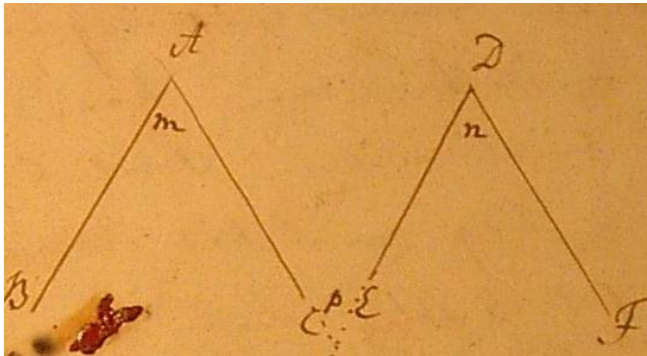
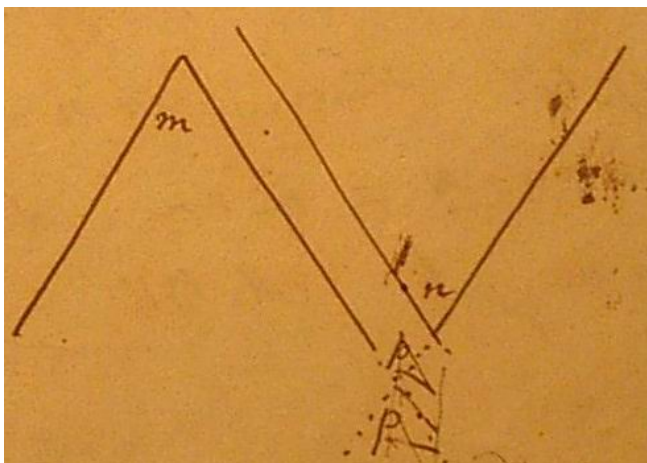


Első szakasz

A

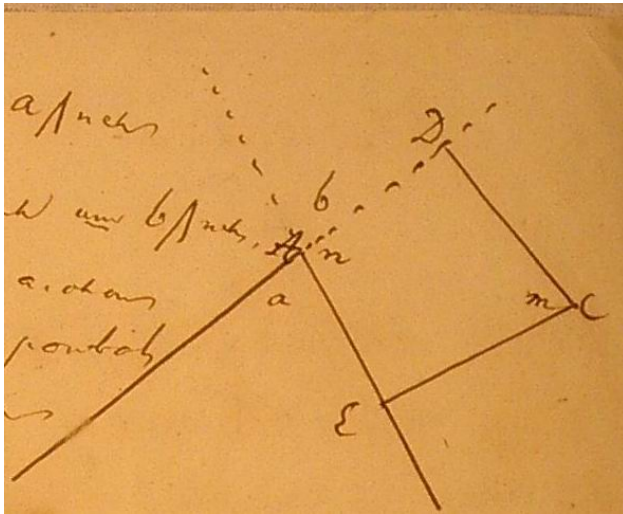


Ha $AB \parallel DE$ és $AC \parallel DF$ úgy $m^\wedge = n^\wedge$ mert a két szög egymásfelőli szarait u.m. AZ-t és DE-t megnyújtván míg egymást átvágják, ott formálódik p^\wedge és $m^\wedge = p^\wedge$ mert cserésen szemben álló belsők vagy egyfelől szemben álló, külső és belsők AB és DE párhuzamosak között. Szintugy $n^\wedge = p^\wedge$ hasonló okból, tehát $m^\wedge = n^\wedge$ M.B.V.

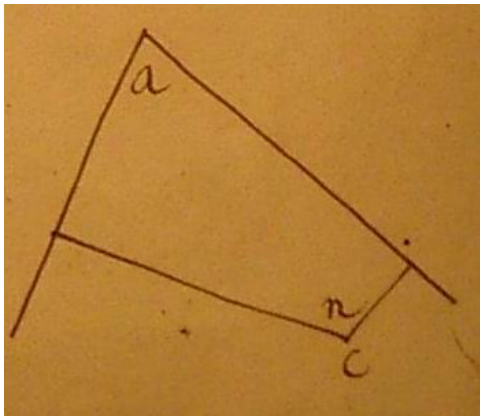


Szintén így áll a dolog, ha a két szög nem egyfelé nyílik, mint amott, hanem metsző arányban mint itt.

