Pótlék a lapos terjtanhoz

§1

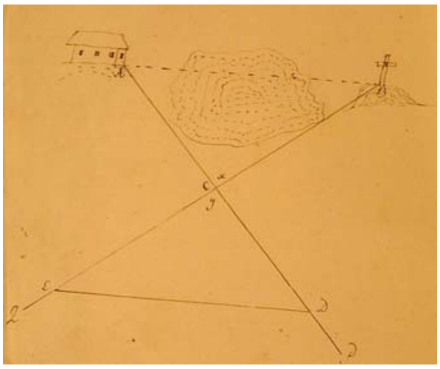
A Δk egyenlőségének felhozott esetei egyszersmind alkalmat szolgáltatnak nekünk ezen tant a gyakorlatában eléforduló oly eseteknél alkalmazni, mikor valamely távolság meghatározása kivántatik, melyet közvetlenül magát megmérni bizonyos akadály miatt nem lehet. Ilyenkor egy oly Δt alkotunk melynek egyik oldalát tegye a megmérni kellető, de közvetlenül meg nem mérhető egyen és ezen hármagot, szükséges részei utánmásolása által, lemásoljuk s így a kérdéses oldal is belőle, lemásolódva, ezen másolatot mérjük meg helyette. A munka menete különböző lesz a kérdett oldal felmérése szerint, jelesen abban a tekintetben, ha az egyik vagy mind két végpontja hozzá járulható-é vagy sem. Lássuk az eseteket.

1 oldal háta

§2

Első eset

A megmérendő oldal mindkét végpontja hozzájárulható p.o.



2 oldal

Legyen a megmérendő az A nál lévő háznak a B kereszttőli távolsága vagyis AB egyen mely egy közbe eső s különböző okokból át nem gázolható tón vezet keresztül. Ekkor a tó mellett elterülő mezőn választok egy oly álláspontot C nél melytől mind A-ba mind B-be szabadon nem csak nézni, de járni és mérni lehessen. A-tól C-ig s még C-n keresztül P felé határozatlan hoszszuságig, s szintugy B-től is C-ig s azon tul Q felé határozatlan hoszszuságig egymást (C nél) vágó egyeneket vonván, azonban kimásol P felé CD s egyenlően AC hossz, ugy hogy legyen CD = AC, s szintugy Q felé egyenlően BC-hez hogy legyen CE = BC. Most az E és D pontokat egybekötöm CD egyennel s lesz ED = AB, s tehát e helyett megmérhető.
Bizonyítás. ACB Δ = DCE Δ, mert AC = CD és BC = CE ö. cs. sz. x^ = y^, mert szembenhegyellők, tehát a két hármagban egyenlők lévén két oldal s a közbenfogott szög, azon egészben s többi részekben

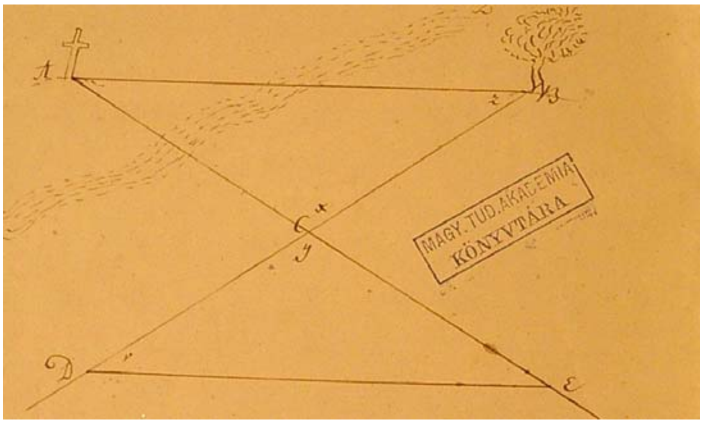
2 oldal háta

is egyenlők jelesen AB = DE m.b.v. (mint bebizonyítandó volt)

§3

Második eset

A megmérendő oldal egyik végpontja hozzájárulható, a másik nem pl.



