mehrerer homogener Lichtstrahlen, deren Polarisationsebenen beliebig gegen einander geneigt sind.–

Bilden die Polarisationsebenen der zwei Strahlen die sich in einer Geraden zusammensetzen ein beliebigen Winkel mit einander; so können wir einen derselben immer derart in zwei Componenten zerlegen, dass die eine Componente ~~d~~ dieselbe Polarisationsebene habe wie der zweite Strahl, und die zweite Componente eine Polarisationsebene habe die hierauf senkrecht steht. – Eine ähnliche Zerlegung können wir auch dann vornehmen, wenn in der selben Geraden ~~Richt.~~ nicht nur zwei sondern beliebig viele geradlinig polarisirte homogene Strahlen zusammenwirken – Das Resultat einer solchen Zerlegung sind immer zwei homogene Lichtstrahlen die ihre Schwingungen in aufeinander senkrecht stehenden Ebenen ausführen. – Beliebig viele homogene, geradpolarisirte Lichtstrahlen setzen sich demnach in derselben Gerade wie beim zu einem elliptisch polarisirten Strahl zusammen. – Es ist von keinem Interesse die auf diesen allgemeinen Fall bezüglichen Rechnungen durchzuführen. In dem speziellen Falle dass die zwei gegeneinander schiefwinkelig polarisirte Strahlen dieselbe Phase haben, löst sich einer derselben in zwei Strahlen zerlegen die wieder dieselbe Phase haben; so wird es sich schliesslich um die Zusammensetzung zweier Strahlen handeln die senkrecht aufeinander polarisirt sind und dieselbe Phase haben. – Die resultirende derselben ist dann ein geradliniger polarisirter Strahl – und es löst sich dann folgende Construction ausführen. –



Man ziehe die Geraden $AC = a_1$ und $AB = c_2$, so dass diese Geraden die Amplituden der Componirenden Strahlen ihrer Grösse und Richtung nach darstellen, zerlege c_2 in die Componirenden Strahlen deren Ampl. $AE = b_2$ und $BE = a_2$ seien – dann haben wir zwei senkrecht polarisirte Strahlen deren Ampl. $AE = b_2$ und $AF = a_1 + a_2$ sind. – Der resultirende Strahl ist demnach die Diagonale AD des Rechtecks $AFDE$. – Einfacher gelangt man zu demselben Ziele wenn man das Parallelogramm ACDB bildet und seine Diagonale so aufsucht. – Diese Diagonale stellt die Richt. und Grösse der Amplitude des resultirenden Strahles dar, – welche dieselbe Phase als die componirenden Strahlen hat. – Mit Hülfe dieser Construction, wird es nun möglich sein, analog dem Parallelogramm der Kräfte, mehrere homogene Strahlen die dieselbe Phase aber gegen einander schief geneigte Polarisationsebenen haben, zu einem Strahle zusammen zu setzen, der geradlinig polarisirt ist, und dieselbe Phase hat – und umgekehrt wird es auch möglich sein einen solchen Strahl in mehrere, in beliebigen Ebenen polarisirte zu zerlegen. – Diese Art der Zerlegung ist in der Optik von grosser Wichtigkeit. –

II Gesetze der Brechung und der Reflection des Lichtes an der ebenen Grenze zweier homogener und isotroper Mittel. –

1. Es sei der einfallende Strahl ~~...~~ in einer auf die Einfallsebene senkrechten Ebene polarisirt. –

Die Ableitungen die wir in diesem Abschnitte verfolgen werden rühren von Neumann her; (Pogg. Ann. Band. 40) sie haben zwar keine mathematische Evidenz, finden jedoch durch ihre vollkommene Übereinstimmung mit der Erfahrung doch genügende Berechtigung. –

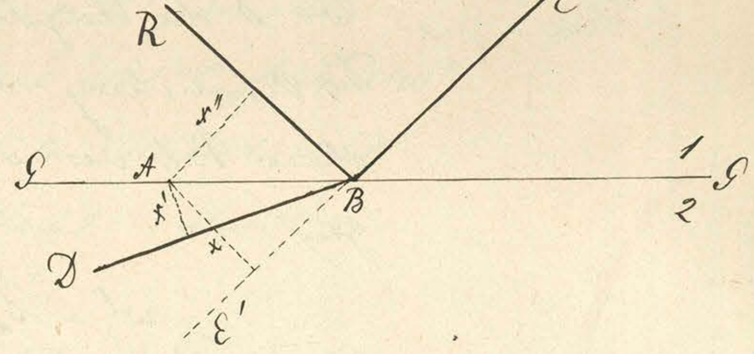
Wir werden es hier ~~zu thun haben~~ mit ebenen Wellen zu thun haben, d. i. mit Wellen die von unendlich weit entfernten Lichtquellen herrühren, und in welchen in Folge dessen die Verrückungen aller Aethertheilchen derselben Wellenebene zur selben Zeit dieselben sind. – Fällt ein solcher Lichtstrahl auf die ebene Grenze ~~fläche~~ zweier homogener und isotroper Mittel, so bildet sich ein reflectirter und ein gebroche-

+) Aus der Erfahrung wissen wir dass diese in derselben Ebene liegen. –

ner Strahl +); unsere Aufgabe ist die Richtung die Intensität und die Polarisation dieses Strahlen auf zu suchen. –
Bevor wir aber den allg. Fall des natürl. Lichtes behandeln wir betrachten wir den Fall dass das Licht geradlinig polarisirt sei – und bevor wir den Fall betrachten würden in welchem die Polarisationsebene des einfallenden Strahles einen beliebigen Winkel mit der Einfallsebene bildet – werden wir uns mit den speciellen Fällen beschäftigen 1) dass diese Pol. Ebene senkrecht steht zur Einf. Ebene und 2, dass dieselbe zur Einf. Ebene parallel ist. – Es wird sich die gen. allgemeine Aufgabe auf diese specielle Fälle zurück führen lassen; die Behandlung dieses vereinfacht die Aufgabe in so fern, dass wir Annehmen können, dass wenn der einf. Strahl senkrecht oder parallel zur Einf. Ebenene pol. sind; dann auch der refl. und gebr. Strahl ~~in dieser Eb.~~ senkrecht oder parallel zur Einf. Ebene polarisirt sein muss. – Die Berechtigung dieser Annahme giebt uns der Mangel eines Grundes zur Behauptung des Gegentheils. –

Wir beschäftigen uns zuerst mit ersten Falle also mit dem senkrecht zur Einfallsebene polarisirten Licht.- 41

Es sei GG die Ebene zwische der zwei Mittel 1 und 2 und es seien EB, RB und BD die Schnittlinien der auf die Papierebene senkrechten Wellenebenen der einfallenden resp. der reflectirten und der gebr. ~~Str~~ (durchgegangenen) Strahles mit der Papierebene.-



Die Papierebene repräsentirt demnach die Einfallsebene, ~~und~~ in dem zu betrachtenden Falle ~~sind~~ geschehen also die Verrückungen der Aethertheilchen auf dieselbe senkrecht.- Ich will die Verrückungen der Aethertheilchen, welche innerhalb jeder Wellenebene constant ~~ist~~ sind, für die Wellenebenen des refl. des gebr. und des einf. Strahles aufsuchen.- Zu diesem Zwecke nehme ich in der Grenzebene einen festen Punkt A an dessen Entfernung von dem variabeln Punkte B l sein mag, und fälle aus demselben ~~Perpendikel~~ auf die Ebenen dieser drei Wellen Perpendikel - es mögen deren Längen mit x, x' und x'' bezeichnet werden.-

Es ist demnach die Verrückung eines Aethertheilchen zur Zeit t, in dem einfallenden Strahle:

$$w = S.\sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta\right)2\pi$$

wo S die Amplitude des einf. Strahles bedeutet. Die Verrückung der Aethertheilchen in dem Wellenebene BD des durchgegangenen Strahles ist dagegen:

$$w' = S_d \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda'} + \delta'\right)2\pi$$

Es ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes in verschiedenen Mitteln verschieden, und da die Wellenlänge die Strecke ist um welche sich eine Welle während der Zeit einer Schwingung fortpflanzt, so folgt dass sich dieselbe beim Übergange des Lichtes aus einem Mittel in's andere verändern muss.–

Die Verrückung ~~zu~~ eines Aethertheilchens in der Wellenebene BR des reflectirten Strahles ist: ~~endlich~~:

$$w'' = S_r \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x''}{\lambda} + \delta''\right)2\pi$$

Auf jedes Aethertheilchen des ersten Mittels wirkt nun gleichzeitig das einfallende und das reflectirte Licht ein – die Bewegung die es ausführt wird gleich sein der Summe der Bewegungen die es ausführen würde, wenn nur der eine oder nur der andere Strahl auf ihn wirken würde.–

es ist demnach die Verrückung eines jeden Aetherthheilchens in dem Mittel 1 zur Zeit t gleich $w+w''$.– Auf die Aethertheilchen des zweiten Mittels wirkt dagegen nur der gebrochene Strahl; die Verrückung zur Zeit t ist also $= w'$.–

Das Aethertheilchen, welches sich in dem Punkte B befindet, kann sowohl als dem 1ten Mittel, als dem 2ten Mittel angehörend angesehen werden.– Seine Verrückung im ersten Falle wäre $= w + w''$ im zweiten Falle $= w'$.– Da aber ein Theilchen zur selben Zeit nur eine Bewegung ausführen kann, so ist:

$$w + w'' = w' \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

Ich bezeichne nun den Einfallswinkel, d. i. den Winkel den die Normalen der Einfallsebene (EB) und der Grenzebene (GG) mit einander bilden, mit φ, dann ist

$$x = l.\sin\varphi$$

Ferner bedeute φ' den Winkel zwischen den Normalen der Ebenen (GG) und (BB) d. i. den Brechungswinkel, so dass:

$$x' = l\sin\varphi'$$

und endlich φ'' den Reflectionswinkel, d. i. den Winkel zwischen den Normalen der Wellenebene des reflectirten Strahles und der Grenzebene, dann ist:

$$x'' = l \sin\varphi''$$

Es kann jetzt die Gleichung (1, in folgender Form ausgesprochen werden:

$$(2) \qquad S.\sin\left(\frac{t}{T} - \frac{l\sin\varphi}{\lambda} + \delta\right)2\pi + S_r \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{l\sin\varphi''}{\lambda} + \delta''\right)2\pi =$$

$$= S_d \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{l\sin\varphi'}{\lambda'} + \delta'\right)2\pi$$

