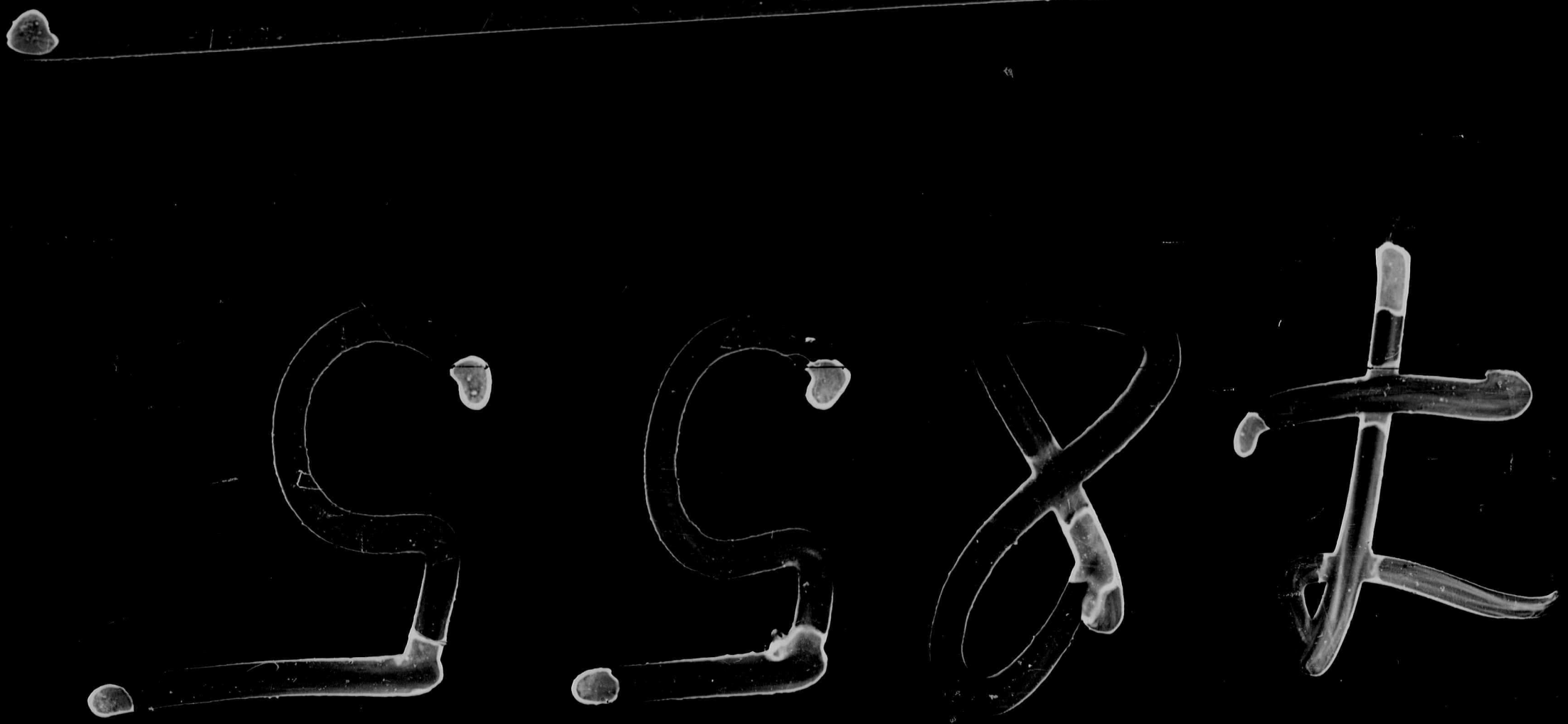
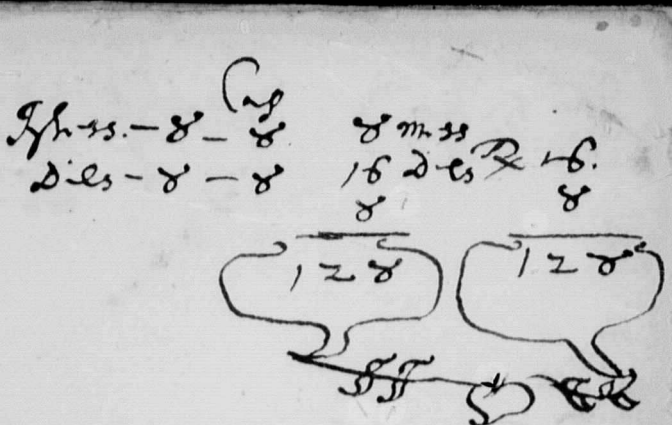




Cas

Ist. ss. – 8 – 8   8 mess

Diles – 8 – 8   16 Diles Rx 16.

8   8

128   128

Finis imposita in Coll. N. Engod.

Anno 1667 die 18 Jan.

Pr. Franciscus Papaj

Nunziar

8   8   8   Rx 16   16

8   16   8   8

128   128

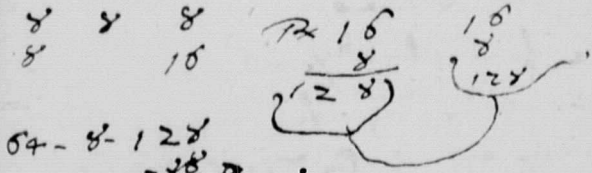
64 – 8 – 128

~~388~~

~~1024~~   16

~~664~~

64



3. Exemplum.

Gtess. 8. — Cap. 8 Gtess.
Dies 8 — 8 16 Dies R 16.
8
128) 16 Ecce habes.
8

4tum Exemplum.

Vas 20 — Flor. 140 — Vasorum 70 R 784.
Mill. 50 — 490 — 80 mill.

operor 140
70
9800) 490 Colloco sub 2tum
2 0

490
80
39200) 784. Ecce quaesitum
5 0

5tum Exemplum. h. m.

Hommes — 5 — Panes 9 15 hom.
Per dies — 8 — 9 28 dies R 94 $\frac{20}{40}$
40 420.

Jam sic 40 — 9 — 420
9
3780) 94 $\frac{20}{40}$
4 0

PROBA DUPLI EST 2plex.

1. Fit per Inversionem, scil. ponatur uterque 3tius primo, et 1mus 3tio uterque, et 4tus in medio loco et facta nova operatione per Dupli Regulam si 2tus Nrus prioris adveniat, bona aeste operatio.

2. Multiplica primum inferiorem per quotientem et 2tum, inferiorem, per 3tium inferiorem, et si aequales Numeri prodeant, in utraque multiplicatione bona aeste proba et elaboratio, ut supra elaboratum Exemplum:

1. Exemplum.

Si 7. Equi 12. Diebus consumant 20 Gestretas avenae, quaeritur, 14 Equi 15 diebus quot Gestretas consumunt? sic ut vides fac.

Equi — 2. — 20 mt. 14. Equi.
Dies — 12 15 Dies.

2. Exemplum.

Si 16 Assessores demetent 16 diebus 54 Capetias, quaeritur, idem Assessores 16, jam 32 diebus quot capetias demetent. Sic colloco:

Assess. 16 Capet. Assess. 16
Dies 16 54. Diebus 32.

3. Exemplum.

Si 8. Assessores 8 diebus demetant 8. Capetias, quaeritur, 8. Assessores 16 diebus quot capetias demetent. ut. Assess. 8 Cap. 8 Assess.
Dies 8 8 16 Diebus.

4tum

Primo superiore, sic 3tium inferiorem multiplica cum 3tio superiore, quibus medium imponi, tum postremos angle per esse. Hoc idem prodibit Numerus. Et, Exemplum superius elaboratum. h.m.

Equi 7. — 20 mt — 14 Equi
Dies 12. | Dies
| | 15
| | 70
| | 14
| | 210
| | 20
84 — 20 4200 / 84 (50 Ecce idem quaesitum.

2. Exemplum.

Mess. 16 — 54 Capet. — 16 Mess.
Dies 16 32. Dies

54 fono subtractum sic
16
324
54
864 (54
16

54
32
108
162
1728 (108.
16.

Dupli Regula ex 5. Numeris proportionalibus cognitis constat, ex quibus sextum ignotum proportionalem docet elicere.

Fit ex Regula De tri, tantum in eo differt ab ea quod hoc primum quod 3tium Numerum multiplicet cum duos ubique Numeros deponit unum sub altero. Regula De tri vero tantum unum ubique.

Collocatio

Similis est illi quae in Regula De-tri supra adducta occurrit, quod cum ante operationem in omni Regula dupli 5. numeri occurrant, bono ordine collocandi.

Qui habent quaestionem seu qui duo Numeri quaerunt illi 3tio loco proponant, unus sub altero.

Qui Numeri duo de eadem re sunt de qua 3tio loco deposito duo numeri, illi duo Nri primo loco col

collocent unus supra alterum.

Qui unus Nrus relinquit cum non est ejusdem rei vel denominationis, cujus primi duo vel 3tij duo Numeri, ille ponatur in medio vel si fit ejusdem rei quod nominis cujus primi quod 3tij, quod frequenter contingit, tum sexto ignoto qui numerus correspondet, in 2do loco ponatur, quod sic 5. Numeros collocasti ac 3. sedes sicut fit in Regula De-tri.

Siquidem quod hic ut in Regula De-tri numeri in 3. sedes sunt collocati, jam sic fit ut ibi v. gr.

1. Cum 3tius primo major requirit quantum 2do majorem quod contra.
2. In quibus 3tius primo minor est requirit quantum 2do minorem.

Collocatio jam qualis debeat esse, Exemplis ostendam:

1 Si sex

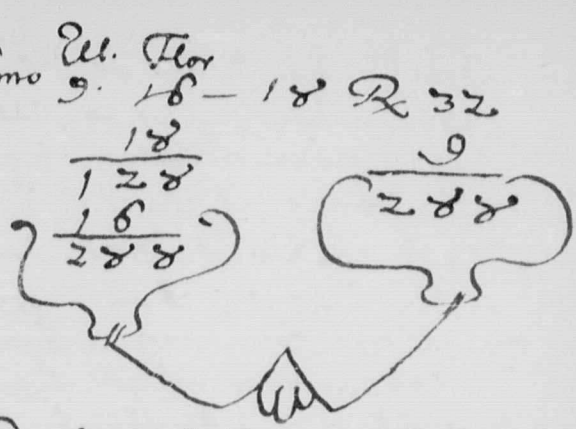
1. Fit per Inversionem scil. ponatur 3tius numerus primo, et primus 3tio et productum medio loco. Tum postremos auge per primum dividi factum et si facta hac operatione medius numerus prioris Regulae prodeat, bene es operatus. ut Emo Ulu Fl. 9 – 16 quanti Ulu 18. Rx Flor. 32.

Proba jam sic aste invento hoc modo. Possum emere Ulu Flor. 18 – 32. quanti Ul. 9. Rx Flo. 16 Ecce jam medius numerus prioris invenit.

2. Proba fit sic: Multiplica primum per quartum et si Fractio manserat accede ejus Numeratorem in superiorem Numerum, demum multiplica, et secundum cum 3tio et si aequales Nri prodeant, bene erit operatum, ut:

Emo

Emo Ul. Flor 9. 16 – 18 Rx 32



18
128
16
288

9
288

Ecce jam habes Probam.

DUPLI seu VULGARIS REGULA.

Dupli vocatur quia duos Numeros Regulae Detrj in Regula Dupli duplico.

Accedit primo et 3tio loco duos Numeros, collocat unum supra alterum et propter hanc numerorum Collocationem vocatur Dupli Regula.

Inter Denarios, grossos, Turcos, Imperiales, nummos.

Quare autem debeat reduci ad numerum unum?

R. Quia Regula Detri non agnoscit praeter 3. numeros.

1. Exemplum

Expono per Annum Mens. Hebd. Aur. H.
1 — 3 — 3. — 200. 7

Redigo Annum in Hebdomadas 52
3. Mensis in Hebd. — 12
3 Hebdomadas adjungo — 3
67.

Item 3. Mensis 3tio loco depositos redigo in 28 hebdom. h. m. col. loco.

Expono per Hebdom Aur.
— 67 — 200 quantum
per hebd. R. Aur. Den ob. 7
28. 83. 209 - 1 - 67
faciunt.

2. Exemplum.

Emo Uln. Duc. Ims. quanti Uln.
16 — 50 — 7 — 32.

Uln. Ims. Uln. R. Imper.
16 — 107 — 32. 214.

3. Exemplum.

Emo Ul. Ducat Ims. Gros. quanti Ul.
16 — 50 — 7 — 7. 32.

60 30
3000 210
210
7
3217

Emo Ul. gross
16 — 3217 quanti 32. R.
grossis
6428.

PROBA
REGULAE DETRI FIT
2 plicitor.

1.

24 m / 2) 12. Et si ter elaborabis idem habebis.

5tum Exemplum.

Emo - 9 -- 325 Denar - 18 R 650
18
2600
325
5850) 650.
9

6tum Exemplum.

Ulna 3 -- Flor 8. - Ulna 8 R Flor 21 1/3
8
64) 21 1/2
3

7timum Exemplum.

Emo Ulna 24. — Fl. 60 quanti emi 1. Ulnam?
R Fl. 2. Den. 50.

Emo - Flor 60 - Ul. 24 - quot emam Flor. 100?
R 40 Ulnas.

Vendo Ulna 40 - Fl. 112. quanti vendo Ulna 24?
R Flor. 67 - Den 20.

Vendo Ulna 24. — Fl. 67. Den 20 quanti vendo I?
R Den 280.

Exemplum 8.

Ova 2. emi - Den 8. quanti emam Ova 12? R Den. 48.

Emi Ova 12 - Den 6 - quanti Ova - 42?
R Den. 21.

Emo Poma 25 - Den. 1 - quanti Poma 100 R Den. 4.

Nota.

Si res plures aut diversi nominis occurrant uno in loco scil. primo vel 3tio, ut agunt petiae cum ulnis vel quadrantes, nummi 2e cum aureis, vel septimanae quam menses cum annis, si vis elaborare tum omnes illas diversi nominis reducito ad illud quod est minimum omnium, ut inter petias minor est Ulna; inter septimanas, menses, quam annos, septimana, in

superius praescripto, et secundum
hoc carmen vulgare:

Postremos auge, per primum dividere factum.

1. Tertius numerus multiplicatur per secundum et productum dividatur per primum et unicum quaesitum.

2. Dividere 2dum per primum, quotientem multiplica cum 3tio iterum, iterum habebis idem quaesitum.

3. Dividere 3tium per primum, quotientem multiplica per medium et prodibit idem quaesitum.

NB. Aureos Imper. Florenos, solidos Grossos etc. vel quamcunque pecuniam si vis in pauciores partes redigere, elaborabis per divisionem aequalem. Sed si in plures vis resolvere, hic per Regulam Detri fotissis. v. gr. Habeo Aureos 100 quot imperiales faciunt:

Aur.	Imp.	Aurei	
1. —	2. —	100	Rx 200.
		2	
		200	200
		1	

Secundo modo.

Aur.	Imper	Aur
1 —	2	100
	1 2 —	2
		200

Tertio modo.

Aur.	Imper		Aur	
1 —	2 —	quot —	100.	Rx 200.
			1 200	

Sic consequentur et in caeteris agas si his 3bus supra ostensis modis vis aliquod exemplum elaborare.

2dum Exemplum.

Habeo 100 Aureos velle rescire quot Florenos faciunt. Sic.

Aur.	Den	Aur	Den
1 —	360 —	100 —	Rx 36000.

jam Floreni 360 sunt.

3tium Exemplum

Habeo Crucigeros 150 quot Den faciunt. Sic:

Crucig.		Den	Cruc.	Den
3 —	sunt —	5 —	150 —	Rx 250

4tum Exemplum.

	Ulm.	Flor.			
Emo —	2 —	6 —	quanti	Ul. 4. m	Rx Flor. 12.

De Regula De-tri seu Proportione Detrica.

Vocatur De-tri (vel rectius Trium) quia ex 3bus numeris constat.