1 oldal háta



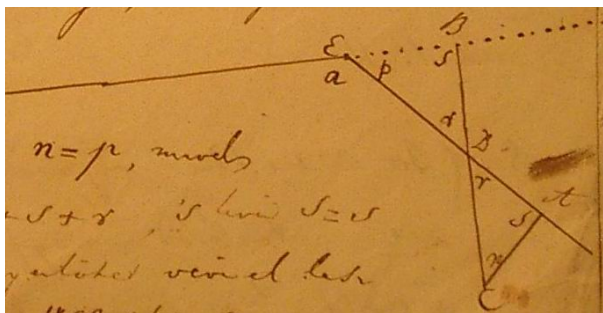
2. Ha C pont sem az a^\wedge -nek sem annak csucsszögének u.m. b^\wedge -nek területében nem, hanem azokon kívül esik s ezen C pontból a szög mindkét szárára (s illetőleg azoknak megnyújtásaira) függőket bocsátunk, milyenek itt CD és CE, a két függő által befogott $m^\wedge =$ az adott a vagy b^\wedge hoz, mert ADCE négyszögben levő 4 szög együtt 360° , ezekből kettő derék, melyek tesznek 180° , a más kettő, vagyis $m + n = 180^\circ$, de másfelől szintén $a + n = 180^\circ$, mint mellékszögek, tehát $a + n = m + n$, s mindebből elvéve n -t $a = m = b$ M.B.V. Ha pedig ez a pont C, melyből a szög két szárára függők bocsátatnak, magában a szögterületében fekszik,



2 oldal

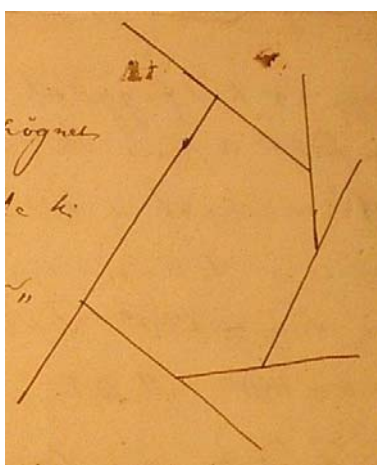
ugy a két függőtől befogott szög, n^\wedge pótléka az adott a^\wedge -nek 180° -ra, az az $a + n = 180^\circ$ -ra mert a két szárdarab s két függő által formált négy szögnek 4 szöge együtt = 360° , közülök két derékszög = 180° s tehát a más kettő együtt u.m. $a + n = 180^\circ$ M.B.V.

Ha az adott szög tompa, a felvett C pontnak lehet oly helyzete, hogy az egyik függő ne a szárat hanem annak visszafelé adó megnyújtására essék, de az állítmány ezen esetben is igaznak marad, p.o. ha a az adott szög, s C a felvett pont, CA az egyik függő, s CB a másik, mely a szár visszafelé való megnyújtására van bocsátva, n a két függő közti szög, s ez nyilván pótléka a-nak 180° -ra



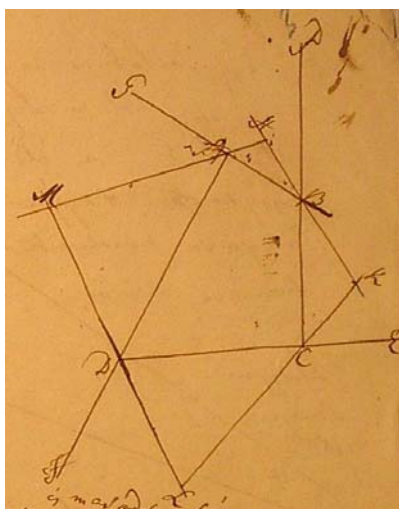
Vagy $a + n = 180^\circ$ mert $n = p$, mivel $p + s + r = 180^\circ$, s levén $s = s$, $r = r$ egyenlőkből egyenlőket véve el lesz $n = p$, s mivel $a + p = 180^\circ$ tehát $a + n$ is $= 180^\circ$

2 oldal háta



4. Akárhány oldalú többszögnek mindenik oldalát egyfele kinyújtva származik ugyananyi külszög, hány belső szög van, azaz ahány oldalú a többszög, s mindenik külszög egyik egyik belsővel lesznek mellékszögek, s tehát a bel és külszögek összege $= n$ -szer 180° , ha a többszög oldalainak számát n -nek nevezzük. Ugy, de egy más állítmányból már tudjuk, hogy akármely többszög belső szögeinek összege $= (n - 2)$ szer 180° , tehát a külszögek összege nem lehet más mint 2 szer $180^\circ = 4$ derékszög. M.B.V.

