Ms 5096/2-4. Eötvös Loránd egyetemi
előadásai. Csonka.

Elem. Term. X.

g-nek értékei.

Páris = 9,80896

geogr. szélesség 0° 9,78008

45° 9,80606

90° 9,83109

E változásokat magyaráznunk kell. – Okok melyek a nehézkedési erő értékére befolynak.

Történet lásd Mousson 79 lap.

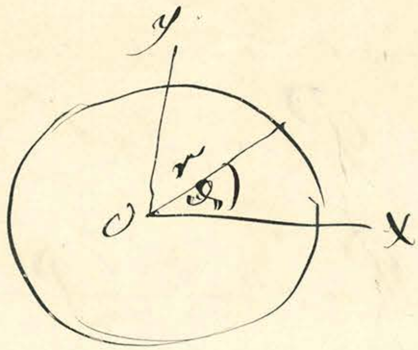
1) A föld forgása

Gondoljunk egy m tömegpontot mely egy tengely körül foroghat. – úgy, ha arra egy pillanatban azon erők hatni megszünnek az a forgási tengelytől távolodni fog. Ezt ~~a~~ jelenséget ~~ilyen~~ központfutó erőnek nevezték, mivel a központtóli távolodásnak oka. –

E központtóli távolodásnál csakugyan mozgás s egy ochesiony zelenedés és erőről lehet szó.

s mi keressük mily nagy ezen
erő. –
Ezt akként keressük miszerint
keressük az erőt melynek
hatnia kell, ha a pont
a középponttól nem távolodik
a középpont felé. – Ez erőnek
ellentett irányúnak s épp
oly nagynak kell lenni,
mert csakugyan egy pont
középpontjától távolodni
akkor nem fog, ha azt
épp oly nagy erő húzza
az egyik mint a másik
irányban. –
Azon erőt melynek körmoz-
gásnál a középpont felé kell
hatni, megtalálhatjuk
ha keressük az erő nagyságát
ez esetben.

Ha. $s = tv.$ $\left.\begin{array}{l} \vartheta = \frac{tv}{r}. \end{array}\right\}\begin{array}{l} x = r\cos\vartheta \\ y = r\sin\vartheta \end{array}$



$$x = r\cos\frac{tv}{r} \qquad y = r\sin\frac{tv}{r}.$$

$$\frac{dx}{dt} = v\sin\frac{tv}{r} \qquad \frac{dy}{dt} = v\cos\frac{tv}{r}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{v^2}{r}\sin\frac{tv}{r} \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{v^2}{r}\sin\frac{tv}{r}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{v^2}{r^2}x \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{v^2}{r^2}y \qquad \text{h.j.k}$$

Tehát

$$X = -m\frac{v^2}{r^2}x \qquad Y = -m\frac{v^2}{r^2}y$$

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2} = m\frac{v^2}{r}$$

és az irány.

$$\cos\vartheta' = \frac{-m\frac{v^2}{r^2}x}{m\frac{v^2}{r}} = -\frac{x}{r} = -\cos\vartheta$$

Tehát a középpontfutó erővel ellentett erő nagysága $= m\frac{v^2}{r}$ iránya a középponton keresztül húzott egyenes a ponttól a középpont felé.

Ennek szerint ha a középpont felé P erő hat, úgy

$$P - m\frac{v^2}{r} = P'$$

lesz a középpont felé ható erő. És pedig ha $P > m\frac{v^2}{r}$ úgy mozgás történik a középpont felé, ha $P < \frac{mv^2}{r}$ úgy attól el.

—

Egy pont az egyenlítőn

$\cancel{g =}$

$$g = g' - \frac{v^2}{r}$$

$\frac{v^2}{r} =$

$$v = \frac{2\pi r}{24.60.60}$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{(24.60.60)^2} = \frac{2\pi}{(24.60.60)^2} \cdot 40, \text{millió}.$$

$$\log\frac{v^2}{r} = \frac{\begin{array}{r}8,4002271\\ 7,8730276+2\end{array}}{0,5271995-2}$$

$$\underbrace{\frac{v^2}{r} = \alpha = 0,^{m}03667.}$$

~~log 2π. 40,m.~~ =

log 2	= 0,3010300
log π	= 0,4971371
log 40,m.	= 7,6020600
log 2π. 40 m.	= 8,4002271

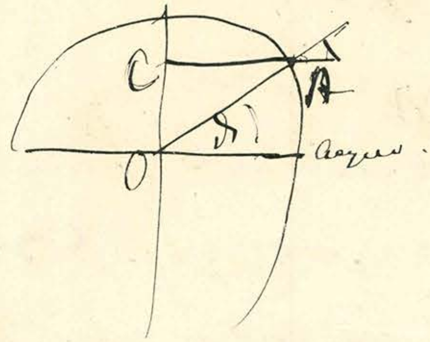
log 24	= 1,3802112
log 60	= 1,7781513
log 60	= 1,7781513
log 24.60.60	= 4,9365138
2 log 24.60.60	= 9,8730276

$g_\varphi = g' - \alpha\cos^2\varphi$

$g_\varphi = g_e + \alpha^{e}\sin^2\varphi$

Kisérletekből $\alpha = 0,05091$

$g = G(1 + 0,005133 \sin^2\varphi)$



$f = 0,000\,000\,000\,06$

—

$\underline{g_e = g_e' - \alpha}$ $\alpha = \frac{v^2}{r}$

g_e az aequatornál észlelt nehézk. erő

g_e' az aequator valódi nehézk. ereje.

—

Minden oly pontra, mely φ szélessége foly alatt van hat egy oly központfutó erő mely egyenlő $\alpha\cos\vartheta$.

$$v_\varphi = \frac{2\pi r}{24.60.60}\cos\vartheta = v_e\cos\vartheta$$

$\frac{v^2}{r} = \alpha\cos\vartheta$

De ez nem ellentett a nehézkedési erőnek, avval ellentett csak annak összetevője $\frac{v^2}{r}$ $\frac{v^2}{r}\cos\vartheta = \alpha\cos^2\vartheta$

Tehát

$$g_\vartheta = g'_\vartheta - \alpha\cos^2\vartheta$$
$$= g_e + \alpha\sin^2\vartheta.$$

Kisérletek azt mutatják hogy $\alpha = 0{,}05091$, hogy eluni... tetünk meg nem egyez az.

<u>a második okban</u> jelenik.

t. i. hogy földünk nem gömb-alakú, hanem egy forgási ellipsoid, ellypsoid.

<u>Clairault</u> e nehéz feladatot megoldotta. (Laplace mécanique céleste <u>III</u> kötet) s azt találta, hogy

$$g_\vartheta = g_e(1+0{,}005133\sin^2\vartheta)$$

<u>A testek súlyáról.</u>

A ~~neheze~~ föld vonzási ereje méretik a követekben is, s a testek súlyának neveztetik.

A súly egységül ~~egy tömeg~~ az erő vitetik fel, melyet egy tömeg gyakorol, tekintet nélkül a geographiai helyzetre. —

$$G = \mu S$$

A mint tudjuk egy más helyzetre nézve G más, de S ugyanaz tehát μ'nek kell másnak lenni, vagyis

$$G' = \mu' S$$

$$\frac{G}{G'} = \frac{\mu}{\mu'} \qquad \frac{g}{g'} = \frac{\mu}{\mu'}$$

$$\mu = \frac{\mu'}{g'} \cdot g.$$

$$\mu = \alpha g.$$

$$G = mg = \alpha g S.$$

$$S = \frac{m}{\alpha}.$$

Tehát ha súlyokat mérjük, vagyis $S = S'$ úgy kell hogy

$\frac{m}{\alpha} = \frac{m'}{\alpha}$ v. a tömegek egyenlők.

míg ha mérjük S-t.

így ha

$m'g' = mg.$

A nehézkedő ki ~~=~~ rugó mértéke mérve az aequatornál nagyobb a polusnál kisebbet mutat.

—

Keppler féle törvények. Szül 27 dec. 1571 Magstatt bei (Württemb.) Megh. 1630

a két első törvény

1609. Astronomia nova αἰτιολόγητος, sive physica coelestis tradita commentariis de motu stellae Martis. Prága 1609.

3 dik törvény 15 maj. 1618

Epitome Astronomiae Copernicanae Linz. 1618.

—

Newton. Philosophiae Nat. Principia Mathematica.

I törvény. A bolygó vezető sugara a pálya terület síkjában általa leírt felületek úgy viszonylanak egymáshoz, mint az idő szakaszok, melyek alatt leírattak. —

Fénytan története.

Newton-Huyghens korától Youngig.

Bradley és Molineux 1689–1728 Bradley (1692–1692) 1727–8 Phil Trans.

Mairan és Bouguer fényintensitás

Bouguer Pierre. 1698–1758 Essai d'optique sur la gradation de la lumière. ~~Paris~~ 1729

Fényintensitás visszaverődés és törésnél égi testekből

Lambert 1728–1777

Tétele Valamely test világító

ereje nem függ valódi, hanem látszólagos

alakjától. 1713–1765

Dollond Clairaut Dollond John 1706–1761 az achromaticus távcső 1757

Duc de Chaulnes (1714–1769) Obs. sur quelques expériences de l'optique d'Isaac Newton (M. P. 1755)

Mairan és Du Tour inflexion

a testek atmosphäráinak feltevése.

Du Tour 1711–1784 | Recherches sur la diffr. 1768

Mairan 1678–1771

Fénytan történetes 2ik előadás.

A görögök ismerték a következő tapasztalati tényeket:

1) fény egyenes vonalban terjed el
2) beesési szög = ~~be~~ visszaverődési szög
3) A fény törését melyet Ptolomeus ~~[illegible]~~ így szabályoz, hogy a törési szög arányos a beesési szöggel.

Láttuk azt is, mennyire tisztátalan fogalmaik voltak. ~~Tudták, egyszer hogy~~ Aristoteles tudta hogy előbb tapasztalati törvények aztán axiomák. De nem jó Axiomákat használt. A figyelem pedig nagyon is az elméletek felé irányult.

Axiomáit mily könnyen választotta mutatja az, hogy abból minthogy a négyszögletes nyiláson át haladható napkép kör alakú, arra következtetett, hogy a sugarak kúpos alakban terjednek el, s a sarkak tömlikes csak kevés fény hatol át.

Közvetitett a középkor, Arabok és nemzetek. Commentatorok. Nem azt tanitották mi van, hanem mit mondtak. Munkák inkább véleményeknek gyüjteményei mint a természeti jelenségeket szabályzó törvények ~~[illegible]~~ tárgyalásai.

Ptolomeustól egész Keplerig tehát 200 Kr. utáni kortól egész a 16ik század végéig vajmi kevés. Megis lássuk mi történt itt.

Ptolomeus – Keppler.

A görögök autoritásától leginkább ment arab iró az optika terén

Risner forditása
Opticae thesaurus Alhazeni
Arabis. Fol. Basil 1572
egyszersmind Vitello

Alhazen mintegy 1100 körül Kr. u. Nála már a fény sugarak a testekből haladnak.

Tagadja Ptolomeus állitását, miszerint $\varphi = n\varphi$, de külön kisérleteket nem sorol fel

Vitello 1270 körül ugyancsak táblázatot készít a törési és beesési szög viszonyára nézve.

Roger Baco 1216–1294 lencsékkel foglalkozott.

Az első szemüvegek Salvino degli Armati Florenzben a 13ik század végén

~~Johannes Baptista Porta~~ Giambattista della Porta
gondolta.
1542–1615 Nápoly

Academia secretorum naturae. Magia naturalis sive de miraculis rerum naturalium Libri IV Neapolis 1558.

Magia Naturalis.

1. A csodálatos okairól.
2. Bizonyos állatok keletkezéséről. Libri XX 1589
3. A kerti s egyéb növényekről.
4. A háztartásról s abban a jólét előmozdításáról.
5. A fémekről
6. A drágakövek mesterséges készítéséről
7. A magnesről.
8. A gyógyszerekről.
9. Az arc- és hajfestő szerekről s egyéb ~~eszközökről~~ módokról nőknek szépségét elősegíteni.
10. A lepárlásról
11. Az illatszerekről.
12. A tüzi játékról
13. A vas kidolgozásáról

14. A fizikai műszerekről. Hogyan kell állatokat szellel fogni

15. Az állatok fogásáról ravaszsággal.

16 A tükör csodáiról.

17. A gyújtótükrökről, s minő jelenségeket lehet velök előidézni.

18. A testek mérlegezéséről

19. A légről

20. Különböző mesterségek, kivált célok elérésére.

A Camera obscura. A szem is camera obscura.

De a képek keletkezését a kristály lencsén veszi fel.

Franciscus Maurolicus. Theoremata de lumine et umbra
pap 1494 – 1575

VII. Károly. Megmagyarázza a nap köralakú képét

A messzelátónak convexnek kell lennie, ha nem eléggé domború
rövidlátónak

Photismi de lumine et umbra ad prospectivam radiorum incidentium facientes. Venetiis 1575

Joannes és fia Zacharias Joannides 1609
készít távcsövet, az első még előbb a mikroszkopot.

Joannes Lippershey Middelburgban

1610 Galilei hallott róla.

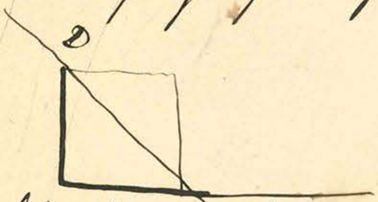
Kepler János 1571 – 1630

1) Ad Vitellonem Paralipomena. Francof. 1604

2) Dioptrice. 1611

A fény erőssége megfordítva arányos alg.. a felfogó felületek nagyságával.