Itt a megmérendő vonal AB, melynek egyik végpontjához u.m. B hez hozzá lehet járulni, de a másikhoz u.m. A-hoz nem, mert közből foly

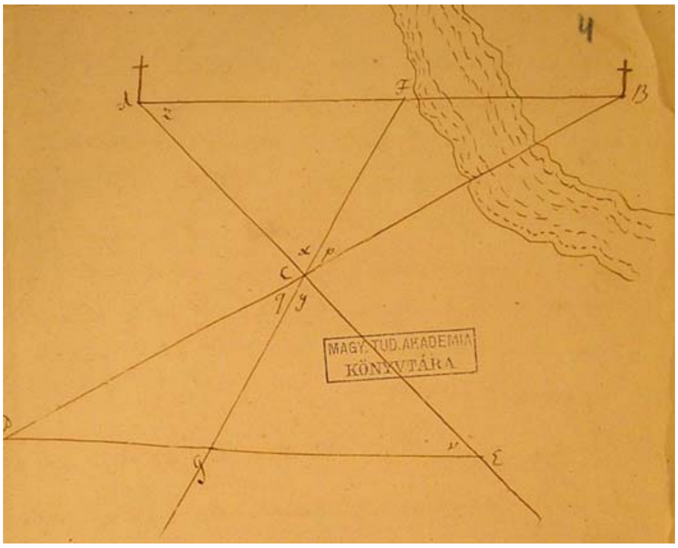
3 oldal

PQ folyam.
Itt is tehát felvevén kénylegesen C pontot, alakul ABCΔ, mely három bennefoglalt alkotó rész utánmásolása által egészen lemásolható, s így AB oldal is lemásolódván, annak másolata helyette megmérhető, s megmérendő lesz.
Azon három alkotó rész pedig, melyek a nevezett hármagból a folyón egészen innen esnek, s tehát akadály nélkül hozzájárulhatók, megmérhetők, s lemásolhatók, ezek: z^, x^ és CB oldal, melyek közöl x szög azonnal lemásolódik mihelyt annak két szárait u.m. BC és AC oldalakat megnyújtjuk D és E felé határtalan hoszszuságra, miben nincs nehézség AC-t is illetőleg, mert AC-t ugyan megmérni nem lehet a közbeneső folyóért, de azért megnyújtani lehet, mert e végre csak

3 oldal háta

annyi kivántatik, hogy AC vagy CA hoszszában elnézni lehessen. Továbbá BC egyent, mint egészben innen esőt megmérhetjük s annak folytatásán ugyan azt ki is mérhetjük C-től D-ig; mi szerint már egy oldal és egy szög le lévén másolva, u.m. BC oldal CD-ben, s x szög y ban, hátra van még csak z szög lemásolása v-ben, miben különböző utakon érhetünk czélt, jelesen.
1. Azon esetben mikor a megmérendő AB vonalnak egy jelentékeny darabja fekszik innen az elzáró folyamon, pl. a tulsó lapra rajzolt képen, legyen AB a megmérendő egyen, melynek AF darabja, mi az egész felénél többet teszen, a folyón innen esik. Ilyenkor

4 oldal



Vetessék fel a mérendő egyen innenfelől eső darabjában, minél közelebb az akadályozó folyamhoz még egy F pont, s a lemásolandó Δ kiegészítésére felvett C ponton át vonasson nem csak A-tól és B-től hanem ezen F-től