3 oldal



Az adott négyszög ABCD ebben a külszögök ABD, BCE, CDF, GAD. Az ezen szögeket felező egyenek HK, KL, LM, MH

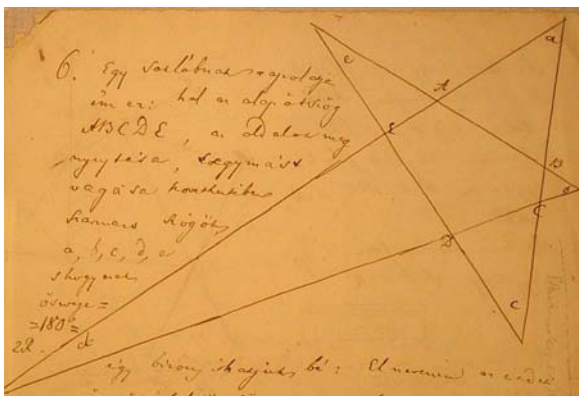
Az ezek által formált új négyszög AKLM.

Elnevezvén az először adott négyszögbeli és a másodsor származott négy szöget a rövidség okáért azon betűkkel melyek högypontjaiknál állanak, lesz

$H^\wedge = 180^\circ - A/2 - B/2$, és $L^\wedge = 180^\circ - D/2 - C/2$, s tehát $(H + L)^\wedge = 360^\circ - A/2 - B/2 - C/2 - D/2 = 360^\circ - (A + B + C + D)/2 = 360^\circ - 360^\circ/2 = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$. A négy szög együtt lévén $= 360^\circ$, tehát $(K + M)^\wedge$ is $= 180^\circ$ M.B.V.

3 oldal háta

6. Egy soklábunak rajzolatja ím ez:



Hol az alapöttszög ABCDE, az oldalak megnyújtása, egymást vágása következtében származó szögök a, b, c, d, e s hogy ezek összege $= 180^\circ = 2R$ így bizonyíthatjuk bé: Elnevezvén az eredeti öttszög külső szögeit azon betűkkel melyek högypontjaiknál állanak, lesz.

$$a^\wedge = 180^\circ - A - B$$

$$b^\wedge = 180^\circ - B - C$$

$$c^\wedge = 180^\circ - C - D$$

$$d^\wedge = 180^\circ - D - E$$

$$e^\wedge = 180^\circ - E - A$$

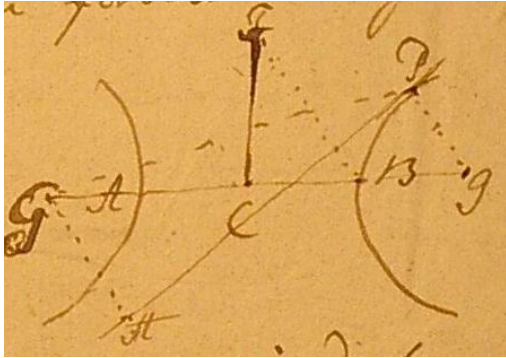
tehát

$$(a + b + c + d + e)^\wedge = 5 \cdot 180^\circ - 2 \cdot (A + B + C + D + E) = 5 \cdot 180^\circ - 2 \cdot 360^\circ = 5 \cdot 180^\circ - 4 \cdot 180^\circ = 180^\circ \text{ M.B.V.}$$

4 oldal

A parabolának nincs határozott hosszúsági főtengelye, minthogy azt az altár egyen két pontban nem vágja.