A nap képe gömbölyű



látás elmélete és távcsőelmélete

1621ben Snellius felfedezi a törési törvényt s azt előadja.

René Descartes 1596–1650.

1637. Dioptrica Lugd. Batavorum

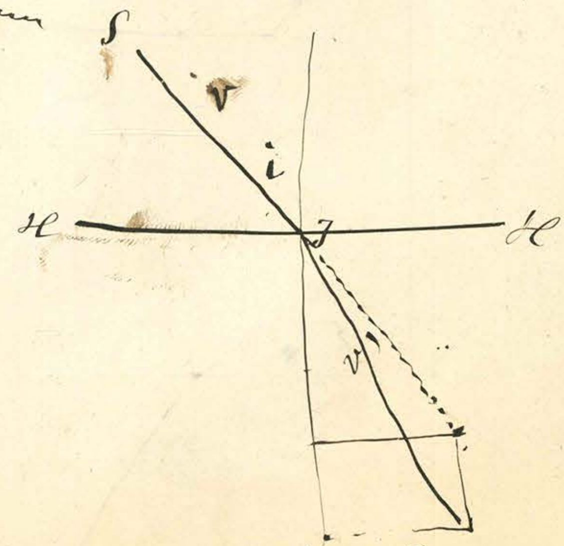
Fermat. Litterae ad patrem Mersennum
ellenvetések

1) Descartes analogiája hamis.

2) Sűrűbbe menve át távolodni kellene.

3) Más eredőket kapunk ha, másként bontunk el. Az utóbbi Fermatféle ellenvetés (3) alaptalan.

Alcohol

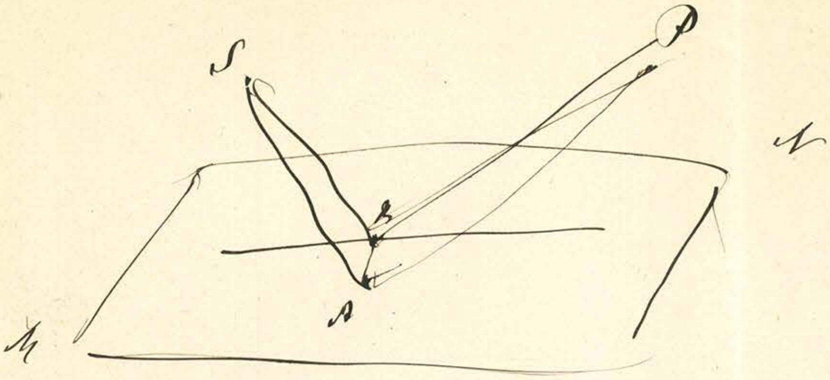


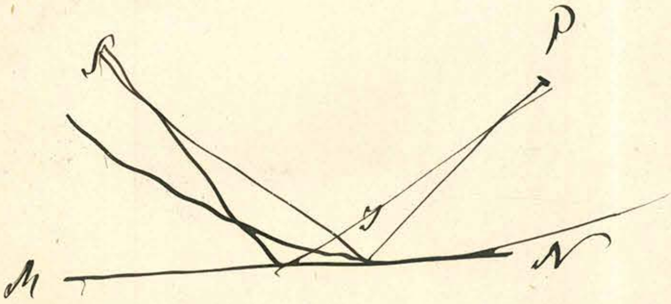
$v \sin i = v' \sin r$

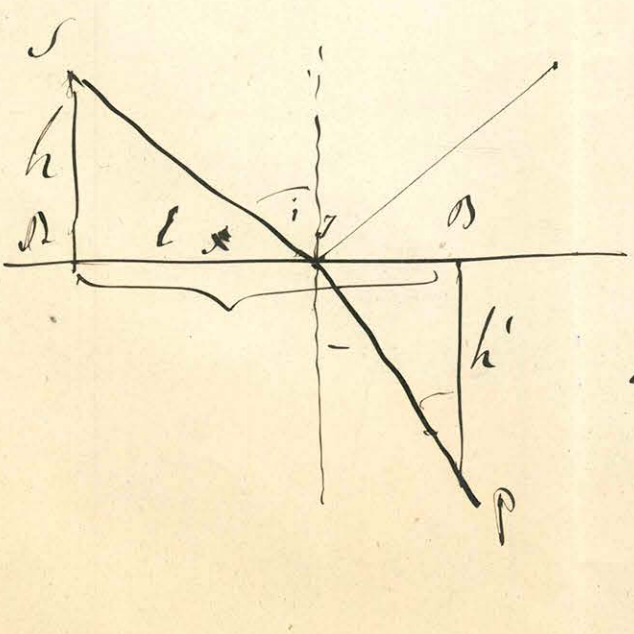
$\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{v}{v'}$

Lachambre a visszaverődésnél legrövidebb út.

Fermat a törésnél legrövidebb idő.







$$\frac{SI}{v} + \frac{IP}{v'}$$

$$\frac{\sqrt{h^2+x^2}}{v} + \frac{\sqrt{(l-x)^2+h'^2}}{v'}$$

$$\frac{1}{2v}\frac{2x}{\sqrt{h^2+x^2}} - \frac{l-x}{v'\sqrt{(l-x)^2+h'^2}} = 0$$

$$\frac{\sin i}{v} - \frac{\sin r}{v'} = 0$$

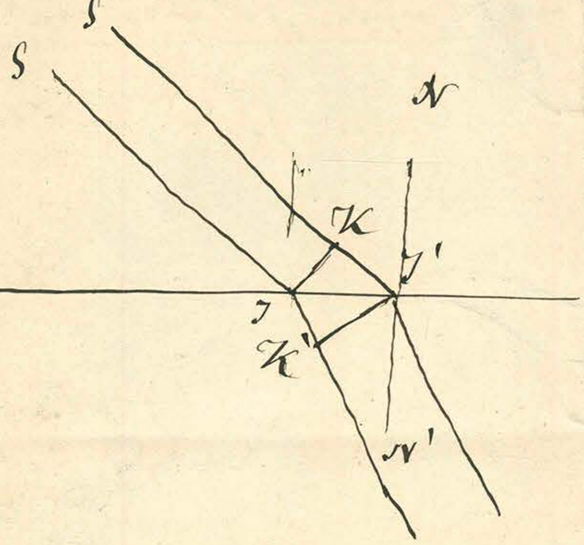
$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v'}$$

Fénytan története.

Angó – Huyghens.

Angó l'Optique divisée en trois livres de Paris 1682.

Ebben Pardies optikai dolgozatai. Hullámmozgásnál az egyes részecs inga módjára mozog, a hullámok a vízhullámok módjára terjednek el. . A törési törvény itt következőleg tárgyaltatik.



SI és S'I' legyen két párhuzamos egy fényforrásból jövő sugár. Tekintsünk I-n keresztül egy SI-re merőleges síkot az lesz a beeső hullám ~~felülete~~ IK. ~~Ang~~ I és K ba a rázkódtatás egyidejűleg érkezik. Angó szerint a második közegben ~~a~~ a hullám felület ugyanazon azon részecsek geometriai helye, melyekbe a rázkódtatás egyidejűleg érkezik. A normális e felülethez a törött sugarak iránya. Ha tehát IR I'R' a törött sugarak iránya úgy I'K' a törött hullám s kell hogy legyen

$$\frac{KI'}{v} = \frac{IK'}{v'}$$

$KI' = II' \sin i \qquad IK' = II' \sin r$

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v}{v'}$$

Huyghens Traité de la lumière Leyden 1690 a párisi akadémiával közölve már 1678ban.

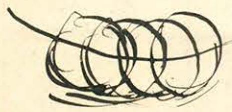
A fénylő testnek minden részecske rezgő középpont – e tekintetben eltérés a hangrezgési elmélettől. A tovaterjedés ætherben történik.

Tovaterjedés úgy mint rugalmas golyókban elég, hogy az első és az utolsó mozogjanak.

~~Fedő~~ Fedő hullámok elve. Principe des ondes enveloppes.

O Fénymozgás csupán a fedő hullámban érezhető

~~Az opti~~



Huyghens munkájának 5ik könyvében a kettőstöréssel foglalkozik.

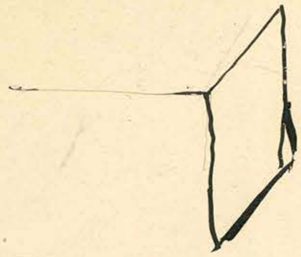
Már Erasmus Bartholinus Exp. cryst. island. 1669. találta hogy kristályokba vethető, kettős törés áll elő.

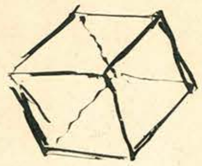
Huyghens.

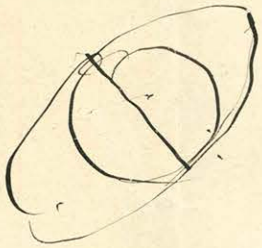
Merőlegesen beeső fény a jegecs egyik oldallapjára.

Opti. tengely a 3 tompa szög összetalálkozásánál az élekkel egyenlő szögletet képez.

Ha a jegecs ezzel párhuzamosan, vagy reá merőlegesen van csiszolva s a fény függőlegesen esik be akkor nincs kettős törés.







Ms 5096/5. Eötvös Loránd: [illegible] [illegible]
[illegible]. Elnt. előadás

Folyadékfeszültség I.

A capillaritási tüneményei közt
az első az emelkedés legszembetűnőbb
azokon csövekben, láthatólag mozgást is.
Mindazokat tüneményeket vizsgálata
a folyadék felületének feszültségére
vezették vissza.
Ez előadásomban is a capilla-
ritási tüneményeivel fogok fog-
lalkozni — a czímül vállalt
kijelölve az irányt, melyben azt
tenni fogom. E tüneményeket
úgy fogjuk vizsgálni mint a
feszültség folyományát.
És pedig foglalkozni fogok
ott a physikai szempontból —
a theoretikus physika feladatai
...kor a mathematikusok a eldöntést

úgy tárgyaltunk, hogy lehe-
tőleg szép symmetrikus egyen-
letekkel vezető általános tét-
telt nyerjenek.
Így történt az ők is Laplace
Poisson Gauss vizsgálatait
is hátra az elméletek állott
ezen egyenletekre ~~mert az~~
~~[illegible]~~ aránylag megfelelő
közönséges feltételek.
Galanyam az elmélet nagy
kifejlődéstörténete mellett a
külsőleg nagyon hátra volt.
Ezen a vágyon kívánok
segítem.

Történet

Tünemények megismerése.

Mikor kezdődik nem lehet tudni

~~Montanari 1667 könyve már~~

a ~~1667 ben~~

Az Accademia del Cimento foglalkozott vele

Montanari 1667 ben csövek

és – lemezek hajszálcsöves vonási

tünemények.

Newton Optika 1704

Hauksbee 1706 - 1713 csövek

Jurin 1718

Musschenbroek

Lavoisier, Simon de Metz

Desains,

Bède

Quincke

Plateau –

Brunner

Wolff

Plateau

Lippmann

Mindezeken át fejlődik mint

a kísérleti tétel a Jurin
féle – ez még máig érvényes
pontosan igazolva az elméletnek
megegyez.

Elméleti magyarázatok
Melyek 3 korszak
1) Newton előtti – a hol
külső okoknak tulajdonították
vagy könnyebben érintkeznek.
a) levegőnek az ellen Boyle
kísérletei –
b) Descartes féle aether részecskéinek
c) Hooke 1662 a levegő behatás
d) Nagyszámú fokozatos bővülés.
Newton vonzó erőkre vezeti melyek
csak kis távolban hatnak.
Ez a nézet akkor elterjedt s
más más alakokat vett.
1743 Clairaut
1751 Segner tagjai alakja részlet feszültségénél

1804 Young An Essay on the Cohes[ion] of Fluids.

1806 Laplace

1831 Poisson

1830 Gauss

Y. a feszültségből L. a felül[eti]

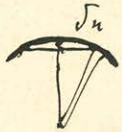
[...]ben levő részek közvetlen vonzásából

G. a felületi munkából

Lássuk most ezeket.

Young elmélete.