Detri Regula autem quae ex 3bus numeris proportionalibus notis, 4tum ignotum elicere docet.

Hic igitur cum 3. sint ante operationem deponendi Numeri —

1. Qui habet quaestionem seu, quae quaeritur, 3tio loco ponatur.
2. Qui Numerus autem homogeneus in eadem re autem de qua 3tius, et eodem nomine nominatur quo 3tius, primo loco ponatur.
3. Qui Numerus autem relinquitur, in non autem ejusdem denominationis cum primo

cum primo et 3tio, 2do loco collocetur. v. gr.

Emo 2. Ulnas Panni 6. Flor. gr. 4. Ulnas quanti? R. 12.

Hic obser. quod primus Ulnus et Tertius debeant esse ejusdem denominationis in de qua re autem primus Numerus et 3tius de ea agere debet.

Idem secundus et quartus debent agere ejusdem denominationis in de una re debent sonare qualiscunque sit res illa.

Utimur autem Regula De-tri.

1. Cum 3tius primo major, requiritur 4tum 2do majorem.
2. Cum 3tius primo minor requiritur 4tum 2do minorem.

Instituitur Regula De-tri, h. m.

Collocatis Numeris 3bus ordine jam

su

annuatim ab uno Dño an. 16000
quos volunt solvere Dño sed
quomodo fiat illa solutio, nesciunt,
nam paverunt singuli Lamones, Bo-
ves ibi inaequaliter. Nam pavit eorum

Primus - 10 Boves per sept. 20 - 200
alter - 30 Bov. per sept. 5 - 150
3tius - 50 Bov. per sept. 9 - 450.
quae multiplicata faciunt — 800.

Jam colloco et operabor isto modo
quo jam superius elaboravi. e. gr.

Partes	D. n.	
800	16000	200 - 4000
		150 - 3000
		450 - 9000
		800 / 16000.

PROBA DIVISIONIS INAEQUALIS

1. Quarto loco existentes numeros
adde omnes, et si proveniat
summa

summa divisae seu 2tus numerus
bene ac operatus.

2. Multiplica primum per quartum,
sed quia 4to loco semper multi nu-
meri sunt, primum eos adde, et tum
multiplices (tum multiplica 2tum per
3tium seu cum 3tio) sed quia et 3tio
loco multi numeri sunt primum
eos adde et tum multiplica, et
si in utraque multiplicatione aequa-
les proveniunt numeri, bene ac
operatus.

DE

a b
140 2950.

Sed in prius adhuc in Divisione mangerant 10 den. quos etiam accedit.

2. Exemplum.

22. Studiosi habent 29 Flor. quos volunt inter se dividere sed quomodo Divisio fiat, nesciunt, nam accipiunt partes

Studiosi 11-3. multiplicatae sunt 33.
Studi. - 6-2. multip. sunt 12
Studi. - 5-1. Et faciunt - 5.
50.

Colloco h. m:

Sed nummos resolvo in suas partes.

Partes. Den.
50 | 2900 — { 33 - 1914
12 - 696.
5 - 290.
50 | 2900.

3. Exemplum.

Item

Item 2. Wajvodes, 2. Capitanei, 3. et Duces lucrati sunt in praelio 465400 den. quos volunt inter se dividere sed quomodo dividant, modum ignorant, nam

2 Wajvodes accipiunt 10 Partes.
2. Capitanei - acc. - 20 Par.
3 Duces - - accip. - 30. Par.

Multiplicatae sunt omnes - 150 Partes

h. m. 2 in - 10 - sunt - 20
Item - 2 in - 20 - sunt - 40
Et - 3. in - 30 - sunt - 90
150.

Jam colloco h. m. et finis.

Partes den.
150 465400. { 20 - 62040
40 - 124080
90 - 279180.

Jam ad t. et habebis 150 | 465400.

4. Exemplum.

Tres Laniones conduxerunt pascua

an

Tam primus - 1 accepit - 400
2dus - 1 - acc. - 250
3tius - 1 - acc. - 325
4tus - 1 - acc. - 50
5tus - 1 - acc. - 25

Quaeritur itaque quantum quisque solvat, ut uniant Imper. 105.
Hic dividere 2dum per primum etc.

Sic autem operatio de 105 Imperialis ad partes resolvo. h. m.

Partes	Denar.		
1050	18900	400	7200
		250	4500
		325	5850
		50	900
		25	450
		1050	18900.

Si autem velis dicere, quot Imperiales singuli exponant, istos nummos dividere per den. 180 scil. primi hominis nummos 720 de rescies quot debeat exponere jam qui habent Imp. 400.

Et cum caeteris sic agas.

Etiam 5. Exemplum hoc modo labora de habebis quaesitum.

COMPOSITA EXEMPLA.

12. Canonici de 20 Capellani singulis annis habent ex fundo 2950 den. quos volunt inter se dividere, sed quomodo divisio fiat ignorant, nam accipiunt partes Canonici 12 - 5. quae multiplicatae faciunt 60.
Capellani 20 - partes - 4, multiplicatae faciunt - 80.

Jam colloco h. m. de laboro.

Partes	Denar.		
140	2950	60	1260
		80	1680
		a	b

Adeo

Partes Floren. 8. 36000. — 4 — 18000
2 — 9000
1 — 4500
Bis Poteris elaborare. 1 — 4500
8. 36000

4. Exemplum.

Quidam Dnus habet subditos 3. quibus dedit decem Urnas vini, ut dividant subditi inter se et Dno solvant precium vini, sed quomodo divisio instituatur ignorant, nam singuli subditorum sessiones possident plures.

Primus possidet 1. — 5 sessiones
2dus — possidet — 10 sessiones
3tius possidet 15 sessiones.
30.

Partes Vinum 30. 150. 5 — 25
10 — 50
15 — 75
30 150.

5. Exemplum.

Socij 3. rogarunt mutuo Imperiales 100. quorum Usura per annum facit Imper. 10. quam Usuram volunt Creditori solvere sed quomodo solvant ignorant, quia acceperunt Imperiales inaequaliter

quia Primus — 1 — 50 — 5
2dus — 1 — 30 — 3
3tius — 1 — 20 — 2.

Quaeritur itaque quantum quisque solvat ut uniant Imper. 10.

6. Exemplum.

Socij 5. rogarunt mutuo Imperial. 1050. quorum Usura per annum facit 105. Imper. quam volunt Creditori solvere sed quantum quisque deponat ignorant, quia accepit quisque inaequaliter ex Imperialibus.

Nam

Quaeritur jam, quomodo Divisio instituatur, ut cuique Fratrum suo jure evniat ex Florenis 15. ut jam

Partes 22

Denar. 7500 { 8 — 2720
6 — 2040
4 — 1360
3 — 1020
1 — 340

(20)
7500 } 340 $\frac{20}{22}$ 2000 denar — 20
2222 }

7500.

2. Exemplum.

Quatuor Mercatores Consortio lucrati sunt 3000 Aureos quos volunt inter se dividere, sed nesciunt quomodo fiat Divisio nam non aequaliter volunt dividere, quia in quaesturam collocavit illorum

4tus 1 — 100 Aureos
primus 1 — 30
2dus 1 — 50
3tius 1 — 60
240.

Jam quaeritur, quomodo Divisio instituatur ut unicuique ex lucro illo 3000 Aure

Aureorum pro Pecunia Sorti commissa recte cedat? R. Postremos auge etc.

Partes 240. Aur. 3000. — { 30 — 375
50 — 625
60 — 750
100 — 1250
240 3000

3. Exemplum.

Quidam Parens reliquit Filium 1. Filias 2. Et uxorem 1. quibus reliquit in Testamento, Flor. 36000, quae volunt inter se dividere sed quomodo fiat, ignorant quia non aequaliter volunt sumere, siquidem Pater Filio 1. Zelo legavit plus quam Gratri, scil. Partes 4. Gratri 1. medium ejus quod Filio. 2. Part. Sorori 1. medium ejus quod Gratri scil. 1. Part. Sorori alteri eodem modo, 1. Partem. Quaeritur jam quomodo Divisio instituatur ut cuique ex 36000 Florenis debita Partium proportione recte reddatur? R. Hic dividere 2dum per 1. etc.

Par

Hic ad tres sedes debemus omnia Exempla collocare, et tamen operationem instituere. h.m.

1. Partes plurium Sociorum vel Fratrum quas quivis in questura exposuerunt, adeantur, et adeita primo loco collocentur.

2 Secundo loco collocetur summa in plures socios dividenda.

3 Partes plurium Sociorum vel Fratrum seiunctim, illas quas supra additas primo loco collocasti. Sed quia magna difficultas aut in Collocatione Exemplorum Divisionis inaequalis tam simplicium quam compositorum, quoquomodo ad 3. sedes collocentur, ordine ostendam vel docebo.

Operatio Exemplorum Inaequalis Divisionis tam simplicium quam compositorum, Collocatis numeris omnibus in 3. ordines, ordine superius praescripto instituitur 2bus modis:

1. Secundum numerum cum omnibus 3tio loco

loco depositis multiplica et per primum divide factum.

2. Divide secundum per primum, quod si major esset primus secundo, secundum resolve in suas partes, quotientem per singulas partes 3tio loco depositas multiplica et habebis quaesitum; Et quae quaesita proveniunt colloca quarto loco et habebunt eandem denominationem cum secundo, illud autem erit quaesitum.

NB. Per tertium modum Regulae Detri non possum, quia dividendo minor aut Divisor.

SIMPLICIA EXEMPLA.

I. Exemplum. Quinque Fratres habent Florenos 75. quos vellent inter se dividere, sed quomodo fiat Divisio nesciunt, nam sunt partes

primus Frater	1	—	8
2dus Frat.	1	—	6
3tius Frat	1	—	4
4tus Frat	1	—	3
5tus Frat	1	—	1
Iam additae faciunt			22

quotiens potes et residuum colloca sub Crucem et si hoc residuum conveniat cum eo quod est in summa Crucis parte, bene est operatum. ut $\frac{2}{2}$ 4 | 12 $\frac{6}{6}$ 2 | 3

Nota, cum in Divisionis fine Fractio mansit, tum dextram et sinistram Crucis Figuram multiplica, eis multiplicatis adde Fractioni Numeratores, sive sit unus sive plures characteres, omnia simul adde. ut $\frac{2}{2}$ 5 | 12 $\frac{1}{2}$ 2 | 3

Qr. Haec tantum probant primam Divisionem, sed si ex Fractione novam instituero Divisionem, quo modo probem eam bene esse factam?

Rs. Peracta illa Divisione et ea ex Fractione facta eodem modo ut supra dictum est, novam instituas probam, sive probes per primam sive per eandem probam.

verbo:

Quot instituunt Divisiones tot idem instituant probas.

DE DIVISIONE INaequali quam alij Regulam Societatis alij Regulam Consortii vocant.

Divisio inaequalis fit ubi certa aliqua summa inaequaliter dividitur.

Est 3 { Simplex vel Composita.

Simplex est in cujus Exemplo Personae, in quas summa dividis, deposita sunt singulae a nullo in loco sunt plures Personae.

Composita est, in cujus Exemplo Personae, in quas summa dividis, deposita sunt utique, sive tantum unico loco sunt plures Personae, h. e. vel utique vel ad minimum unico loco sunt simul plures Personae

COMPENDIUM Aequalis Divisionis.

1. Unitas nec dividit nec multiplicat.

2. Si Numeri dividendi sunt per 10. vel per 20. vel 100 vel 200. &c ubi Zifrae sunt Zifras excludendas singulas, sic (000) et totidem characteres ex dividendo quot Zifras excludendas habebis. Sic

$$\begin{matrix}11\\1\end{matrix}\left(\begin{matrix}2\\0\end{matrix}\right)11\frac{2}{10} \qquad \begin{matrix}24\\1\end{matrix}\left(\begin{matrix}82\\00\end{matrix}\right)24\frac{82}{100}$$

Sic

$$\begin{matrix}26\\1\end{matrix}\left(\begin{matrix}754\\000\end{matrix}\right)26\frac{754}{1000}$$

PROBA AEQUALIS DIVISIONIS est duplex.

1. Quotiens multiplicetur per Divisorem et si productum respondeat dividendo, bene ac ut operatum. ut

$$\begin{matrix}24\\2\\\hline 24\end{matrix}\left\{\begin{matrix}12\\2\end{matrix}\right.$$

Nota. Si in fine Divisionis Fractio manserat tum ejus Numerator in Multiplicatione addatur, ut

$$\begin{matrix}25\\2\\\hline 25\end{matrix}\left\{\begin{matrix}12\\2\end{matrix}\right.\begin{matrix}1\\2\end{matrix}$$

2. Ex Divisore si potes rejice 9, et residuum scribe in sinistram Crucis partem, similiter ex quoto si potes rejice 9, et residuum scribe in dextram Crucis partem, tum illos duos characteres multiplica invicem, et si potes rejice ex illis 9, et residuum tandem scribas in summam Crucis partem, deinde ex Diviso si potes rejice 9, totiens

2. Exemplum.

Habeo den. 1000. quaeritur, quot Imperiales faciunt? Divisorem sic quaero, interrogo, quot tales nummi faciant unum Imperialem. R. 150. Ecce communis Divisor.

1000 / 150 } Imper. 6. 100/150 i.e. Imp. 6. fl. 1.

3. Exemplum.

Habeo den. 1000, quaeritur, quot florenos faciunt? Divisorem sic quaero, interrogo quot tales nummi faciant fl. 1. R. 100. Ecce Divisor.

1000 / 100 } 10. floreni.

4. Exemplum.

Habeo den. 1000, quaeritur, quot grossos faciunt? Divisorem sic quaero; interrogo quot tales denarii faciant unum grossum? R. 5. Ecce Divisor.

1000 / 5 } grossos 200

Sic de Imper. fl. sustatenibus, tantum quaere quot tales depositi nummi faciant illum nummum quem quaeris.

5. Exemplum.

Habeo grossos 600, quot florenos faciunt? 600 / 20 } flor. 30.

6. Exemplum

Habeo Crucigeros 300 quot gross. faciunt? interrogo quot tales Crucigeri faciant unum grossum, R. 3. Ecce communis Divisor.

300 / 3 } 100 grossos faciunt.

7. Exemplum. Nota.

Cujusvis summae si vis scire quae sit pars media, divide per 2. si vis scire quae sit 3tia pars, divide per tres. si vis scire quae sit nona pars, divide per 9. si vis scire quae sit 18 pars, divide per 18. etc. Et habebis quaesitum. ut

Pars quinquagesima in quoto. 100 / 50 } 2 100 / 2 } 50 media pars.

100 / 4 } 25. quarta pars.

Cons.

resolvi in suas partes. 2. Ista partes multiplicandi inter ~~se~~ ~~et~~ ~~et~~ ~~et

Nota. Cæteri ordine suo loco consequentes scribantur, si quando plures fuerint, ut, 7 8 / 7 2 (1 6/72.

2. Sed si ultima divisoris nota superabit ultimam dividendi notam magnitudine, tum non ultimo sed penultimo loco erit collocandus divisor, ut, 2 3 8 / 4 (59 2/4

3. Numeris ita depositis seorsim depingantur quotientes seu semicirculus talis, tum mente inquiratur, quotiens divisoris ultima figura, continetur in ultima figura dividendi, et scribatur in quotientem, et in integrum divisorem multiplicetur, productum inferiori numero vel divisori subscribatur, tum a dividendo subtrahatur, residuum supra divisum adscribatur, et sic peracta est ~~multiplicatio~~ divisio. ut, 6 / 3 (2.

4. Postea si plures fuerint characteres dividendi, divisor est promovendus, et ut ante dictum est, pro

procedendum, donec ad finem perventum fuerit, ut 6 8 2 / 2 2 2 (341.

De quo nota versiculum antiquum:

Dic quoties, multiplica, et auferre promove ~~tandem~~.

Nota.

1. Ne quotiens assumatur justo major aut minor.

2. Cum divisor in dividendo non continetur i.e. dividendo ad majorem tum in quotiente ad scribendam Zifra, et promovendus divisor.