A hyperbolának pedig főtengelye annak háttal egymás felé fordult két ágainak távolsága itt



kis tengely vagy másodtengely ellipszisnél a nagy tengely közepére felállított s kétfelől a görbéig érő függő. Parabolában nincs másodtengely. Hyperbolában pedig annak vetetik azon derékszögű hármagnak harmadik oldala, melynek hypotenusaja = $CG = BF$ s egyik cathetusa CB , mi itt CF .

2. A gócpontból vagy pontokból a kerületre vont egyenek vagy úgy nevezett vezető sugár = s , például itt P pontnak vezető sugara $Pg = s$ és $PG = S$ ugyan a gócpontokból a már említett érintőkre lebocsátott

5 oldal háta

függők, melyek neveztetnek ellenfüggőknek, E vagy e , mert itt $Pg = e$ és $GH = E$
 Utoljára jegyezzük meg még csak azt hogy a gócpontból felemelt feltár kettőse mindegyik kúpszeletnél $p =$ paraméter nevet visel. S ezek után már érthetjük azt a minden kúpszeletre

kiterjedő igazságot, hogy akármely pontbani görbedési sugárok = $\rho = \frac{4n^3}{p^2} = \frac{n^3}{\left(\frac{p}{2}\right)^2}$ az az

hogy akármely pontnak görbedési sugára úgy jön ki ha az azon pontbeli függőnek (a mondott értelemben) harmadik emeletét osztjuk a góczy feltár vagy a félparaméter második emeletével.

Közös sajátsága a kúpszeleteknek az hogy bennök egy pontot = P nek ezen pont ellenfüggőjét E -nek, függőjét N -nek, vezető sugarát S -nek,

6 oldal

egy más p pont függőjét n -nek, ellenfüggőjét e nek, vezető sugarát s -nek nevezvén mindig $EN/en = S/s$.

II. A kúpszeleteknek megkülönböztető sajátságait ha elé akarnók adni, az tulajdonképpen anyi volna mint a kúpszeletek tanát teljesen eléadni.

Tehát ezekből csak kivonatot adván, elnevezvén valamely pontot illetőleg

Az altárat = x az ellenfüggőt = e és E

A feltárat = y a vezető sugarát = s és S

Az érintőt = t

Az érintőalt = t_1

A függőt = n

A függőalt = n_1

Ezen kívül a minden pontra nézve közös főtengelt = a , másodtengelt = b , a paramétert u.m. a góczypontra keresztül menő kettős feltárat az az húrt p .

Ezen elnevezésekhez képest

6 oldal háta

1. A parabolában

A feltár $y = \sqrt{px}$

érintő $t = \sqrt{px + 4x^2}$

érintő al $t_1 = 2x$

függő $n = \frac{1}{2}\sqrt{4px + p^2}$

függő al $n_1 = \frac{p}{2}$

ellenfüggő $e = \frac{1}{4}\sqrt{4px + p^2}$

vezető sugár $s = x + \frac{p}{4}$

2. Körkörben

feltár $y = \frac{b}{a}\sqrt{2ax - x^2}$. De általában körkörnél és hyperbolánál egyszerűbb

kifejezések állván elé, ha az adott pontnak altárja a nagyobb tengely középpontjától számítottak, s a feltárnak onnani távolsága neveztetik. x-nek egyéb jelelések, a főnebbiek szerint maradván lesz ezen móddal a körkörben

feltár $y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$

érintő $t = \frac{1}{ax}\sqrt{(a^2 - x^2)(a^4 - a^2x^2 + b^2x^2)}$

érintő al $t_1 = \frac{a^2 - x^2}{x}$

függő $n = \frac{b}{a^2}\sqrt{a^4 - a^2x^2 + b^2x^2}$

7 oldal

Szögű lapok által határozatnak, melyeknek oldalai egyenlők, van 6 egyenlő éle, s 4 egyenlő három lapu csupja – tehát oly alak melyben párhuzamos lapok nincsenek, és hemiedrisch alak s származik az octaederből.

2^{dik} A heptaeder (hét aly) 6 négyszögű lapoktól határozatnak, mely lapok párhuzamosok és egyenlők, 6 szabályos 3 lapu csupja, 12 egyenlő éle s 3 tengelye van, melyek a lapokat kötik össze.