δn



$r\delta n = \delta\varepsilon$

~~$\pi u^2(p-a) + 2\pi u f \sin$~~

$$\pi \delta n^2 (p-a) + f\, 2\pi \delta n \sin\varepsilon = 0$$

$$r(p-a) = 2f\frac{\delta n}{\delta\varepsilon}$$

$$p-a = \frac{2}{r}f.$$

A $\varrho\delta\varepsilon$ B

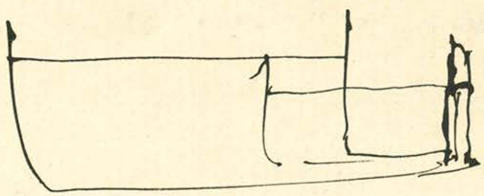
$\varrho'\delta\varepsilon'$

C D

$$(p-a)\varrho\varrho'\delta\varepsilon\delta\varepsilon' = f\varrho'\delta\varepsilon'\delta\varepsilon + f\varrho\delta\varepsilon\delta\varepsilon'$$

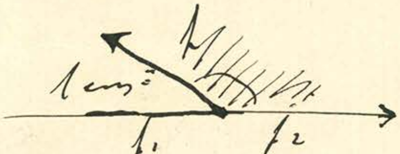
$$p-a = f\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho'}\right)$$

Továbbá [illegible]



$$p = a + 2K$$

$$2K = f\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right) \qquad 2sg = h\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right)$$



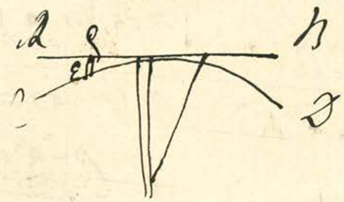
$$f_2 - f_1 = f \cos\alpha.$$

$$\cos\alpha = \frac{f_2 - f_1}{f} \qquad \cos\varphi = \frac{f_2 - f_1}{f}$$

<u>Laplace.</u>

Ki mutatta, hogy a határa a belé merőleges folyadék a nyomás $= K$

Golyónak S az összetartó lét részét ABCD menisz az határa ρ sugarú részének hatása



$$(r+\varepsilon)^2 = r^2 + \rho^2$$

$$2r\varepsilon = \rho^2$$

$$\varepsilon = \frac{\rho^2}{2r}$$

$$\int_0^\infty \rho\, d\rho\, f(\rho)\, \varepsilon = \frac{1}{2r}\int_0^\infty \rho^3 d\rho\, f(\rho) = \frac{H}{r}. \quad \text{ahol}$$

Jelöletek — Ms 5096/5 — II

11

A három elmélet összehasonlítása

Feszültség $z = \frac{f}{sg}\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)$ Young

Jelöletek nyomás $z = \frac{1}{2}\frac{H}{sg}\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)$ Laplace – Poisson

Jelöletek munka $z = -\frac{A_{12}}{(s_1-s_2)g}\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)$ vagy

$z = -\frac{A}{sg}\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)$

$f = -A$ könnyebben is látható

$1 \cdot f + 1 \cdot A = 0$

$\underline{f = -A.}$

f a feszültség

$f = \frac{H}{2} = -A$

Hogyan fejezzük ezt ki . egy gyakorlati egy mechanikai mértékben – f. $[F] = \frac{P}{L}$

$H = \frac{PL}{L^2} = \frac{P}{L}$

$A = \frac{PL}{L^2} = \frac{P}{L}$

Az átszámítás nyr. m.m.-ből CGS-ben

$\frac{ML}{T^2 L}$ ~~$= \frac{M}{T^2}$~~

$\frac{0.1 \cdot 980,6}{0,1}$

P mint nyr. súlyegységben vagy CGS ben.

$z = \frac{a^2}{2}\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}\right)$ $\frac{a^2}{2} = -\frac{A}{sg}$

CGS ben

$a^2 = L^2$ mert $\frac{f}{sg} = \frac{PL^{-1}}{ML^{-3}LT^{-2}} = L^2$ $a^2 = -\frac{2A}{sg} = \frac{H}{sg} = \frac{2f}{sg}$

gyakorlatban

[illegible]

$\frac{1}{\varrho'} = 0 \qquad \frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho'} = \frac{2z}{a^2}$

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{2z}{a^2}$$

Mért

$$\frac{d\vartheta}{ds} = \frac{2z}{a^2}$$

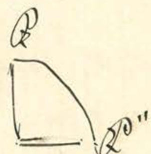
$$d\vartheta = \frac{2z}{a^2}\, ds$$

$$ds \sin\vartheta = dz$$

$$d\vartheta \sin\vartheta = 2z\, dz$$

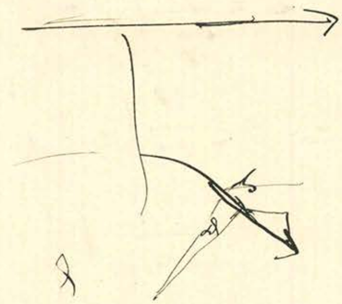
$$-\cos\vartheta = \frac{z^2}{a^2} + C$$

Vagy.



$$sg\frac{z'^2}{2} - sg\frac{z^2}{2} + f\cos\vartheta' - f\cos\vartheta = 0$$

$$z'^2 - z^2 = a^2(\cos\vartheta - \cos\vartheta')$$



$\varrho\, d\vartheta = ds$

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{d\vartheta}{ds}$$

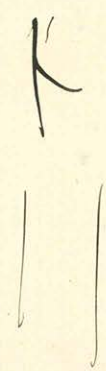
Egyensúlyi alakok.

Vizsgálni fogunk olyan egyensúlyi alakokat melyekből a meghatározásá a lehetőséges legy.

I) A hengerfelületek

Egy lemez vagy kettő — egy alakú vonal mint határ

A hol $z=0$ ott vízszintes.



Két lemez. Van $z=0$ akkor ott $z=0$ tehát $\rho=0$ tehát inflexiós pont.

Nincs $z=0$ akkor domború vagy homorú

$$\frac{2z}{a^2} = \frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}$$

$$\rho\, d\vartheta = ds$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\vartheta}{ds}$$

$$\rho' = \infty$$

$$\frac{2z}{a^2} = \frac{1}{\rho} \qquad \frac{2z}{a^2} = \frac{d\vartheta}{ds}$$

$$ds \sin\vartheta = dz$$

$$\frac{2z}{a^2} = \frac{d\vartheta \sin\vartheta}{dz}$$

$$z^2 = -a^2\cos\vartheta + C$$

$$sg\left(\frac{z^2}{2} - \frac{z'^2}{2}\right) = \int\cos\vartheta' - \int\cos\vartheta$$

$$z^2 - z'^2 = a^2(\cos\vartheta' - \cos\vartheta)$$

$$z^2 = -a^2\cos\vartheta + C \qquad z=$$

1) Egy lemez. $\vartheta = 0 \quad z = 0 \quad C = a^2$

$$\underline{z^2 = a^2(1-\cos\vartheta)} = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

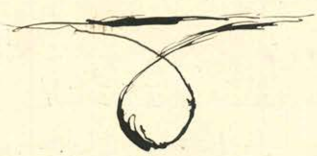
2) Két lemez. nincs inflexio

$$\vartheta = 0 \quad z = h$$

$$h^2 = -a^2 + C \qquad C = h^2 + a^2$$

$$z^2 - h^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

3) $z = 0 \quad \vartheta = i$



$$-a^2\cos i + C = 0$$

$$z^2 = a^2(\cos i - \cos\vartheta)$$

Az 1)ső esetben

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}\vartheta = \cancel{a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\vartheta = a\sqrt{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\,\frac{1}{2}\,\frac{d\vartheta}{dx}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

$$\cancel{x = \sqrt{a-z^2} + \frac{a}{\sqrt{2}}\log\frac{z}{\sqrt{a-z^2}}}$$

$$x = \sqrt{2a^2-z^2} + \frac{a}{\sqrt{2}}\log\frac{z}{\sqrt{2a^2-z^2}+\sqrt{2}a} + C$$

$$dx = \frac{a}{\sqrt{2}}\,\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta}\,d\vartheta$$

$$1 - 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2} = \frac{z}{a\sqrt{2}}$$

$$dx = \frac{a}{\sqrt{2}}\,\frac{\cos\vartheta}{2\sin\frac{\vartheta}{2}}\,d\vartheta = \frac{a}{2\sqrt{2}}\,\frac{d\vartheta}{\sin\frac{\vartheta}{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$\cos\frac{\vartheta}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}a}\sqrt{2z^2-a^2}$$

$$x = \frac{a}{\sqrt{2}}\log\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4} + \frac{2}{\sqrt{2}}a\cos\frac{\vartheta}{2} + C$$

$$\cancel{x = \frac{2a}{\sqrt{2z^2-a^2}}}$$

$$= a\sqrt{2}\left(\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4}\right) + C$$

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4} = \frac{z}{\sqrt{2}a + \sqrt{2z^2-a^2}}$$

$$x = a\sqrt{2}\left(\frac{1}{a\sqrt{2}}\sqrt{2a^2-z^2} + \frac{1}{2}\log\frac{z}{\sqrt{2a^2-z^2}+\sqrt{2}a}\right) + C$$

Kísérleti igazolások az 1-re vonatkozólag

Két kong. merőlegesen állítva, adherált lehát,

$$z^2 - h^2 = 2a^2 \sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

a hol $z = h$-ra nézve $\vartheta = 0$

$$z^2 = h^2 + 2a^2 - 2a^2\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = (h^2+2a^2)\left(1 - \frac{2a^2}{h^2+2a^2}\cos^2\frac{\vartheta}{2}\right) \qquad \frac{2a^2}{h^2+2a^2} = K^2$$

$$z^2 = \frac{2a^2}{K^2}\left(1 - K^2\cos^2\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$\frac{\vartheta}{2} = \frac{\pi}{2} - \psi \qquad \psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = \frac{2a^2}{K^2}\left(1 - K^2\sin^2\psi\right) = \frac{2a^2}{K^2}\Delta^2\psi$$

$$z = \frac{\sqrt{2}a}{K}\Delta\psi$$

$$2z\,dz = -\frac{4a^2}{K^2}\sin\psi\cos\psi\,d\psi$$

$$z\,dz = -\frac{2a^2}{K^2}\sin 2\psi\,d\psi \qquad \frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}\vartheta = \operatorname{tg}(\pi - 2\psi) = -\operatorname{tg}2\psi$$

kehons dx-et

$$z\,dx = \frac{a^2}{K^2}\frac{\sin 2\psi}{\operatorname{tg}2\psi}\,d\psi$$

$$z\,dx = \frac{a^2}{K^2}\cos 2\psi\,d\psi$$

$$dx = \frac{a^2}{K^2}\frac{\cos 2\psi\,d\psi}{\Delta\psi}\frac{K}{\sqrt{2}a} = \frac{a}{\sqrt{2}K}\frac{\cos 2\psi}{\Delta\psi}\,d\psi$$

$$dx = \frac{aK}{\sqrt{2}}\frac{d\psi}{\Delta\psi} - \frac{2aK}{\sqrt{2}}\frac{\sin^2\psi}{\Delta\psi}\,d\psi$$

$$dx = \frac{2a}{\sqrt{2}K}\left\{\frac{K^2}{2}\frac{d\psi}{\Delta\psi} - K^2\frac{\sin^2\psi}{\Delta\psi}\,d\psi\right\} = \frac{2a}{\sqrt{2}K}\left\{\frac{d\psi}{\Delta\psi} - \frac{d\psi}{\Delta\psi} + \frac{K^2}{2}\frac{d\psi}{\Delta\psi} - K^2\frac{\sin^2\psi}{\Delta\psi}\,d\psi\right\}$$

$$dx = \frac{2a}{\sqrt{2}K}\left\{\left(\frac{K^2}{2} - 1\right)\frac{d\psi}{\Delta\psi} + \Delta\psi\,d\psi\right\}$$

$$dx = \frac{2a}{\sqrt{2}k}\left\{\left(\frac{k^2}{2}-1\right)\frac{d\psi}{\Delta\psi} + \Delta\psi\, d\psi\right\}$$

$x = r \qquad \vartheta = \frac{\pi}{2} \qquad \psi = \frac{\pi}{4}$

$x = 0 \qquad \vartheta = 0 \qquad \psi = \frac{\pi}{2}$

$$r = \frac{2a}{\sqrt{2}k}\left\{\left(1-\frac{k^2}{2}\right)\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\psi}{\Delta\psi} - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\Delta\, d\psi\right\}$$

$F \qquad \qquad E$

$$k' = \sqrt{1-k^2} = \frac{h}{\sqrt{2a^2+h^2}}$$

$$k = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{2a^2+h^2}}$$

$$k' = k\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{h}{a}$$

$$\frac{k}{\sqrt{2}a} = \frac{k'}{h}$$

$$r\frac{k'}{h} = \left(1-\frac{k^2}{2}\right)\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{d\psi}{\Delta\psi} - \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\Delta\psi\, d\psi$$

$$k'^2 = 1-k^2$$

Lévén $k = \sin\vartheta$ kiszámíthatjuk $\frac{r}{h}$-t

egy adott $\frac{r}{h}$-ra nézve $\vartheta =$ e szerint k nagyja

$$k^2 = \frac{2a^2}{2a^2+h^2}$$

$$2a^2\sin^2\vartheta + h^2\sin^2\vartheta = 2a^2$$

$$2a^2 = h^2\operatorname{tg}^2\vartheta$$

$$a^2 = \frac{1}{2}h^2\operatorname{tg}^2\vartheta$$

$$1-\frac{k^2}{2} = 1-\frac{\sin^2\vartheta}{2} = \frac{1}{2}(1+\cos^2\vartheta)$$

E szerint

$$\frac{r}{h} = \frac{1}{\cos\vartheta}\left\{\frac{1}{2}(1+\cos^2\vartheta)\, F_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} - E_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\right\}$$

~~E szerint ki~~

E szerint tábla számítható ki.

Ennek eredménye.

Hagen-féle táblákban $\frac{r}{h}$ és $\sqrt{2}\frac{r}{a}$ összetartozó értékei.

Közelítő formulák

~~1) Laplace~~ 1) Volkmann sorbafejtéses

2) Laplace-körök (Poisson)

3) Hagen alg ellipszissel melyre nézve $h'-h =$ az egyik r a másik tengely a görbületi sugara pedig ~~Hatást~~ a csúcsban egyenlő $\frac{2h}{a^2}$-al.

4) Eötvös. Ellipszis melynek görbületi sugara a meniscus legmélyebb pontjának görbületi sugarával összeesik és mely a falakat Null szög alatt érinti.

Levezetés. A pont magassága h.