3. In quotientem semel quo characteres ne scribantur, sed tantum unus.

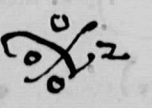
4. Quando divisione peracta in divisione aliquis supermanet illud post quotientem scribendum subducta linea, sed sub eo scribendus divisor per modum fractionis. ut 6 4 9 (324 1/2.

5. Illius quod mansit valor sic inquiritur: 1. Numerator re-

sol

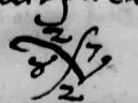
quoties potes et quod manebit scribe ad sinistrum latus crucis, tum ex multiplicante abjice 9. quoties potes, et quod manebit scribe ad dextrum latus crucis, quae duo multiplica inviem ex quibus quoties potes abjice 9. et quod manebit scribe supra crucem, demum ex producta quoque summa abjice 9. quoties poteris et quod manebit scribe sub crucem, et si summus character cum inferiore crucis character erit aequalis, bene ad se operatum. h. m.

```
  72
  11
 ----
  72
 72
 ----
 792
```



NB. Si in crucis multiplicatione duo characteres prodierint adde ipsos duos et tum 9. ex illis elicias, et quod manebit illud cruci supra scribas. ut,

```
  98  multiplicandus
  88  multiplicans.
 ----
 784
784
 ----
8624
```



DE DIVISIONE AEQUALI, seu Partitione.

Divisio ad quam numerus a numero toties subducitur quoties in eo habetur quotus. Hic enim tres dantur numeri, scil. Dividendus, Divisor et quotus seu quotiens.

Divisio quae fit numeris ad { Aequalis vel Inaequalis } quam alitur Regulam Societatis Consortii et Regulam Exercitatorum vocant.

Quomodo instituitur aequalis divisio numeris?

1. Dividendus superiore, divisor inferiore loco collocetur, et quidem ultimus divisoris numerus ultimo dividendi subjiciatur, si scil. ultimus divisor vel ultima divisoris nota, ultimae dividendi notae vel aequalis fuerit vel major vel minor. h. m.

$\frac{75}{7}$ ($10\frac{5}{7}$ sic $\frac{78}{5}$ ($15\frac{3}{5}$

NB. Si numerus numerum faciat per aliquem factum dividat per annexum.

tum Cifras post omnes Numeros scribantur, tum lineâ ductâ sub lineam scribantur, et tunc cum Numero multiplicatio instituatur. ut

112	112	112
100	10	1000
11200	1120	112000

3. Si Cifra in medio Multiplicationis fuerit, negligitur quidem illa in multiplicatione, sed sequentis producti primus Numerus non subscribitur Cifras, sed sequenti Nro, ut

112
109
1112
112
11312

4 Si tam multiplicans quam multiplicandus habeat ad dextram aliquot Cifras, sive aequales sive inaequales, eas quot sunt omnes connumera, atque ordine subscribe sub lineam, posita sequentis characteris multiplica vulgari more, quod provenit praepone Cifris et ~~provenit~~ factae est multiplicatio: h. m.

1000
100
100000.

Aliud
2000
1000
2000000

Aliud
10000
1000
10000000

PROBA MULTIplicationis, est 2plex.

1. Productum divisum per Multiplicantem et si prodierit multiplicandus recta est operatio. ut

72
11
72
72
792 } 72
11

2. Ex Multiplicato abjice 9. totiens,

quo

# Barát	12
Bot	12
	24
	12
	144.
Táska	12
	288
	144
	1728
Darabkinyer	12
	3456
	1728
	20736
Lyuk.	12
	41472
	20736
	248832
Egér	12
	497664
	248832
	2985984.
Egér fiak	12.
	59719681
	2985984.
Summa	35831808.

COMPEN

COMPENDIUM Multiplicationis.

1. Si Numerus aliquis multiplicandus est per 10, numero superiori adjiciatur una alla Zifra, et Praeta est Multiplicatio.

h.m. 112
10
1120 Ecce habes Multiplic.

Item. Si per Centum Numerus aliquis multiplicandus est ei adjiciantur duae Zifrae. h.m:

112
100
11200 Sic habes.

Item. Si per Millia, Zifrae tres ei adjiciantur. h.m: 9112
1000
9112000

2. Si Numerus aliquis multiplicandus est per 10 vel 100, vel 1000 vel 10000 etc. ubi Zifrae sunt in fine

Digiti < 22 / 27 × 8 / 3 > Distantiæ.

1 4

Composita Multiplicatio fit cum numeri Compositi retinentur. Fit ergo

1. A majori Numero subscribatur minor ita ut versus dextram primus primo, 2tus 2do, 3tius 3tio &c subjiciatur

2. Inferiores tenenti sunt in superiores, et productum subscribendum directe suo ordini, ita ut initium semper fiat sub eo ordine et numero vi multiplicat. Producti Numerus si est Compositus, alter in mente vel Tabula reservatur, et sequenti producto addatur, et continebitur operatio. h. m.

```
      9 8 6
        4 8
    -------
    7 8 8 8
  3 9 4 4
  -------
  4 7 3 2 8
```

3 Addantur in unam summam partialia producta et practica est multiplicatio.

Exemplum,

Vagyo 12 Barát, mindeniknek vagyo 12 Bottya, mindenik botban vagyo 12 Táska, mindenik Taskábán 12 darab Kenyér, mindenik darab Kenyerben 12. Lyuk, mindenik Lyukban 12. Egér, mindenik Egérnek 12. Fiavallyo menyit tesen summa sserint. Vart. et invnies ff

Quae fit Numeris est { Simplex vel Composita.

Simplex fit vel per Tabulam Cebetis et haec est optima, vel per Digitorum flexuram seu Pigri Regulam.

Simplex multiplicatio est cum singuli Numeri in singulos ducuntur, Tabulam Cebetis ante Numeraonem vide, (Cabacum intermisimus quia nullius usus est) Digitorum flexura per digitos non ex scripto addiscitur.

Quomodo instituitur Multiplicatio per Regulam Pigri?

Describe numeros multiplicandos duos, unum supra alterum et vocabis Digitos, deinde distantiam utriusque ad decem, ad suum latus, et vocabis distantias, quo facto, si duo Digiti simul juncti vel decem vel plus faciant, multiplica distantiam unam per aliam, et productum, si tantum unus character sit, subscribe Distantiis in recta lineola, tandem subtrahe

dis

distantiam quamcunque a digito per Crucem et residuum subscribe Digito, et habebis, ut cum quaeritur, quot sunt septies novem, h.m. scribe:

$$\text{Digiti}\left\{\begin{matrix}7\\9\end{matrix}\right. \times \left.\begin{matrix}3\\1\end{matrix}\right\}\text{Distantiae}$$

$$\overline{63.}$$

1. Si vero in multiplicaone Distantiarum producat Numerus 2bus Characteribus scribendus, character dexter Distantiis subscribatur, sinister vero in mente reservetur, vel in Tabula notetur et residuo addatur. h.m. Cum quaeritur, quot sunt quinquies octo,

$$\begin{matrix}5\\8\end{matrix} \times \begin{matrix}5\\2\end{matrix},$$

$$\overline{4,\ 0}$$

2. Cum vero duo Digiti simul juncti minus quam decem faciunt, sic operaberis, cum Distantias multiplicaveris, characterem sinistrum utrique digito adjungas et sic demum subtractionem per crucem instituas, e.gr. quaeritur, quot sint bis septem?

Subtractio est qua Numeris duobus datis minor ru-
fertur a majore

Quomodo fit Subtractio Numeris?

1 Majori superiori minor subjiciatur; ita tamen ut prima
nota primae secunda 2dae 3tia tertiae, & sic consequen-
ter respondeant

2 Operatione a dextris ut in additione facta numeri in-
feriores singulorum ordinum a superioribus subtrahantur,
& residuum lineae directae subscribetur.

3 Cum numerus superior & inferior sint aequales, cifra seu
nulla subscribatur ut:

9 7 6 4
8 7 6 4
1 0 0 0

4 Si superior numerus minor est inferiore, inferior sub-
trahatur ex denario, & addatur superior residuo atque
subscribatur, hac tamen lege, ut proxime sequens
numerus inferior puncto notetur, sicque unitate augeatur.
ut:

9 7 6 4
8 8 7 6
0 8 8 8

5 Si superior est cifra inferior subtrahatur ex denario
atque subscribatur, hac tamen lege ut proxime sequens
numerus inferior puncto notetur sicque unitate augeatur
ut:

9 0 0 0
8 7 5 6
0 2 4 4

PROBA SUBTRACTIONIS.

Triplex

Addo cum productos inferiorem Nrum et si provenerit
superior, bene operatum est ut.

16 60
15 45 Addo
01 15
1660 provenit superior

2. Productum a superiori nume-
ro subtrahe, quod si provenerit in-
ferior bene operatum est, ut,

1660
1545 subtraho
0115
1545 provenit inferior.

3. Vel abjice 9. quoties potes
ex 2do quod 3tio nulla habita ra-
tione ordinis aut loci, quod residuum
servatur, similiter ex superiori, reji-
ce 9. quoties potes, quod si re-
siduum aequale fuerit priori re-
siduo, bene operatum est, ut,

1660
1545 ✗4.
0115.

DE MULTIPLICATI-
onem.

Multiplicatio est qua nu-
merum per alium toties augemus
quoties ille unitatem in se habet.

quae

addendos numeros primo. Vel summo loco.

3. Et quod manifst in Subtractione, divide per numerum eum per quem supra multiplicatas, perem fiet a quo progressio Nomen habet.

NB. Demptio tamen ex eo semper ante divisionem uno fro, ut si sint tres tu divide per 2. Si sint quatuor tu divide per 3, si sequinq; tu per 4 &c.

Et quotiens ostendit summa ut exemplum ex proportione 3pla

| | | |

2
4
6
8
10
12
14
16
18
20

In hac progressione sunt Numeri 10
Primus cum ultimo faciunt 22
Multiplico sive per dimidium 10 numerorum sive per dimidium -- 22 h. m.

$\frac{22}{5}$ sive $\frac{11}{10}$
110 110

PROBA PROGRESSIONIS Arithmeticae

Proba hujus eadem est, quae est Additionis sive instituatur per crucem repiciendo 9 sive per Subtractionem.

Quomodo utimur hoc Compendio Additionis Quorum progressionem Geometricam appellant Rs.

Tunc quando tales Numeri sunt addendi quorum secundus quoties in se includit primum Numerum, toties tertius secundum, quartus tertium, quintus quartum & sic deinceps usque ad finem quoties res poposcerit.

Si

Si bis in se includat Numerus secundus primum, tertius secundum, &c. Vocatur proportio duplicata, si ter triplicata, si quater quadruplicata &c.

A. Exemplum in proportione 2pla.

3
6
12
24
48
96
192

II. Exemplum in proportione 4rupla

1
4
16
64
256
1024

Operatio

Si igitur talium Numerorum quot sint, Summam citò, & compendiose vis addere sic operare per multiplicationem.

A Ultimum Numerum multiplica per proportionem illam, per quam omnes Numeri sunt multiplicati seu per illam proportionem a qua proportio nomen habet scilicet ~~significet~~ 2pla 3pla &c.

II A producto ex multiplicatione subtrahe primum numerum progressionis, i.e. illud quod est inter addendos

Quintus denar 11
Sextus denar 12

II Exemplum ubi separant duobus denar

2
4
6
8
10
12
14

III Exemplum ubi separant quatuor.

6
10
14
18
22
26
30
34
38
42
46.

Operatio hoc modo sequitur

Si igitur talium numerorum quod sint cito & compendiose vis addere. sic operare per Additionem

1 Numera quot sint numeri addendi; ut in hoc tertio Exemplo 11. quos nota

2 Adde numerum primum (scilicet hic 6) & ultimum scilicet hic 46 & faciunt 6

46
52

3

3 Summe medium sive ejus quod venit in additione, sive ejus de quo loquitur primum regulisitum, quod hic est 11. ut in hoc exemplo summo medium hujus scilicet 52 cujus medium est 26 & cum hoc dimidio multiplica numerum illum cujus medium non sumpsisti ut in hoc exemplo, is numerus est 11 cum addo h. m.

26
Multiplico 11
26
26
Addo 286 Ecce Sua omnium.

4 Exemplum ubi augetur per Tres

3
6
12
15
18
21
24.

In hac Progressione sunt num[illegible] 8
Primus est — — — [illegible]
Ultimus est — — — — — 24
Hi additi faciunt 27
Par Numerus 8. medium est — — 4
Multiplico cum eo quod venit in additione 27
4
108 Suma

5 Exemplum ubi augetur per duo

Crucigeros sic addo 45
94
139 Summa Crucigeror.

Sed sic Summa simul omnium Nummorum varij gris cognoscere non possum, prestat ergo per primum modum redigere omnia in nummos minutos.

PROBA additionis

Quotuplex est Proba Additionis R. 2plex.

I Vulgaris & minus certa est hac, abjuciatur
9. toties a numeris additis, quoties fieri pt, & similiter a Summa producta & si residuum utriusq; aequale fuerit bona estimabitz operatio Ut:

2345
6789 8 8
9134

II Tic per subtractionem eq. Numeror additorum unum ab integra Summa subdue & si residuum istius aequale fuerit superiori residuo infallibiliter bona est operatio. Ut:

ut

2345
6789
3576
12710
23.45 Subtraho
10365 reliqua addo
10365 aequalia sunt

COMPENDIUM ADDITIONIS

Quod alij vocant Doctrinam, alij Seriem progressionis

Progessio hac est duplex { Arithmetica / Geometrica quae alias vocatur Proportio Geometrica

Quando utimur hoc Compendio Additionis?

Quod progressionem Arithmetica appellant, Tunc quando tales plures numeri addendi sunt, quor singuli sese ordine per aequales excessus superant.

1. Exemplum ubi superat unitate

Unus debet	elen.	7
Alter	elen	8
3tius	elen.	9
4tus	elen.	10

5tus

numero, tres Numeri exurgunt, secus quam sic addi nō possunt

Quid si deberent addi aurei, Imperiales, quadrantes, Ducka, Grossi, Crucigeri, Polonici vel Ternarij, Nummi minuti & Oboli quomodo hac debent addi R. Duobus modis

1 Omnes hos varij generis nummos prius deberē in minutos redigere vel omnes in Grossos, vel omnes in Crucigeros, vel omnes in Ducatas, vel in quadrantes & postmodū addere, Hoc autem posset fieri per Regulam Detri directam, vel per divisionem, ut in Fine hujus libri de eo habes hoc modo

Unus debet	10	Aureos
Alter debet	10	Imperiales
Tertius de:	12	Grossos
Quartus	45	Crucigeros
Quintus	24	Ducatas.

Hæc addere nō possum, sed prius resolvo in numeros hoc modo.

Aureus 1 habet denar 300 E. 10 Aurei
300
3000

Imperialis 1 hē de. 150 Ergo 10 Imperiales
150
1500 Nummi

Grossus 1 hē den. 5 E. 12 Grossi
5
60 Nummi

Crucigeri

Crucigeri 3 hē den. 5 E. 45 Crucigeri
5
225 | 75 Nummi

Ducka 1 hē den. 10 E. 20 Ducka
10
200 Nummi

His sic in Nummos redactis Colloca sic

3000
1600
60
75
20 Addo
4755

Totius pecuniæ Summa = [illegible]

2 Aureos omnes sejunctim positos addas, sic imperiales sejunctim &c v. g.

Unus debet	10	Aureos
Alter	12	Imperialibus
Tertius	29	Grossis
Quartus	27	Aureis
Quintus	39	Imperialibus
Sextus	45	Crucigeris
Septimus	94	Crucigeris

Aureos sic addo 10
27
37 Suma aureorum

Imperiales sic addo 12
39
51 Summa Imperi.

3 Si oriatur Summa quæ uno characterē scribitz illa directē suo ordini subjiciatz ut Unus mihi debet 1235 alter debet 2443 Tertius 3121

Summa 6799.