3^{dik} A szabályos octaeder (nyolc aly) 8 egyenlő oldalú 3 szögűtől zárva, 8 egyenlő négy lapu szabályszerű csuppal - 12 egyenlő éllel, s 3 tengellyel, melyek a csupokat összekötik. Mint az octaeder változatai fordulnak elé a quadratoctaeder, hol a háromszögök nem egyenoldaluak, hanem csak egyenszárúak, az élek két félek, 6 végélek és 4 oldalélek, melyek egyenélűnek és 4 lapuak, s két oldal csupok, melyek 4 lapuak, de csak egymással szemben levők egyenélűek, tehát részarányosok. Ez a két és egy lapu rendszernek formája.

Továbbá a Rhombenocataeder (dűlaly nyolczaly) ennél a háromszögek egyenetlen oldaluak, és alapformája az egyes egy tengelyű rendszernek. Ide tartozik még a két és egytagu rendszernek alapocataedere, melynél a háromszögek egyenetlen

7 oldal háta

oldaluak, s 4 lap-párok fordulnak elő, melyek egymáshoz cserésen egyenlők, s végre egy és egytagu octaeder – alapformája az egy és egytagu rendszernek – 6 egyenetlen oldalu háromszögből alkotva, melyekben csak a párhuzamos vonalok egyenlők.

4^{dik} A Rhomboeder. (dűlaly) 6 egyen oldalu dűlez??? lapból alkotva – tengelye 4, s a szerint a mint a fő tengelye hosszabb v rövidebb a mellétengelyénél, a rhomboeder csupjai is hegyesbek v tompábbak. A Rhomboeder hemiedris alak lesz a Hexagondodecaederből

5.) A Dodecaéder (12 aly) 12 egyenlő négyszögű lapoktól határoltatva, ezt mivel a granatnak legszokottabb jegecz alakjai, granatedernek is nevezik. A 24 élek egymás közt egyenlők - a 14 csupok két neműek – 6 csupok négylapuak s egyenlők, mint a kocka lapjai, miértis kockacsupoknak is neveztetnek – az előbbieket pedig octaeder csupoknak – és Pentagondodecaeder 12 ötszögű lapok által határoztatik, neveztetik Pyritesedernek is, mivel a Pyrites nevű ásványnál kizárólag fordul elő.

6.) Az Ikositetraeder (24 aly) 24 részarányos trapézoidok által határoztatik – van 48 éle, melyek kétfélék –

8 oldal

24 hosszabb – 24 rövidebb – van 26 csupja, melyek háromfélék – 6 csupja szabályos négy lapu, 8 csupja 3 lapu szabályos, miként a kocka csupjai – 12 csupja, részarányos 4 lapu. Az Ikositetraedernek két neme van, melyek közös akármelyik a Leucit nevű ásványnál előjön, leucitoedernek nevezik.

7.) Hexacitocataeder (hatszor nyolc aly) 48 lapok által környezve, melyeket 72 élek határoznak – A lapok egyenetlen oldalu háromszögek – a csupok néha az octaeder, néha a hexaeder csupokhoz hasonlítanak. Azt a jegeczalakot önállólag eddig elő még csak a gyémántnál találták.

8.) A Prisma (oszlop – hasang) több hosszukós oldallapokból s két véglapból áll – e véglapok anyi szöggel bírnak, a hány oldalu az oszlop. A fő tengely az egyik véglap közepétől az átellenes párhuzamos lap közepére megy ki. Az igen lapos oszlopot táblának nevezik. (mikor t.i. a véglapok nagyobbak mint az oldallapok)

9) A Pyramis (lobot??) háromszögű lapok alkotják, melyeknek száma különböző lehet.

10.) A Hexagondodecaeder alap formája a három és egytengelyű rendszer hemiedrisch jegecz alakjának, 12 egyenszáru háromszögű lapok által határoztatva, 18 éllel, melyek közül 12 végél (6 alsó végél, 6 felső végél) 6 oldalél, csupjai

8 oldal háta

is hasonlóképp 2 félék, 2 végcsup 4 lapu és szabályos oldal csup és részarányos. A Hexagon dodecaederek a szerint a mint a fő tengely hosszabb v rövidebb, mint az oldaltengelyek, hegyesekre és tompákra osztják.