Es muss diese Gleichung für alle Werthe von t bestehen, entwickeln wir also beide Seiten derselben nach der Formel für den Sinus einer Summe, so müssen die Coefficienten von $\sin\frac{t}{T}$ und $\cos\frac{t}{T}$ die an beiden Seiten vorkommen gleich sein; diese Bemerkung liefert die Gleichungen:

$$S\cos\left(-\frac{l\sin\varphi}{\lambda} + \delta\right)2\pi + S_r\cos\left(-\frac{l\sin\varphi''}{\lambda} + \delta''\right)2\pi = S_d\cos\left(-\frac{l\sin\varphi'}{\lambda'} + \delta'\right)2\pi$$

$$S\sin(\qquad) + S_r\sin(\qquad) = S_d\sin(\qquad)$$

Es ist klar, dass diese Gleichungen bestehen müssen, welche Wahl wir auch in Bezug auf den Punkt A treffen mögen d. i. sie müssen für alle Werthe von l bestehen; dies erfordert gewisse Bedingungen zwischen den Coefficienten von l. – Entwickelt man nämlich etwa die erste dieser Gleichungen nach der Formel für den Sinus einer Summe, und addirt zu der so entwickelten Gleichung, die Gleichung in welche sie übergeht, wenn in ihr statt l gesetzt wird $-l$ so ergiebt sich

$$S\cos\left(\frac{l\sin\varphi}{\lambda}2\pi\right)\cos\delta 2\pi + S_r\cos\left(\frac{l\sin\varphi''}{\lambda}2\pi\right)\cos\delta'' 2\pi = S_d\cos\left(\frac{l\sin\varphi'}{\lambda'}2\pi\right)\cos(\delta' 2\pi)$$

Wenn aber diese Gleichung für alle Werthe von l bestehen soll so muss:

$$\frac{\sin\varphi}{\lambda} = \frac{\sin\varphi'}{\lambda'} = \frac{\sin\varphi''}{\lambda}$$

D. h. es ist:

$$\varphi = \varphi'' \qquad \ldots \quad (3)$$

Der reflectirte Strahl bildet mit dem Einfallslothe denselben Winkel als der einfallende Strahl.
Dann ist aber auch:

$$\frac{\sin\varphi'}{\sin\varphi} = \frac{\lambda'}{\lambda} \qquad \ldots \quad (4)$$

dies ist das Snell-sche Gesetz. –
Die weitere Aufgabe ist noch S_d und S_r durch S und φ und φ' auszudrücken –
Wir sind gedrängt zur Erfahrung Zuflucht zu nehmen; – diese lehrt, dass bei der Reflection und der

Brechung des Lichtes keine Änderung der Phase stattfindet. – Ist dies auch nicht ganz strenge richtig, so ist dies doch bei durchsichtigen Körpern sehr angenähert. – Also ist

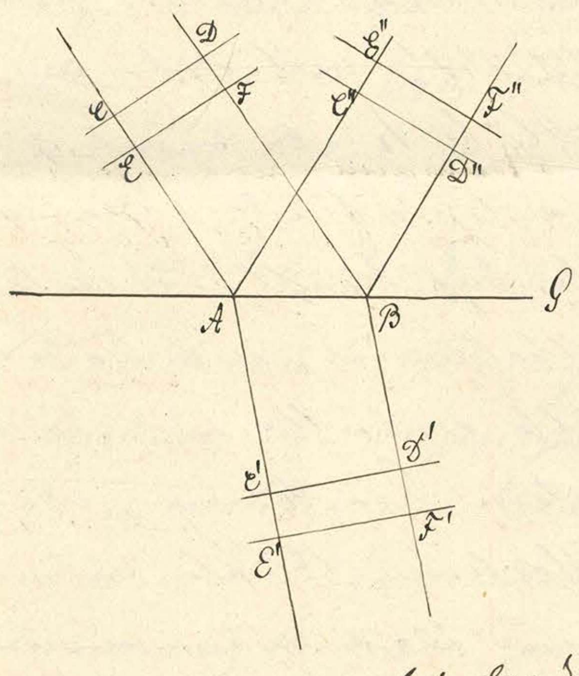
(5) $$\delta = \delta' = \delta''$$

und demnach

(6) ...... $$s + s_r = s_d$$

Um s_r und s_d zu bestimmen brauchen wir noch eine zweite, diese Grössen und s enthaltende, Gleichung aufzustellen. – Eine solche liefert uns ~~eines~~ der Prinzipien, welches Neumann seiner Optik zu Grunde legt, dass nämlich ~~die~~ bei der Fortpflanzung einer Lichterschütterung die lebendige Kraft der gesammten erregten Masse ~~stets~~ in jedem Augenblicke dieselbe ist. – Demnach ist die lebendige Kraft der ~~vor~~ im ersten Mittel (bevor das Licht noch die Grenzfläche erreicht hätte) erschütterten von dem einf. Lichtstrahle Aethertheile, gleich der lebendigen Kraft derjenigen Aethertheile die in einem folgenden Augenblicke durch den einfallenden und den gebrochenen Strahl getroffen werden. – Bei ebenen Wellen, und mit solchen beschäftigen wir uns, liegt die gesammte bewegte

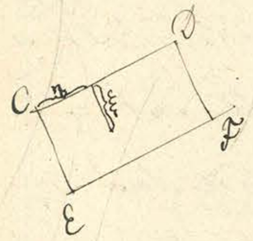
Aethermenge innerhalb einer Hohlkugel von unendlichem Durchmesser; man kann auch deshalb das Princip nicht direct anwenden. Es ist aber einleuchtend dass dies Princip auch nur auf entsprechende Theile der erregten Aethermasse angewendet werden kann, und wie diese entsprechenden Theile zu wählen sind. Ich will dieses letztere thun.



Ich lege zuerst parallel der Wellenebene der einfallenden Strahles zwei Ebenen die um d von einander abstehen, durch das Strahlenbündel. – Indem auf die Wellenebene verticalem Schnitte d. i. der Zeichnungsebene erhalte ich dann ein Rechteck CDEF.; ich denke mir jetzt dasselbe sich selbst parallel bleibend, senkrecht auf die Papierebene um h verschoben, und beschreibe dadurch ein Parallelepipedon. – Die lebendige Kraft der in diesem Parallepiped enthaltenen Aethers bezeichne ich mit (E), als die der Einfallenden Lichte.– Einen diesem entsprechenden Theil der durch den gebrochenen Strahl ~~bewegte~~ erschütterten Aethermasse kann man durch eine ähnliche Construction abgrenzen. – Legt man zwei ~~sich~~ um d' voneinander abstehende Ebene innerhalb des zweiten Mittels parallel zur Wellenebene des gebrochenen Strahles, und verschiebt dann das so erhaltene Rechteck C'D'E'F' vertical zur Papierebene um dieselbe Höhe h als zuerst, so hat man das dem ersten entsprechende Parallelepiped construirt. – Die lebendige Kraft der Aethermasse die in demselben enthalten ist, und die von dem durchgegangenen Strahle erschüttert wird sei (D).– Es bedarf keiner weiteren Erörterung, wie man sich den in dem reflectirten Strahle entsprechenden Theil zu begrenzen, und was man unter (R) zu verstehen hat, wenn dasselbe die lebendige Kraft des in ~~diesem~~ Theile enthaltenen, und ~~von~~ durch den reflectirten Strahl bewegten Aethers bedeuten soll.– Das genannte Princip sagt nun, dass:

(7) ...... $(E) = (D) + (R)$

Jetzt sind diese, bisher nur symbolisch bezeichneten Grössen (E), (D) und (R) ~~zu~~ zu berechnen.-



Wir wollen die Coordinaten eines innerhalb des zu (E) gehörigen Parallelepipeds gelegenen Punktes, bezogen auf ein Coord. System dessen Axen die Kanten selbst dieses Parallelepipeds sind mit ξ, η, ζ bezeichnen.- Die Verrückung des in dem Punkte ξ, η, ζ gelegenen Aethertheilchens zur Zeit t ist dann:

$$w = S.\sin\left(\frac{t}{T} - \frac{\xi}{\lambda} + \varepsilon\right)2\pi$$

Wo ε die verticale Entfernung der $\eta\zeta$ Ebene des Coord. Systems von derjenigen Wellenebene bedeutet in welcher zur Zeit t die Theilchen eben in ihrer Gleichgewichtslage sind.-
Die Geschwindigkeit des genannten Theilchens ist also:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{2\pi}{T} S.\cos\varphi \quad \text{wo } \varphi = \left(\frac{t}{T} - \frac{\xi}{\lambda} + \varepsilon\right)2\pi \text{ bedeutet.}$$

In dieser Bezeichnungsweise bedeutet dann $d\xi\, d\eta\, d\zeta$ ein Volumelement des Parallelepipeds (CDEF, h); und wenn unter Δ die Dichtigkeit des Aethers im ersten Mittel verstanden wird, $\Delta\, d\xi\, d\eta\, d\zeta$ das Massenelement desselben Parallelepipedons. –

Folgendes über das gesammte Volum des Parallelepipeds auszudehnendes Integral ist also, das was wir mit (E) bezeichneten:

$$(E) = \Delta \cdot \frac{2\pi^2}{T^2} \cdot S^2 \iiint \cos^2\varphi \cdot d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

Die Integrationsgrenzen sind

in Bezug auf ξ, 0 und d

in Bezug auf η, 0 „ $CD = l\cos\psi$ (mit Benutzung der Bezeichnungsweise mit welcher wir die Gleichungen (4) und (6) ableiteten)

in Bezug auf ζ, 0 und h

– Da ξ, η, ζ von einander unabhängig sind, und φ allein von ξ abhängig ist, kann die Integration in Bezug auf die Variabeln η und ζ direct ausgeführt werden — ~~so~~ dies ergiebt:

$$(E) = \Delta \cdot \frac{2\pi^2}{T^2} \cdot S^2 h \cdot l\cos\psi \int_0^d \cos^2\varphi\, d\xi$$

In Folge der Gl., welche die Bedeutung von φ ausspricht, ist:

$$d\varphi = -\frac{d\xi}{\lambda}\cdot 2\pi$$

$$d\xi = -\frac{d\varphi\,.\,\lambda}{2\pi}$$

Also, wenn man die Bezeichnung $\varphi_0 = \left(\frac{t}{T} + \varepsilon\right)2\pi$ einführt, so ist:

$$(\mathcal{E}) = \Delta\frac{\pi}{T^2}\cdot S^2 h l \lambda \cos\psi \int_{\varphi_0 - 2\pi}^{\varphi_0} \cos^2\varphi\, d\varphi$$

Und das Integral ausgeführt: (Die Formel siehe Navier § 294)

$$(\mathcal{E}) = \Delta\frac{\pi^2}{T^2} S^2 . h l \lambda \cos\psi$$

Auf ähnlichem Wege ergeben sich:

$$(\mathcal{D}) = \Delta'\frac{\pi^2}{T^2} S_d^2 h l \lambda' \cos\psi'$$

und

$$(R) = \Delta\frac{\pi^2}{T^2} S_r^2 h l \lambda \cos\psi \qquad (\text{da ja } \psi = \psi'')$$

Also ist die Gleichung (Z) näher ausgedrückt folgende:

$$\Delta . \lambda\cos\psi (S^2 - S_r^2) = \Delta'\lambda'\cos\psi' S_d^2 \quad \ldots$$

„Um mit der Erfahrung in Übereinstimmung zu bleiben, müssen wir jetzt

$$\Delta = \Delta'$$

setzen, d. i. annehmen, dass die Dichtigkeit des Aethers in allen Mitteln dieselbe sei.—

Daher ist die obige Gleichung:

(8) .... $$A\cos\varphi(S^2 - S_r^2) = A'\cos\varphi' S_d^2$$

Oder in Folge des Fresnel-schen Gesetzes (7)

(9) .... $$\sin\varphi\cos\varphi(S^2 - S_r^2) = \sin\varphi'\cos\varphi' S_d^2$$