4 Si oriatur Summa quæ duobus characteribus scribitur, tum Additio dupliciter fit:

Primo Is character qui est ad dextrā, subscribatur ordini suo, & qui est ad sinistram, vel in mente reservetur, vel seorsim in Tabula notetur: ut:

2563
4859
3998 2

Summa
16420.

Secundo is character, uterq; sive sint duo, sive tres, unius ordinis scribatz, prior sub primo ordine, 2dus sub secundo, tertius sub Tertio, & sic consequenter: ut;

9999
1235 } debent
2443
3121

18
18
16
15 hæc jam denuo addo

16798 hæc est summa

Aliud
874
998

12
16
17 hæc addo 1872 Summa.

798
798
798
798
798
798
798
798
798
798
798
798
798
798
798
798
798
798

136 Addo hæc
153
119.

13566 Summa.

Notes hanc postremam Additionem tam esse necessariam, ut quando vel ex Monodicorum, vel Denariorum vel Centenariorum numero

Quartus seipsum Millies vel Millenarium ut 2345 effertur hoc modo Duo millia trecenti, & quadraginta quinq.

Si autem plures sint Numeri quam quatuor. h. m. proceditur.

A dextris exortis, post tertiam quamq. notam lineolam ducas, & tunc juxta hos versus efferas.

Millia dic primum, dices Millena secundum

Inde per Es reliquas exprime rite notas.

E. G. Summa Thesauri a Sardanapalo, hæc est.

145/000/000/000/ Sicq. effertur.

Centies, quadragesies, quinquies, millies, millies, millena, millia.

Alius Numerus.

12/345/678/900/987/654/321. Sic effert.

Decies bis millies, millies, millies, millies, millena, millia trecenties, quadragesies, quinquies millies, millies, millies, millena millia, Sexcenties, septuagesies Octies, millies millies millena millia, nongenties, millies millena millia nongenties, Octoagesies septies millena, millia, sexcentum quinquaginta quatuor millia, trecentum & vigintiunum.

Aliud Exemplum

Salamon consumsit ad ædes Dni Coronatos, quorum unus valet nostrum aureum vel paulo plus: 13

695/380/050
es, na, ca

Aliud

Aliud Exemplum

Augustus Cæsar, quotannis exposuit aureos pro militibus 12/000/000
na ia.

Clasius edoctus ex Scriptis Archimedis, dicit si ad summos usq. Coelos arena minutula mundus impleretur, hunc numerum illo adhuc majorem esse

1 | 000 000 000 | 000 000 000 | 000 000 000 | 000 000 000 | 000 000 000 |.

ADDITIO

Quid est Additio?

Additio est duorum vel plurium numerorum in unam summam collectio. Et fit vel Calculis vel Numeris

Quomodo fit Additio Numeris? R.

1 Numeri in unam summam addendi, ita collocentur, ut initio a dextris facto, Monodici Monodicis, Denarii Denariis, Centenarij Centenariis, Millenarij millenarijs subjiciantur.

2 Lineola subducta, singulorum ordinum numeri in unam summam redigantur, initio operationis a dextris facto h. m. Primo Monodici Secundo Denarij. Tertio Centenarij, Quarto Millenarij & sic usq. ad finem.

3. S.

TABVLA CEBETIS

2	2	4
	3	6
	4	8
	5	10
	6	12
	7	14
	8	16
	9	18
3	3	9
	4	12
	5	15
	6	18
	7	21
	8	24
	9	27
4	4	16
	5	20
	6	24
	7	28
	8	32
	9	36
5	5	25
	6	30
	7	35
	8	40
	9	45
6	6	36
	7	42
	8	48
	9	54
7	7	49
	8	56
	9	63
8	8	64
	9	72
9	9	81

Species Arithmeticæ sunt
Numeratio
Additio
Subtractio seu Subductio, Ablatio
Multiplicatio seu Ductio
Divisio seu Partitio

DE

DE NUMERATIONE.

Quid est Numeratio?

Est Numeri recta Notatio & Enunciatio

In Numeris autem exprimendis variasoni & Vo authores adhibuerunt Notas

Primo omnium Latini adhibuerunt lapillos, quos locarunt calculos.

Post singulari digitorum flexura & positu, numeros adhibuerunt, h. m. In Veterato septem his numeris adhibitis, negotium numerandi expediri coepit scilicet. A quod valet unum V quinque L quinquaginta, X decem. C centum, D. quingentum M. Mille.

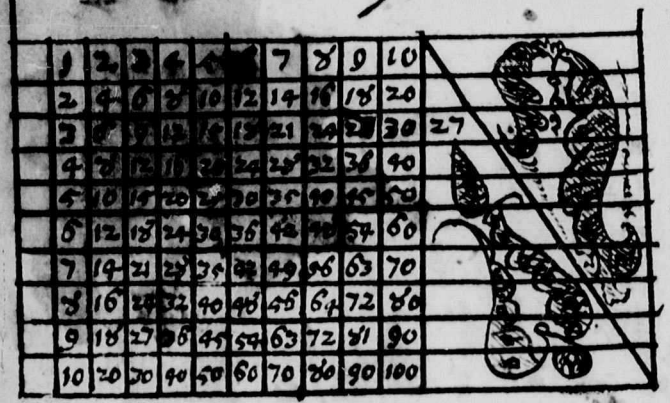
Nota inter has literas numerales si minor, majori proponebatur, minor tantum sustulit ex majori, quantum ipse significabat, sin postponebatur tantumque addidit ut ex gratia. IX scat 9 IIX scat 8 XL scat 40. LX scat 60 LXX significat 70. &c.

Quomodo fit Numeratio Numeris?

Si plures sint Numeri more Hebræorum & Arabum, vel Turcarum a dextris procedimus versus sinistram, & numerus a dextra scat numerum Monodicum vel seipsum, alter seipsum Decies, vel Denarium, Tertius seipsum vel centies, vel Centenarium.

Quartus

Artificiosissima Figura hoc est:



	1	2	3	4	5	7	8	9	10
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

ARITH

METICA

Etc ars bene numerandi

MENSA PYTHAGORAE.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	4	6	8	10	12	14	16	18	2
	9	12	15	18	21	24	27	3
		16	20	24	28	32	36	4
			24	30	35	40	45	5
			36	42	48	54	6
				49	56	63	7
					64	72	8
						81.	9

Qua=
dra
ti
nu=
me
ri

TAB.

Nr. 1516

ARITHMETICA

Nam quamquam sapor est ~~dulcis~~
ablata dulcis in unda
Gratius ~~est~~ ex yro fonti bibuntur
aquae. ~~Margita~~

A A L L L L I E E F F G H I A A
E

Desinyeinci meg Fugattan
Pazdaffrony b 2 Ut 2 Januarij
o'z Hanifel Rfonin Tohy



(2) Junius IV. Non. & VIII. Id. numerat, quarum summa est XII. additis II habes XIIII. hinc V. subtracta ostendunt IX. Junii.

(3) December diebus XXXI constat. Itaque a XXXIII. subduc XII. habebis XXI. Decembris

(4) Januarius IV. habet Nonas. Ergo a VI. subtractis IIII. remanent II. Non i.e. pridie Non Januar.

(5.) Majus VI. Non habet. Si igitur ab VIII. subducantur VII. relinquitur I. adeoque sunt ipsae Nonae Majae.

(6) Idem Majus VI. Non. & VIII Idus numerat; ex quibus fiunt additis duobus, XVI. unde si XVI subducantur, remanet nihilum. Itaque dies hic in Kalendas incidit. Atqui Majus mensis numerat dies XXXI. adjice duo & a XXXIII subtractis XVI. habebis XVII. Kalendas Junias.]

Joseph ius

II dies Joseph

Ferdo Melany Medic Equi Ritsalis

Rusus

Lilali

Nat hodie N. hit datitis bo[illegible]

Memoriæ dignum.

Quando non adolescentulos modo, sed & viros hæsitantes vidimus circa dies, ex Romanorum more numeratos, qd eos ad nostram rationem sine Kalendario aegre redigere sciebant; excogitavimus præceptum generale, quo id facillime potest confieri: modo hunc versiculum memoria teneamus:

Majus sex Nonas, October, Julius & Mars.

" Scilicet numerum Notarum vel solum,
" vel additis Idibus, vel denique numerum
" dierum totius mensis auge binario: & ab
~~" iis dies Romanus est~~
" Summa datum diei numerum subtrahe, sive
" is dies Romanus est, sive hodiernus Euro-
" paeus. Residuum dabit quod quærebas.
" Ex. c.

Quæritur, qui dies Europaeis hodie sint (1) III. Non Quinct. (2) V. Eid. Jun. (3) XII. Kal. Januar. & Contra, (4) quo nomine 4. Januar. (5) 7. Maji, (6) 16. Maji Romani adpellaverint?

Hæc Problemata sic solvuntur:

(1) Quinctilis VI. Nonas habet. Adde II. fiunt VIII. unde subtractis III. dato Nonarum numero, remanent V. Itaque III. Non Quinct. nobis ē dies quintus Julii.

(2) Jun

23. concipi ut progred. tt. ad tria, v. 7. v. 12. v. 24. v. 60.

De raone Nrandi Hebr. Grecos et Romanos manos.

§. 39. 40.

– Dat alia etiam proba ex gr. per subtract.

Obs. si Nri Summandi multi sint, ut Series unit. decad. & longe sint &c. quomodo operaõ peragenda.

Vel 1.) Nri in aliquot partes secents &c.

Vel 2) Summe singulas series separat. describendæ et denuo addendæ.

Vel 3) Ordinarie, ut unitas seriei unit. decas decadum & addatur.

Ad §. 52.

1) Raõ in Gre ē illa duas quant. homog. ad se relaõ, qua una determinat. ex alia –

Ex. 7–5. 24. 8.

Expl. – Termini raõnis quid?

Usus Doct. de raõne in Mathesi –

In vita Communi – Quia ptia res semper ad res raõnem cert. – Ita etiam nummi diversi –

De raõne &c. infra ex professo agetr, nec hic loco satis convenienti –

Interim Ad. hoc loco pposuit ipsas Def. – quia Tract. hinc expl.

2) Raõ æqualitatis ē si termini Raõnis sunt = Raõ in æqualitatis. –

3.)

Hinc patet 1. loco 2do scare duo; loco 3tio bis duo h. ē 4 loco 4to bis 4. h. ē 8 et sic porro ati in Decadica &c.

In Tab rāonem nrandi Dyad. referente in serie qualib. vertz. Quolib. Cyphra totius occurrit sibi subjuncta, quantus ē valor in serie qualibet, localis.

Exempl. Addit. in Dyad.

11 = 3	1001 = 9
1 = 1	101 = 5.
100 = 4	1110 = 14.

Subtractio.

1001 = 9.
101 = 5
100 = 4.

Multiplicatio

1001 = 9.
101 = 5
101101 = 45.

Divisio

45 = 101101	1001 = 9
5 = 101	
101	

Hinc patet modz. computandi in Dyad. ēē valde facilem, sed laborem scribendi maximum. Hinc Decadica iure profertur.

Arithmetica. Tetractz. Weigelii.

Quatuor habet Characteres.
modus nrandi et computandi.
In aliis etiam rāones nrandi poss.

Concipi

10. Ad Arith...

17. Hinc una alterius et v.v. proba ē pott.
Sign. Divis. sunt Duo:

§. 20.

Hoc Ppōo im medt seq ex Ppio contradict.
Ponamus enim idem n̄ ēē =

§. 22.

Demonstr. Hypoth. $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ Tres $A=B$. vel $B=A$.

Hyp.
$6+2=8$
$5+3=8$
$\overline{h.\ 6+2=5+3}$

Q. st = illa — Sed $A=C$ Eg.
Ubicunq ē C. in ejus loc. poss. substt. A.
Sed in $A=C$ — Eg. in $A=C$ loco C poss. —
Cons. $A=B$.
Ex. Duo. Turres Duo homines.

§. 24.

Pars prior Demōstr.

Hyp.
$5+1=6$
$7+1=8$
$\overline{h.\ 12+2=14}$

Hypoth. $A=B$. Tres $A+C=B+D$.
$C=D$.
Idem ē oquale sibi. Eg. $A+C=A+C$.

$A+C=A+C$. §.20.
$A=B$. hyp Qu sunt = Sed $C=D$. Eg. C. pott.
$\overline{A+C=B+C}$. §.20. Eg. $A+C=A+D$.
$C=D$. hyp.
$\overline{A+C=B+D}$ $B+D=B+D$. Sed $A=B$. Eg.

Q.E.D. A substt. pott. pro B. Eg. $B+D=A+D$.

$A+C=A+D$. } ex Pced. Concl.
$B+D=A+D$.
$\overline{A+C=B+D}$.

Pars posterior.

Hyp. $A > B$.
$C=D$.
Tres. $A+C > B+D$.

8. 7 6.
4 = 4.
12. 7. 10. Demostr.

Quomodo vō hoc annum. fit? n̄ aliter nisi unit. illa quæ in uno cont. successive unitat. — Si vō oēs unit. connumerentur tum n̄rus ille qui illas oēs compl. tot plane habebit unitates quot. — Eg. n̄rus ille qui summ. cont. s. invent. erit = — nri vō debent ēe ejusdem spec. quia — §. 4. Ex. sign. Add. ē +

§. 10. 11.

Hoc p̄cise Exemplo Trigonom. manif. ē qui —

§. 12. — 14.

Hujus qq. ex Casib. sing. noō. dist. form. pott. Ex. — Hinc Subtr. ē illa spec. compl. quando a n̄ro majori alia minor. —

Quum vō n̄rus subtrahend. consid. pott. tanq. totum et id qd subtr. tanquam pars. Hinc manif. ē qd si pars illa unit. quæ in minori s. subtr. cont. a subtr. tanq. toto aufer. pars adhuc unit. remanet in toto, et illa p̄cise parte majus ē totum s. — subtracto — qd ām qd remanet ē n̄rus inventus.

Eg. tanto p̄cise major ē subtrahend qui — quantus ē n̄rus inventus s. quot ille unit. —

Eg. n̄rus inventus indicat quanto sit major subtr. — s. quænam sit differentia —

Hinc porro sequitur qd. si ad id qd remansit in subtr. tanq. toto, iterum addam id qd inde subtract. summam fore =.

Eg. si ingent. addatur ad subtract. tum — signum subtract. ē —.

§. 15. 16.

Def. — Expl. ex noone comm.

Obs. Similit. et differ. inter addit. et multipl. Sign. Multipl. est. vel. x

§. 17. 18. 19.

Def. — Expl. ex noone Famil.

Obs. 1. Simil. et diff. inter Subtr. et Divis.

2. Simil. inter multipl. et Divis.

Hinc

Quantt. varia ēē pott. Ex.
Semper vō talis Summend. ē unitt. cui illa resp.
nōo ad qm̄ attend. in nr̄ando. Ex.
Et nulli nr̄i — Etenim quandoc. plures compon.
v. quandoc. inter se compas. nr̄os, id fit eum
numerum. Jam vō nr̄us quilib. ex iisdem
tt. modo pott. Constt. unitatib.
Praeterea nr̄i inter se compos. n̄ poss. nisi
certam hab. ad se rationem, ad hoc vō requi
ritur, ut ex iisdem constt. unitatib. ex Supes. — Ex.

§. 5.

Nr̄us fit — In quolib. nr̄o adest multitudo
s. Quantt. Jam vō quolib. Quantt. augeri et
minui pott. Conseq. — Augeri vō nr̄us si —
ut ex sensu communi hoc patet.
Nec plures — Etenim in oī Quantt. hae tt. tres
concipi possunt mutationes nr̄p. —

§. 6.

Si nr̄us — Etenim oēs nr̄i v. aequal. sunt, v.
inaequal. Cons. Duo tt. modi —.
Quatuor tt. sunt §. 8. Species — fundamentales sim
plicior.
Etenim Species Computandi ē mo
dus numeros quosdam datt. ita inter se compas.
ut novus ex iis nr̄us inveniatur. —
Jam vō 4. tt. dantur modi numeros ita — Ex.
minor patet ex §§. 5. 6. 7. majorē Def.
Obj. Dantur et aliae, ex. Regula trium, Elevatio
ad Potentt. Extrac. Rad. &c. Resp.