$2M_r = (h+m)2r\pi l - (AOB)\pi l.$

$a^2 = (h+m)2r - (AOB)$

AOB-fél ellipszis a csúcs A-ban

$\frac{1}{\rho} = \frac{2h}{a^2}$

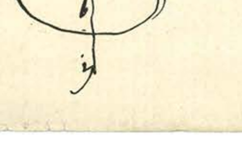
és $\rho = \frac{r^2}{m}$ tehát

$m = \frac{r^2}{\rho} = \frac{2r^2h}{a^2}$

akkor AOB terület

$= \frac{\pi 2r^2 h}{2a^2} r = \frac{\pi r^3 h}{a^2}$

Ellipszisre vonatkozók



$\rho = \frac{(b^4x^2 + a^4y^2)^{\frac{3}{2}}}{a^4b^4}$

terület

$F = \pi ab$

Így lesz.

$$\cancel{a^2 = \left(h + \frac{r^2}{\varrho}\right) 2r - \frac{\pi r^2 h}{a^2}}$$

$$a^2 = 2hr$$

$$a^2 = \left(h + \frac{2r^2 h}{a^2}\right) 2r - \frac{\pi r^2 h}{a^2}$$

$$a^2 = 2rh\left(1 + 2\frac{r^2}{a^2} - \frac{\pi}{2}\frac{r^2}{a^2}\right)$$

$$a^2 = 2rh\left(1 + 2\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)\frac{r^2}{a^2}\right)$$

Más

$$a^2 = 2rh\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + 4\frac{r}{h}\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)}\right)$$

Ez a formula első közelítésben a Laplace-ra vezet.

Összehasonlítás a szigorú megoldással

Példa a kis javításra. Volkmann-nál

~~r = 1,45~~6

$r =$	h	a^2 Volkmann	a^2 Eötvös	$\frac{r}{h}$
0,978	2,77	5,80		0,3531
0,759	3,69	5,84		
0,569	4,97	5,79		
0,219	13,40	5,80		

Vízre $a^2 = 3{,}84$

$2r$	h
0,47	30,48
0,93	14,74
1,52	9,31
4,13	3,10
12,77	0,471
21,28	0,094

Folyadék felület formulája

Forgási felület.

Nagy csepp vagy nagy gyűrű;

Kívül $z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1 - \frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \frac{c}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u^2}\cos\frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{36}\frac{a^2}{u^2}\left(\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)^2\right\}$

belül

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1 + \frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \frac{c}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u^2}\cos\frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{36}\frac{a^2}{u^2}\left(\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)^2\right\}$$

Ennek igazolása csepp és hengeren tett észlelésből. és az u-ra vonatkozó egyidejű verticalis és horizontalis észlelésből.

A kívül formula igazolása: Laplace adhesio formulájából

$$z = a\sqrt{2}\left(1 - \frac{a}{3\sqrt{2}u}\right.$$

Következik a csepp magasságának formulája

$$a = \frac{z}{1+0{,}3047\frac{a}{u} + \overline{0{,}2047}^2\frac{a^2}{u^2}}$$

Görbületi egyenlet a nagy cseppek számára

$$\frac{\sin\vartheta}{x}+\frac{d\vartheta}{ds}=\frac{2z}{a^2}$$

$$\frac{\sin\vartheta}{x}+\frac{d\vartheta}{dx}\cos\vartheta=\frac{2z}{a^2}$$ a míg ϑ kicsiny addig

$$\frac{\sin\vartheta}{x}+\frac{d\vartheta}{dx}=\frac{2z}{a^2}$$

$$\frac{dz}{dx}=\sin\vartheta \qquad \frac{d^2z}{dx^2}=\frac{d\vartheta}{dx}$$

$$\frac{1}{x}\frac{dz}{dx}+\frac{d^2z}{dx^2}=\frac{2z}{a^2}$$

ennek az egyenletnek az integrálja

$$Z=C\int_0^\pi e^{\frac{x\sqrt2}{a}\cos\psi}\,d\psi$$

vagyis mint $x=0$ ra $z=\xi$ lesz $C=\frac{\xi}{\pi}$

$$Z=\frac{\xi}{\pi}\int_0^\pi e^{\frac{x\sqrt2}{a}\cos\psi}\,d\psi$$

lévén $\cos\psi=1-2\sin^2\frac{\psi}{2}$

$$Z=\frac{\xi e^{\frac{x\sqrt2}{a}}}{\pi}\int_0^\pi e^{-\frac{2x\sqrt2}{a}\sin^2\frac{\psi}{2}}\,d\psi$$

vagyis

$$Z=\frac{\xi}{\pi}e^{\frac{x\sqrt2}{a}}\left\{\int_0^\pi\cos\tfrac12\psi\left(1+\tfrac12\sin^2\tfrac12\psi\right)e^{-\frac{2x\sqrt2}{a}\sin^2\frac{\psi}{2}}\,d\psi \right.$$
$$\left.+2\int_0^\pi\sin^4\tfrac14\psi\left(1+2\cos^2\tfrac14\psi\right)e^{-\frac{2x\sqrt2}{a}\sin^2\frac12\psi}\,d\psi\right\}$$

Ezekből a maradék elhanyagolható mert adódjon (ψ kicsiny a $\sin^4 \frac{1}{4}\psi$ kicsiny ha pedig ψ nagy akkor $e^{-\frac{2u\sqrt{2}}{a}\sin^2\frac{\psi}{2}}$ kicsiny) mihelyt t. i. $\frac{2u\sqrt{2}}{a}$ elegendő nagy.

Téve tehát

$$\frac{2u\sqrt{2}}{a}\sin^2\frac{\psi}{2} = t^2 \text{ lesz.}$$

$$z = \frac{\xi}{\pi} e^{\frac{u\sqrt{2}}{a}} \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}}}\sqrt{\frac{a}{u}} \int_{t=0}^{t=\sqrt{\frac{2u\sqrt{2}}{a}}} 2dt\, e^{-t^2}\left\{1 + \frac{at^2}{4u\sqrt{2}}\right\}$$

miután pedig $\frac{2u\sqrt{2}}{a}$ nagy és miután egy nagy az integrál utáni kifejezés igen kicsiny a határokat vehetjük $t = 0$-tól $t = \infty$-ig, a mikor is miután

$$2\int_0^\infty e^{-t^2} dt = \sqrt{\pi}$$

és

$$2\int_0^\infty t^2 e^{-t^2} dt = \frac{1}{4}\sqrt{\pi}$$

volt.

$$z = \xi \frac{e^{\frac{u\sqrt{2}}{a}}}{\sqrt{2\pi\sqrt{2}}}\sqrt{\frac{a}{u}}\left\{1 + \frac{a}{8u\sqrt{2}}\right\}$$

ha $\frac{a}{u}$ kicsiny akkor.

$$z = \xi \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{2}} \sqrt{\frac{a}{u}}\, e^{\frac{u\sqrt{2}}{a}}$$

$$u' - u = a\sqrt{2}\left(\cos\frac{\vartheta'}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\lg\frac{\operatorname{tg}\frac{\vartheta'}{4}}{\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4}}\right)$$

ebbe téve $r = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}$ lesz.

$$\frac{a}{z} = \frac{1}{2(2-\sqrt{2})} e^{\sqrt{2}\frac{u'-u}{a} + \sqrt{2}(\sqrt{2}-1)} \qquad \operatorname{tg}\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$$

$$a = \frac{\xi(\sqrt{2}+1)}{4\sqrt{\pi\sqrt{2}}}\sqrt{\frac{a}{u}}\, e^{\frac{\sqrt{2}}{a}(u' + a(\sqrt{2}-1))}$$

$$\mu = 0{,}28634\, a \sqrt{\frac{a}{u}}\, e^{\frac{\sqrt{2}}{a}(u' + a(\sqrt{2}-1))}$$

vagy Poisson szerint

$$\mu = 0{,}28634\, a \sqrt{\frac{\cancel{a}}{u' + a(\sqrt{2}-1)}}\, e^{\frac{\sqrt{2}}{a}(u' + a(\sqrt{2}-1))} \qquad 1)$$

$\frac{1}{\mu} = \frac{\xi}{a^2}$ és $\xi = \frac{a^2}{\mu}$

E formula megvizsgálása

a) Meghatározni μ-t optikai úton

$$z = \frac{\xi}{\pi}\int_0^{\pi} e^{\frac{u\sqrt{2}}{a}\cos\psi}\, d\psi \quad \text{formula szerbe fejtése útján}$$

kapjuk $\mu = \frac{u}{\operatorname{tg}\vartheta}\left\{1 + \frac{1}{4}\frac{u^2}{a^2 \ldots} + \frac{1}{48}\frac{u^4}{a^4 \ldots} + \ldots\right\}$ 2)

A. König Pogg. Ann. 1882

Szegy

$a = 2,48$

n'	μ 1-ből	μ 2-ből eredt
4,58	11,62	11,64
6,772	34,87	35,00
8,742	98,10	95,76

$a = 2314$	$a = 2,21$	$a = 2,517$
$n' = 4,850$	$n' = 4,635$	$n' = 4,670$
$\mu_1 = 14,56$	μ_1 13,97	$\mu_1 = 11,52$
$\mu_2 = 14,50$	$\mu_2 = 14,72$	$\mu_2 = 10,637$

Átmérők végett mutatja 5% különbség

Közvetlen ξ lemérése

a volt 2,4

Átmérő	9	14	10,5	16,5
számított ξ	0,498	0,109	0,346 ~~0,056~~	~~0,346~~ 0,056
észlelt ξ	0,418	0,110	0,273 ~~0,053~~	~~0,273~~ 0,053

~~Ennek~~ ~~E szerint tehát használható a formulát~~ közlésekre

A fentebbi adatból folyik széles csövekben a meniscusok magassága és a szegygel magasság.

Quincke a új meniscus magasságára nézve következő adatokat közli:

Pogg. Ann. 1877 160-ik kötet 355 oldal

K-k

r = 3	K-k	Elbás	Számítás z_{90}	μ	ξ	$z-\xi$
50	3,975	a = 3,882	3,975	44×10^6		3,975
15	4,147		4,217	227,94	0,066	4,151
10	4,022		4,409	44,13	0,341	4,065
7,1	3,780		4,658	17,65	0,854	3,804

szűkebb
Számítás arra hol van a $z_{90}-\xi$ maximuma

r	számítás z_{90}	μ	ξ	$z-\xi$
16	4,192	308,2	0,049	4,143
14	4,243	163,4	0,092	4,151
13	4,270	116,8	0,129	4,141

Tehát a max r = 14 – 15 nél.

Négyszög fogunk alkalmazni a rezgések magasságának vonatkozólag

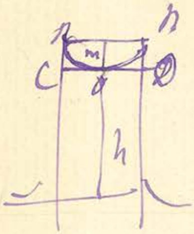
Sz. – 1857 június

Désiens a négyszög magassága mellett íve a = 2,6

és az érintkezési szög mintegy 135° mintegy

10 milliméterenként maximális magasságát

Emelkedés nedvesített csövekben



$$2r\pi f = (h+m)\pi r^2 k - (AOB)k$$

$$\rho = \frac{a^2}{h}$$

egy ellipszoidra nézve melynek O-ban a görbületi sugara ρ és a tengelye r

$$\rho = \frac{r^2}{m}$$

tehát $\frac{r^2}{m} = \frac{a^2}{h}$ $\quad m = h \cdot \frac{r^2}{a^2} = h\frac{r^2}{a^2}$

Az egész ellipszoid $V = \frac{4}{3}\pi AB^2$ hol A forgási tengely

tehát

$$(AOB) = \frac{2}{3}\pi \frac{r^2}{a^2} h r^2$$

e szerint.

$$2f = h\left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right) r k - \frac{2}{3} h \frac{r^3}{a^2} k$$

$$a^2 = h\left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right) r - \frac{2}{3} h \frac{r^3}{a^2}$$

$$a^2 = hr\left(1 + \frac{1}{3}\frac{r^2}{a^2}\right)$$

Ebből közelítőleg

$$a^2 = hr\left(1 + \frac{1}{3}\frac{r}{h} - \frac{1}{9}\frac{r^2}{h^2}\right)$$

Ezt a formulát már Hagen és Désains is ismerték.

Laplace szerint

$$a^2 = hr\left(1 + \frac{1}{3}\cdot\frac{r}{h}\right)$$

Megint jó a Hagen-féle képlet azt Désains így mutatja ki

r	h észlelt	Laplace form. h.	Désains
0,620	24,14	24,164	24,166
2,627	4,998	4,876	4,992
4,629	2,161	1,711	2,209

A formulának használhatóságát korlátozza, míg a megfigyelés a hegyes felületen lett észlelés és másik módját is alkalmazza visszatérünk.

Folyadékok feszültsége.

Láttuk hogy ~~kis cseppeknél~~ a forgási felületeket közelítő képletek által elég jól ismerjük, ha a csepp nagy és akkor is ha kicsiny - de közben nem igen.

Itt nem marad egyéb hátra mint a közelítés.

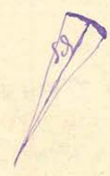
Laplace Connaissance des Temps pour 1812

Bravais Annales de chimie . 1842

Ez azon alapul hogy

$$\frac{1}{\rho} = \frac{2z}{a^2} - \frac{\sin\vartheta}{x}$$

és $\delta s = 2\rho \sin\frac{\delta\vartheta}{2}$



tehát

$$\delta z = 2\rho\sin\frac{\delta\vartheta}{2}\cos\left(\vartheta+\frac{\delta\vartheta}{2}\right)$$

$$\delta x = 2\rho\sin\frac{\delta\vartheta}{2}\sin\left(\vartheta+\frac{\delta\vartheta}{2}\right)$$

úgy lépésről lépésre történik a meghatározás.