Als Hinderniss zum Erreichen unseres Zweckes liegt noch der Umstand da, dass diese Gleichung eine zweiten Grades in S_d ist; diesem Übel können wir aber merkwürdigerweise dadurch abhelfen, dass wir genannte Gleichung durch die Gleichung (6) dividiren. – Dadurch erhalten wir folgende lineare Gleichung:

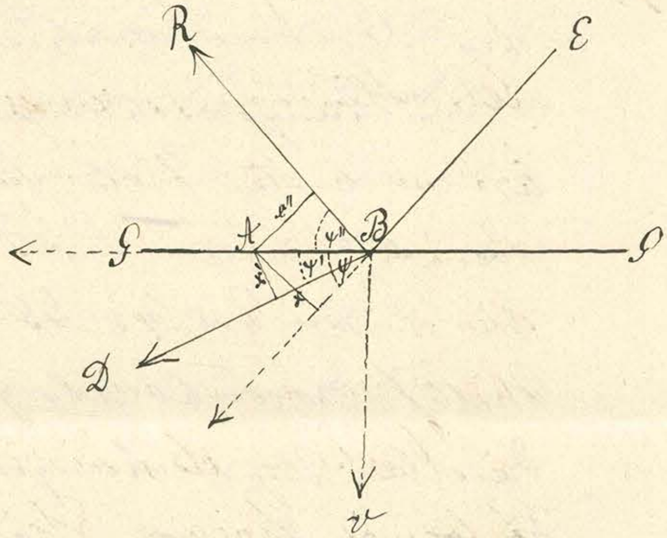
(10) .... $$\sin\varphi\cos\varphi(S - S_r) = \sin\varphi'\cos\varphi' S_d$$

Aus dieser und der mit (6) bezeichneten Gleichung ergeben sich dann:

(11) $$\begin{cases} S_r = S\dfrac{tg(\varphi-\varphi')}{tg(\varphi+\varphi')} \\[2ex] S_d = S\dfrac{2\sin\varphi\cos\varphi}{\sin\varphi\cos\varphi+\sin\varphi'\cos\varphi'} \end{cases}$$

Die Aufgabe wäre demnach gelöst. —

— 2. Es soll der einfallende Lichtstrahl in einer zur Einfallsebene parallelen Ebene polarisirt sein. —



Es sei GG der verticale Durchschnitt der ~~[illegible]~~ ebenen Grenze zweier homogener Lichtführender Medien. Auf dieselbe sollen ebene Wellen auffallen, die in der Richtung der Einfallsebene polarisirt sind. Wir wissen dass diese Lichtwellen theilweise gebrochen theilweisse aber reflectirt werden, und nehmen an, (da wir zur Annahme des Gegentheils keinen Grund auffinden können) dass der gebrochene so wie der reflectirte Strahl auch in der Einfallsebene polarisirt sein müssen. — ~~Betrachten~~ Entwerfen wir eine Zeichnung wie in dem 1ten betrachteten Falle, so können wir sagen dass die Aethertheilchen in diesem 2ten Falle in der Zeichnungsebene selbst schwingen, während die Richtung ihrer Verrückungen in dem ersten Falle senkrecht auf dieselbe gerichtet war. – Der Hauptunterschied zwischen diesen beiden Fällen ist jedoch der dass, in dem zweiten Falle die Aethertheilchen der drei verschiedenen Wellen verschiedene Verrückungsrichtungen haben, während diese in dem ersten Falle bei allen Wellen dieselbe war. Benützt man ~~auch~~ in diesem Falle das Prinzip, dass die Theilchen die in der Grenze DG liegen, als zu dem einen Mittel sowohl als zu dem ~~zweiten~~ anderen gehörend dieselben Verrückungen erleiden müssen, mögen sie ~~als~~ zu dem einen oder dem anderem Mittel gerechnet werden; so wird man 4 Gleichungen erhalten. – Diese 4 Gleichungen werden zum Beweise des Snell'schen Gesetzes sowie zur Berechnung der Amplituden der gebrochenen und der reflectirten Welle ausreichen; sie werden aber auch noch den Beweis der Thatsache geben ~~führen~~, dass Lichtstrahlen bei der Brechung und Reflection keine Phasenänderung erleiden. –

Ich nehme jetzt in der Grenzebene einen geten Punkt A an, um von demselben die Entfernung eines zweiten in derselben Durchschnitts-Ebene (also beide Punkte in der Zeichnungsebene) gelegenen variabeln Punktes B rechnen zu können, diese Entfernung bezeichne ich mit l. — Fälle ich nun auf die durch B gelegten Wellenebenen BE, BR und BD von dem Punkte A aus die Perpendikel x, x'' und x', und bezeichne

dann den Einfallswinkel mit φ
den Brechungswinkel " φ'
und den Reflectionswinkel " φ''

so ist.

$$x = l\sin\varphi \quad , \quad x' = l\sin\varphi' \quad , \quad x'' = l\sin\varphi''$$

Zur Zeit t wird dann die Verrückung eines Aethertheilchens in ~~dem~~ Folge des einfallenden Strahles in A sein:

$$= P\sin\left(\frac{t}{T} + \delta\right)2\pi$$

also in B:

$$= P\sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta\right)2\pi$$

wo P die Amplitude des einfallenden Strahles bedeutet. — Es ist hier nicht gleichgültig nach welcher Richtung diese Verrückung einen positiven Werth annimmt, wir wollen deshalb feststellen dass diese in der Richtung des Pfeiles positiv sei. –

Ähnliche Ausdrücke liefern uns auch die Verrückungen der Aethertheilchen in B in Folge der gebrochenen und der reflectirten Welle. In diesen Ausdrücken bezeichnen wir mit P_d und P_r die Ampl. der gebr. resp. der refl. Welle, und bestimmen δ' und δ'' derart dass dieselben positiv seien, wenn die Verrückung in der Richtung der Pfeile geschieht. –

All' diese Verrückungen zerlegen wir nach den beiden aufeinander senkrecht stehenden Richtungen U und V, wobei ~~als~~ als positive Richtung, die Richtung der Pfeile festgestellt wird. –

Wir finden dann die Componenten der Verrückung in B, in ~~Folge~~ der einfallenden Welle:

$$u = P.\cos\varphi \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta\right) 2\pi$$

$$v = P.\sin\varphi \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \delta\right) 2\pi$$

in der gebrochenen Welle:

$$u' = P_d \cos\varphi' \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda'} + \delta'\right) 2\pi$$

$$v' = P_d \sin\varphi' \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x'}{\lambda'} + \delta'\right) 2\pi$$

in der reflectirten Welle:

$$u'' = P_r \cos\varphi'' \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x''}{\lambda} + \delta''\right) 2\pi$$

$$v'' = -P_r \sin\varphi'' \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x''}{\lambda} + \delta''\right) 2\pi$$

Das genannte Prinzip liefert uns aber hier die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} u + u'' &= u' \\ v + v'' &= v' \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Bilden wir uns nun wirklich diese Gleichungen, indem wir die für u, v, u', v', u'', v'' festgestellten Werthe einsetzen, und entwickeln wir dann die in denselben enthaltenen Sinus Grössen, als Sinuse von Summen. – Wir werden dann einsehen, dass wenn dieselben für alle Werthe von t bestehen sollen (und dies ist hier der Fall) dann unbedingt

$$\varphi'' = \varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

und

$$\frac{\sin\varphi'}{\lambda'} = \frac{\sin\varphi}{\lambda} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

sein muss. – Hiermit ist dann bewiesen dass das Snell'sche Gesetz ebensowohl für Lichtstrahlen besteht, die parallel zur Einfallsebene polarisirt sind, als für solche deren Polarisationsebene senkrecht auf dieselbe steht. –

In Folge der Gleichungen (13) und (14) ist nun:

$$\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)2\pi = \left(\frac{t}{T}-\frac{x'}{\lambda'}\right)2\pi = \left(\frac{t}{T}-\frac{x''}{\lambda}\right)2\pi = \vartheta$$

(wo ϑ neues Zeichen)

da aber:

$$\sin(\vartheta+\delta 2\pi) = \sin\vartheta\cos\delta 2\pi + \cos\vartheta\sin\delta 2\pi$$

u. s. w.

So erhalte ich wenn ich die Gleichungen (12) bilde, Gleichungen von der Form:

$$A\cos\vartheta + B\sin\vartheta = 0$$
$$A'\cos\vartheta + B'\sin\vartheta = 0$$

da aber diese Gleichungen für alle Werthe von ϑ bestehen müssen, so sind:

$$A=0 \qquad B=0$$
$$A'=0 \qquad B'=0$$

Bildet man diese Gleichungen, so ergeben sich:

$$(P\cos\delta 2\pi + P_r\cos\delta'' 2\pi)\cos\psi = P_d\cos\delta' 2\pi\cos\psi'$$

$$(P\cos\delta 2\pi - P_r\cos\delta'' 2\pi)\sin\psi = P_d\cos\delta' 2\pi\sin\psi'$$

$$(P\sin\delta 2\pi + P_r\sin\delta'' 2\pi)\cos\psi = P_d\sin\delta' 2\pi\cos\psi'$$

$$(P\sin\delta 2\pi - P_r\sin\delta'' 2\pi)\sin\psi = P_d\sin\delta' 2\pi\sin\psi'$$

Aus diesen Gleichungen folgen:

$$P_r \cos\delta''2\pi = P\cos\delta 2\pi \frac{\sin\varphi-\varphi'}{\sin\varphi+\varphi'}$$

$$P_d \cos\delta'2\pi = P\cos\delta 2\pi \frac{2\sin\varphi\cos\varphi}{\sin\varphi+\varphi'}$$

$$P_r \sin\delta''2\pi = P\sin\delta 2\pi \frac{\sin\varphi-\varphi'}{\sin\varphi+\varphi'}$$

$$P_d \sin\delta'2\pi = P\sin\delta 2\pi \frac{2\sin\varphi\cos\varphi}{\sin\varphi+\varphi'}$$

Dividirt man die dritte dieser Gleichungen durch die erste, und dann die 4te derselben durch die 2te; so folgt dass:

$$tg\,\delta''2\pi = tg\,\delta 2\pi = tg\,\delta'2\pi$$

Da man nun $\delta, \delta', \delta''$ so wählen kann, dass $\delta 2\pi, \delta'2\pi, \delta''2\pi$ immer zwischen $+\pi$ und $-\pi$ liegen müssen, so folgt dass:

$$\delta' = \delta'' = \delta \quad \ldots \ldots (15)$$

ist. – Bewiesen ~~war~~ ist nun demnach, dass bei der Brechung und Reflection keine Phasenänderung stattfindet. – Wenn aber dies ist, so ergeben sich:

$$\left.\begin{aligned} P_r &= P.\frac{\sin\varphi-\varphi'}{\sin\varphi+\varphi'} \\ P_d &= P.\frac{2\sin\varphi\cos\varphi}{\sin\varphi+\varphi'} \end{aligned}\right\} \ldots (16)$$

3. Bemerkungen über die in 1. und 2. abgeleiteten Fresnel'schen Formeln. –

Die mit 11) und 16) bezeichneten Gleichungen, werden die Fresnel'schen Formeln genannt, wenn auch dieselben nicht in ganz strenger Übereinstimmung mit der Erfahrung stehen; so weichen sie ~~von~~ den Resultaten derselben doch nur um geringe Grössen ab. – (Wegen der unvollkommenen ~~W~~Durchsichtigkeit der Körper?)