§. 9.

Def. hanc intell. si eam a Causib. sing.
abstr. Ex. — sic obtin. hanc Additt. nōonr.
qd Add. sect. ad nr̄um aliq. plures diversae magn. —

Quomodo —

Praeterea etiam ad nros fractos haud commode pott. extendi

Conseq. alia Def. praeferenda.
Aliam praeterea notemus Def. nri. Inter necesse est ut antea def. quid sit Unum?
– Dum Quant. aliq metiri volum. –
h.e mult. part. – tum necesse – ut sumam part. aliq tamqm cognit. – quae etiam mensura adpellatur. Cons. Mensura et Unit. idem scant.

Quum vo unit. pro lub. varias assum. poss. hinc in qualibet Quant. variae et diversae poss. unit. concipi?

Pars hoc qm ut cogn. – vocatur unitas s. unus. Ex. Decum Pond Libra. Longit. Arcae. –
Porro dum metiri volo – necesse e ut determ. qm praecise habeat raom s. proportn. multitud. part. ad unit. assumt. qd semper fit ope nri.
Hinc nrus e Rao illa qm habet Quant. una ad aliam pro unit. assumt. Ex.
Rao vo n pott. ee nisi inter Quant. homog. Cons. unitas debet ee homog. illis quae in numero continentur.

NB. Nrus n e confundr cum signo ejusdr de quo infer. Def. nrus determinatus et indeterm.
Ex.
Nrus numerans, et nrus nratus.
Ex.
Nrus integer, et fractus.
Nrus raonalis, qui unitati commensurabilr. irraonalis. Ex.

§. 4.
Quivis – Ex Def. nri – unit. vo illa in qualib.

Quant.

13. Ad. Arithmeticam.

In Mathesi agendū primo loco de gratissimis Quantitt. Adfectū. talis ē nrus Es.
Conseq Arith ~~ē 2plex Theor~~ primo —
Arith. ē 2plex - Theor. et Pract.

§. 1

Def. — Hoc loco Pract. tt Arith def.
Ad. Quia — Interim hic utraqs, conjungitur.
Computare quid sit? e datis quibusdā Casibus Sing. elici.
Ex. Si quis exp. — — dicitur Comput.
Item — —
Hinc Arith. ē certa pars Artis inveniendi et ex hac Reggrales illius Artis abstr. poss.

§. 3.

Def. — Est hoc def. satis clara. Interim Exerc. cāa ostendū quomodo ē Casibus Sing. abstr. poss.
Ex dum aliquis scire vult quanta pecun. Summ. in Marsup. quod contin. Certam monetæ speciem sumit, — illi adjungit — et s. p.
Quod si vō maius aliq frustū in manus tum n̄ adjungit tanquam unum reliq. — sed
Est vō hoc def. Ang suo Def — nam nrus n̄ tt. in pluribus individ. sed et in pprietatibus illorū locum habet — np. in Quant. Intens.
Præterea

§. 27.

In. Philos. hæc Methodz. n̄ potest tanta cum accus. Observari qm̄ in Mathesi Sextim Geom.
Quare. –

11 Ex nōnib. fiunt Judicia dum illa —
et quidem Aff. v. negat. —
Ex. Totum ē = oib. partibus.
An vō Axiomata demostr. poss. 2 omnino.
ut plurimum. Sed n̄ ē necesse.
Quidam etiam minus evidentes ppositiones
sumunt pro Axiom. qui scil. maiori intell.
vi et Cognit. excell. gaudent.
Ex. Circulus §. 18.
Quadrat.
Quomodo Def. realitas nominalis proband
§. 19.
Experient. qq refert. inter ppia — Quia —
Attend. autem ne vitium subrept. cōmitt.
Quod si veritas ppōnis per se evidens n̄ sit tum
demostr. Quia
§. 20.
Alia Def. Illius connex. cum prior.
§. 21.
In oī Prop. Prod. trib. subi. v. ab eo remo-
vetur.
Jam Prod. determ. v. per nōn. subjecti, aut
aliqua ejus circumst. vel non.
In priori casu prop. univ. aff. vera ē;
In post. Univ. hypoth. vera ē. —
Id vō per rāōcinia ex utriusqs. def deducta
proband. Ex. Ang. vertic. sunt =.
§. 24.
Ex. numeros datos addere. circul. describere
Alia Definitio §. 25.

§. 27.

Criterium nōōnis distr. si verbum comm.
Quod Ar. pro Def. sumit tanqm Attrib. propr.
Quomodo nōō confusa differt à Clara. Item
An criterium nōōnis Distr. sit hoc certum si
quis eam verbis comm. de his in Log.
Nōō distr. ē vel. Compl. ab oīb. aliis &c.

§. 10. 11.

– Cons. qui adeqs. habet nōōnem notas no-
tarum. enumerare valet. E. cons. –
Ex. Scient Mathes.
Hoc Analisis. nōōnis ulterius qq continuari potr.

§. 2. 3. 4.

Def. Definitionis non satis accur.
In Def. nomin. rec ens. Essentr. v. attributa, per
quae res ab oīb. aliis in omni casu. –
Cur nominr. adpellatr.
Ex Def. nomin n patet rem ēē possib.
In Def. Reali duo requir. 1.) ut ea ostendan-
tur ex quibus. – 2.) modus.
Ex. Triang. Pluria.

§. 13. 14.

Ex Quadratr. Addit Rāo Arithmetica

§. 15.

Ex Tellescopr.

§. 16.

Prouti tres praecipuae st animae humanae facultr.
Cognosc. 1.) Fac nōōnes form. s. repsentr.
2.) Fac nōōnes duas inter se &c. s. Judicium –
3.) Fac Judicium ex aliis eliciendi s. Rāo.
Ita nos ubi objectr. pmae nōōnes consid.
jam ad Judicr. &c.

Ex nōō

9. sensu debet quilibet nosse, quilib. enim ipsemet sentit, quid illud in anima sit, dum rem aliqm rependenti ita ut Def. artif. condita, magis forte rem obscur. redd. qm in clara luce &c.

Ois Noo qq. illa demum sit — notas rei repdentes in se continere debet. nam. —

§. 6. 7.

Nomina hoc — desumta st a luce —

Ex.

Obi. Hac def. noo clara ab obsc. n satis discernitr. nam quolibet noo debet ee sufficiens ad rem ab aliis distr. — Etenim ois continere debet notas —

Resp. Id ver. e qd noo clara in pluribz casibz simul et obs. dici posset diverso resp. quia quantr. a rebz quibzdz distr. valemus e clara, quantr. vo ab aliis n possumz e obscura. Jam vo dantr. plures casus — Ex. gr. si albi quidquam in Campo — tum

Hinc noo clara consqs. simul etiam obs dici pott, donec agnosc. rem quidnam pcise sit. Individ et ab aliis individ oibz discernere. —

In hoc vo jam casu obscuritas n pott. amplius tribui nooni, sed e plene clara consequ. dantur gradus claritatis et obsc. — et pro ut gradus claritatis crescit in aliqua noone, ita simul gradus obs. decrescit.

Hinc intellz pott divisio noonis obs. in absolz obsc et relatz. f Scilz —

An dantr. noones pdus obscura. omn. in Logz.

§. 8. 9.

Noo distr e clara noo notar, noo confusa e noo notar obs.

Critz.

De Methodo Mathematica.

Res admiratione digna est quod Scient. Mathem. quae inde a prima origine excultae, atque in systema redactae fuerint, inde ab ipsis incunabulis ad nostra usque tempora eandem retinuerint faciem, h. e. dum e contrario reliquae omnes plurimas vicissitudines atque mutationes expertae sunt. ipsa Theol. Philos. Medic. Jurispr. — ita ut vix —

Ratio hujus quaerenda in Methodo, qua — Hinc necesse est ut accuratius inquiramus in Methodi hujus naturam, propr. et Leges quas sequitur.

Eo quidem magis quod magna pars utilitatis, quam a studio Matheseos sperare licet ab ipsa dependeat Methodo. — Accedit quod Methodus haec Animae humanae est naturalis; ipsa quippe ratio has seque Leges in cogitando quas — dum modo quis attendat.

§. 1.

Def. Meth. — ipsa Meth. ostendit, quo ordine propositiones singulae collocari, et quomodo illae inter se connecti debeant — quales sunt —

Necesse itaque est primo omnium loco propositiones hasce expl. — et tandem Leges generales Meth. inde —

§. 2.

Quid sit Def. ut recte intell. oportet rem alius repet. et quid Notio sit quibusve gradibus ad majorem semper evehi potest perfectionem distincte expl. — Verum tamen breviter — quoniam in Logica —

§. 5.

Quid Notio s. repraes. alicuius rei sit est proprio interno

Sensu

7.

De Methodo.

5. Quantitas - ē id quod Augeri et minui potest, Definitur hoc m. quia quantitatibus quantitates addi, et ademi possunt -

NB. Mensura debet esse ejusdem Speciei cum re mensuranda, et in ea Contineri: ut si longitudo mensuranda est assumenda Linea, v. ulna - si Superficies, pars Superficiei v. latitudo -

Addenda -

Homogenea sr quibz communis quidam nod respondet.

Ad quantitatem continuam pertinet quantitas Virtutis, quo referunt vid. et effectus Corpor. Celeritas, vires Intellectus, Voluntatis Ingenii

Numerus e determinata multitudo partium Locum habet in omni Spetie quantitatum.

Algebra agit etiam de Numeris finitis, et Infinitis.

Geometria - e Scientia Extensionis, et modi eam dimetiendi. e v. Theoretica v. Practica, illa diversas figuras Spetes enumerat, hoc applicatet ad praxin transfert -

Sr Matheſi Pura non attendit ad res actu existentes, sed earum proprietates separatim considerando

Matheſis Mista, e qua applicat ad res singulas

Optica acquirit ope radiorum Visibilium -

Catoptrica e Scientia Visibilium qs ope speculorum videnda.

Dioptrica, e Scientia Visib. qs per radios refractos videndi.

Perspectiva e Scientia Deliniandi objectum quale in data distantia et in data altitudine oculo apparent.

Numerus sh Grē e id quod enuntiat rationem inter quantitatem et mensuram s multitudinem et unitatem.

Quantitas e-

3.

Circa Lucem versatur Optica, quæ de visione recta. Catoptrica quæ de reflexa.
Dioptrica quæ de radiis refractis, agit.
Circa Ignem. versatur Pirometria, Pirotechnia.
Circa Corpora mundi totalia, versatur Astronomia
Circa Tellurem Mathesis Universalis, et Geographia Mathematica
Circa quantitates Temporum versatur Chronologia quæ versatur in dimetiendis quantitatum Temporum.
Gnomonica, quæ, ē sci. Horologium Deliniandi
Circa Ædificia et munimenta versatur, Architectura Militaris, et Civilis.

Numeri sunt v. Determinati v. Indeterminati.
Numerus generalissime, est quantitatum affectio.
De Determinatis, agit Arithmetica.
De indeterminatis, Algebra's Aanalysis.
2o Quantitatum propr. Conj. est Extensio; de qua agit Geometria
Mathesis dividitur in Genes. quo refertur Arith.
Analysis et Spetial. quo Geometr. nt.
Geometria, est Iplex Elementaris quae de lineis rectis, et figuris regularibus agit.
et Sublimior, quae de figuris curvis.
Mathesis, 1do Dividitur in Puram quo refertur Arith. Analysis Geom. Trigon. et
Mixtam, quo Mecha, Hidrost. Aerom. Pyroth. Optica et reliqua.
Quantitatum Species sunt Motus, Lux, Ignis, Corpora mundi totalia, Tempus, Aedificia, Tellus.
Motus observatur in Corporibus Solidioribus de quo agit Mechanica, quae quia Corpora v. sunt in aequilibrio v. non, hinc duae sunt ejus partes Statica, et Dy. Dynamica, illa de aequilibr. haec de motu Corpor. Solidior. agit.
De motu Fluidor. Corpor. agit Hidrost.
Hydraulogia Aerometr. In Hydrost. agitur De aequilibrio Corpor. Fluidor.
Hydraulogia de fluidis in motu constitutis.
Aerometr. de aëre ejusque proprietatibus.

Circa Lu

1.

Analysis ad Mathesin.

Mathesis ē scientia quantes metiendi.

Quantas ē multitudo variorum

Multitudo ē quæ constat ex unitatibus

Metiri ē investigare quott quantitates vel partes sint in re, ope quantitatis cognitæ

Quantitas. dividitur in duas partes, in Continuam quæ iterum ē duplicis generis.

Extensiva quæ habet partes extra partes.

Intensiva. quæ n̄ habet partes extra partes.

Discreta ē cujus partes n̄ sunt junctæ i. e. eædem manent si separentur quoq;.

Gradus sunt illa plura quæ in quantitatibus Intensivis concipiuntur.

Quantitatis Intensivæ magnitudo ad quantitatem extensivam non pott quidem proprie applicari, potest tamen ex consideratione certæ quantitatis extensivæ.

Matheseos Objecta sunt quantitates, cujus partes determinantur ab objectis, sunt quæ tott. quott objecta.

Quantitatum proprietates communes sunt prima

Multitudo varior. quæ in metiendo determinari et exprimi debent per Nr̄os. Hm̄c. Oritur. Arithmi

Numeri sunt.

hac docetur modus Tabulam Geog. Conficiendi — 9

ζ Tempus huc 1o Chronologia Math. Scientia tempus dimetiendi et distingrendi. Conseq. Calendr. Conficiendi.

2) Gnomonica Scientia horolog. Solare deliniandi Superquovis dato plano. Ad Math. Apl. etiam referri solent.

η. Munimenta.

1.) Architectura Militaris. 2o) Archi. Civilis. Longe plura dantur adhuc Objecta quorum quantitas determinanda est; vel quædam eorum licet Mathem. pertractata hic vel ibi sint in formam tamen Systh. nondum exercere.

Alia ita Comparata ut eorum quantitas investigari nondum potuerit. De Methodo.

De Methodo.

8. appellatur Hydrostatica q. agit de pressione fluidor. in varia et aequilibr. diversor. Deinde in priori vires fluidi in motu constituti determinatur ex gr. Celer. aquae per foram. effluentis.

b) Aerometria Scientia virium atq. motus in corp. fluid. elast. qualis ē Aer. Agit de oib. q. ad pressionem et motu aëris pertinet.

β) Lux quo pertinet.

1o) Optica Scientia visionis directae.

2o) Catoptrica Visionis reflexae.

3) Dioptrica Visionis refractae.

4). Perspectiva Scientia deliniandi in Tabula gdlib. objectu quale ad datam distantiam et in altitudine data oculo apareat.

γ) Ignis huc pertinet.

1). Pyrometria Scientia de viribus et effectis Ignis in diversis circumstantiis. Sed hoc adhuc in desideratis ē.

2). Pyrotecnia Scientia vires et effectu pulveris pyrii determinandi.

δ) Corpora mundi totalia. huc ref.

1.) Astronomia ē scientia q. versatur circa motu corpor. Celest. et phaenomenor. in iis observatorum explicationem. Cons. docet locum cujusvis Stellae pro tpore dato determinare, s. praesenti s. futuro aut praeterito. Estq. 2plex.

a) Spherica ē Scientia q. ex observationib. ~~et~~

b) Theorica, ex motu et viribus Corpor. Celes. datis Caussam eorum determinandi Scientia.

ε) Tellur. Nostram. huc Geographia Mathem. ē Scientia figur. atq. magnitud. Tellur. et Locum quemlib. in ejus superf. determinare. in hac

fit in lineis Curvis ex Lucis in Athmosphera Planetar. et sursum projector. Corpor.

Trigonometria. ē pars. Geom. cum Arithmet. junctæ oēs hæjam recensitæ Matheseos partes uno nomine simul vocantur Mathesis pura. Quia — Seq. vō Mathesis Aplicata. in qua considerantur.

D. Diversæ. Quantitis Speties in Concreto quales sunt

α) Motus Corpor. 1.) Solidior quo pertr.