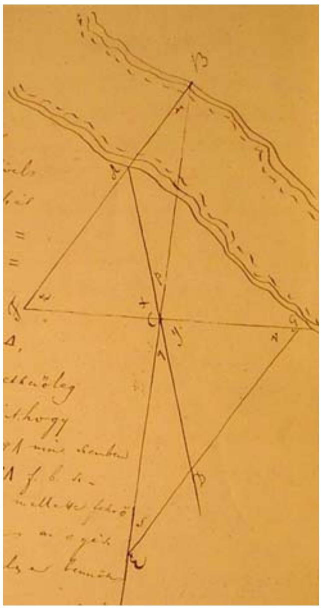
4 oldal háta

től is egyenek u.m. AC, BC és FC, melyek folytatásaikban is nyujtassanak meg D, E és G felé. Ezen folytatásokba mérettessék ki CE = AC és CG = FC. E pont köttessék öszve G ponttal s az egybekötő egyen nyujtassék meg míg a B-től C-n keresztül vont egyent vágja D nél. Lesz AB egyen lemásolva ED ben, s tehát amaz helyett megmérhető.
<u>Bizonyítás:</u> $1^{ör}$ AFCΔ = CEGΔ mert AC = CE öncsinálmányunk következtében (ö.cs.k.). FC = CG (u.a.o.) ugyanazon okból s x^ = y^ mint szembenhegyellők s tehát két oldal s a közükbe fogott szögök egyenlősége miatt z^ = v^ minél fogva

5 oldal

2^{or} ABCΔ = CEDΔ mert AC = CE ö.cs.sz., x^ + p^ = g + q^ mert szembenhegyellők, z^ = v^ (f.b.sz.) fönebbi bizonyítás szerint, s így egy oldal s két mellette fekvő szögök egyenlőségéért a két Δ egyben egyenlő lévén AB = DE, s tehát helyette megmérendő és megmérhető.
3^{or} Ha a megmérendő vonalnak jelentékeny darabja nem fekszik innen az akadályozó folyamon, de van hely hova azt megnyujthassuk, pl. a tulsó laponi képen, legyen AB a megmérendő egyen (mely itt egyszersmind a folyam szélessége) s ezt meg lehet hoszszabbítani pl. F felé.
Ismét felvévén közös pontul C-t, ehez vonassanak AC, BC és FC vonalak, melyek folytatásukban nyujtassanak meg D, E és G felé C től E és G felé méressenek ki egyenlő darabok

5 oldal háta



ugy hogy legyen AC = CD és FC = CG s minthogy x^ = y^ mivel szembenhegyellők tehát ezen két Δ a FAC Δ = DCG Δ, s tehát v^ = z^ s következőleg ABC Δ = CED Δ minthogy AC = CD ö. cs. sz. p^ = q^ mint szembenhegyellők, s r^ = s^ f. b. sz. s tehát egy oldal s a mellette fekvő két szög egyenlő lévén az egész két Δ egyenlő, s jelesen bennük AB = DE, tehát ez amaz helyett megmérhető.
Ha pedig

6 oldal

3^{or} sem a megmérendő egyennek innen fekvő tetemes darabja nincs, sem pedig annak megnyujtása valamely létező akadály miatt nem eszközölhető: akkor nem marad egyéb fenn mint a fönebbiek szerint alkotandó hármag. Lemásolhatásáért azt a szögöt, melyet a megmérendő vonal a C központhoz vonandóval a vizen innen formál lemásolni azon C ponton át vont vonal másik végére, s így eszközölni a hármag egészbeni lemásolását t.i. azon szög szárát addig nyujtva míg a Δ tulsó oldalát vágja, mely szögnek a lemásolása történhetik,
$1^{ör}$ olyan forma modon miként akármely szög másolása papíroson szokott végbe irtatni a szöglet högyéből mint középpontból egyen sugárral egyenlő darabok kivágattatván a darabok végei között fekvő ívhúr megméretik, s azon más pontjából azon szárak egyi