Die Ausdrücke geben in dem Falle dass $\varphi' > \varphi$ ist einen negativen Werth von P_r, und wenn ausserdem noch $\varphi' + \varphi > \frac{\pi}{2}$ ist, auch einen negativen Werth von S_r an. – Da es sich hier um den absoluten Werth der Amplituden handelt, und dieser eine positive Grösse ist; so suchen wir diesem in den Formeln liegenden Widerspruche dadurch abzuhelfen, dass wir annehmen es finde ^{r} in den genannten Fällen bei der Reflection eine Verzögerung der Phase um π statt. –

Wenden wir jetzt die Fresnel-schen Formeln ~~für~~ in dem Falle an, dass ~~das~~ die Lichtstrahlen in der Richtung der Normale der ebenen Grenze beider Mittel auffallen. – In diesem Falle ist $\varphi=0$, und man ~~kann~~ kann jede durch das Einfallsloth gelegte Ebene als Einfallsebene ansehen, und kann eben deshalb das einfallende Licht ~~als~~ sowohl ~~als~~ senkrecht als parallel zur Einfallsebene polarisirt ansehen. – Die Formeln 11) und 16) geben in diesem Falle; da ja in denselben $P=S$ zu setzen ist:

$$P_r = S_r = P.\frac{\varphi-\varphi'}{\varphi+\varphi'}$$

wo statt dem Sinus, und der Tangente unendlich kleiner Winkel, der Werth dieser Winkel selbst eingesetzt wurde. – Wenn nun φ, und in Folge dessen auch φ' gleich Null wird so nimmt der Bruch $\frac{\varphi-\varphi'}{\varphi+\varphi'}$ die Form $\frac{0}{0}$ an. – Führen wir aber zur Bezeichnung des Brechungsverhältnisses $\frac{\lambda}{\lambda_1}$ das Zeichen $\underline{n}$ ein, so ist nach dem Snell'schen Gesetze

$$\sin\varphi = n\sin\varphi'$$

also wenn φ und φ' unendlich klein werden:

$$\varphi = n\varphi'$$

Daher ist

$$P_r = P \cdot \frac{n-1}{n+1}$$

Da aber die Intensität des Lichtes mit dem Quadrate ihrer Amplitude proportional ist, so ergebt sich das, wenn $\varphi = 0$ ist.

Die Intensität des reflectirten Lichtes $= \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$. Intens. des einf. Lichtes ist. – Von Luft in Glas ist der Werth von n im Mittel genommen $= \frac{3}{2}$; daher ist

$$J_r = J_e \cdot \frac{1}{25}$$

Es ist selbstverständlich, dass diese Erörterung ebensowohl auch für beliebig polarisirtes und natürliches Licht seine ~~Rich~~ Richtigkeit behauptet.

Sehen wir noch zu, unter welchen Bedingungen verschwindet die Amplitude, also auch die Intensität des reflectirten Lichtes. – Nach den Fresnel'schen Formeln, muss P_r sowohl als S_r verschwinden wenn

$$\varphi = \varphi' \quad \text{d. i.} \quad n = 1$$

ist; an der Grenzfläche zweier, wenn auch im übrigen verschiedener Mittel, in denen ~~der~~ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes dieselbe ist, findet keine Reflexion

(und auch keine Brechung) statt. –
Dieselben Formeln zeigen aber auch dass S_r auch in dem Falle verschwinden muss wenn

$$\varphi + \varphi' = 90^\circ$$

ist – während dann P_r doch einen von Null verschiedenen Werth hat. – Man nennt diesen Werth von φ den Polarisationswinkel des betreffenden Mittels; derselbe ist dadurch charakterisirt, dass von dem ~~unt zu~~ unter diesem Winkel einfallendem senkrecht zur Einfallsebene polarisirtem Lichte nichts reflectirt wird. – Bedeutet φ den Werth des Polarisationswinkels, so ist nach dem Snell'schen Gesetze:

$$\sin\varphi = n \sin\varphi'$$

$$\sin\varphi = n \cos\varphi$$

also $$\underline{\underline{tg\,\varphi = n}} \quad \ldots\ldots (17)$$

Wodurch der Polarisationswinkel bestimmt ist. –+)

+) Die Gleichung $tg\,\varphi = n$ zeigt dass, welchen Werth auch n haben mag, es immer einen zwischen 0 und $\frac{\pi}{2}$ gelegenen ~~Winkel~~ Werth von φ geben, welcher dieser Gleichung genügt. – Diese Theorie erfordert demnach dass es für alle Medien einen Polarisationswinkel gebe, und kann nicht erklären, warum metallische Oberflächen hievon eine Ausnahme machen? (E.)

– Wenn nun $\varphi + \varphi' = 90°$, so ist auch

$$\varphi' + \varphi'' = 90°$$

und hieraus folgt dass Brewster-sche Lehre, ~~dass~~ der Polarisationswinkel derjenige Werth des Einfallswinkels ist, ~~für~~ bei welchem der reflectirte und der gebrochene Strahl senkrecht aufeinander stehen. –

4. – Es soll die Polarisationsebene des einfallenden Lichtes einen beliebigen Winkel mit der Einfallsebene bilden. –

Man nennt den Winkel zwischen der Einfallsebene und der Polarisationsebene einer Lichtwelle den Polarisationsazimuth derselben. – Es sei nun der Polarisationsazimuth unserer einfallenden Lichtwelle α, ihre Amplitude sei E. – Wir haben gezeigt wie man einen Lichtstrahl in ~~zwei~~ zwei Componirende Strahlen zerlegen kann deren ~~einer senkrecht zur Einfallsebene~~ Polarisationsebenen senkrecht zu einander stehen. – Dies will ich auch hier thun, und zwar ~~ich zerlege~~ wähle ich die componirenden Strahlen so, dass die Pol.-ebene des einen mit der Einfallsebene zusammenfalle, während die der anderen senkrecht auf dieselbe stehe. – Die Amplituden dieser Comp. Strahlen bezeichne ich mit P und S, die Werthe derselben sind:

$$P = E \cos \alpha$$

$$S = E \sin \alpha$$

Jeder dieser Componirenden Strahlen verfolgt seinen eigenen Weg, von jedem derselben herrührend bildet sich ein reflectirter und ein gebrochener Strahl. – Unsere bisherigen Betrachtungen lehren uns dass beide componirenden einfallenden Strahlen, dem Snellschen Gesetze genau in derselben Richtung gebrochen, und auch in derselben Richtung reflectirt werden. – Die beiden gebrochenen Strahlen, deren eine senkrecht die andere parallel zur Einfallsebene polarisirt ist, können also als Componenten eines einzigen gebrochenen Strahles angesehen werden, dessen Amplitude und Polarisations azimuth nach ~~bekannten~~ schon abgeleiteten Regeln zu berechnen ist. – Dasselbe gilt in Bezug auf den reflectirten Strahl. –

Wir erhalten die Werthe der Amplituden S_r und P_r der Componenten des ~~gebrochenen~~ reflectirten Strahles, nach den Fresnel'schen Formeln:

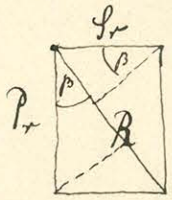
$$S_r = E.\sin\alpha \frac{tg(\varphi-\varphi')}{tg(\varphi+\varphi')}$$

$$P_r = E.\cos\alpha \frac{\sin(\varphi-\varphi')}{\sin(\varphi+\varphi')}$$

Und die Amplituden S_d und P_d der Componenten des gebrochenen Strahles, nach denselben Formeln:

$$S_d = E.\sin\alpha \frac{2\sin\varphi\cos\varphi}{\sin\varphi\cos\varphi+\sin\varphi'\cos\varphi'}$$

$$P_d = E.\cos\alpha \frac{2\sin\varphi\cos\varphi}{\sin(\varphi+\varphi')}$$



Bezeichnen wir mit R die Amplitude des von S_r und P_r zusammengesetzten reflectirten Strahles, und mit D die Amplitude des gebrochenen Strahles, so ist:

$$R^2 = S_r^2 + P_r^2$$

$$D^2 = S_d^2 + P_d^2$$

Ferner sind der Polarisationsazimuth des reflectirten Strahles β, und der Pol. azim. des gebr.

Strahles γ durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$tg\beta = \frac{S_r}{P_r} \qquad \text{und} \qquad tg\gamma = \frac{S_d}{P_d}$$

Schon aus diesen Gleichungen können wir sehen, dass mit der Brechung und ebenso mit der Reflection des Lichtes eine Änderung der Polarisationsebene desselben verbunden ist, – und zwar sagen wir, dass der Polarisationsazimuth bei der Brechung um $\gamma-\alpha$, und bei der Reflection um $\beta-\alpha$ gedreht worden ist. – Indem wir in die letzten auf Seite 66 angegebenen, und in die für β und γ festgestellten Gleichungen die Werthe von S_r, P_r, S_d und P_d einsetzen, erhalten wir die wichtigen Formeln, welche die Intensität und den Polarisationsazimuth des gebr. und des refl. Strahles bestimmen — diese sind:

$$R^2 = E^2\left\{\frac{tg^2(\varphi-\varphi')}{tg^2(\varphi+\varphi')}\sin^2\alpha + \frac{\sin^2(\varphi-\varphi')}{\sin^2(\varphi+\varphi')}\cos^2\alpha\right\} \quad \ldots\ldots (18)$$

$$tg\beta = tg\alpha\,\frac{\cos(\varphi+\varphi')}{\cos(\varphi-\varphi')} \quad \ldots\ldots (19)$$

$$D^2 = E^2\,\frac{\sin^2 2\varphi}{\sin^2(\varphi+\varphi')}\left\{\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2(\varphi-\varphi')} + \cos^2\alpha\right\} \quad \ldots\ldots (20)$$

$$tg\gamma = tg\alpha \cdot \frac{1}{\cos(\varphi-\varphi')} \quad \ldots\ldots (21)$$

Es ist kein uninteressanter Umstand, dass die Formeln 19) und 21) schon vor ihrer theoretischen Begründung von Brewster experimentel aufgefunden worden sind. –

Wir haben bereits in § 3) die Definition des Polarisationswinkels gegeben, und gezeigt dass von ~~einem~~ unter diesem einfallender senkrecht zur Einfallsebene polarisirtem Strahle nichts reflectirt wird, wir konnten aber noch keine ~~zu~~ Erklärung ~~der~~ seiner Benennung geben – dies thun wir hier. –

Wenn ein Lichtstrahl, der unter in einer ~~einem~~ beliebigen Ebene geradliniy polarisirt ist unter dem Pol. winkel auffällt, so wird nach der Formel 19) (da ja $\varphi + \varphi' = 90°$ ist):

$$tg\,\beta = 0$$

also auch

$$\beta = 0$$

sein. – Welcher also auch der Pol. azimuth des einfallenden Strahles sein mag, es ist der reflectirte Strahl doch immer ~~in der~~ parallel zur Einfallsebene polarisirt. – Dies erklärt auch, wie man durch Reflection das natürliche Licht in geradliniy polarisirtes um-

wandeln kann; denn da das natürliche Licht als ~~ein~~ geradliniges zu betrachten ist, ~~welches~~ dessen Polarisationsebene ~~sich jedoch~~ in steter Reihenfolge alle möglichen Lagen einnimmt; so wird es in jedem Momente Licht reflectiren welches ~~in der~~ parallel zur Einfallsebene polarisirt ist. –
Der Werth des Pol. Winkels von Luft in Glas, ist etwa = 56°20'