Mechanica in Grē ē Scientia Motus. Hæc iter. ē duabus constat partib.

a) Statica. quæ considerat vires Corpor. sibi oppositas et in æquilibrio constitutas. In hac pertractatur. ppia ē quib. Effectus cujuslibet Machinæ determinari pott. et Definitur. quæ nam virium proportio requiratur ad pondus datum in qualib. Machina, ut in æquilibr. sint cum illo, illud quæ movere possint;

b) Dinamica. quæ et Mechanica Strictiori sensu appellatur. inquirit in naam vires effecta aliasq. proprietates Corpor. in motu Constitutor. Hinc 1.) Leges motus Grales pertr. 2) Scrutatur vires mot. producentes in naa obvias. 3). Docet ē viribus datis quæ in Corp. aliq. agunt, determinare speciem motus, viam Celeritatem et vim motus in quovis tporis momento. Aut. v. v. ē Circumstantiis motus vires colligit. Deniq. in Machinis quib. vis à viribus datis certo tpore quisnam pducant. Effectus et v. v. dato Effectu vires invenire docet.

2) Corpor. Fluidor. quo pertinet.

a) Hydrodynamica S. Scientia Virium atq. motus in Corp. fluidis n Elasticis. Hujus pars. in Specie appellatur.

6. calculi gr̄alis quicquid circa Nr̄os eosq Computa-
rium occurrere pott. explicatr. Hoc itēr. ē Duplex
a) Analysis finitor. b) Analysis infinitor. Usus ē
maximus — ē Clavis totius Math. et Physicæ — sine
illa effectus nāæ dimetiri non possumus —
Notari meretr. qd ope Analyseos veritates fere
Mechanicæ per variaōnem quorundā signor. spa-
tio unius minuti elici possunt quib. deducendis
modo ordin. longissā rāotinior. series requireretr.
et integer Dies vix sufficeret.
Algebra ē pars certa Analyseos. Aliis utraque
idem significat, Geometria qq ad Mathesin Univ.
referri pott certo respectu quatenus ejus ope
calculi plures fieri possunt.
II. Mathesis Spetialis Hujus tam multæ possunt
ēē partes quott. diversæ Quanttis Speties dantr.
et quidē consid. hic.
A. Quanttas extensiva in Gr̄e in abstracto de qua
agit. Geometria. quæ ē Scientia extensionis
et modē eam dimetiendi in Quanttib. Hoc con-
siderat extensionem in abstracto et docet quo-
modo oēs ejusdem Speties metiendi, interse com-
parandi in partes resolvendi. Estque duplex.
a) Elementaris, S. Euclidea quæ facilior. tantū ex-
tens. Speties np. Lineas, superf. rectas et quæ his
inclusa st̄ Corpr̄a pro objecto habet inter cur-
vas tantū circulum, ēqz. v. ψ Theoretica ψ vel Practica.
b) Sublignior. Agit de Nāa proprietib. et mens.
Curvr. et superficier. Corpbr̄e exinde ortis — In
hoc v. ex nāa et figura Curvar. data, ope Ana-
lyseos, earūdē proprietates deducuntr. vel v. v. ē pr̄ta-
tib. datis nāa.
Usus in oib. Matheseos partib. et in Physica in-
dispensabilis. scil. motus corpor. maximam partē.
fit in-

Quomodo quanttas intensiva metienda? Quantt. Extensivam debemus pro mensura sumere. ex. gr. Celerit. Calor. An oēs quanttes mensurari poss. Scēt intensivæ? non. Cur ō? in quib. hoc ō succedat? Ex. gr. Vires Intell. magnit. Ingenii.

De Partib. Matheseos.

Partes Matheseos Determinantur ab. objecto qd ē Quan. Quanttas. Jam vō in ea vel illud tt. pott. considerari qd oib. Quanttatib. commune ē v. qd tt. quibusdam ē commune Quod Stat.

1. Mathesis Universalis quæ ē scientia Quanttis Gralis. In illa considerantur propiettes Quant. universales et gralissæ. Quum vō in oi quantt. usu quæd. multitud. part. aut Grad. ipsa multitudo vō part. in Quantte Determinata, Nrum constituat, Hinc patet in Mathesi Univ. Quantt. considerari quatenus illa Nrum constituit S. quatenus in illa Nrus locum habet. Conseq. oēs nror. propiettes variationes, oēsqz. ope calculi in illis produci possunt.

Hæc in duos dispesci pott. partes.

1) Arithmetica Quæ ē Scientia Computandi Nris dterntis: Adeoqz. in illa ii tt. Casus in Nris traduntur, ii Computus pertractantur, qui st magis vulgares et in vita. Communi occurrunt. Arith. usus ē indispensabilis, et quasi clavis totius Math. Hinc præmitti debet partib. Matheseos.

2) Analysis ē Scientia Comp. Nris indetis. S. ē Ars per calculum quantt. generalium verittes eliciendi. v. Methodus resolvendi Problemata Mathematica. In hac Quanttes litteris Alphabeticis designantur aut aliis signis generalib. In hac oēs quanttum propiettes grales pertractantur, et ope calculi gralis.

Mathesis ō ē scientia quantt. Sed quantt̄es metiendi.—
Def. Metiri ē multitudinem partium in quantte incognita ope cujusdam quantt̄is cognitæ determinare. 's ostendere quam cognita aliq quantitas habeat rāonem ad aliam homog.
Def. Quantt̄as homogenea ē ex gr. Sum̄a alicuj, pœcunpondus aliquis, Ager. et Similia—
Def Mensuræ.
Corol. 1.) Mensura semper debet ēe mensurando homogenea.
Cor. 2) Sine Mensura nihil metiri possumus. Consequtō quandocq. metiri volumus certa sumenda ē quantt̄as cognita homogenea, 's mensura, v. unit. quæ adeo ab arbitr. hum̄no. dependt. Dein quam habeat rāonem quantt̄as cognita data, ad hanc quantt̄em 's mensuram determinandam, quod semper ope Nri determinatur.

Diversæ st quant. Species up. illa ē.

1. Quantt̄as Discreta in qua partes n̄ necessario junctæ ēe debent, Ex. gr. Biblioth.
2. Quantt̄as continua ē in qua partes ōes junctæ ēe debent &c. Ex. gr. Superf, Corp, Linea,— &c. Hæc ē vel
a) Extensiva, quæ hab partt. extra se invicem existentes. Species hujus st 3. Linea, Superf, Corp.
b) Intensiva 's virtutis in qua partes extra partt. distinguere non licet nec extensione gaudet.
Huc referuntt. Vires et effectt. 's mutaōnes, Corpor. celertt. pro vires intellectus attributa. voluntatis, Ingenium, Soliditas,—
Quantt̄as intensiva qq. cum multa in se contineat, in ea distinguere licet plura sibimet æqualia, quæ gradus apellt̄o—
Dum itaqs. hanc metimur Gradus determinamus

Quomodo—

capiemus, qd facillitt. attendendi ad objecta quævis, acquiremus; quæ haud negari pott. quantt. nos perficiat.

In prælectionib. sequar ductt. Cel Volfii hac Methodo: ut 1) Definitiones evolvam et illustr. 2) Prop. Explic. 3) Demonstrationes resolvam.

De Mathesi in Genere.

Mathesis quoad originem vocis Disciplinam denotat, usus vocis apud diversos et tpore diverso varius ē.

1) Denotavit Disciplinam in Genere.

2) Disciplinas Fundamentales ac Propedeumatica, siv. Artt. Liberalium.

3) Doctrinam De quantitate ejus adf. et Mensurāone.

Hoc Sensu sumitr. hodie sēt.

Mathesis ē Scientia quantitates metiendi. Scientia quid? Ad eam tria requiruntur.

1) Ut aliquid affirm.'s pro vero habeat.

2) Principia certa, indubitata. sine rāone quidq admittere ē contra naām hūam. talia principia sunt Def. Axiom. Postt. et Exper, certæ. nec dubitatæ.

3) Nexus Legitimus inter principia et veritt. asserta.

Def. Quantitas ē multitudo varior quæ tanquam unittes similes considerantr. Siv. ē multitudo partium aut gradum, ex gr. sūma pecuniæ, linea, superficies, corpora, motus, celeritas, reliqua.

Corol. 1) Ōis Quantittas augeri v. minui pott.

Cor. 2) Variæ et innumerabiles st quantittt. species. Eo pertt. np. ōttt. Corp. ver. eor. etiam propōtes Gravitt. Calor, motus ejus celer.

Facultates animi, Intell et Voluntt. &c.

Ver. ōium rer. cogn. Math. nulli Mortal. competit.

Mathesis.

Matheseos ope. Huc refer. Vers. Statii Ponderat.

3. Intellectu acuit, judicium firmat et in rationi nando mentem exercet, et in omnib. aliis Scientiis ad Solidam Cognitionem Comparandam viam sternit. — Nihil est facilius Demonstrationib. Geometriae. Hinc Geometria ita debet considerari tanq continua praxis Logicae; ubi Reg Logicae semper aplicantur. Ideo combinamus hanc cum Studio Logicae, ut omnia quae discimus ad praxin deducamus. Hinc etiam Mathesis pura ita semper reputata est tanquam praeparatio ad Philosophiam. et ipse Plato nemini locum in auditorio suo concessit, nisi antea Geom. operam. —

4. In vita qq. communi usus Matheseos denegare nequit. Studio quippe Matheseos adsuescit sensim mens accurate, Solide, judicium ferre in rebus omnib. et ordinate cogitare. Id qd. ipsaqueqz. firmat Experientia.

5. Deniqz. virorum Saltem Matheseos peritia insignium exemplum nos monere potest: Nullus enim Mathematicorum unq. fuit qui non insignem Erudit. laude gloriam meruisset in orbe erudito. —

Agite Itaque Aud. accingamus omni cum diligentia nosmet Studio Matheseos / ego vobis praeibo, difficultates omnes removebo et singula clara in luce collocando facillima omnia quantum fieri poterit reddam vobis. — Nihil praeter attentionem et diligentiam requiro. Attentione certe opus est; nam sine illa haud progrediemur in Studio Matheseos — praeterea hanc qq utilitatem inde

capiemus.

Annotata in Mathesin.

Accedimus ad illam favente D. O. M. scientiam quæ inter oes Cognitionis humanæ partes plurimos forte habet osores, et â qua nostr. qq. haud pauci ni fallor abhorrent, ipsam nimirum Mathesin.

Scilicet putant illam plurimis et insuperabilibz difficultatibz plenam ee, atqz tanta laborare obscuritate, ut penetrare plane o possit; proterea usu illam plane carere existimant. —

Quod ad 1um. Non negamus illam difficilem et obscuram ee: Verum illis qui eam non legitima Methodo tractant, — qui ita illam legere volunt ut Librum Historicum. Hoc modo plurima obscura ee debent necessario. ex. gr.

Quod si vo debito modo atqz ordine ejus studio incubuerint nihil facilius. — Quod ad utilitatem fateor eam illis ignotam ee nec satis ab illis intelligi posse qui in ea st peregrini. —

1. Usus Matheseos manifestus e in vita communi, præsertim hodie quum plures occurrunt casus in quibz Metheseos notitia carere non licet — ex. gr.

2. Nulla fere scientiar. satis accurate et solide addisci pott sine Matheseos ope. — Ipsa præsertim Rysica Matheseos scientiam prorsus supponit, nec progredietur in illa qui in Mathesi versatus o est aut superficiariam ltt. in illa acquirit cognitionem, etenim in Physica agitr. de universo hocce, ejus mutationibz — eorqz causis, — Jam vo Deus oa secundum leges Mathematicas condidit. Hinc intelligi nequit sine

Matheseos.

Grant Forray mss
825

plane cum Labore eet gjunctum, præsertim ubi tam Radix, qm Exponens quæsiti ex magnis q̄ starent partibꝰ, seu Numeris.

Primus Johannes Niperus Baro Merchisternii in Scotia fuit, qui Logarithmos circa initium Seculi Superioris in usu præsertim Trygonometriæ invenerat: vide ejusdem Editibꝰ 1614. Henricus Dringius autem alia, & Commodiore illos ratione instruxit, prout hodiedum in usu sunt. In Trigonometria adhuc de iis dicentur.

FINIS
HUIUS OPERIS

& est = 13 quemadmodum inve=
nitur, si Progressio Geometrica
(§. 13.) data eo usq; continuetur:
Quod autem operaõne hac p̄scrip=
ta ō plane & accurate 13 inve=
niantur, inde æstimantr̄, quod
pars tt̄ quædam Logarithmorum,
np. notæ eorum 7 priores in Cal=
culo sumantr̄ (§. 26.) atq; adeo
pars quædam negligitr̄.

Quandocunq; similia occurrunt
Exempla, ubi np. certa quædam
Dignitate, & Radice: ejusdem
Exponens Dignitatis quæratr̄,
usus Logarithmor ē indispensa=
bilis, absq; eor ope etiam quæsi=
tus, directe prorsus nequit inve=
niri, nisi successive per multi=
plicationem inveniatr̄ Dignitas
una post alteram successive, eo usq;
donec, ad eam usq; quæ data est
perveniatr̄, id quod insuperabili

plane &

242. Differentia e Log. Fractionis datæ = 4, 1207740 (§. 29)

Dividatur is per Log. R = 4.

Quotus qui prodit = 1, 0301935 erit Logarithmus Radicis quæsitæ (§. 21) qui cadit inter Log. 10 et 11 Quodsi autem accuratius quis ejus valorem determinare velit, addat ad Characteristicam hujus Log. 2. s. quærat illum in Tabulis sub Characteristica ternarii ℵ 3, ubi proxime accidit ad Log. Nri 10, 72. Adeoque Radix quæsita est = $= \frac{1072}{100} = 10,72$ (§. 30.)

2um Exemplum.

Data Certa quadam Dignitate = = 8192 & Radice ejusdem = 2 invenire Exponentem Dignitatis datæ = x

Est $2^x = 8192$

Consequ. $x L 2 = L 8192$ (§. 20.)

Ergo $x = \frac{L 8192}{L 2} = \frac{3,9133899}{0,3010300} = 12,99$

Quotus hic inventus ē prope = = 13 et revera Exponens quæsitus

x est

Hæc Summa inventa erit Log. 10000 N. cui Tabula respondet 6921 = L 10000 N. Consequenter $N = \frac{10000}{10000} N. = \frac{6921}{10000} =$ $= 0,6921$ Lib.

Exempla quædam quibus, usus Logarithmor uberius declarantur.

1um Exemplum

Inveniri debet $\sqrt[3]{\frac{7364^3}{5499^2}}$ Compendū causa Numerum ipsum datum nominabimus P, et Radicem, quæ invenienda est R.

Ut primum Logarithmus Nri dati inveniatr Secundum (§. 20.)

Logarithmus Numeratoris 7364 = 3,8671138 - Multiplicetr per exponentem - - 3 Logarithmus 7364^3 = 11,6013414.

Pari Ratione Logarithmus Denominatoris invenitr (§. 20.) Si Logar. 5499 = 3,7402837

Multiplic. per Exp. = 2.

7,4805774.

Porro a Logar. Nratoris = 11,6013414

Subtrahatr Log. Dnatoris = 7,4805674

Differentia

240. respondet Sit Fractio vera.

1.) Ad Logarithmum datum addatur 4. h. ē. Logarithmus Numeri 10000

2.) Logarithmus qui per hanc Additionem prodit quaeratur in Tabulis, et erit Nrus ille respondens = 10000 N. (§. 19)

3.) Ut ergo valor Nri N. inveniatur Nūris in Tabulis inventus = 10000 N. dividatur per 10000, quo pacto emergit $\frac{10000}{10000}$ = N. h. ē Nrūs inventus erit Fractio, cujus denominator est = 10000 et quae ad modum Fractionis Decimalis potest exprimi.

Ex. gr. Si in Exemplo §. 30 detur Globus Plumbeus, cujus Pondus est = 1 ℔. & quaeratur qd Globus Ferreus ejusdem magnitudinis, quantum ponderis habeat? Numerus hic quaesitus Sit = N.