Ezek az alakok jegecz alakok, melyekből a alapok, élek és csupok sokféle modosulásai szerint a többiek, részint öszvetétel részint a csupok és élek eltompulása által elő állanak.

Megtörténik az is, hogy két három sőt több jegecz alakok is egybe vannak növe, az ilyeket nem helytelenül, az életműves testeknél is előforduló csodaszülöttekhez hasonlítják. A mi azonban az életműves világban mint a természet rendes utjáróli eltérés csodának tekintetik – s

csak ritkán jelentkezik, csak ásványoknál gyakori eset, sőt némely ásványnemeknél a jegecz alakok öszvenövése rendes szabály, önállólag való jelentkezése pedig csak kivételkép fordul elő.

§14 A jegecz ismének alkalmazási haszna

Mivel soha sem történik, hogy (h) egy ásvány egyszer egy máskor más rendszerhez tartozó jegecz alakokba kristályosodjék, hanem (hn) minden ásvány egy meghatározott és ugyanazon rendszerhez tart, s ott is csak bizonyos egyszerű alakban, s annak bizonyos meghatározott combinatiojában szokott kristályosodni, azért a jegecztanak ösmerete az embert arra segíti, h másjelűeknek sok bajjal járó megvizsgálása előtt és nélkül egyedül az alaktól, melyeket az ásványok viselnek, mindazon ásványokat megtudja ösmerni és különböztetni melyeket kristályosodva két-

9 oldal

az ásványoknak legnagyobb része azonban kedvező körülmények közt szilárd alakban is fordul elő, th kristályosodni szokott, s így majd minden ásvány jegecz alakban is megszerezhető, következőleg az ásványok meghatározása legkönnyebbszerrel a jegecztan segítségével, azoknak saját alakjai szerint történik. Vannak ugyan némely ásványok melyeket az alak szerint nem lehet tökéletesen meghatározni, mert többen is kristályosodnak ugyan azon rendszerhez tartva, sőt ugyanazon alakban is, s más ezeknek megösmerésére és maghatározására más jelekhez kell folyamodni, azonban ezeknél is az alak mindig fő characternek marad. Nem használható a jegeczisme utmutatása azon egy esetben, ha a meghatározandó ásvány nem szabályos jegecz, hanem szabálytalan történetes alakot visel, miért is bármily segítségire van az embernek a jegeczisme az ásványok megösmerésében még ezen kívül is más sajátságokkal kell megösmerkedni, h az ásványokat mindenkor meg tudjuk határozni.

Lássuk tehát ezen sajátságokat

B. A phisikai sajátságok (ásványphisika)

§15 Miket nevezünk phisikai sajátságoknak?

Az ásványoknál előforduló sajátságok közül phisikainak nevezzük:

1. Azokat melyek a massa egyes részeinek különböző nemű s méretű öszvetartásából erednek. Csak egész részek öszvetartása, öszvetapadása általános névvel Cohaesionak neveztetik; Így p.o. némely ásványt bizonyos arányban inkább lehet hasítani mint másban, némely ásvány hajlékony más törékeny, ez uto esetben megint a törés némelyeknél egyenes, másoknál kásás, némely ásvány nyujtható, más nem, végre ahány ásvány van, szintén anyi különböző mértékű kemény-

9 oldal háta

séggel bír – e szerint az ásványok körül, akármelyik karczol másokat vagy karczoltatik általuk – a keménység az ásványok meghatározására igen fontos character.

2.) Azt, amely massának tömörségéből ered, s melyet általános és aránysulynak neveznek – miszerint a különböző ásványok egyenlő nagyságú darabja különböző nehézséggel bír

3.) A színt és átlátszóságot, melyeknek megint számtalan különböző árnyéklatai és mértékei vannak

4.) a Phisikai sajátságok közé sorolják a fényt és fényteleniséget annak különböző mértékével és nemével együtt.