Kivonat Bravais táblázatából

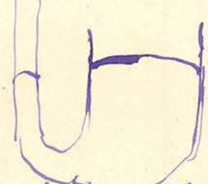
Degré	2 mm.	4 mm	6 mm	8 mm.	10 mm
15°	0,733	0,239	0,088	0,031	0,011
20°	1,392	0,459	0,167	0,060	0,021
45°	1,962	0,710	0,232	0,082	0,029

Jól van véve $a^2 = 6,528$

Ezt használhatjuk a Barometereknél.

~~Hogy~~ felfelé hatóból álló elzárt gázokban a nyomás / megtoldandó ξ nyomással ~~[illegible]~~ nevezett folyadékoszlop esetében, ebből levonandó ξ nyomás a higany esetében. Nyomás az elzárt gáz belsejében

jól van



Gáz [illegible]

$$2\pi r \sin w = kh a^2 + x$$

$$x = \frac{a^2 \sin w}{r} - h$$

Vízre $x = \frac{a^2}{r} - h$

kegymás ugyanerk hozzá hullajtás

~~felszín w = $\pi k r^2 h' + \pi k r^2 h$ =~~

Derains

1	0,326
2	0,613
3	– 0,874
4	– 0,986
5	– 1,224
10	1,193
15	0,945
20	0,744
25	0,603
30	0,504

A víz állandója

Erre használt módszerek 2,5 – 4 % egyező értékeket adnak a-ra nézve – e módszerek többnyire nö- emelkedések és nemesek. Emeltett Quincke értékei nagy értékeket adtak.

A nehézségek: 1) Szennyeződés

2) Áramlás csövekben

3) Emelkedési szög

4) Nedvesítő réteg

Mind ez ki van kerülve értékeimben, melyekből

Értékeimből – 4 fokától + 80°ig

$$a^2 = 15,401 - 0,02742t - 0,000013t^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a^2 = 15,401(1 - 0,00178t - 0,00000084t^2) \\ \alpha = 7,688 - 0,01364t - 0,000035t^2 \end{array} \right.$$

$a^2_{16} =$

Brunner 1853

$$a^2 = 15,332 - 0,02864t$$

Sondhauss $a^2 = a_0^2 = (1 - 0,001794t - 0,0000093t^2)$

levegő tartalom nincs reá befolyással

párolgás egyszer csak nem.

Higany

a=2,690 20 foknál

90 foknál 0,014 el kisebb

20 foknál

$a^2 = 7,236$

$s = 13,5\cancel{9}5$

~~d = 49,60~~ 49,024

Más folyadékok

Érintkezési szöglet. a megegyezés azt

mutatja hogy ez null – ezen egyközvetlenül

a Quincke féle kísérletekből is.

Felületi redukáló réteg

Quincke $a^2_{16} = 14,89$ Volkmann $a^2_{16} = 15$

Valamivel nagyobb. Ez arra mutatna, hogy van ily réteg.

Simon kísérletei. Recherches sur la capillarité Annales de

3 series 1850.

2r	h	a^2
3,4	7,70	13,57
0,14	233	16,31
0,012	2884	17,70
0,006	6828	22,25

Összefüggés a kritikus temperaturával.

C Wolff 1856. C.R. csak a [illegible] szól

1859

írva $\lambda^3 = C\,pT^2$

Hártyák feszültsége

$$p = F\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)$$

Egyszerűbb eset ~~F~~ ha $\frac{1}{r} = \frac{1}{r'}$

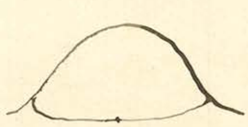
~~betűt a gyo~~

$$p = \frac{2F}{r}$$

$$p = \frac{4f}{r}.$$

[illegible]:

Igazolás [illegible] buborékok által.



$\frac{\pi}{2} + \vartheta$

$\frac{\pi}{2} - \vartheta$

ξ écrit

$$z = a\sqrt{2}\left(1-\frac{a}{u}c\right)\sin\left(45-\frac{\delta}{2}\right)$$

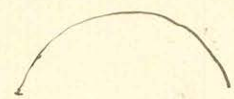
$$\sin 45-\frac{\delta}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}\cos\frac{\delta}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\frac{\delta}{2}$$

$$z' = a\sqrt{2}\left(1+\frac{a}{n}c\right)\sin\left(45+\frac{\delta}{2}\right)$$

$$\cancel{z = a\sqrt{2}\left(1-\frac{a}{n}c\right)}$$

$$z = a\left(1-\frac{a}{n}c\right)\left(\cos\frac{\delta}{2}-\sin\frac{\delta}{2}\right)$$

$$z' = a\left(1+\frac{a}{n}c\right)\left(\cos\frac{\delta}{2}+\sin\frac{\delta}{2}\right)$$



$$z'-z = 2a\sin\frac{\delta}{2}+2\frac{a^2}{n}c\cos\frac{\delta}{2}$$

$\cancel{z'-z}$ $z'-z =$

$$z'-z = \frac{p\,t_0}{2g}$$

$$\frac{a^2}{2}r = h.$$

$$\frac{2h}{r} = a^2$$

$$z'-z = \frac{4f}{r\,2g}$$

$$z'-z = \frac{2a^2}{r}$$

$$\frac{2a^2}{r} = 2a\sin\frac{\delta}{2}+2\frac{a^2}{n}c\cos\delta$$

$$\frac{a}{r} = \sin\frac{\delta}{2}+\frac{a}{n}c$$

$$\cancel{\sin\frac{\delta}{2}} =$$

$$\sin\frac{\delta}{2} = \frac{a}{r}(1-c)$$

Folyt. február 5.

Utolsó előadás.

A nyomást, melyet egy hártya befelé gyakorol, találtuk.

$$p = F\left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{\rho'}\right)$$

Belül levegő akkor a p constans.

Legegyszerűbb eset. a gömb akkor,

$$p = 2F\frac{1}{r} = \frac{2F}{r}.$$

érdekes ezt megvizsgálni, minthogy

Laun szerint ~~ha~~ $F = 2f$ lenne.

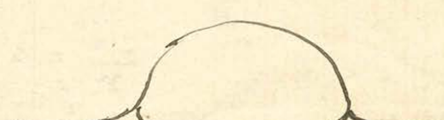
Igazolni direct nyomás mérés által. Ez talán nem biztos, részben azért mert a nyomás igen kicsiny. hiszen f alig 3 akkor

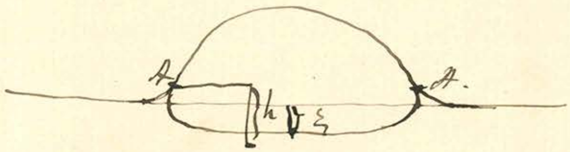
$$p = \frac{12}{r}.\ \text{nyr. mm.}$$

Mérések nincsen összefüggésben.

Az én módszerem.

Buborék vizsgálata ekkor csere





a nyomás $= \xi \sigma g$.

$p = \xi \sigma g$.

$\xi = z_b - z_k$.

$$z_k = \sqrt{2}\,a\left(1 - \frac{a}{r}c\right)\sin\left(45 - \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$z_b = \sqrt{2}\,a\left(1 + \frac{a}{r}c\right)\sin\left(45 + \frac{\varepsilon}{2}\right)$$

a hol ε a szöglet melyet
$A\,A$ pontban a felület képez
a függő iránnyal.

Ezekből

$$z_k = a\left(1 - \frac{a}{r}c\right)\left(\cos\frac{\varepsilon}{2} - \sin\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$z_b = a\left(1 + \frac{a}{r}c\right)\left(\cos\frac{\varepsilon}{2} + \sin\frac{\varepsilon}{2}\right)$$

$$\xi = z_b - z_k = 2a\sin\frac{\varepsilon}{2} + 2a\frac{a}{r}c\cos\frac{\varepsilon}{2}$$

$$\xi = a\sin\varepsilon + \frac{2a^2}{r}c$$

$$\xi = \frac{p}{\sigma g} = \frac{2F}{r\sigma g} = a\sin\varepsilon + \frac{2a^2}{r}c$$

vagyis ha $F = 2f = a^2\sigma g\,(1+b)$

$$\frac{2a^2}{r} = a\sin\varepsilon + \frac{2a^2}{r}c$$

$$\frac{2a^2}{r}(1+b) = a\sin\varepsilon + \frac{2a^2}{r}c$$

$$\frac{2a^2}{r}(1-c) + \frac{2a^2}{r}b = a\sin\varepsilon$$

$$\sin\varepsilon = \frac{1,29}{r}\,a + \frac{2.a}{r}\,b$$

A kísérlet mutatja hogy

$b = 0$ úgyis

$$r\sin\varepsilon = h = 1,29.a$$

Kísérlet is ezt mutatja.

Lemérettetett r és így h mérésével

úgy $\underline{a}$ is. találtatott

$h = 3{,}06$ tehát $a = 2{,}201$

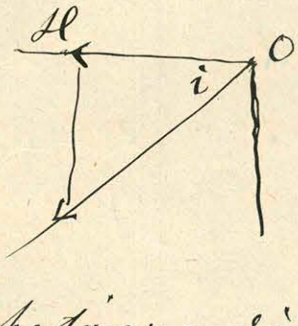
Egyszerűen [illegible] nézve

$a = 2{,}2$ körül volt.

Ms 5096/6. Eötvös Loránd egyet. előadás(?)
Magnetizmus

A föld magnetikus ereje.

Meghatároztuk a föld magnetikus erejének vízszintes összetevőjét. (lásd az előbbi iveket.)
Feladatunk ismerni magát az erőt teljesen, tehát nagyságát s irányát illetőleg.
Láttuk hogy a verticalisan forgó magnesrúd a magn. meridiánba helyezkedik, ebből következik hogy a föld magnetikus ereje ~~a szabadon felf~~ ebben a síkban hat.
Az első ha magn. erő irányát ismerni akarjuk a magnetikus meridián meghatározása. A hegyes szöglet melyet a tű Déli északi pólusát összekötő egyenes az északi vízszintessel képez a declinatio.
A magnetikus meridiánban az erő iránya a vízszintessel i szögletet képez, ez az inclinatio ez irányt veszi fel a súlypontján keresztül ~~fa~~ a magnetikus meridiánra merőleges tengely körül forgatható tű.
Rajz a magn. meridiánban. Ha OH ismerten H és i úgy



egyszersmind F is ismertetett, mert H az F-nek összetevője.

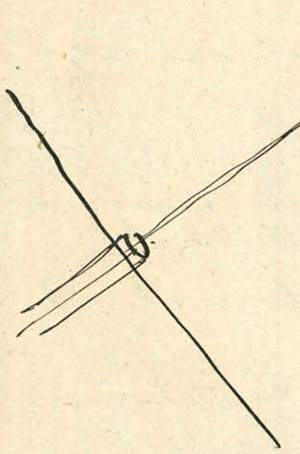
$H = F \cos i.$

Meghatározandó a szerint δ, i és H.

A declinatio meghatározása.

Egyszerű eljárás egy tűvel, meghatározva a szögletet melyet a geographiai meridián e tű irányával képez. Az eljárás hibás 1) ~~a pole~~ A magn. tengely nem esik össze a geometriaival. 2) nem elég pontosság az irány meghatá-

viszonyaiban. Absolut eljárás Gauss modszere szerint.
Magnestű rajta tükör úgy hogy annak síkja közel merő-
leges legyen a magn. tengelyre 2ik járás és a forgási tengelybe essék. Távcső a tükör
forgási tengelyére irányitva, a távcső közel a magneti-
cus meridiánra merőlegesen állítva. A távcső optikai

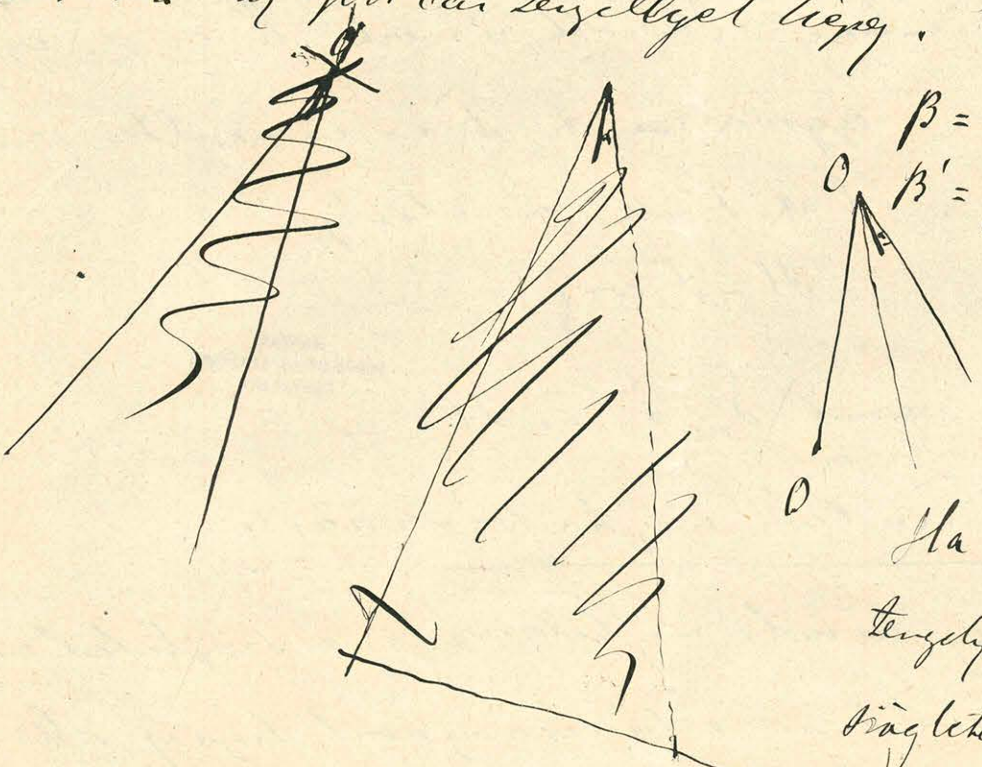


tengelye fonálkereszt által kijelölve.
A távcső theodolitra áll.
Scála az optikai tengelyre
merőlegesen
A tükör normalisa helyzete a távcső tengelyével

$$tg 2\gamma = \frac{k}{D}$$

képlet szerint γ szögletet képez.