Erit 11345 : 7852 = 1 : N.

& l N. = L. 7852 − L 11345 = 0,1598242

addatur Log. 10000 = + 4.

Summa = − 3, 8401758

Hoc

ad Nrum, cui Log. respondet in Tabulis,
Summa erit = Nro N. quæsito.
Interim hæc quoq; operatio eodem nititur principio, quo Resolutio II. Probl. §. 28. quare de hac re etiam idem est observandum, qd ō accurate inveniatur per hanc Numerus quæsitus, sed dum prope verus.

Ex. gr. Quæratur Nrus N respondens
Logarithmo - - - - 3,7589982

Log. P+1 = 3,7590632
Log. P. = 3,7589872

Log. P+1 − Log. P = - - 757
Log. N. = 3,7589982
Log. P. = 3,7589875

Log. N. Log. P. = - - - 107

Inferatur

Log. ~~N.~~ P+1 Log. P. Log. N. Log. P = P+1 : N − P
757 : 107 = 1 : 0,14.

Itaq; ad P = 5741

Si addatur Differentia inventa = 0,14 Prodit Numerus quæsitus N = 5741,14 Logarith. dato respondens.

III. Si Logarithmus datus sit Negativus h. ē. si Nurus N. qui eidem respondet

238 N. inter $\frac{1444}{1000}$ et $\frac{1445}{1000}$ seu inter 1,444 et 1,445. Dein ad Characteristicam adjecta iterum unitate Logarithmus 3,1598242 cadit inter L. 1444 et L. 1445 Consequenter Nrus N. cadit inter $\frac{1444}{1000}$ et $\frac{1445}{1000}$ seu inter 1,444 et 1,445.

Ergo Globi Plumbei pondus erit majus quam 1444 minus vero quam 1445, i. inter duos hosce Numeros Continebit.

II. Si Nrus cui quaeris Logarithmus datus inter 1000, et 10000 cadit h.e. si Characteristica Logarithmi fuerit 3.

1.) Ponamus ut ante, qd Logar datus Nri N. cadat inter Logar. P. et Logar. P+1.

2.) A Logar. P+1 subtrahatur Log. P. et Log N. iidem Logar. P. subtrahatur.

3. Inferatur: ut Differentia (Nrorum Logarithmus priori bus respondentium) Logar P.+1 - P. (ita) se habet ad differentiam Log. N - Log. P, ita differentia Nrorum Logarithmus priori bus respondentium P+1 - P ad Differentiam eor qui posteriori bus respondent N - P.

4.) Differentia hoc inventa addatur

ad Nrum

L. N = L. 11345 − L. 7852 (§. 29.)
Quia autem L. 11345 in Tabulis Vulgaribus non reperitur, invenitur is Secundum (§. 28. Cas. 1.) Si Numerus datus resolvatur in suos factores 2269. 5 Numerum
Logar. 2269 = 3, 3558345
L. 5 = 0, 6989700
Logar. 22695 = 4, 0548045 = L. 11345
Logar. 7852 = 3, 8949803
0, 1598242 = L. N.

Logarithmus vero hic inventus in Tabulis non reperitur, sed cadit inter L. 1 et L. 2, unde patet qd N. inter 1. et 2 cadere debeat: ut ergo accuratius determinetur ea qq pars Unitatis N. qua 1. excedit, quaeratur primum in partibus decimis; in quod obtinetur si ad Characteristicam Logarithmi inventi unitas addatur, emerget 1, 1598242 qui Logarithmus cadit inter L. 14 et 15; unde gfrat qd N. inter L. $\frac{14}{10}$ et $\frac{15}{10}$ seu inter 1, 4 et 1 et 5 cadat. Quoniam ad Characteristicam Logarithmi hujus porro 1. addatur Logarithmus, qui prodit = 2, 1598242 cadit inter L. 144 et L. 145 hoc est

N. inter L

decimas unitatis expressi Nri; inter quos cadit, S. quod uno maior, altero minor ē Nrus datus N.

5.) Unde porro inteligitur, qd si ad characteristicæ Logarithmi dati addantur 2; invenitur Nrus N, in Tabulis eidem respondens in partibus Centesimis; si vō ad characteristicam addantur 3 in partibus Millesimis.

Nec ulterius pt hæc operaō ope Tabularum vulgarium continuari, cum in iis characteristica ōium maxima sit = 3; excepto solo Nri 10000 Logarithmo.

Exemplum

Pondus Ferri ita se habet ad pondus Plumbi eiusdem cum Ferro magnitudinis; uti 7852 : 11345. Quod si itaqz detur Globus Ferreus cuius pondus 1 ℔. adæquat, quæritur quod globus plumbeus eiusdem magnitudinis quot Libras pondere suo adæquat? Numerus quæsitus sit N, erit:

$$7852 : 11345 = 1 : N$$

$$\begin{array}{r} 11345 \\ \hline N = 7852 \end{array}$$ Consequenter

$$L.N. = L.11345$$

integros Nr̄os in Tabula occur=
rentes P & P+1; id qd inde in=
notescit si Log. N. cadat inter
Logarith P & Log. P+1.

2.) Ad characteristicam Loga=
rithmi dati addatr̄ 1; ut prodeat
Log. 10. N. qui in Tabulis invenitr̄
inter Log. 10. P & Log. 10 (P+1)
qui pariter emergunt si ad cha=
racteristicam Logarithmi P et
ad characteristicam Log. P+1 uni=
tas addatur̄ (§ 27.)

3.) Est vō $N = \frac{10N}{10}$ hoc ē Numerus
qui per N exprimitr̄ est=lis frac=
tioni Decimali, cuius Nr̄ātorē=
= 10 N; Dn̄ator autē. est=10; seu
in qua pro unitate summitur
una decima pars integri, qd in N
pro unitate servit.

Qd qd etiam de Nr̄is P & P+1
dici potest inter quos N cadit.

4.) Atqz adeo hac rāone in=
venitr̄ Nr̄us N. dato Logarithmo
respondens in partib̄ decimis;
v̄ inveniuntr̄ potius duo per partes
decimas

 modo invenietur eorum Logarithmus.

II. Si Fractio vera sit data

Quoniam hoc in casu Nratorá quo Subtractio fieri debet, est minor Dñatore, Logarithmus minor np Nratoris Subtrahatur a Logarithmo maiore Dñatoris, differrentia erit negativa (§. 9 & 8). cademque Logarithmus Fractionis veræ quæsitus Conf. §. 24.

Ex gr. quærendus est Log. Fractionis $= \frac{3}{7}$

Logar. 7 = 0, 8450980

Logar. 3 = 0, 4771213

Log. $\frac{3}{7}$ = 0, 3679767

30 Problema.

Dato Logarithmo qui in Tabulis ō Ĝtinentur, invenire Nrum ei respondentem

Resolutio

I. Si Nrus cui ḡvenit Logarithmus datus inter 1 & 1000 locum reperiat h. ē. si fuerit is Fractio Spuria minor 1000.

1) Sit Nrus dato Logarithmo respondens, N, qui cadat inter duos integros.

Log. D = 4, 9855309
Differ. Log. C - Log D = 471

Hinc inferatur

C - D : A - B = Log C - Log D : Log A - Log B vel S = 471

Jam Logarithmo Nri D = 4,9855309
addatur differen. inventa = 235
Summa e Log. quæsiti Nri A = 4,9855544.

29. Problema.

Invenire Logarithmum Fractionis cuiuscunq; dati.

Resolutio

1. Si Fractio Spuria sit Data: Quum Fractio sit Quotus ex Divisione Nratoris per Dnatorem emergens; (ad §. 62) hinc Logarithmus cuius invenitur, si a Logarithmo Nratoris subtrahatur Log. Dnatoris (§. 79)

ex gr. Quærendus e Log Fractionis $\frac{4}{5}$

Log. 9 = 0, 954243
Log. 5 = 0, 6989700

$\frac{9}{5}$ = 2552725

Quoniam integra cum adhærente Fractione $3\frac{2}{7}$ ad Fractionem Spuriam $\frac{23}{7}$ reduci possunt, eodem modo -

erit Logarithmus quæsitus Numeri A.

In hac resolutione posteriori Summitᵗᵒ quod differentiæ Logarithmorum sint proportionales differentiis Nrorum iis respondentium, id quod accurate loquendum verum ō est; ad praxim tamen ubi in minimis scrupulosi ō sumus præsertim ubi magna nimis accuratione opus ō est, Methodus tradita sufficit si præsertim notæ posteriores Nri dati A ō fuerint adeo multæ.

Ex gr. Quæritᵗᵒ Log. 92375 = A. Si 4. priores notæ recensentᵗᵒ, et in locum posterioris Cyphræ sustituatᵗᵒ prodit B = 92370. Logar 4. prior notarum 9237 est = 3,9655309.

Ad characteristi. hujus addatᵗᵒ = 1, Nrus 4 prioribus notis Nri B proxime major ē = 9238. Huic Cyphra pariter una adjecta emergit C = 92380. Hujus Log. ē = 3,9655780 + 1 = 4,9655780

Adeoq; C = 92380 | A = 92375
B = 92370 | B = 92370

Differ. C − D = 10 | A − B = 5

Log. C = 4,9655780
Log. B = 4,9655309

Differ.

faciunt; hinc ut Log. Nrō A respon=
dens inveniatur, quæri ꝛc. debet, qd
Log. Nri B. quanto pcise debeat
auferi pro notis illis quibus Nrus
A Num B excedit & hic excessus
ad Log. Nri B addi in hunc finem.

3. Summatur Nrus qui 4 priores
notas Nri A unitate excedit, atqs
huic totidem quott in B. sunt adjun=
gantur Cyphræ, Nrus vō qui hoc pacto
prodit vocatur C & huius Log. eadem
rāone inveniatur, ut ante de Nrō
dictum est B.

4.) A Nrō C. Subtrahatur B, pari
rāone a Logarithmo, qui Nrō C. res=
pondet auferatur Log. Nri B &.

5. Inferatur, ut se habet diffe=
rentia Nrōr C & B ad differentiam
Nri A & B s. ad notas, quibus A
excedit Nrum B, ita se habet
differentia Logarithmor qui Nris
A & B competunt, quæ inveniēda
est.

6. Hæc differentia inventa
addatur ad Logarithmum Nri B
jam antea inventum, Summa
erit.

resolvatur in suos factores; hor Logarithmi ex Tabulis excerpantur, atque addantur ad se invicem summa erit Logarithmus facti, s. Nri dati (§. 19)

II. Si vero Nrus datus sit primus, atque adeo in factores resolvi nequeat, quem nunc compendii causa A nominabimus, tum

1. Priores 4 eius notae versus sinistram resecentur â posterioribus, atque har in locum ō nisi Ciphrae substituantur dein Nri, qui hac ratione prodit, & D dicemus, Logarithmus sequentem in modo inveniatur, Nimir Logarithmus 4. priorum notar excerpatur e Tabulis, & ad huius characteristicam addantur tot unitates, quot Cyphrae post 4 illas notas priores sunt positae. (§. 27.)

2. Quia vō in Nrō dato A. 4 illas notas ō Cyphrae tt, sed certae subsequuntur versus dextram notae, quas nunc posteriores appellamus, hinc = Nrus datus A tanto excedit Nrum D. quantum notae illius posterioris

faciunt

N. addatur 1.; seu Logarithmus Nri 10, summa quæ prodit erit Logarithmus 10 N. seu Log. Nri decies majoris. Si addantur 2. summa erit Log. 100 N. seu Log. Nri centies majoris. Si denique addantur 3 prodit Log. 1000 N. seu Nri millies majoris (5,19)

Ex. gr. 0+1 ē = Log. 1. 10 = 10
1+1 = 2 est Log 10. 10 = 100
2+1 = 3 est Log. 100. 10 = 1000

Pari raōne si ad Log. 2 qui est = 0, 3010300 addatur 1 summa
1, 3010300 ē Log Nri 2. 10 = 20.
1, 8010300+1 seu 2. 3010300 est Log. 20. 10 = 200
2, 3010300+1 seu
3, 3010300 est =
Log 200. 10 = 2000 & sic porro.

In gre si Logarith. Nri N. sit = L; erit L+1 = Log. 10 N. L+2 = Log. 100 N. L+3 = Log. 100 N. et sic porro.

28. Problema.

Invenire Logarithmos pro Nris majoribus qm in Canone continentur, minoribus tn, 100000000.

Resolutio.

L. Si Nrus datus sit Compositus, resolva-

228. partibus; ex Nro nimirum integro, et Fractione Decimali, adnexa, Nrus integer in Loco unitatum positus unitate Spēr est minor, qm multitudo Notar, e quibus gstat Numerus, cui Logarithmus respondet, quem itaque ex nota prima Logarithmi, quæ ē Nrus integer, Spr gsci possit, ex quot notis gstet Nrus ille cui hic Logarithmus respondet, seu inter quas pcise Decadis dignitates cadere debeat, hinc ea Figura characteristica solet adpellari reliqua autem Logarithmi pars, s. Fractio Decimalis Mantissa dr.

Pars hæc altera s. Mantissa, tota ō exhibetur in Tabulis, pd priores tt ejus notæ, quot sufficiunt in usu vulgari; In Tabulis vulgaribus 7 priores tt notæ Decimales occurrunt, quar ultima unitate aucta est, ubi omissār prima major est qm 5. Præter Logarithmos itaque horum, qui sequuntur, Nror: 1; 10; 100; 1000; 10000

Nulli alii plene exhibentur in Tabulis

27. Corollarium.

Si ad Logarithmum Nri cujuscunqs N, addatur

in Academia oxoniensi; ex consilio tamen primi inventoris reperi et methodum construendi una exposuit in sua Arithmetica inter 20000 et 90000 mox explevit Adrianus Flaccus In libellis vulgaribus habetur tandem Canon Logarithmorum pro Nris ab 1. usque ad 10000

Methodo faciliores Logarithmos computandi, et alia bene multa de Logarithmis scitu necessaria in analysi infinitorum tradentur, quae hoc adhuc loco inteligi ō possunt.

26. Corollarium.

Quum Logarithmi oēs ad formam Decimalium Fractionem exprimantur, et pro Nris inter 1. et 10 initium sumatur a Cyphra (0) quae locum unitatis occupat; Inter 10 et 100 Nrōr oium Logarithmi sunt majores qm 1. minores vō qm 2 adeoque Suprema eorundem nota in loco unitatum posita est = 1 cui ubique adnexae st Fractiones pterea Decimales. Porro inter 100 et 1000 Logarithmor initium est nota 2. inter 1000 et 10000 = vō 3. et s. p.

Atque sic Logar quilibet ex duabus constat partibus.

22b. et Simul perspiciatur, qd (curate loquendo) + Nri hac ratione inventi, ō quidem sunt accurate loquendo ipsorum Numerorum integrorum Nralium, ad quos referuntur Logarithmi, sed potius Fractionum Spuriarum, eo modo, qm ante descripsimus, inventarum, quae ad Nros ipsos Nrales integros quam proxime accedunt, atque adeo hi in allarum loco substituuntur.

Confer Volfii Elementa Arith. (§. 34b) ubi calculi Typus satis prolixe proponuntur.

14. Nro Nrus vō tt integris hac ratione Logarithmi quaerendi sunt; nam pro Fractionibus, secundum (§. 19.) inveniri possunt, quemadmodum infra uberius videbimus.

25. Scholion

Logarithmi quibus vulgo uti solent hac methodo admodum prolixa, et laboriosa sunt computari, et Tabella v. canon Logarithmorum conditus primus Canonem Logarithmorum pro Numeris Naturalibus ab 1. usque ad 20000 et a 9 ad 100000 construxit Henricus Briggius Professor Geometriae Sorilianus in Acad.