5.) Mint fizikai sajátosság tekintetbe veendő az íz és szag, az első főleg azon ásványokra nézve melyek a nyelven fölolvadnak

6.) A fizikai sajátosságok közé tartoznak az ásványok csillámlóssága, delezessége, világossága miszerint némely ásványok a setétben gyengén világítanak, mások összeütve szikrákat adnak; némely ásvány a delezet követi, más nem, némely való delezet v magnet, azaz csak észak és dél felé siető polusokkal bír, amidőn másoknál ily tulajdonság nem tapasztalható – némely ásványokban a surolás, nyomás v melegítés által villanyosság fejlődik ki.

Lássuk tehát ezen sajátosságokat rendre.

§16 Hasíthatóság

A hasíthatóságon az ásványok azon tulajdonságát értjük, miszerint a massa egyes részeinek összetartása bizonyos arányban sokkal gyengébb, következésképp ezen irányban könnyebben szétválhatnak. Hasíthatósággal nem

10 oldal

alkotott egyenszárú hármagok högypontjai, melyek közül vagy D vagy F felesleges, egyik AB egyik oldalán, másik, másikon lévén. Már 1^{ör} GLE Δ = GLD Δ , három oldalak

egyenlőségéért, következőleg $x^{\wedge} = y^{\wedge}$, 2^{ör} GDK Δ = GEK Δ , két oldal s a közbefogott szög egyenlőségéért, következőleg $x^{\wedge} = y^{\wedge}$, s tehát mindkettő derék m.b.v. vagy pedig a másfelőlli hármagra építve. 1^{ör} LEF Δ = LDF Δ , három oldal egyenlőségéért, s tehát $z^{\wedge} = v^{\wedge}$, 2^{ör} LDK Δ = LEK Δ , két oldal s a közbefogott szög egyenlőségéért s következőleg $x^{\wedge} = y^{\wedge}$, s tehát mind a kettő derék m.b.v.

3^{ör} Szögöt felezni, a szög högypontjából C ből, mint középpontból, kényleges sugárral péld CB vel írássék ív, mely a szög két szárát vágja B nél és D nél. BD képzelt egyen felibe írássék egyenszárú hármag ABD, C s A pontok köttessenek össze egyennel, mely az adott szögöt felezni fogja ugyan CBA Δ = CDA Δ , három oldal egyenlőségéért, tehát bennök $x^{\wedge} = y^{\wedge}$ m.b.v.

4er

11 oldal háta

4^{er} Egyent felezni. Legyen felezendő AB egyen. Írássék mint talpra a tudva lévő módon két egyenszárú hármag akár egyik felől mind a kettő, akár a kettő két különböző felére. AB nek ezen két hármagok högypontjain keresztül vont egyen az adottat felezi, mert egyenszárú háromszögökben a högyponti szögöt felezi, tehát annak talpát vagy AB-t is m.b.v.

5^{ör} Szögöt lemásolni, még pedig kimutatott egyenre, mint szárra s kimutatott ponthoz mint högyponthoz.

A lemásolandó szög kényleges egyen átvonása által alakítassék által hármaggá, s ez más osztassék le a mindjárt említendő módon, mely alkalommal egyébiránt legcélszerűsőbb lesz, a két szárt egybekötő egyent úgy vonni, hogy egyenszárú hármag formálódjék, mi az által történik, hogy a szög högypontjából, mint középpontból kényleges sugárral ívet írunk a szög szárak közé, s ezen ívnek hurját használjuk a hármag harmadik oldalának.

6.) Hármagot lemásolni. A lemásolandó hármag egyik akármelyik oldalát alapul véve fel, s ahoz egyenlőt másolva, ezen lemásolt oldal két végpontjaival, mint középpontból

12 oldal

Pontból a más két oldalhoz egyenlő sugárokkal írassanak körök, hol ezek egymást vágják, oda vonassanak egyenek, a lemásolt oldal végeiről, s le lesz másolva a hármag, mely a lemásolandóhoz egyenlő fog lenni, három oldalak egyenlőségéért.

7.) Adott egyenhez párhuzamost vonni

1^{ör} Adott ponton át. Vonassék egyen az adott egyen akármely pontjain, s a párhuzamos átvezetésére kimutatott ponton keresztül menő az a szög, melyet az az egyen formál az adott egyennel másoltassék le a kimutatott ponthoz, mint szögi hegyponthoz a főnebbi (5p.) modon, oly állásban, hogy a lemásolandó és ezen lemásolt szög közül egyik legyen külső, másik belső, az adott s most vonandó párhuzamos egyen közt, mely hogy valósággal az is lesz az említett szögek egyenlősége fogja bizonyítani.