Ha a magn. tengely a tükörre normalis lenne úgy
ez adat szolgálhatna már a szögletet melyet a magn.
meridián az optikai tengellyel képez. Ez nincs mindig úgy.



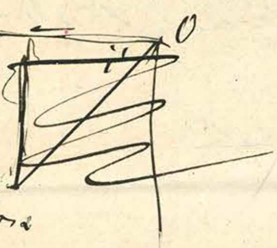
$$\beta = \gamma - \alpha$$
$$\beta' = \gamma + \alpha$$
$$2\gamma = \beta + \beta'$$
$$\gamma = \frac{\beta + \beta'}{2}$$

Ha úgy tudjuk az optikai
tengely egy állásában mily
szögletet képez a magn. tengellyel
úgy hátra van még megha-
tározni mily szögletet képez ez a

geographiai meridiánnak. E célból meghatározzuk, meg kell forgatnunk a távcsövet verticalis tengely körül míg valamely csillagot észreveszünk s ha azt találtuk meghatározni a csillag ama időpontban mily távolra van a geogr. meridiántól.

Inclinatió

A legegyszerűbb eljárás meghatározására volna egy tűt a magn. meridiánra merőleges tengely körül forgathatólag felállítani ez bajos dolog ezért más eljárás. —
Legyen a szöglet melyet a tű ~~horizontalis~~ verticalis forgási köre a magn. meridiánnal képez α akkor a tűre ~~ható~~ ~~erő F erő. Egyensúlyi helyzetben áll~~ :



~~Forditó~~ vízszintes irányban

$$H \cos\alpha \text{ erő hat}$$

verticalis irányban $F \sin i$

Egyensúly értelében.

$$H \cos\alpha \, tg\, i' = F \sin i$$

mivel $H = F \cos i$

$$H \cos\alpha \, tg\, i' = F \, tg\, i$$

$$\cos\alpha \, tg\, i' = tg\, i$$

legyen most α helyett $\alpha + \frac{\pi}{2}$ akkor $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2})$ és i' helyett i''

$$\sin i \, tg\, i'' = tg\, i$$

tehát

$$cotg\, i' = cotg\, i \cos\alpha$$

$$cotg\, i'' = cotg\, i \sin\alpha$$

tehát

$$cotg^2 i = cotg^2 i' + cotg^2 i''$$

Példa az inclinatió meghatározására.

~~A magnetismus~~ A föld magnetismus állapota.

isogon (egyenlő declinatio) | isoclin (egyenlő incli.) | isodynamus egyenlő

Isogon vonalak.

Convergálnak délfelé és északi földgömbön két két pont körül melyek közül egyike a geogr. a második a magneticus polus.

Gauss. Inten. vis magn. terrestris ad mensur. abs. revoc. 1832

Gauss u. Weber. Resultate der magn. Vereins 1836–1841

Isogon vonalak egyenlő declinatióval.

~~Két polus~~ a Gauss szerint vonalak melyek egymást minden félgömbön ~~egy egy~~ két két pontban és pedig a geogr. és magn. polusban.

Az ~~déli~~ északi félgömbön 73° 35' északi szélesség 264° 21' ~~szélesség~~ hosszúság Greenwichtől.

a déli félg. 72° 35' déli szélesség 152° 30' hosszúság [illegible]

A polusokon át egy görbe declinatio nélküli által keleti nyugoti declinatió, által ~~keleti~~ nyugotra keleti declinatió

Isoclyn vonalak.

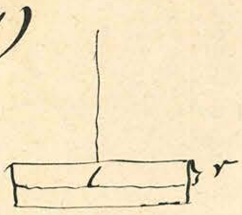
Isodynam vonalak.

$N = m\left(\frac{l^2}{12}+\frac{r^2}{4}\right)$

Magnetismus

A föld magnetikus erejének vízszintes összetevője.

1) $T = \pi\sqrt{\frac{N}{HM}}$ Milligr. millim.



henger. $r = 7,125$

$l = 47,50$

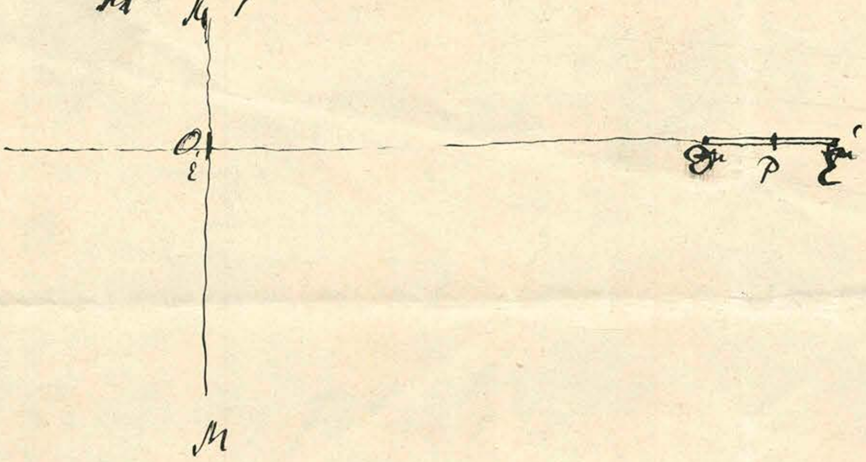
a henger tömege $m = 59320,6$

$\log N = 7,07575$

$T = 6,8636$

$\log HM = 6,39593.$

II. $\frac{M}{H}$ meghatározása.



MOM a magnetikus meridián.

OP a magnetikus meridiánra merőleges, vízszintes egyenes.

Rövid magnestű O-ban melynek hossza OP = R távolságához képest elhanyagolható.

~~D~~-É hossza legyen = l.

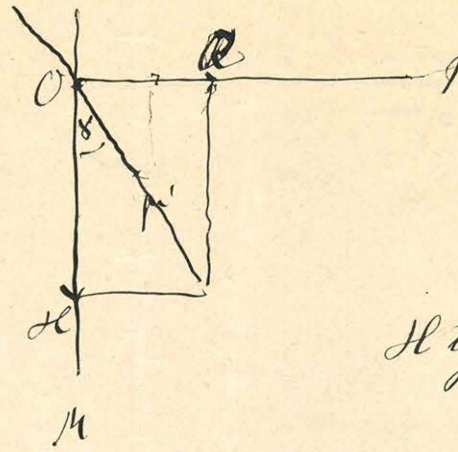
D pólus O ~~déli~~ északi pólusára vonzó erőt gyakorol mely $=\frac{\mu'\mu}{\left(R-\frac{l}{2}\right)^2}$

É pólus O északi pólusára taszító ~~vonzó~~ erőt gyakorol, mely $=\frac{\mu'\mu}{\left(R+\frac{l}{2}\right)^2}$

Az vonzó erő az O-ban lévő északi pólusra

$$=\frac{\mu'\mu}{\left(R-\frac{l}{2}\right)^2}-\frac{\mu'\mu}{\left(R+\frac{l}{2}\right)^2}$$

Ugyanily nagyságú s ellentett irányú erő a déli pólusra. Egyensúly akkor lesz, ha az ~~...~~ O-ban lévő tű a reá gyakorolt magn. erővel párhuzamosan áll.



γ a kitérés szöglete.

Az erő OM irányban H

$$H \operatorname{tg} \gamma = \frac{\mu\mu'}{\left(R-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{\mu\mu'}{\left(R+\frac{l}{2}\right)^2}$$

$$H \operatorname{tg} \gamma = \cancel{\mu} \frac{2MR}{\left(R^2-\frac{l^2}{4}\right)^2}$$

ha x -1 és $+1$ között van úgy

$$(1+x)^m = 1 + mx + \frac{m(m-1)}{1.2}x^2 +$$

$$H \operatorname{tg} \gamma = \frac{2M}{R^3} \cdot \frac{1}{\left(1-\frac{l^2}{4R^2}\right)^2}$$

$$H \operatorname{tg} \gamma = \frac{2M}{R^3}\left\{1 + \frac{1}{2}\frac{l^2}{R^2} + \frac{3}{16}\frac{l^4}{R^4} + \dots\right\}$$

ha $\frac{l}{R} = \frac{1}{10}$ úgy $\frac{l^2}{R^2} = \frac{1}{100}$ $\frac{l^4}{R^4} = \frac{1}{10000}$

$$\cancel{H \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{2M}{R_1^3}}$$

$$H \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{2M}{R_1^3} + \frac{M}{R_1^5} l^2$$

$$H \operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{2M}{R_2^3} + \frac{M}{R_2^5} l^2$$

$$\cancel{\frac{H}{M} \operatorname{tg} \gamma_1 =}$$

$$H \operatorname{tg} \gamma_1 R_1^5 = 2M R_1^2 + M l^2$$

$$H \operatorname{tg} \gamma_2 R_2^5 = 2M R_2^2 + M l^2$$

$$\frac{M}{H} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_1^5 \operatorname{tg} \gamma_1 - R_2^5 \operatorname{tg} \gamma_2}{R_1^2 - R_2^2}$$

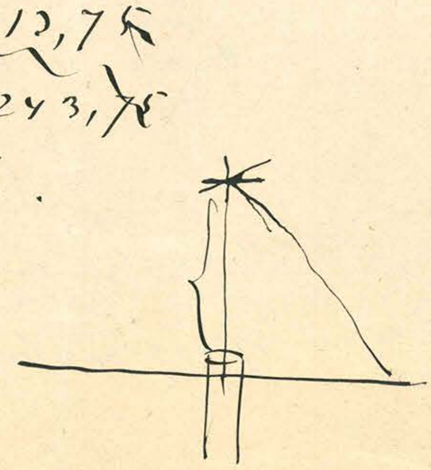
$R_1 = 313,75$

$R_2 = 243,75$

$D \operatorname{tg} 2\varphi =$

~~tg φ =~~

A kísérlet kivitele.



$R_1 = 313,75$ mm. $\quad D_1 \, tg \, 2\gamma_1 = 100,8$ mm.

$R_2 = 242,75$ mm. $\quad D_2 \, tg \, 2\gamma_2 = 215,8$ mm.

$$\log \frac{M}{T} = 5,78112$$

$$\log MH = 6,39593$$

$$H = 2,02956 \qquad D = 1307,1 \text{ mm.}$$

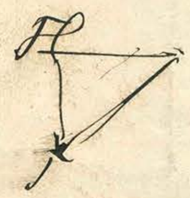
Budan $H = 2,11$

A többi magnetikus állandók.

A magnetikus elhajlás δ és a lehajlás

A declinatió.

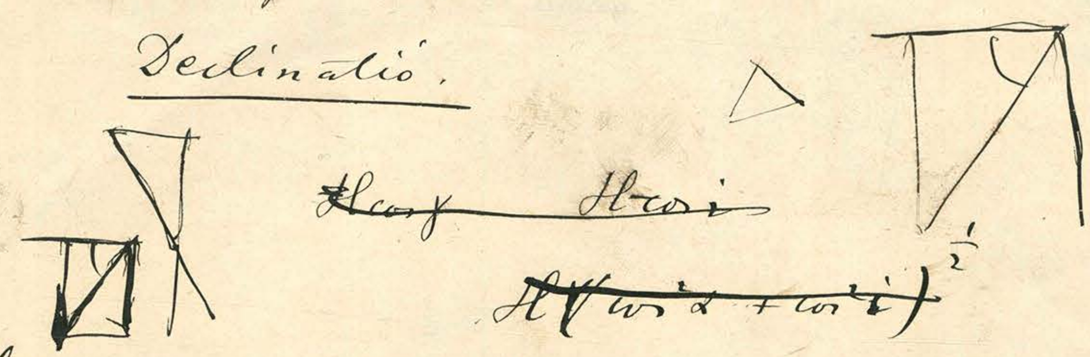
$F \cos i = H$



A declinatió meghatározására

Declinatió Pestre 9°10'

Declinatió.