5. Brechung und Reflection des natürlichen Lichtes.

In dem natürlichen Lichte, wie sie uns von himmlischen und irdischen Lichtquellen zugesandt wird ~~sein~~ können wir keine Richtung auffinden, ~~nach~~ gegen welche die Thätigkeit des Strahles von der gegen andere verschieden oder überwiegend wäre – Die Vorstellung die wir uns über dasselbe machen ist die, dass wir es als geradlinig polarisirtes Licht ansehen, dessen Polarisationsebene sich mit constanter Geschwindigkeit um die Richtung des Strahles als Axe herumdreht. – ~~Die~~

Zeit einer solchen Umdrehung~~sgeschwindigkeit~~ ist sehr klein gegen ~~unsere~~ das kleinste von uns wahrnehmbare Zeitintervall, aber doch sehr gross gegen eine Schwingungsdauer. –

Der Polarisationsazimuth α des natürlichen Lichtes, wird demnach der Zeit proportional gesetzt werden können; also:

$$\alpha = t.\,\mathrm{Const.}$$

Diese Constante ist abhängig von der Dauer einer Umdrehung der Polarisationsebene; wenn also diese mit τ bezeichnet wird, so ist:

$$\alpha = t.\frac{2\pi}{\tau}$$

sodass α um 2π wächst, wenn t um τ grösser wird. –

Da ~~ein~~ jeder Lichtstrahl ohne Rücksicht auf die Richtung seiner Polarisationsebene nach dem Snell'schen Gesetze gebrochen und reflectirt wird; so bedarf die Richtung des gebroch. Strahles und des reflectirten Strahles ~~beim~~ für das natürlichen Lichte keine besonderen Erörterung. –

Die Gleichungen 18) und 20) geben die Intensität der gebr. und der refl. Strahles auch in dem Falle des natürlichen Lichtes, es ist aber klar dass, da ~~δ~~ α ~~mit~~ mit der Zeit sich ändert, dass auch diese Intensitäten variiren. – Diese Variationen sind periodisch, und ihre Periode ist von sehr kurzer Dauer; deshalb empfindet dass Auge den mittleren Werth all der Intensitäten, die das Licht während dieser Periode angenommen hat. – Dieser mittlere Werth R_0^2 ist:

$$R_0^2 = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau R^2 dt$$

Führen wir statt der Variable t die Variable α ein $\left(\alpha = t\cdot\frac{2\pi}{\tau}\right)$, so ist:

$$R_0^2 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} R^2 d\alpha$$

Setzen wir dann für R^2 seinen Werth aus der Formel (18) ein, so ergiebt sich in Folge der Formeln

$$\int_0^{2\pi} \sin^2\alpha\, d\alpha = \pi \quad \text{und} \quad \int_0^{2\pi} \cos^2\alpha\, d\alpha = \pi$$

als Werth der mittl. Intensität:

(22) ..... $$R_0^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{2}\left\{\frac{tg^2\,\varphi-\varphi'}{tg^2\,\varphi+\varphi'} + \frac{\sin^2\varphi-\varphi'}{\sin^2\varphi+\varphi'}\right\}$$

In Folge einer ganz ähnlichen Überlegung ergiebt sich:

(23) ..... $$D_0^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{2}\cdot\frac{\sin^2 2\varphi}{\sin^2\varphi+\varphi'}\left\{\frac{1}{\cos^2\varphi-\varphi'}+1\right\}$$

Der Vergleich der Gleichung 22) mit den Fresnel'schen Formeln 11) und 16) führt zu folgendem interessanten Satz:

Bei der Reflexion des natürlichen Lichtes ist die Intensität des reflectirten Strahles gleich dem arithmetischen Mittel aus den Intensitäten die es haben würde, wenn das einfallende Licht parallel zur Einfallsebene, oder wenn dasselbe senkrecht zur Einfallsebene polarisirt wäre. –

Es ist dies ein spezieller Fall eines viel allgemeineren Satzes, welcher sich auf die Reflexion des natürlichen Lichtes an beliebig vielen Grenzen bezieht: –

Die Intensität des aus der Reflection des natürlichen Lichtes an beliebig vielen Grenzflächen resultirenden Lichtes, ist gleich dem arithmetischen Mittel aus den Intensitäten, welche der schliesslich gebildete Strahl haben würde, wenn das einfallende Licht erstens in der Einfallsebene, zweitens aber senkrecht auf diese polarisirt gewesen wäre, und dabei dieselbe Intensität, als das einfallende natürliche Licht gehabt hätte. –

III. Brechung und Reflection des Lichtes in plan-parallelen Platten. –

1. Beschreibung der Farbenerscheinungen dünner Blättchen. –

Seifenblasen, Glimmerblättchen, ~~feine~~ dünne Öl und Fettschichten (wie sie sich auf der Wasseroberfläche bilden) Sprünge in Glas oder in Krystallen zeigen vom Lichte getroffen auffallende Farbenerscheinungen. – Newton unterwarf diese Erscheinungen einer strengen Untersuchung

und wies die Abhängigkeit derselben von der Dicke der sie erzeugenden Platten nach. –
Der von Newton benutzte Apparat bestand aus einer Linse von sehr grossem Durchmesser und einer auf diese dicht angelegten planparallelen Glasplatte. – Zwischen der Glasplatte und der Linse ~~ba~~ befindet sich dann eine ~~d~~ dünne Luftschicht, deren Dicke von dem Berührungspunkte an ~~ä~~ nach einer leicht berechenbaren Regel zunimmt; die sich auch deshalb zur genannten Untersuchung ganz besonders eignet. – Fällt auf diesen Apparat weisses Licht, und betrachtet man es im reflectirten Lichte, so sieht man concentrische farbige Ringe, die ihren Mittelpunkt an der dunkel Erscheinenden Berührungsstelle von Platte und Linse haben. – Die Farben ~~g~~ verschiedener dieser Ringe ~~ist~~ sind verschieden, sie tragen im allgemeinen den Charakter der Mischfarben an sich; ~~aber~~ ~~jede~~ ~~sie~~ es ist aber die Farbe innerhalb jedes einzelnen Ringes dieselbe, wodurch die Abhängigkeit der ~~Farbe~~ Färbung von der Dicke der Luftschicht schon klar dargelegt wird. – Die Anzahl dieser Ringe

ist keine unbegrenzte; sie erstreckt sich je nach dem der Durchmesser der ~~Kl~~ Linse kleiner oder grösser ist in einen kleineren oder grösseren Umkreis. – Charakterisirend für die Erscheinung sind auch die zwischen den hellen Ringen auftretenden wenn auch nicht ganz dunkeln, doch sehr schwach gefärbten Ringe, durch welche diese Ringe die man die Newton-schen nennt in mehrere Ordnungen eingetheilt werden. – Newton ~~untersuchte~~ mass die jedem einzelnen Ringe zukommende Luftdicke. – Wir wollen seine Resultate für den Fall des senkrecht auffallenden Lichtes angeben, wobei wir diejenige Farbe jeder Ordnung unterstreichen, welche für diese~~n~~ ~~betreffende~~ charakteristisch ist, und die Luftdicken in einer Einheit anführen, die gleich $\frac{1}{\text{million}}$ engl. Zoll ist.

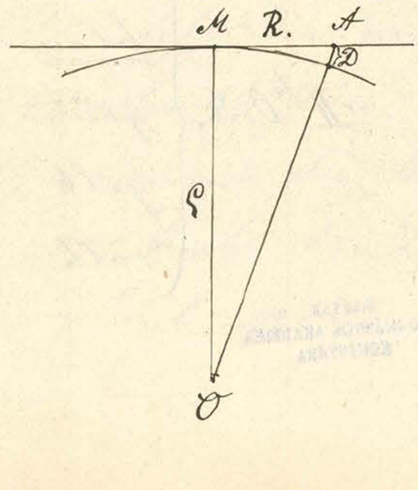
	(Farbe des Ringes)	(Dicke der Luftsch.)
I^te Ordn.	Schwarz	bis 2.
	Blaugrau	2,4
	<u>weiss</u>	5,4
	Gelb	7,1
	Orange	8
	roth-bräunlich	9

	(Farbe des Ringes)	(Luftdicke)
II^te Ordn.	violet	11,2
	<u>blau</u>	13
	grün	15,1
	gelb	16,3
	roth	19

	(Farbe der Ringes)	(Luftdicke)		(Farbe der Ringes)	(Luftdicke)
III^{te} Ordn.	blau	22	V^{te} Ordn.	bläuliches grün	46
	grün	25		roth	52
	gelb	27	VI^{te} Ordn.	bläuliches grün	59
	roth	30		blass roth	65
IV^{te} Ordn.	grün	35	VII^{te} Ordn.	bläuliches grün	71
	gelb	37		röthliches weiss	77
	roth	40			

Die Intensität der zu den letzten 4 Ordnungen gehörigen Ringe ist sehr klein, so dass wir bei denselben keine charakteristische Farbe mehr ~~besonders~~ hervorheben können. — Die einem bestimmten Ringe, dessen Radius R sein mag entsprechende Luftdicke D kann an dem Newton'schen Apparate folgendermassen bestimmt werden. —

Es sei O der Krümmungsmittelpunkt der Linse, dessen Krümmungshalbmesser ρ sei; dann folgt aus dem Dreiecke OMA



$$(\rho+D)^2=\rho^2+R^2$$

Da aber D gegen ρ, ja auch

gegen R sehr klein ist; so kann ohne merkli-
chen Fehler das Glied $\frac{D^2}{\varrho^2}$ des entwickelten Quadrats
gegen die andern Glieder vernachlässigt wer-
den; und daher ist:

$$D = \frac{R^2}{2\varrho}$$

Zur Messung von R bediente sich Newton eines
Zirkels, ϱ war bei den Versuchen ~~die wir~~
~~anführ~~ deren Resultate wir angaben, gleich 182 engl. Zoll
Einen wesentlichen Schritt zur Erklärung dieser
bei weissem Lichte auftretenden Erscheinung that
N. indem er den Versuch mit homogenem Licht
anstellte. – Statt der verschieden gefärbten Ringe
treten dann nur gleichgefärbte helle Ringe auf
die mit dunkeln Ringen abwechseln; die
Anzahl dieser Ringe ist aber eine viel grössere
als bei dem Versuche mit dem weissen Lichte.
Newton fand bei den Untersuchungen mit ho-
mogenem Lichte, dass die Radien der aufeinander
folgenden hellen Ringe, sich verhalten, wie:

$$\sqrt{1} : \sqrt{3} : \sqrt{5} : \sqrt{7} : \text{etc.}$$

die Radien der dazwischen liegenden dunklen
Ringe verhalten sich dagegen wie:

$$\sqrt{0} : \sqrt{2} : \sqrt{4} : \sqrt{6} : \text{etc.}$$

Da aber die Luftdicken mit dem Quadrate der entsprechenden Radien proportional sind, so folgt, dass die hellen Ringe an Stellen auftreten deren Luftdicken sich verhalten wie:

1 : 3 : 5 : 7 : etc

die dunklen Ringe dagegen bei Luftdicken, welche sich verhalten, wie:

0 : 2 : 4 : 6 : 8 : etc.