6 oldal háta

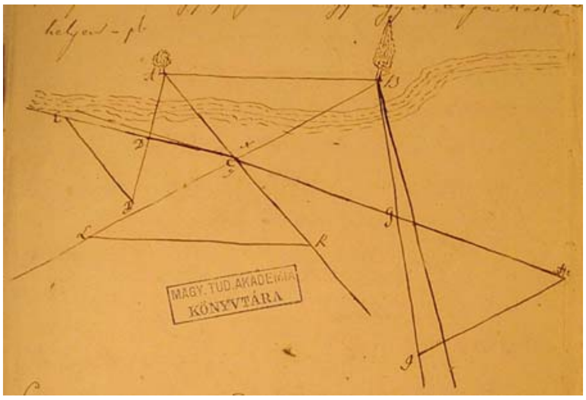
egyikének, hova a lemásolandó szögöt áttenni akarjuk, ugyan a fönebbi sugárral egy ívet írván le vagy jelelvén ki, ezen az íven szintén akkora húr méretik ki mekkora volt az előbbi, mely más ponton át egyent vezetvén az uj szög högypontjából a szög le lesz másolva, vagy
2^{or} Ha bírunk pontos, s jól kezelhető szögmérőt, azzal megmérvén a lemásolandó szögöt, ugyanazt lemásoljuk oda hol szükséges.
Mind a három esetbeni véghezvitelről a munkálatnak meganyi próbák hozhatnak egészen tisztába.

§4 Harmadik eset

A megmérendő vonal egyik végpontja sem hozzájárulható. Pl. az egész vonal

7 oldal

túl fekszik egy folyón vagy egyéb átjárhatatlan helyen. Pl.



Legyen a megmérendő egyen AB. Felveszek egy alakulandó Δ harmadik högypontjául szolgáló C pontot, melyen keresztül A-tól is B-től is vonok határtalan hoszszuságu egyeneket, de melyek hogy menyire terjedjenek

7 oldal háta

C-n túl L-ig és K-ig egyelőre nem tudom, hanem külön figyelemre vévén AC és BC egyeneket, mindeniket olyannak találom, melyeknek egyik vége u.m. C hozzá járulható, másik pedig u.m. A és B nem. Ezeket tehát rendre egymás után, a 2^k eset alatt említett módok közöl valamelyikkel lemásolom EF nél és IH nál, hogy legyen EF = AC és IH = BC. Most át teszem EF-t az A-tól C-n keresztül meghoszszabbított egyenre K felé, hogy legyen CK = EF = AC, IH-t pedig a B-től C-n keresztül megnyujtott egyenre L felé, hogy legyen CL = IH = BC. Ekkor L-től K-ig vonom LK egyent, mely lesz LK = AB s tehát a helyett megmérhető Bizonyítás. ABC Δ = CLK Δ mert AC = CK, mindkettő lévén egyenlő EF-hez, szintugy BC =

8 oldal

CL hasonló okból, s végre x^ = y^ mert szembenhegyellők, s tehát két oldal s a köztök fekvő szög egyenlőségéért az egész Δk egyenlők jelesen bennök AB = Kl

§5 Ugyanezen eset másképpen

A fönebbi megfejtés módjával AC és BC egyenek lemásolása oldalfélt történvén, nagyocska tért veszen igénybe, mely nem minden esetben könnyen található. Ezért helykimélés tekintetéből gyakran kényelmesebb lesz ugyan ily esetben a következő módszer. (Lásd a tulsó laponi rajzot)
Legyen megmérendő AB egy át nem járható folyón egészben túl eső egyen. Ennek innen felőli lemásolása végett: Felveszem C pontot, mint az alakuló Δnek harmadik pontját. S ezen C ponton keresztül vezetek A-tól és B-től is határtalan hoszszuságu

8 oldal háta

ságu AE és BD egyeneket. Továbbá szintén innenfelől AC és BC egyenek között, alkalmas helyben pl. F nél felveszek még egy pontot, melyen keresztül AC egyenen I-ből s BC egyenen K-ból lehet mérni és látni A és B pontokhoz s ezen F, I és H pontokat kijelelvén s F-től viszont C-n által G felé egyent vonván AC és BC megnyujtásán ugy FC megnyujtásán és kijelelvén K, L és G pontokat úgy hogy legyenek CL = CH, CK = CI és CG = CF, s most vonván L-től G-n keresztül egyent, mely AE-t átvágja E-nél, s K-tól szintén G-n keresztül mást, mely BD-t vágja át D-nél. Végre D-től E-t lesz DE = AB, s tehát e helyett megmérhető. Bizonyítás. Magán szorgalomra bíratik.