~~Hcos~~ ~~Hcos i~~

$\cancel{H(\cos^2 \alpha + \cos^2 i)^{\frac{1}{2}}}$

$E \cos i = H$

$E \sin i = V$

$\cancel{H tg \alpha}$

$\cancel{\frac{\cos i}{\sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 i}}}$

$E \cos i \cos a \, tg \, w = E \sin i$

$\cos a \, tg \, w = tg \, i$

$\cancel{H \cos a \, tg \, w = E \sin i = H \, tg \, i}$

$\cancel{H}$

$E \cos i \quad E \sin i$

$\cancel{tg \, w = \frac{tg \, i}{\cos a}}$

$\cancel{tg \, w' = \frac{tg \, i}{\sin a}}$

$\cancel{1 = tg^2 i \left(\frac{1}{tg^2 w'} + \frac{1}{tg^2 w}\right.}$

$\cancel{E \cos i \cos a \, tg \, w = E \sin i}$

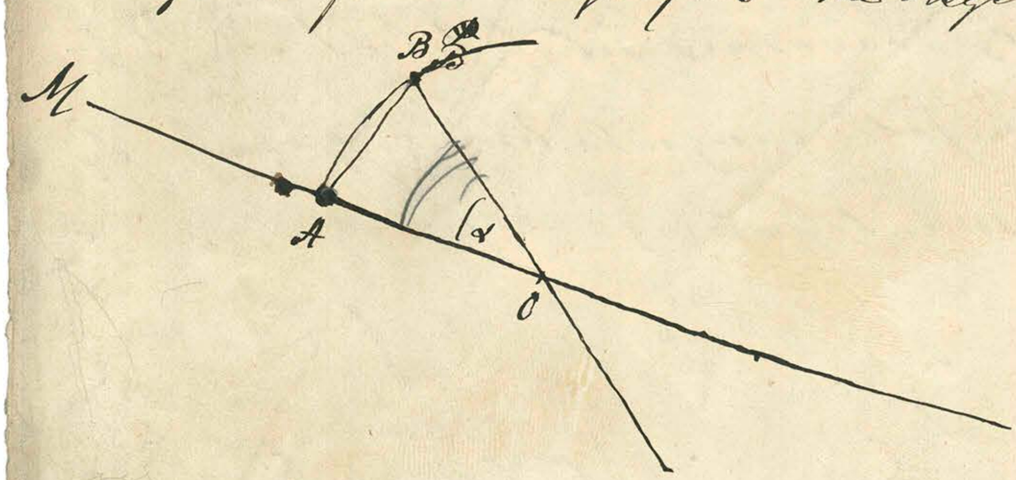
$\cancel{\cos a \, tg \, w = tg \, i}$

$\cancel{\sin a \, tg \, w' = tg \, i}$

$\cot g^2 w' + \cot g^2 w'' = \cot g^2 i$

Magnetikus polusok hatásainak törvénye.

Rajz a fonál tengelyére merőleges síkban.



O a forgási tengely

OM a magnetikus meridián.

A az álló magnetikus polus.

B ~~a mozgó~~ az O körül körben mozgó magnetikus Polus.

w a csavarási szög

α Az elhajlási szög.

A magnesrúd úgy függesztetik a ~~...~~ fonálra, hogy a magnetikus meridián irányába essék, midőn $w=0$, tehát a fonál nincsen megcsavarva. Hogy ezt elérhessük a fonálra előbb rézrudat függesztünk s a fonalat ~~úgy addig csavarjuk~~ úgy állítjuk, hogy hogy e rézrúd a magnetikus meridiánba essék, ezután a rézrudat a magnesrúddal cseréljük föl, a nélkül, hogy a fonalat megcsavarnók.

Közelítve ezután az A-t B-vel egynemű polust a rúd α szöggel elhajlik. Egyensúly beáll akkor, ha

$$F = cw + f$$

Hol F az A által B-re gyakorolt taszító erő forgási nyomatéka

f a föld magnetikus erejének forgási nyomatéka, mely α szöglettől függ

$c.w$ a csavarási erőnek forgási nyomatéka

c állandó érték

Jelöljük F, w és f-nek értékeit az első kisérletben:

F_1 w_1 és f_1 jelekkel

$$F_1 = cw_1 + f_1$$

Csavarjuk most meg a fonál felső végét úgy hogy a csavarási szöglet w_2 legyen, ez által B polust A-hoz közelebb hozhatjuk, s lesz

$$F_2 = cw_2 + f_2$$

ismételhetjük ezt, s akkor lesz:

$$F_3 = cw_3 + f_3$$

s. i. t.

Hogy az F_1, F_2 és F_3 viszonyát megismerjük f_1, f_2 és f_3-at kell ismernünk. Ezekből az A polust kiemeljük s a fonál csavarása által a rudat egymásután az 1 a 2 és a 3 helyzetbe hozzuk, leolvasván az e helyzeteknek most megfelelő w_1', w_2' és w_3' csavarási szögleteket. A B pólus ily körülmények közt ugyan a föld magnetikus erejének és csavarási erőnek lesz alávetve; e szerint lesz:

$$f_1 = c w_1'$$

$$f_2 = c w_2'$$

$$f_3 = c w_3'$$

Tehát

$$F_1 = c(w_1 + w_1')$$

$$F_2 = c(w_2 + w_1')$$

$$F_3 = c(w_3 + w_3')$$

Ha igaz, hogy az A és B pólusok taszító ereje fordítva arányos távolságuk négyzetével így: § lásd a folytatást a szövegben §

$$F = \frac{k}{AB^2}\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{k}{4r^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cos\frac{\alpha}{2}$$

~~vagyis~~ hol k egy állandót jelent. Tehát

$$c(w + w') = \frac{k}{4r^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cos\frac{\alpha}{2}$$

$$\text{és}\quad \frac{k}{4r^2c} = (w + w')\,tg\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2}$$

A fentebbi törvény helyességének esetében az egyenlet jobb oldalán álló kifejezéseinek állandónak kell lenni.

Ez megvizsgálandó.

~~Ily formán~~ ~~Így kell eljárni akkor is ha A és B pólusok különnemüek s így egymást vonzzák. Ez esetben A és B köré valami szigetelő (üveg)lemezt kell helyezni, hogy a pólusok érintkezése megakadályoztassék.~~

Magnetikus polusok távhatásának törvénye.

Egy rövid mágnestű ha reá egyéb mágnes nem hat a magnetikus meridiánba irányúl. Az erő melyet a föld reá gyakorol állandó irányú és oly nagy az egyik mint a másik polusra nézve eszerint olyan mintha egy végtelen távol magnetikus polusból eredne. A föld magnetikus erejének vízszintes összetevője legyen H akkor a „lengési idő" ennek folytán lesz.

$$T = \pi\sqrt{\frac{N}{HM}}$$

~~Ha egy erő~~ Ha egy magnetikus polust alkalmazunk r_1 távolban úgy az D_1 erőt fejt ki ~~a polus egy irányú erő~~ Ez a polus legyen egynemű a föld északi féltekéjén uralgó polussal okozzon az ő vonzást és feküdjék a ~~tű~~ ~~forgási tengely~~ magnetikus meridiánban. Lesz:

$$f = H + D_1 \quad \text{és így}$$

a megfelelő lengési idő

$$T_1 = \pi\sqrt{\frac{N}{(H+D_1)M}}$$

Ugyanezen polust a magnetikus meridiánban r_2 távolba helyezve.

$$T_2 = \pi\sqrt{\frac{N}{(H+D_2)M}}$$

legyen $\frac{1}{T} = n$, $\frac{1}{T_1} = n_1$, $\frac{1}{T_2} = n_2$

és lesz:

$$n^2 = \frac{HM}{\pi^2 N}$$

$$n_1^2 = \frac{HM}{\pi^2 N} + \frac{D_1 M}{\pi^2 N}$$

$$n_2^2 = \frac{HM}{\pi^2 N} + \frac{D_2 M}{\pi^2 N}$$ ebből

$$\frac{n_1^2 - n^2}{n_2^2 - n^2} = \frac{D_1}{D_2}$$

Kisérlet

$r_1 = 40$ $\qquad$ $n = 20$

$r_2 = 20$ $\qquad$ $n_1 = \cancel{44} = 27$

$n_2 = 41$

$$\frac{n_1^2 - n^2}{n_2^2 - n^2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{\cancel{329}}{1281} = \frac{329}{1281}$$

~~Ax~~ tehát $D_1 : D_2 = r_2^2 : r_1^2$

Coulomb féle csavarási mérleg.

Hosszú mágnesrúd meg nem csavart fonálon felfüggesztve úgy, hogy e állapotban a magnetikus meridiánban álljon. Csavarjuk meg a fonalat s egyensúly lesz midőn

$\cancel{c\varphi =}$

$c\varphi = Ml\mu \sin u = Ml\mu \sin u$

~~Lássunk egy példát~~ Lássuk, elég van e téve amely

$u_1 = 10°$ | $\sin u_1 = 0,1736$ | $\varphi_1 = 360° - 10° = 350$ $\quad \varphi_1 : \varphi_2 : \varphi_3 = \sin u_1 : \sin u_2 : \sin u_3$

$u_2 = 20°20'$ | $\sin u_2 = 0,3475$ | $\varphi_2 = 2.360 - 20°20' = 2.350 - 20'$

$u_3 = 31°20'$ | $\sin u_3 = 0,5200$ | $\varphi_3 = 3.360 - 31°20' = 3.350 - 1°20'$

$\cancel{c.350 = Ml\mu \sin u}$ $\quad \cancel{Ml\mu = 35.C}$

$\cancel{c.350 = Ml\mu\, 10}$ $\quad \cancel{35.C \sin u}$

Tehát csakugyan

$\cancel{u_1 : u_2 : u_3}$ $\quad \varphi_1 : \varphi_2 : \varphi_3 = \sin u_1 : \sin u_2 : \sin u_3$

~~Az Az a földmagnetikus erő olyan mintha az végtelen távol polusból jönne~~

párhuzamos ~~erő~~ s állandó magnetikus erő.

Menjünk tovább : vigyünk A ba egy magnetikus polust mely B-t taszítja. Egyensúly lesz akkor ha ~~az~~ a taszító erőnek forgási nyomatéka:

$F = c\varphi_1 + c\varphi_1'$

$F_2 = c\varphi_2 + c\varphi_2'$

$$\cancel{\frac{F_1}{F_2} = \frac{\varphi_1+\varphi_1'}{\varphi_2+\varphi_2'} = \frac{u_2^2}{u_1^2}}$$

Ha tehát törelitöleg sima helyébe u-t egy kell

$$C\,350 = Hpl.\,10$$

$$Hpl = 35\,C$$

és

A föld magnetikus erejének forgási momentuma a használt eszközre nézve $= 35.C\,u$

Helyezzük most az északi magnetikus polus ~~helyébe~~ mellé egy másik északi polust az taszítani fogja azt úgy hogy kitér $k\varrho$ polussal. Egyensúly van egyik irányban hat a taszító erő a másikban a csavarás ellenében működő erő és a föld magnetikus ereje. A magnetikus taszító erő forgási nyoma-téka törelitöleg $F = \frac{1}{2}\mu D$ lesz.

$\cancel{F_1 = \ldots}$ $15C$

~~$u_1 = 20$~~ $u_1 = 15$

$u_1 = 15$ ~~Csavarjuk meg~~

$$F_1 = 15.C + 15.35.C$$

$$F_1 = 540.C$$

$u_2 = 10$ $\quad F_2 = (1800+10)\,C + 10.35.C = 2160.C$

$u_3 = 5$ $\quad F_3 = (4700+5)\,C + 5.35.C = 4880.C$

tehát

$$F_1 : F_2 : F_3 = \cancel{\ldots} = u_1^2 : \cancel{u_2^2} : u_1^2$$

$$= \frac{1}{15^2} : \frac{1}{10^2} : \frac{1}{5^2}$$

$$= \frac{1}{9} : \frac{1}{4} \ldots$$

tehát közel

$$F_1 : F_2 : F_3 = 1 : 4 : 9$$

$$= \frac{1}{15^2} : \frac{1}{10^2} : \frac{1}{5^2}$$

A magnetikus taszító erő

$n_1 = 12$ ~~F_1 = … egyenlőség ha … =~~

$n_1 = 12 \qquad F_1 = 12\,c + 12.35.c = 432.c$

$n_2 = 6 \qquad F_2 = \overset{(1500+6)\,c}{\cancel{(\ldots)}}c + 6.35.c = 1716.c$

$n_3 = 4 \qquad F_3 = (3750+4)\,c + 4.35\,c = 3894.c$

$$F_1 : F_2 : F_3 = 1 : 4 : 9$$
$$= \frac{1}{12^2} : \frac{1}{6^2} : \frac{1}{4^2}$$

F arányos D vel és így az erő fordítva arányos a távolság negyzetével.

Téve a magnetikus erőt

$$R = \frac{\mu\mu'}{r^2}$$

megállapítjuk a magnetikus folyadék egységét és az a folyadék mennyiség, mely a magával egyenlő mennyiségre a távolság egységéből hatva ~~…~~ arra az erő egységet gyakorolja.

$$R[P] = \frac{\mu\mu'}{r^2} \cdot \frac{[M^2]}{[L]^2} \qquad [M] = \sqrt{[P L^2]}$$

$$[P] = \frac{M L}{T^2}$$

$$[M] \quad M = \sqrt{\frac{M L^3}{T^2}}$$

$$M = \frac{M^{\frac{1}{2}} L^{\frac{3}{2}}}{T}$$

$$N = m\left(\frac{l^2}{12} + \frac{r^2}{4}\right)$$

$r = 7,125$

$l = 47,50$

$m = 59020,6$

$\log N = 7,07575$

$\log gH = 6,39593$

~~Magnetikus polusok kölcsönös hatásainak~~

Magnetikus polusok között kifejtett erő törvénye.

1) Coulomb féle csavarási mérleg.

lásd a mellékletet.