Diese Verhältnisse zwischen den Luftdicken der hellen und der dunklen Ringe bestehen für homogene Lichtarten jeder Farbe; allein die absoluten Werthe der Luftdicken bei welchen helle Ringe derselben Ordnungszahl, von verschiedenen Farben herrührend, auftreten sind verschieden. – Setzt die Luftdicke des Ringes n-ter Ordnung

im äussersten Roth	= 1
so ist die Luftdicke+) des Ringes	
derselben Ordnung in ~~gelb~~ orange	= 0,924
" in ~~grüne~~ gelb	= 0,885
" in ~~blau~~ grün	= 0,825
" in ~~indigo~~ blau	= 0,763
" in ~~violet~~ indigo	= 0,711
" in ~~äussersten~~ violet.	= 0,681
" in äussersten violet	= 0,630

+) In meinem Originaltexte steht statt Luftdicke, Radius (?)

Die Verschiedenheit dieser Luftdicken, also auch der entsprechenden Radien, erklärt jetzt den Farben- ~~wechs~~ folge der Ringe bei dem Versuche mit dem weissen Lichte. – Jedes einfache Bestandtheil des weissen Lichtes bildet nämlich seine Ringe, mehrere dieser Ringe werden sich decken, und so kommen Ringe zu Stande, welche ein Gemisch verschiedener Lichtarten enthalten, deren Farbeneindruck durch Newton's Gesetz der Farbenmischung bestimmt werden kann. –

– An dieser Stelle führen wir noch das Resultat einer Mes-sung an die Newton in Betreff der Luftdicke des ersten gelben Ringes bei senkrecht auf-fallendem Lichte anstellte; er fand nämlich diese Luftdicke, die wie wir sehen werden nichts anderes als $\frac{1}{4}$ ~~der~~ Wellenlänge des gelben Lichtes ist*) $= \frac{1}{178,000}$ engl. Zoll

~~*) (?) [illegible] Dicke ($\frac{1}{4}\lambda$)~~

Wenn man nun den Newton'schen Apparat, nicht wie bisher im ~~senkrecht~~ senkrecht reflectirten Lichte, sondern in irgend einer schiefen Richtung anblickt, so wird man ~~auch~~ wieder eine ähnliche Erscheinung erblicken; allein es tritt der wesentliche Umstand bei, dass der Radius der Ringe ~~sich grösser~~ gleichzeitig mit dem Einfallswinkel wächst. – Blickt man daher ~~auf~~ eine bestimmte Stelle des Apparates zuerst vertical, dann unter immer grösser werdendem Einfallswinkel, so wird man dieselbe der Reihe nach in allen Färbungen sehen, welche den innerhalb ~~der~~ jener Stelle gelegenen Ringen bei vertical ~~auffallen~~ reflectirten Lichte zukommen. – Blickt man so z. B. an eine Stelle des blauen Ringes der II^ten^ Ordnung bei verticale ~~auffallenden~~ Reflexion und neigt sich dann allmählig, so wird dieselbe nach einander violet, roth (bräunlich), orange, gelb, weiss blaugrau, endlich schwarz erscheinen. –

Newton entdeckte bereits die Regel dass bei schiefer Reflexion ~~an~~ bei der Luftdicke D eine Farbe auftritt, welche bei verticaler Reflexion bei der Luftdicke $D.\cos\varphi$ auftreten würde. – (φ – Einfallswinkel) – Er fand jedoch diese Regel nur bei sehr kleinen Einfallswinkeln bestätigt, und stellte für grössere Einfallswinkel eine höchst complicirte Formel auf welche mit der Erfahrung übereinstimmen sollte. –

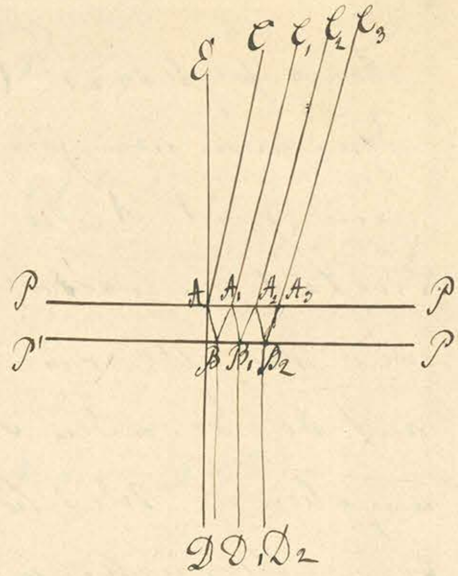
Die Undulationstheorie erfordert aber die Richtigkeit der erwähnten Regel auch für grössere Einfallswinkel, und kam so mit der Erfahrung scheinbar in Widerspruch. – Diesen Widerspruch beseitigte Prévost (Pogg. Ann. 76 Bd.) indem er die Richtigkeit dieser Regel auch experimentel nachwies. –

Bisher ~~hat~~ erwähnten wir nur die Farbenerscheinungen, welche ~~im~~ in dem von dünnen Blättchen reflectirten Lichte auftreten; ähnliche Erscheinungen erkennen wir aber auch in dem durch diese gebrochenen Lichte. – Sieht man durch den Newton'schen Apparat durch so erblickt man bei weissem Lichte wieder ~~abwechselnd~~ verschieden gefärbte Ringe, wenn auch ~~die~~ nicht in so lebhaften Tone als ~~bei~~ im reflectirten Lichte. – Bei irgend einer Luftdicke erblickt man im durchgelassenen Lichte die Complementäre Farbe, derjenigen Farbe, welche an derselben Stelle im reflectirten Lichte auftritt. –

Newton stellte ausser mit Luftlamellen, noch mit verschiedenen Flüssigkeiten Versuche an die er zwischen die Glasplatte und die Linse Einschloss, und ~~fand~~ erhielt immer dieselbe Erscheinung, welche jedoch bei verschiedenen Flüssigkeiten ~~nur~~ insofern verschieden war, dass die Radiuse der gleichen Ringe verschiedene waren. – Er fand, so dass Ringe derselben Ordnung an Stellen auftraten, ~~und~~ deren Dicken den Brechungsquotienten von Luft in die betreffenden Mitteln umgekehrt proportional sind. –

2. Theorie der Newton'schen Farbenringe für den Fall des senkrecht auffallenden Lichtes. –

Der erste Schritt den wir zur Erklärung des Newton'schen Phenomens thun können, ist die Betrachtung des Verhaltens des ~~refle~~ von einer sehr dünnen planparallelen Platte reflectirten Lichtes mit der vereinfachenden Annahme dass ~~dieses~~ das ~~Li~~ auffallende Licht homogenes und geradlinig polarisirtes sei, ferner von einer ∞ weiten Quelle herrühre. –
Es sei PP P'P' die Platte, EA der vertical einfallende Strahl; Durch verschiedene ~~Reflex~~ Wege zwischen den ~~Platten~~ Grenzen PP und P'P' werden viele Strahlen



in der Richtung AE reflectirt werden, welche zwar ihre Polarisationsebene nicht verändert haben, aber verschiedene Phasen haben, und somit interferiren müssen. – Auf der Figur sind die Strahlen durch AC, A_1C_1, A_2C_2 etc. dargestellt, obwohl sie in der That mit AE zusammenfallen. – Um die Verrückung eines Punktes in Folge all dieser Strahlen auffinden zu können, drücke ich zuerst ihre Amplituden aus. –
Den Fresnel'schen Formel gemäss, setzt man

$$\frac{\text{Amplit. des Strahles } AC}{\text{Amplit des Strahles } EA} = r \quad , \quad \frac{\text{Amp. d. Str. } AB}{\text{A. d. St. } EA} = d$$

$$\frac{\text{A. d. St. } BA_1}{\text{A. d. St. } AB} = r' \qquad \frac{\text{A. d. St. } A_1C_1}{\text{A. d. St. } BA_1} = d'$$

Wenn nun (EA) die Ampl. $\underline{a}$ hat; so hat (AC) die Ampl. ar
~~ferner~~ hat (AB) " ad
(BA_1) " adr' und (A_1C_1) " $add'r'$
(A_1B_1) " adr'^2
(B_1A_2) " adr'^3 " (A_2C_2) " $add'r'^3$

ebenso folgt dass (A_3C_3) die Ampl. $add'r'^5$ hat u.s.w. Bezeichnen wir jetzt mit D die Dicke der Platte und mit λ die Wellenlänge der gebrauchten Lichtart in der Substanz der Platte, so können wir die Verrückungen jedes ~~eines~~ Punktes ~~der Strahl~~ auf der Geraden AE in Folge der einzelnen Strahlen angeben. Wir betrachten den Punkt A selbst; seine Verrückung in dem Strahle (AE) ist:

$$= ar \sin\left(\frac{t}{T} + \delta\right)2\pi$$

seine Verrückung in A_1C_1 ist:

$$= add'r' \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{2D}{\lambda} + \delta\right)2\pi ,$$

seine Verrückung in A_2C_2 ist:

$$= add'r'^3 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{4D}{\lambda} + \delta\right)2\pi \quad \text{u. s. w.}$$

Die resultirende Verrückung des Punktes A in Folge all' dieser gleichpolarisirten Strahlen ist die Summe dieser einzelnen Verrückungen. – Bezeichnet man:

$$\left(\frac{t}{T} + \delta\right)2\pi = \vartheta \quad , \quad \frac{2D}{\lambda}2\pi = \eta$$

so ist:

$$u = ar \sin\vartheta + add'r'\left(\sin(\vartheta - \eta) + r'^2 \sin(\vartheta - 2\eta) + \text{etc.}\right)$$

Ich suche nun die Summe der Reihe:

$$S = \sin(\delta-\eta) + r'^2\sin(\delta-2\eta) + \dots \text{ etc.}$$

multiplicirt man beide Seiten der Gl. mit $2\cos\eta$ und transformirt dann jedes Glied der Reihe nach der Formel:

$$2\sin\alpha\cos\beta = \sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)$$

So ergiebt sich:

$$\begin{aligned} S\cdot 2\cos\eta = \sin\delta &+ r'^2\sin(\delta-\eta) + r'^4\sin(\delta-2\eta) + \dots \text{ etc.} \\ + \quad & \quad + \quad \quad \quad \quad \quad + \\ \sin(\delta-2\eta) &+ r'^2\sin(\delta-3\eta) + r'^4\sin(\delta-4\eta) + \dots \text{ etc.} \end{aligned}$$

Die Summe dieser beiden Reihen lässt sich durch S ausdrücken, denn es ist

die Summe der oberen Reihe $= \sin\delta + r'^2 S$,

Die Summe der unteren Reihe $= \dfrac{S - \sin(\delta-\eta)}{r'^2}$

Somit ist:

$$S\cdot 2\cos\eta = \sin\delta + r'^2 S + \frac{S - (\sin\delta-\eta)}{r'^2}$$

$$S = \frac{\sin(\delta-\eta) - r'^2\sin\delta}{1 - 2r'^2\cos\eta + r'^4}$$

Diesen Werth in u gesetzt:

$$u = ar\sin\delta + add'r'\frac{\sin(\delta-\eta) - r'^2\sin\delta}{1 - 2r'^2\cos\eta + r'^4}$$