A hármagok oldalairól és szögeiről

A hármagok oldalairól és szögeiről még nagyon sok megjegyzendő igazságaink vannak, jelesen

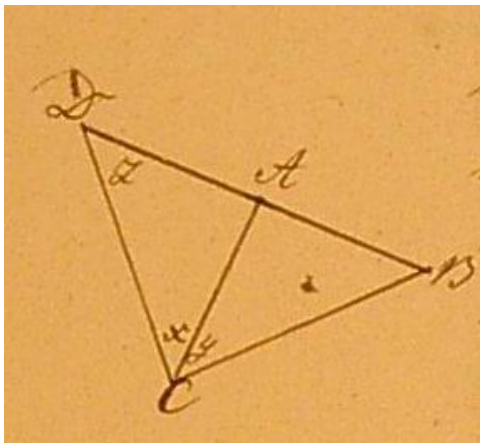
1.) A hármag oldalait illetőleg

§22., Minden hármagban akármely két oldal összege nagyobb mint a harmadik oldal.

Bébizonyítás

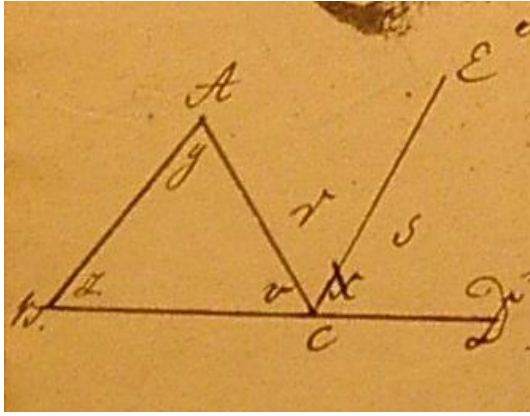
12 oldal háta

Bébizonyítás



Legyen $ABC \Delta$ ben két oldal (még pedig szántsándékkal választva a két kisebb) AB és AC . Azt állítom, hogy ezek is nagyobbak együtt, mint a harmadik BC magára, mert nyujtassék meg az egyik péld. BA , annyival mennyi a másik u.m. AC , hogy tehát legyen $AD = AC$, $BD = AB + AC$, látni való hogy ez u.m. $BD > BC$, mert $DBC \Delta$ ben DB szembe áll $x + y$ szöggel, BC pedig z szöggel, már pedig $z = x'$, $ADC \Delta$ egyenszáru lévén $x + y$ pedig $> x'$ s tehát $> z$, s tehát a nagyobbbal szembeálló oldal = $BD = AD + AC$ nagyobb mint a kisebbel szembeálló = BC m.b.v.

2^{ör} A háromszög szögeit illetőleg



§23., Minden háromszögbe akármelyik oldalt megnyújtván, az ott származó külső szög egyenlő a háromszögben (nem mellette hanem) vele szembe álló két szög összegével, péld $ABC \triangle$ ba BC oldalt megnyújtván D ig származik x külső szög, mely egyedül egyenlő z és y szögök összegéhez.

Bébizonyítás. C pontból vonassék x szögbe CE egyen párhuzamos a háromszög szembeálló oldalához, u.m. BA hoz. Ez az egyen x szögöt két más szögre fogja osztani, u.m. r-re és s-re

13 oldal

Melyek közül egyik u.m. r egyenlő a háromszögbe lévő y^\wedge hez, mert párhuzamosok közti cserésen szembe állók, a másik pedig u.m. s egyenlő a másik háromszögbéli szöghöz, u.m. z^\wedge hez, mert párhuzamosok közti külső és belső szögek, s tehát $x^\wedge = z^\wedge + y^\wedge$ m.b.v. ebből foly hogy

§24., Minden háromszög szögei összesen 180 fokuk vagy két derék szögöt tesznek, mert a külső x és a mellette lévő v anyit tesznek, mert mellékszögek, tehát a más két belső, mint a külsőhöz együtt egyenlők és v vagyis a háromszögbe három szögök együttléve, szintén anyit tesznek m.b.v.