2) Vonzási törvény lengésekből

$f = H.$ T T_1 Csupán a föld magn. erejével alávetve.

$$T^2 = \pi^2 \frac{N}{HM}$$

$f = H + D_1$ magnetikus polus ~~delej~~ r_1 távolban

$$T_1^2 = \pi^2 \frac{N}{(H+D_1)M}$$ magneticus polus r_2 távolban

$$T_2^2 = \pi^2 \frac{N}{(H+D_2)M}$$

$$\cancel{n^2 = \frac{HM\ HM}{\pi^2}}$$ $\frac{1}{T} = n$ $\frac{1}{T_1} = n_1$ $\frac{1}{T_2} = n_2$

$$n^2 = \frac{HM}{\pi^2 N}$$

$$n_1^2 = \frac{HM}{\pi^2 N} + \frac{D_1 M}{\pi^2 N}$$

$$n_2^2 = \frac{HM}{\pi^2 N} + \frac{D_2 M}{\pi^2 N}$$

$$\frac{n_1^2 - n^2}{n_2^2 - n^2} = \frac{D_1}{D_2}$$

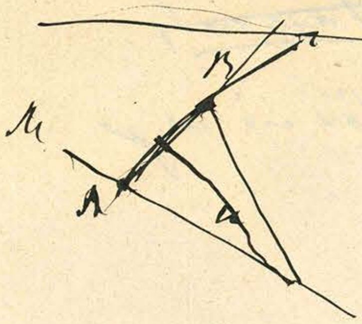
~~1) Kísérlet a Coulomb féle csavarási mérleggel.~~

~~a föld magnetikus meridiánja~~

~~A magnetű a föld magnetikus erejének irányában áll, ez az erő állandó mindenütt egyforma hat a magnetikus polusokra.~~

~~Mindenütt~~

§ Coulomb csavarmérlege pótlék. a mellékletben ~~α~~ α helyett $\frac{\alpha}{2}$ irandó!



a B re A által gyakorolt taszító erőnek a forgási irányába eső része.

$R\cos\frac{\alpha}{2}$ a forgási nyomaték

$$R\cos\frac{\alpha}{2}\mu l$$

$$F_1 = R_1\cos\frac{\alpha}{2}\mu l$$

$$\frac{\mu'\mu}{4r^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cos\frac{\alpha}{2}\,l = F_1$$

$$\frac{\mu'\mu}{4l^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}\cos\frac{\alpha}{2}\,l = F$$

$$\frac{\mu'\mu}{4l^2c} = (\omega+\omega')\,tg\frac{\alpha}{2}\,\cancel{\sin}\frac{\alpha}{2}$$

Magnetikus folyadékok eloszlása mágnesekben.

A feladat elméleti Poisson kimutatta hogy minden belső eloszlásnak megfelelőleg képzelhető a mágnes felületét környező magnetikus folyadékréteg, mely véges bár kicsiny távolban ugyanazon erőt fejti ki mint a belső folyadékok.

Lineáris mágnes rúd

Lengési idő a föld magn. ereje alatt n_0

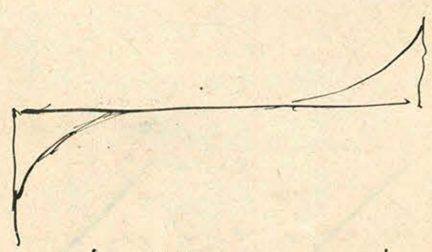
$$n_0^2 = \frac{HM}{\pi^2 N}$$

Lengési idő a föld magn. ereje és a magn. folyad. ...

$$n^2 = \frac{HM}{\pi^2 N} + \frac{\frac{\mu}{r^2}M}{\pi^2 N}$$

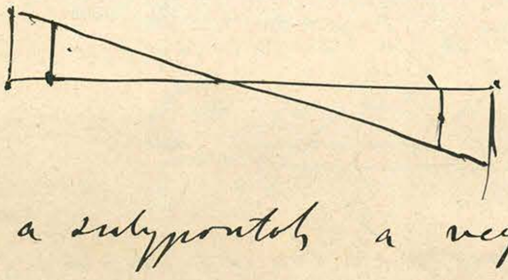
$$\frac{\frac{\mu}{r^2}M}{\pi^2 N} = n^2 - n_0^2$$

$$\mu = A(n^2 - n_0^2)$$



A görbe függ a magnetizálás nagyságától és a keresztmetszettől. Coulomb kísérletekben egynemű s egyenlő keresztmetszetű rudakkal ~~a magnetikus~~ a polusokat ~~polusok a végektől 41 milliméterre vallhatók.~~ 41 m.m. acélrudaknál 7'8 m.m. távolra találta

Nagyobb keresztmetszetű rudaknál a görbe körül egyenes válik

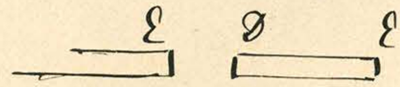


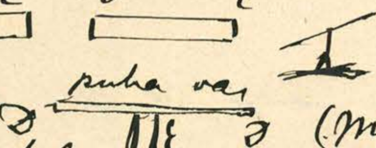
Itt a súlypontok a végektől a rúd egész hosszának $\frac{1}{6}$ ára feküsznek

A magnetikus inductió v. influentia.

~~Kísa~~ Láttuk a jelenséget puha vassal mint annál a magnes.

Magnetikus poluskoz puha vasdarab közelítve abban polusok. Kísérlet.



Más kísérlet  (Mousson III 43)

puha vas felveszi a magnetikus állapotot temporär
kemény acél permanensen

~~A puha vas~~ Ideális puha vas volna az mely csak temporär magnetismust vesz fel; de a természetes vasak mind stationär magnetikus állapotot is vesznek fel.

A temporär magnetismus közel arányos a magnetizáló erővel. (Egy és ugyanazon vastestre, ugyanazon irányban)

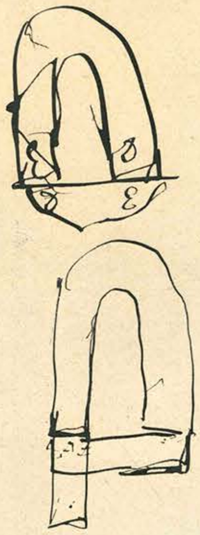
A ~~temporär magnetismus~~ magnetikus momentuma arányos ~~az azon irányba eső erő összetevővel.~~ ~~És Követ-~~
kezik Poisson elméletéből de nem szigorúan helyes.

A föld magnetikus inductiója.

Kísérlet puha vas ruddal ⇓ Két különnemű polus, magnetikus hatás nincs, ha a rúd a föld magn. erejének irányára merőlegesen áll.

Lloyd módszere az inclinatió meghatározására.

Patkó alakú magnesek hordképessége.

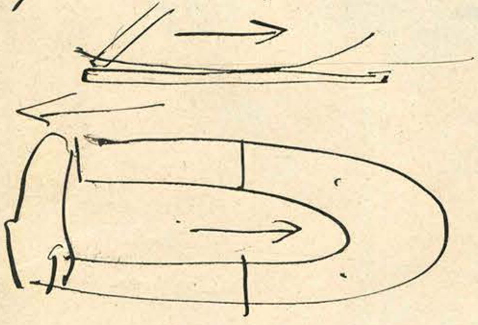


A magnes hordképessége részben az inductió befolyása.
Horgony.
A két polusát összekötő horgony hordképessége az egyes polusok hordképességének négyszerese.

Magnetizálás

Mondottuk, hogy az inductió által temporär és ~~per~~remanens magnetismus keletkezik.
Az utóbbi a coercitív erőnek következménye.
~~telített~~ mágnes.

Magnetizálás húzással erős mágnes, el lesz érve a telítettség.
Egyszeri ~~húzás síma~~ húzás

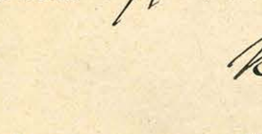


Patkó magnetizálás vasd horgonyon.
Kettős húzás.

Magnetizálás a föld ereje alatt.

Hő befolyása.

Fehér izzásnál elveszti magn. állapotát kísérlet
Kötőtűvel, melyet forrasztóval izzítunk horgony.



fehér izzásnál nincs inducált magnetismus sem.
5-600 fok között legkisebb coercitív erő.

Mágnesi mértékek

Vas Cobalt Nickel.

Magnetismus.

II

Magnes vaskö, mesterséges magnes.

Magnetikus tulajdonság a) apró vastestek vonzása.

b) puha vasak magnetikussá tevése influentia által.

Magnesrúdakon magnetikus polusok, oly pontok, melyeknek magnetikus hatása a legnagyobb a környező pontokéi között.

A magnetikus polusok különneműek egymást hatásaikban gyengitik.

Magnesrúd felfüggesztve a magnetikus polusokat összekötő egyenes a magnetikus tengely irányul a meridiánnal hegyes szögletet 9°42' körülbelül képez. A vertikalis sík mely a magnetikus tengelyen keresztül fektetve van a magnetikus meridián.

A hegyes szöglet melyet ~~a magnetikus tengely az északi~~ a ~~vertikalis~~ függőleges tengely körül forgó ~~magnes rúd~~ magnetikus tengely az északi vízszintessel képez a magnetikus elhajlás declinatio.

X (2) Az észak~~i különleges~~ felé irányuló polus északi a dél felé irányuló déli polusnak neveztetik.

+ 4) Szabadon felfüggesztett magnesrúd magnetikus tengelye ugyancsak a magnetikus meridiánban irányul. De a vízszintessel szögletet képez, a hegyes szöglet melyet a ~~vízszintes északi~~ magnetikus meridiánba eső vonallal képez a magnetikus elhajlás inclinatio. A föld is magnes polusokkal.

3) Északi polus vonzza a délit, taszitja az északit.

Déli polus vonzza az északit, taszitja a délit.

Egyszóval, egynemű polusok taszítják különneműek vonzzák egymást.

Lássunk most még néhány különös jelenséget.

Mágnesrúd eltörése.

A törési helyen az egyik darab déli a másik északi sarkot kap.

Különbség acél és vas között. Magnetikus coercitiv erő.

Magyarázat.

A testek molekuljeiben vannak magnetikus folyadékok, melyek egymást vonzzák ha különneműek, taszítják ha egyneműek. Nem magnetisált állapotban keverve – magnetisált állapotban elválasztva.

Az egyik oldalon az egyik a másikon a másik a túlnyomó. Az északi ~~az északi~~ positiv folyadék, a déli a negatív

(Magnetisálás után + folyadék az egyikben túlsúlyos a másik negatívját $\frac{+}{A}$ – Különbség a vas és acél között. Implicantia.

A rúd eltörése.)

Magnetikus polus egy pont mely felé a magnetikus erő hat.

Szigorúan véve nincs egy bizonyos pont a testben mely e kellékének megfelel de általában lehet feltenni.

A hüvelykerőlében a mágnesrúdban két pontot veszünk fel, melyeket pólusoknak tekintünk. *(Lásd [illegible])

Kettős feladat áll előttünk.

1) Megállapítani a törvényt mely szerint magnetikus pólusok egymásra hatnak.

2) Meghatározni irányát és nagyságára nézve a föld magnetikus erejét.

Előbb az első feladattal foglalkozunk bár már e körben is többször fogunk a második feladat körébe lépni.

~~Magnesrudakon foggjuk észleléseinket tenni így mindenekelőtt néhány főbb tételt említünk meg a magnesrudak mechanikáját illetőleg~~

Magnesrúd 1 végtelen távol magnetikus pólus befolyása alatt.

1) A magnesrúd egyensúlyi helyzete az lesz melyben a jobbra forgató forgási nyomatékok összege = a balra forgató forgási nyomatékok összegével.

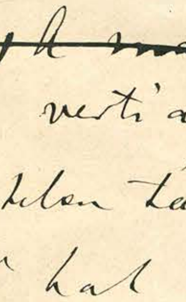
~~2) A magnesrúd lengés~~

A verticalis tengely körül forgatható magnesrúdra ~~hat~~ végtelen távol magnetikus pólus behatása alatt magnetikus erő hat

a rúd az erő irányába áll.

+) A két magnetikus pólus által egymásra gyakorolt erő $P = \mu\mu' f(r)$

2) Következtetés a verticalis tengelyű magnesrúd lengéseiből az erőre, feltéve hogy az erőt kifejtő magnetikus pólus a végtelenben van s a magnetikus erő a távolsággal folytonos függvénye. ≠



Útsebesség $= \frac{Út}{Idő}$

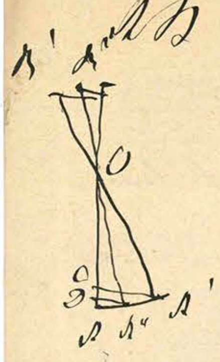
$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

Szögsebesség

$w = \frac{\Delta u}{\Delta t}$ $\Delta u = r \Delta s$.

$v = rw$

Az erő A és B-re μ



AB tengely egyensúly esetében az erő irányába áll, mozdítsuk azt ki úgy hogy $u=\alpha$ szöget érintsen és lengj.

α kicsiny legyen.

Munka = eleven erő növekedés

$$\text{Munka} = \mu g\, CD + \mu g\, EF.$$

$$= \mu g(a\cos u - a\cos\alpha + b\cos u - b\cos\alpha)$$

$$= \mu g l(\cos u - \cos\alpha)$$

$$\cos u = 1 - \frac{u^2}{1.2} + \frac{u^4}{1.2.3.4} - \dots$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{1.2} + \frac{\alpha^4}{1.2.3.4} - \dots$$

$$\frac{\alpha^2}{2} - \frac{u^2}{2}$$

$$= \frac{g}{2}\mu l(\alpha^2 - u^2)$$

eleven erő növekedés $= \sum \frac{1}{2} m v^2 = \sum \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$

Munka = Eleven erő változás

$$\omega^2 \sum m r^2 = g M(\alpha^2 - u^2)$$

$\sum m r^2 = N$ = tehetetlenségi nyomaték

$M = \mu l$ = a magnesrúd magnetikus nyomatéka

$$\omega = \sqrt{g\frac{M}{N}(\alpha^2 - u^2)}$$

ingára

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}(\alpha^2 - u^2)}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = \pi\sqrt{\frac{N}{gM}}$$

Ez mindig állani fog párhuzamos és állandó magnetikus erőknek alávetett rúdra nézve.