Diese Gleichung stellt die Bewg. im resultirenden Strahl dar, uns interessirt die Intensität derselben, um diese zu finden haben wir die Gleichung für u auf die Normalform

$$u = a \sin \varphi$$

zu bringen. –

Jede Lichtbewg. in einem geradl. pol. Strahle lässt sich ansehen als die resultirende der Bewegungen in zwei Strahlen, deren pol. Ebenen dieselben sind, bei welchen aber $\delta_2 - \delta_1 = \frac{1}{4}$ ist; daher stellt auch die Gleichung:

$$u = A \sin \vartheta + B \cos \vartheta$$

die Bewg. in einem geradl. pol. Strahle dar. – In dieser Gl. sind A und B beliebige von der Zeit unabhängige Grössen. – Dieselbe Lichtbewegung kann auch durch die Gleichung in der Normalform:

$$u = \sqrt{A^2 + B^2} \, . \sin(\vartheta - \alpha)$$

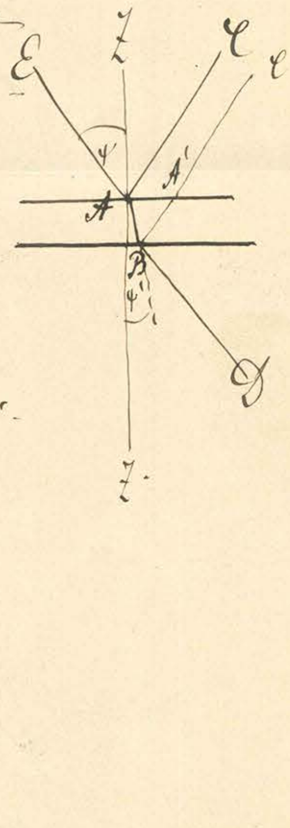
ausgedrückt werden, wo α ebenfalls von t unabhängig ist. – Die Intensität dieses Strahles ist dann $= A^2 + B^2$

In dem ~~so~~ Falle, den wir jetzt behandeln, ist:

$$A = a\delta + a d d' r' \frac{\cos \eta - r'^2}{1 - 2r'^2 \cos \eta + r'^4}$$

$$B = - a d d' r' \frac{\sin \eta}{1 - 2r'^2 \cos \eta + r'^4}$$

Diese Ausdrücke können vereinfacht werden, wenn man Relationen benützt, die zwischen den Grössen r, r', d und d' auch in dem allgemeineren Falle des schief auffallenden Lichtes bestehen. – Diese Relationen bestehen überhaupt für jeden homogenen geradl. polarisirten Lichtstrahl, was ich bewiesen haben werde wenn ich sie für Lichtstrahlen ableite, die ~~da~~ ~~einmal~~ in der Einfallsebene polarisirt sind, ~~an Anderen~~ ~~dann aber~~ und für solche die vertical zu derselben polarisirt sind. –



Es ist: $r = \dfrac{(AC)}{(EA)}$, $d = \dfrac{(AB)}{(EA)}$, $r' = \dfrac{(BA')}{(AB)}$

$$d' = \frac{(BD)}{(AB)}$$

a) Das Licht parallel zur Einfallsebene polarisirt:

$$r = \frac{\sin(\varphi - \varphi')}{\sin(\varphi + \varphi')}, \quad r' = \frac{\sin \varphi' - \varphi}{\sin \varphi' + \varphi}$$

$$d = \frac{2 \sin \varphi' \cos \varphi}{\sin \varphi + \varphi'}, \quad d' = \frac{2 \sin \varphi \cos \varphi'}{\sin \varphi + \varphi'}$$

Hieraus folgt:

$$\underline{r' = -r}$$

und: $\underline{dd' = 1 - r^2}$

b) Es sei das Licht vertical zur Einfallsebene polarisirt, dann folgt auch aus den Fresnel'schen Gesetzen dieselbe Relation. —
Benützt diese Relation, so ergiebt sich:

$$A = ar - ar(1-r^2)\frac{\cos\eta - r'^2}{1-2r'^2\cos\eta + r'^4}$$

$$B = ar(1-r^2)\frac{\sin\eta}{1-2r'^2\cos\eta + r'^4}$$

Es ergiebt sich endlich die Intensität des resultirenden Strahles:

$$J = \frac{4a^2r^2\sin^2\frac{\eta}{2}}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2\frac{\eta}{2}}$$

oder $\eta = \frac{2D}{\lambda}2\pi$ eingeführt:

$$J = \frac{4a^2r^2\sin^2\frac{D}{\lambda}2\pi}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2\frac{D}{\lambda}2\pi}$$

Wir sehen dass J wesentlich von der Dicke der Platte abhängt und dass sie für gewisse Dicken Null, für gewisse andere dagegen ein Maximum ist. —
Betrachtet man nun eine Newton'sche Lamelle als zusammengefügt aus unendlich vielen plan-

parallelen Blättchen von verschiedener Dicke, so ist die Theorie der Newton'schen Ringe für vertical auffallendes Licht leicht abzuleiten. –

Haben wir homogenes Licht so wird

$$J = 0$$

für $D = 0, = \frac{\lambda}{2}, = \lambda, = \frac{3\lambda}{2}, = n\frac{\lambda}{2}$

es wird dagegen $J = \frac{4a^2r^2}{(1+r^2)^2}$, also ein Max.

für $D = \frac{1}{4}\lambda, = \frac{3}{4}\lambda, = \frac{5}{4}\lambda, = \frac{(2n+1)}{4}\lambda$

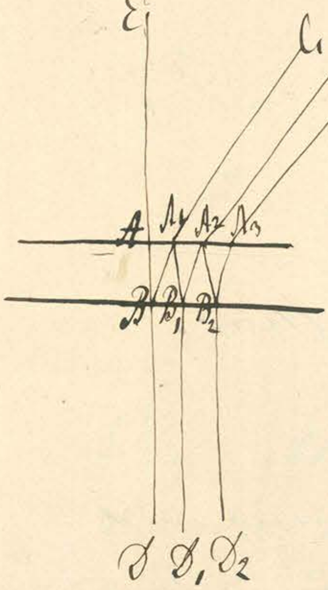
Diese Resultate sind in Übereinstimmung mit dem Experimente und zeigen den innigen Zusammenhang der Luftdicken mit den Wellenlängen. –

Weiter folgt hieraus die Theorie der Farbenringe für den Fall von gemischtem Licht. –

Kurz soll hier noch die Theorie der Farbenringe erwähnt werden, die im durchgegangenen Lichte auftreten – und zwar, wie auch unsere bisherigen Betrachtungen, für den einfachen Fall dass das Licht geradlinig polarisiert sei und ~~vertical~~ auffalle also auch durchgelassen werde. –

Ebenso wie unendlich viele Strahlen reflectirt werden, so werden auch unendlich viele Strahlen durchgelassen werden, ~~und zwar~~

die alle in derselben Gerade (BD) zusammenfallen und interferieren. — Es ist:



Die Amplit. der Str. $(BD) = add'$

" " $(B_1D_1) = add'r'^2$

" " $(B_2D_2) = add'r'^4$

...... etc.

Ich setze die Verrückung des Aethertheilchens in B in dem Strahle (BD) zur Zeit t:

$$= add' \sin\left(\frac{t}{T} + \delta\right) 2\pi$$

dann wird die Verrückung desselben Punktes in dem Strahle B_1D_1:

$$= add'r'^2 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{2D}{\lambda} + \delta\right) 2\pi$$

sein müssen, und die Verrückung in B_2D_2

$$= add'r'^4 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{4D}{\lambda} + \delta\right) 2\pi$$

... etc.

Es ist also die resultirende Verrückung:

$$u = add'\left\{\sin\vartheta + r'^2 \sin(\vartheta - \eta) + r'^4 \sin(\vartheta - 2\eta) + \ldots \text{etc}\right\}$$

wo $\vartheta = \left(\frac{t}{T} + \delta\right)2\pi$ und $\eta = \frac{2D}{\lambda} 2\pi$

Diese Reihe lernten wir schon auf Seite 85 zu

Summiren. – Hei benützt folgt:

$$u = a d' d \frac{\sin\delta - r'\sin(\delta+\eta)}{1-2r^2\cos\eta + r'^4}$$

Wir bringen nun diesen Ausdruck auf die Form

$$u = A\cos\delta + B\sin\delta$$

und bilden, bereits durchgeführten Betrachtungen gemäss

$$J_d = A^2 + B^2$$

So ergiebt sich dann:

$$J_d = \frac{a^2 d^2 d'^2}{1-2r'^2\cos\eta + r'^4}$$

oder da $r = -r'$ und $dd' = 1 - r^2$, so ist:

$$J_d = \frac{a^2(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2 + 4r^2\sin^2\frac{\delta}{\lambda}2\pi}$$

~~Ein~~ Der Vergleich dieser Formel mit der Formel auf Seite 88. zeigt, dass

$$J_d + J_r = a_2$$

ein Schluss den wir auch aus dem (Princip der) Constanz der lebendigen Kraft hätten schliessen können. – Die Formel für J_d zeigt dass auch ~~die~~ die Intensität des durchgelassenen Lichtes abhängig ist von der Dicke der Platte; die Intensität wird ein Minimum sein für:

$D = \frac{\lambda}{4}, = \frac{3\lambda}{4}, = \frac{5\lambda}{4}$ etc.

sie wird ein Max. sein für

$D = 0, = \frac{\lambda}{2}, = \lambda, = 3\frac{\lambda}{2}$ etc.

~~Die Erfahrung~~ Das Experiment lehrt uns, dass die Farbenringe im durchgelassenen Lichte nicht so grell abgegränzt sind wie im reflectirten Lichte; und auch dies erklärt uns die Theorie. Beim ~~durchgegangenen~~ reflectirten Lichte war nämlich

$\max$ von $J_r = a^2 \cdot \frac{4r^2}{(1-r^2)^2}$, min von $J_r = 0$,

während beim durchgegangenen Lichte

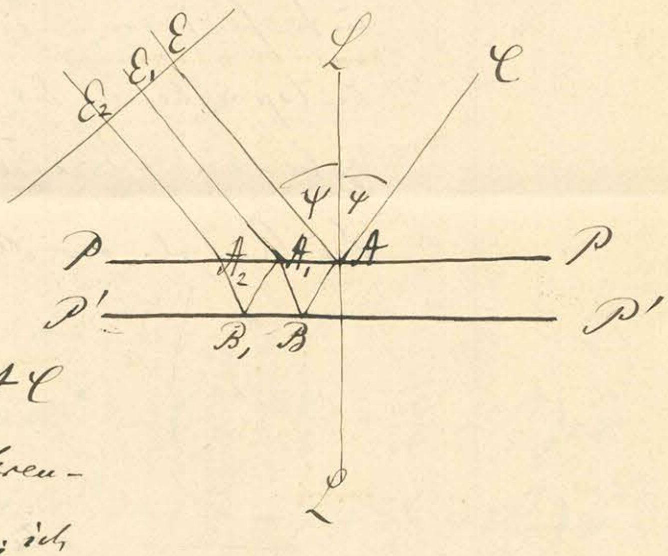
$m.\ v.\ J_d = a^2$ und min. v. $J_d = a^2\left(\frac{1-r^2}{1+r^2}\right)^2$

ist. – Das ~~Unterschied~~ Verhältniss ~~zwischen~~ von Max. ~~und~~ zu Min. ist also beim reflectirten Lichte ~~viel-leicht~~ viel grösser. –

3. Theorie der Newton-schen Ringe für den Fall von schief auffallendem Lichte. –

Unser Zweck ist die Theorie so darzulegen dass sie auch auf das natürliche Licht anwendbar sei, deshalb sollen bei dieser Ableitung beide Fälle zugleich in's Auge gefasst werden, dass der Strahl in der Einfallsebene polarisirt ist, und dass der Strahl vertical auf diese polarisirt ist. — Wir werden sehen dass die Resultate in beiden Fällen dieselben sind, also auch auf in beliebig geneigter Ebene polarisirtes Licht, und endlich auf natürliches Licht angewendet werden können. —

Es liege der leuchtende Punkt in der Unendlichkeit so dass die Strahlen parallel, und die Wellenoberflächen Ebenen seien. —



Nach dem Reflexionsgesetz wird AC die Richtung des von EA herrührenden reflectirten Strahles sein; ich behaupte aber dass in in dieselbe Gerade auch noch andere Strahlen fallen müssen, die von ~~den~~ gewissen zu EA parallelen Strahlen herrührend durch mehrfache Reflectionen u. Brechungen an PP und $P'P'$ dahingelangen. — Dass es solche Strahlen giebt ist leicht zu beweisen: 1) ist geometrisch einzusehen dass ein Strahl welcher in der Richtung (C→A) einfällt durch Brechungen und Reflectionen in ~~Richtungen~~ Geraden gelangen kann die zu EA parallel sind; 2) folgt aus ~~dem~~ einem Principe der Optik+) dass ~~oder~~ Strahlen welche in diesen Geraden einfallen nach AC gehen müssen. –

Die Anzahl der in AC zusammenfallenden Strahlen ist eine unendlich grosse; diese Strahlen werden interferiren. –

Entsprechend der in §2. dieses Abschnittes angegebenen Bezeichnung ist:

Die Ampl. des Strahles $(AC)_1 = ar$

" " " $(AC)_2 = add'r'$

" " " $(AC)_3 = add'r'^3$

" " " $(AC)_4 = add'r'^5$

etc.

Um die Verrückungen eines Aethertheilchens, und zwar des Aethertheilchens A in all' diesen einzelnen Strahlen auszudrücken ~~zu können~~, greife

---

+) Dieses Princip sagt dass: wenn ABC der Weg ist auf den das von A ausgehende Licht nach C gelangt, dann der Weg derselbe sein muss auf welchem Licht von C zu A gelangen kann. –

sich zu einem Hülfsmittel. – Ich lege durch das System der parallelen einfallenden Strahlen eine Wellenoberfläche die Ebene EE_1E_2, und wähle den Anfangspunkt der Zeit so, dass die Verrückung in dieser Ebene durch

$$= a \sin \frac{t}{T} 2\pi$$

ausgedrückt sei. –

Ich bezeichne nun die Entfernung $EA = x$, ferner $EA - E_1A_1 = \alpha$ und $AB = \beta$, ich bezeichne dann noch die Wellenlänge in der Platte mit λ', und in dem umgebenden Mittel mit λ. –

Es ergiebt sich

Die Verrückung in dem Strahl $(AC)_1 = ar \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)2\pi$

" " " $(AC)_2 = add'r' \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{\alpha}{\lambda} - \frac{2\beta}{\lambda'}\right)2\pi$

" " " $(AC)_3 = add'r'^3 \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} + \frac{2\alpha}{\lambda} - \frac{4\beta}{\lambda'}\right)2\pi$

. . . . etc . . . .

Die resultierende Verrückung ist in beiden zu betrachtenden Fällen, nämlich ~~mit~~ bei zur Einfallsebene parallelen und zu derselben verticaler Polarisationsebene, einfach gleich der Summe dieser Einzeln verrückungen, also:

$$u = ar \sin\vartheta + add'r'\left\{\sin(\vartheta-\eta) + r'^2\sin(\vartheta-2\eta) + r'^4\sin(\vartheta-3\eta) + \dots \text{etc}\right\}$$

in welcher Gleichung die abkürzenden Bezeichnungen:

$$\vartheta = \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)2\pi$$

und

$$\eta = \left(\frac{2\beta}{\lambda'} - \frac{\alpha}{\lambda}\right)2\pi$$

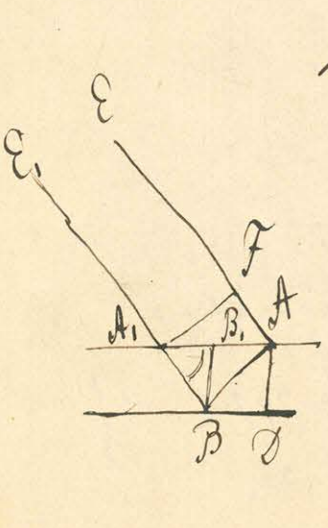
eingeführt worden sind. –

Diese Gleichung ist identisch mit der, durch welche wir u für das senkrecht auffallende Licht ausdrückten, nur η und ϑ haben hier eine andere Bedeutung. – Dieselbe Gleichung wie dort, wird uns auch in diesem Falle J_r bestimmen, da ja zwischen r, r', d, d' in beiden hier betrachteten Fällen die auf Seite 87 abgeleiteten Relationen bestehen. – Es ist:

$$J_r = \frac{4a^2 r^2 \sin^2\frac{\eta}{2}}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2\frac{\eta}{2}}$$

In Folge des Princips der Constanz der lebendigen Kraft, erhalten wir:

$$J_d = a^2 - J_r$$



Nun ~~haben~~ wollen wir η durch φ, φ' und D ausdrücken. – Aus $\Delta\, ADB$ folgt:

$$\beta = D.\,\mathrm{cosec}\,\varphi' = \frac{D}{\cos\varphi'}$$

Aus $\Delta\, B_1BA_1$ folgt: $D\,tg\,\varphi' = A_1B_1$, also ist $AA_1 = 2D\,tg\,\varphi'$

Aus ΔAA_1F folgt dann:

$$d = \sin\varphi \cdot 2D\,tg\,\varphi'$$

$$\eta = \left(\frac{2\beta}{\lambda'} - \frac{d}{\lambda}\right)2\pi = 4\pi D\left(\frac{1}{\lambda'}\cdot\frac{1}{\cos\varphi'} - \frac{1}{\lambda}\cdot\frac{\sin\varphi\, tg\,\varphi'}{\lambda}\right)$$

Mit Benützung des Snell'schen Gesetzes ~~fo~~ ergiebt sich:

$$\frac{\eta}{2} = \frac{D.2\pi}{\lambda'}\cos\varphi'$$

also:

$$J_r = \frac{4a^2r^2\sin^2\frac{D\cos\varphi'}{\lambda'}2\pi}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2\frac{D\cos\varphi'}{\lambda'}2\pi}$$

Dieser Ausdruck geht in den für den Fall des senkrecht auffallenden Lichtes abgeleiteten über, wenn $\varphi' = 0$ ist. – Es werden Maxima von J_r auftreten ~~für~~ wenn:

$$D\cos\varphi' = \frac{\lambda'}{4}, = 3\frac{\lambda'}{4}, = \frac{5\lambda'}{4}, = (2n+1)\frac{\lambda'}{4}$$

Dagegen werden Minima, also dunkle Ringe da sein

wenn: $D\cos\varphi' = 0, = 2\frac{\lambda'}{4}, = 4\frac{\lambda'}{4}, = \text{etc} = 2n\cdot\frac{\lambda'}{4}$

Wir sehen, dass die Intensität des bei schiefem Auffall von einem dünnen Blättchen reflectirten Lichtes gleich ist der Intensität des ~~von~~ bei senkrechtem Auffall von einem Blättchen reflectirten Lichtes, dessen Dicke $D\cos\varphi'$ ist. –

~~[illegible] reflectirten~~ Dieselbe Betrachtung gilt auch für das ~~d~~ durchgelassene Licht, und es ist:

$$J_d = \frac{a^2(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{D\cos\psi'}{\lambda'}2\pi}$$

Die Lagen der Ringe werden nun die nämlichen sein, ob das Licht in der Einfallsebene, oder ob es vertical auf diese polarisirt ist; und daraus folgt dass sie auch für ~~beliebiges~~ jedes geradlinig polarisirte Licht, also auch für das natürliche Licht dieselben sind. –

4. A jelenet fehér fényben.

Newton-féle színösszetevés. Lásd Neumann utáni füzetet.
Newton Optice 1740 – 111ik oldal.

5) Vastag lemezek.

A használt fény sohasem homogén, hanem olyan melynek hullámhossza λ' és $\lambda'+\delta\lambda'$ között fekszik. E szerint

$$J_v = J_t - J_t \frac{(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2 + 4r^2 \sin^2 \frac{D\cos\psi'}{\lambda'}2\pi}$$

Kifejezésben a sin nem kis egyenlővel az értéke lehet minden ide eső s szemünkre nézve homogén fényre nézve.

$$\frac{D\cos\psi'}{\lambda'+\delta\lambda'} = \frac{D\cos\psi'}{\lambda'} - \frac{\delta\lambda'}{\lambda'}\frac{D\cos\psi'}{\lambda'}$$

ha δ nagy akkor $\frac{d\lambda'}{\lambda'}\frac{\delta\cos x'}{\lambda'}$ az egységgel ben egyenlő s pedig ez ben ~~nagy~~ annál ~~könnyebben~~ alantabb rendű gyűrűknél minél nagyobb $\frac{d\lambda'}{\lambda'}$. ~~Ja~~ ezután sem maximum sem minimum nem fog érleltetni hanem mindezeknek középértéke

tehát

$$J_v = \frac{1}{\frac{\pi}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left\{J_b\,dx - J_b\frac{(1-r^2)^2}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2 x}\,dx\right\}$$

$$J_v = J_b - \frac{2}{\pi}J_b(1-r^2)^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2 x}$$

$$2\sin^2 x = 1-\cos 2x \qquad 2x = u \qquad dx = \frac{du}{2}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2 x} = \frac{1}{2}\int_0^{\pi}\frac{du}{(1-r^2)^2+2r^2-2r^2\cos u}$$

Schlömilch I. kötet 237 oldal

$$\int\frac{du}{a+b\cos u} = \frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}}\,\mathrm{arc\,tg}\left(\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\,\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}u\right) \qquad b<a$$

$$a = 1+r^4$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{dx}{(1-r^2)^2+4r^2\sin^2 x} = \left|\frac{1}{\sqrt{(1+r^4)^2-4r^4}}\,\mathrm{arc\,tg}\left(\frac{1+r^2}{1-r^2}\,\mathrm{tg}\,\frac{u}{2}\right)\right|_0^{\pi}$$

$$= \frac{\pi}{2}\,\frac{1}{1-r^4}$$

$$J_v = J_b - J_b\frac{(1-r^2)^2}{1-r^4} = J_b\left(1-\frac{1-r^2}{1+r^2}\right) = J_b\frac{2r^2}{1+r^2}$$

$$J_t = J_b\frac{1-r^2}{1+r^2}$$

így van