Numeri medii proportionales, et Logarithmi

Terminus 1mus =	1, 0000000	0, 0000000 = 0
Terminus med. p =	3, 1622777	0, 5000000 = 1/2
Terminus 2us a. =	10, 0000000	1, 0000000 = 1.
p =	3, 1622777	0, 5000000 = 1/2
Medius q =	5, 6234132	0, 7500000 = 3/4
a =	10, 0000000	1, 0000000 = 1.
q =	5, 6234132	0, 7500000 = 3/4
Medius r =	7, 4089421	0, 8750000 = 7/8
a =	10, 0000000	1, 0000000 = 1.
r =	7, 4989421	0, 8750000 = 7/8
Medi s =	8, 5986432	0, 9375000 = 15/16
a =	10, 0000000	1, 0000000 = 1,
s =	8, 5986432	0, 9375000 = 15/16
t =	9, 3057520	0, 9687500 = 31/32
a =	10, 0000000	1, 0000000 = 1.

Et sic porro, si operatio continuetur, inveniretur, tandem Numerus Medius Geometrice proportionalis, qui ad 9 quam proxime accedit, et qui in locum 9 absq; errore notabili substitui pt, atque ejus quoque Logarithmus hac ratione determinatur.

Repetantur hic ea quæ proxime Nrō 9 et 10 dicta sūt, et quibus intelligitur, quomodo Logarithmi, pro nūmis etiam reliquis numeris inveniantur et similes

inter Logarithmos illor membrorum, Terminus medius Arithmetice proportionalis quaeratur.

12. Ex Praecedentibus manifesto patet, qd illor tantum Nror, qui in data progressione Geometrica, continentur, Logarithmi st Nri integri, reliqui autem oes Fractiones et quidem Numerorum ab 1. usqz ad 10 Fractiones verae; ultra 10 autem Fractiones Spuriae.

Oes autem Logarithmi, tam ob Similitudinem, qm faciliorem computum, per Fractiones exprimuntur Decimales.

13. Quibus notatis, qua Ratione Logarithmi omnium numerorum inveniantur, et exprimantur, facile jam inteligitr.

Nimirum dum inter Membra quaevis proxima Progressionis Geometricae datae, Secundum ea, quae Supra diximus, medii Geom. proportionales quaeruntr, ex Logarithmis eorundem medii simul Arithmet. proportionales inveniuntr, qui st Logarithmi illor medior Geometrice proportionalium. Atqz ita pro Numeris omnibus, qui inter membra progressionis datae Geometricae continentr, Logarithmi componentes prodeunt, prout ex Exemplo Subnexo clarius patebit.

Numeri.

inter Logarithmos duor membror. 2.ED.

Jd qd Sequentem in modum generaliter qq pt determinare; Sit in gre membrum aligd proportionis datæ Geometricæ = a^m et membrum proxime Sequens a^{m+r}, Sit porro medius inter utrumq; Geometrice proportionalis = p, Hinc Sequitur qd inde ab unitate ab unitate usq; ad a^m sunt rationes, quor quilibet est = lis Rationi : a (S. 14) et ab a^m usq; ad p est Ratio dimidia tantum (S. 6.) Consequenter inde ab unitate usq; ad p sunt Rationes $m + \frac{r}{2} = \frac{2m+r}{2}$

Sed Logarithmus Numeri p est numerus qui indicat, quot sint Rationes ab 1 usq; ad p (S 16)

Ergo Logarithmus Numeri p, est = $\frac{2m+r}{2}$ Jam vo $\frac{2m+r}{2}$ est medius Arithmetice proportionalis inter Logarithmum Termini $a^m = m$ et inter Logarithmum Termini Sequentes $a^{m+r} = m+r$

Ergo Logarithmus Termini alicujus qui est medius Geometrice proportionalis, inter duo membra Progressionis datæ Geometricæ, invenitur, si inter

Logar-

222. proportionales Nri quærantur.

Etenim Logarithmi sunt ipsi Exponentes Dignitatum earum quæ sunt membra progressionis datæ Geometricæ.

(§. 16) Iam vero exponens dignitatis ejus, quæ est media proportionalis inter duo quælibet membra progressionis datæ Geometricæ, est medius Arithmeticæ proportionalis, inter Exponentes duorum quorvis Membrorum Ex. gr. inter 1 et 10 (ut supra Nrius ostendimus) Terminus medius Geom. proport. $\bar{e} = \sqrt{10} = 10\frac{1}{2}$

Hujus vero Exponens $\frac{1}{2}$ est medius Arithmetice Proportionalis inter Exponentem unitatis $1 = 0$ et inter expon. Decadis $10 = 1$ porro inter $10\frac{1}{2}$ et 10 Terminus medius Geometrice proportionalis $\bar{e} = \sqrt{10\frac{3}{1}} = 10\frac{3}{4}$

Et hujus exponens $\frac{3}{4}$ est medius Arithmeticæ proportionalis inter Exponentes $\frac{1}{2}$ et 1 et sic porro.

Es etiam Logarith. Termini cujuslibet, qui est medius Geom. proport. inter duo quælibet membra progressionis datæ Geometricæ, est medius Arithmeticæ proportionalis inter.

r= 7, 4989421
medius s= 8, 6596432
a=10, 0000000

8. Inter s et a invenitur sequens Med. Proportionis.

s= 8, 6596432
t= 9, 3057204
a=10, 0000000

9. Atque operatio eo usque potest continuari, donec inveniatur medius talis proportionalis, qui ad Nrum aliquem integrum ex. gr. ad 9 tam prope accedit, ut is pro 9 pro notabili errore sumi possit, licet aliquantum ab eo spr differat, etiam si sine fine novi spr quaerantur medii proportionales, quae vero differentia tandem tam parva evadit ut pro nihilo haberi, et tuto negligi possit.

10. Eodem plane modo inter 1. et p. si medii quaerantur proportionales, invenietur tandem Nrus, qui ad 2 quam proxime accedit, et cujus loco substitui potest.

Idem dicendum de aliis omnibus Nrus qui inter 1. et 10 inter 10 et 100 et sic porr. continuentur.

11. Quod ad Logarithmos autem attinet, illi inveniuntur, si inter Logarithmos duorum quorumvis Terminorum Medii Arithmetice

=ce

proportio=

220. Fractionum Decimalium. Ex gr. Inter Terminum primum 1, et Secundum 10 Terminus medius Geometricæ proportionalis est $= \sqrt{10} = 10^{\frac{1}{2}} = p$.
Quodsi Ergo Singuli Termini ad formam Decimalium Fractionum exprimantur erit

Terminus primus = 1, 0000000
Terminus medius $p = 3$, 1622777
Terminus Secundus $a = 10$, 0000000

5. Porro inter a et p quæratur iterum Geometricæ proportionalis, isque designetur per q, erit

$p = 3$, 1622777
medius $q = 5$, 6234131
$a = 10$, 0000000

6. Quoniam vero medius Proportionalis hic inventus q qui inter 5 et 6 cadit multum adhuc distat ab utroque hoc nostro integro, eodem modo ut ante inter q et a, ulterius quæri potest medius proportionalis

qui sit $= r$ erit;
$q = 5$, 6234132
medius $r = 7$, 4989421
$a = 10$, 0000000

7. Quæ operatio si ulterius continuetur, et inter r et a iterum medius quæratur proportionalis erit:

$r = 7$, 498=

modo se se habet; hinc necesse ē ut Nri illi deficientes primum supleantur, h. ē ut inveniantur Nri tales, qui sint in proportione continua cum membris hujus progressionis datæ principalibus et qui ad nros naturales integros inter illa intermedios tam prope accedant, ut pro iis absq; errore notabili summi possint. Ex gr. inter 1 et 10 inter=10 et 100, inter 100 et 1000 et s. p. dein vō Logarithmi iis competenter quærantur.

3. Prius quidem obtinetur, si Rāo quælibet simplex in data progressione Geom; quæ inter duo quælibet membra, ejusdem principalia sibi proxima intercedit in datas primum Raōnes; s. si cujuslibet inveniatur Rāo subduplicata (§. 8.) et qd fit si inter duo quælibet Membra, sibi proxima, inveniatur Terminus Medius, Geometricæ proportionalis (§. 84. Arith. Aōris)

4. Quum autē Termini hi medii Geometricæ proportionales, inter duo quævis Membra, progressionis datæ inventi ō sint Nri integri, prout ex calculo patebit; sed Fractiones Spuriæ, hinc tam ob similitudinem qm vō faciliorem computum exprimantur illi oēs ad formam

Fractiō=

24. Problema.

Numeri cujuscunq; Logarith. invenire

Resol. 1. Sumatur pro arbitrio progressio quaecunq; Geometrica; et cum ea combinetur Series nrōr ordine naali hac raone Determinabuntur Logarithmi oium Nrōr qui in progressione illa Geometrica gtinentur. Ob peculiares commoditates, quae infra occurrent ab inventoribus Logarithmor sumta est sequens progressio Geometr. cujus terminus secundus est 10 et cujus membra oia, in Raone Decupla progrediuntur.

M.	1;	10;	100;	1000;	10000;	100000;	1000000:
N.	1;	a;	a^2;	a^3;	a^4;	a^5;	a^6.
L. O.	1;	2;	3;	4;	5;	6;	

Atque sic pro omb; Decadis Dignitatib; quae nimir in hac progressione gtinentur Logarithmi dati sunt; prout in serie L. videre e.

Ex gr. Log. 10 = 1 Log. 100 = 2 Log. 1000 = 3

2 Quia vero in hac progressione paucitatem occurrunt numeri, et inter duo quaelibet ejusdem membra proxima, plures desunt nri integri, id qd in alia qq quacunque demum progressione, eodem

modo.

Tum exponentes Termini a. s. Nri oēs in serie L occurrentes, h. ē Logarithm. nrōr oium, ad Latus Sinistrum, unitatis in serie N occurrentium erunt negativi id qd ex § 12, De Calculo litterali facile colligitr, omnes nimir hi Logarithmi indicant terminos a parte opposita unitatis occurrentis.

Idem inde m̄ inteligitr; qd Raōnes ab opposita parte unitatis occurrentes $1 : \frac{1}{a} = a$ 1 et 1 : a vel $1 : \frac{1}{a} = a^2 : 1$ et $1 : a^2$ sunt reciprocæ adeoqz adeo sibi invicem oppositæ (b) Conseqz summæ quoque Raōnum seu Logarithmi (17) in hoc paragrapho occurrentes, sunt in § 13. propositis oppositi, atqz adeo hi negativi, si M. positivi sumantur.

23. Corollarium.

Quodsi fuerit $1 < a$ tum pars seriei N. § 13 proposita Nros in se ꝯplectitr, qui st oēs unitate majores; pars vō § præced. 22 exhibita nros unitatē minores seu Fractiones veras.

Consequenter Logarithmi Fractionum verar st negativi, si. nrōr integrorum, et Fractionum Spuriār positivi fuerint.

Logarithmi tales negativi oriuntr per Divisionem certis in Casib (§ 19.)

24. Probl.

216. Ex gr. Log. $(a^2)^3 = 3$ Logarith. a^2
$= 3 \cdot 2 = 6 =$ Log. a^6
et $(a^2)^3 = a^6$

21 Corollarium.

Si ex Nro quodam dato in Serie N. occurrente radix certi gradus sit extrahenda, tum Logarithmus Nri dati debet dividi per Nrum, qui gradum Radicis extrahendæ indicet, i. per Exponentem Radicis, Quotus qui prodit erit Logarithmus Radicis quæsitæ.

Etenim qd Quotus hac ratione inventus sit Logarithmus Radicis quæsitæ Nri dati, patet inde, quia si hæc Radix elevetur ad Dignitatem ejusdem gradus, h. e. si ejus Logarithmus multiplicetur per Nrum, qui gradum dignitatis indicat, prodit Logarithmus Nri dati ipsius (§. 20)

Ex gr. Log. $\sqrt[3]{a^6} = \frac{1}{3} \cdot$ Log. $a^6 = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2 =$
$=$ Log. a^2 et $a^2 = \sqrt[3]{a^6}$

22. Corollarium.

Quodsi Series M. N. L. Supra (13) propositæ retrorsum qq. continentur sequentes in modum.

$\frac{1}{64}$; $\frac{1}{32}$; $\frac{1}{16}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; 1. M.

$\frac{1}{a^6}$; $\frac{1}{a^5}$; $\frac{1}{a^4}$; $\frac{1}{a^3}$; $\frac{1}{a^2}$; $\frac{1}{a}$ 1. N

6, 5, 4, 3, 2, 1, 0 L. Tum.

II. Quod ad posteriorem attinet casum.

Si Dignitas quaedam, per aliam ejus Radicis Dignitatem sit Dividenda, Exponens Quoti emergit, si ab Exponente Dividendi Exponens Divisoris Subtrahatur (de calculo Litterali §. 10)

Sed Nri oes in Serie N occurrentes st Dignitates ejusdem Radicis, harum Exponentes sunt ipsor Nror Logarithmi (§ 12) Es. Si Nrus unus Seriei N sit per alium dividendus, Logarithmus Quoti emergit, si a Logarithmo Dividendi Subtrahatur Divisoris Logarithmus Q. E. D.

Ex. gr. Sit Dividendus = a^{m+n}

Divisor = a^n erit Quotus a^m

Si m et n est Logarithmus Dividendi, n est Logarithmus Divisoris.

Es. Logarithmus Quoti est $m+n-n=m$.

20 Corollarium.

Si Nrus aliquis Seriei N sit ad certum Dignitatis gradum elevandus Logarithmus hujus Dignitatis invenitur, si Logarithmus Radicis multiplicetur per Nrum, qui gradum illum Dignitatis indicat.

Etenim Radicis Logarithmus toties debet ad se ipsum addi quoties Nrus, qui gradum illum Dignitatis indicat, unitatem in se gtinet (§. 19.)

Exgr. Log.

11.) Si vō dividatō unus per alterum erit Logarithmus, qui æqualis differentiæ, quæ prodit, si Logarithmus Divisoris a Logarithmo dividendi subtrahatō.

Demonstratio 1. Quod ad Casum primum attinet, si Dignitates ejusdem Radicis per se invicem sunt multiplicandæ, Exponens Facti invenitō, si exponentes Factor addantō in unam Summam (supra de calculo litter § 7) Atqui Nri ōes in Serie N. occurrentes, sunt Dignitates ejusdem Radicis, quar exponentes sunt Logarithmi eorundem (§ Ergo si Nri in Serie N. occurrentes sint per se invicem multiplicandi, Logarithmus Facti invenitō, si Logarithmi Factor addantō. Q. E. D.

Demonstrāo eadem brevius exposita

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (de calculo litterali §. 7) Sed m et n sunt Logarithmi Factor a^m et a^n (§. 13) Ergo Logarithmus Facti est m+n

II. Quod.

est = 1. si terminum secundum pro=
gressionis Geometricæ.

Atque hæc determinatio hujus nri
per qm series L. cum certa, et deter=
minata progressione Geometrica
gbinantur

Systema Logarithmicum apellatur

Ex. gr. si a = 3 fuerit sequens prodibit
Systema.

M. 1; 3; 9; 27; 81, 243, 729, 2187 - -

L. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Seu a = 8 ponatur sequens erit Systema

M. 1. 8. 64, 512, 4096, 32768, 262144

L. 0, 1, 2. 3, 4, 5 6.

Si a = 10 sumatur, sequens prodit
Systema.

M. 1. 10. 100, 1000, 10000, 100000, 1000000.

L. 0. 1. 2, 3, 4, 5, 6.

19. Theorema.

1 Si in Serie, N duo Nri per se
invicem multiplicentur, erit Loga=
rithmus facti, æqualis summæ
Logarithmor factorum.

11.) Si vero-

212. verticaliter in N imminentem sint (§ 15)

Interim tamen recte Viam dr̄ qd̄ quilibet Seriei L. Nr̄us sit Logarithmus certi cujusdam Nri in Serie N. sibi verticaliter imminentis: Etenim qm̄ primum terminus Secundus, progressionis Geometricæ datus Nr̄us; determinatur simul quisnam Nr̄us Nr̄us in Serie N. nr̄o cuilibet Seriei L. Verticaliter imminere Deberi; hinc cui libet Nr̄o Serie L. unus et certus in Serie N respondet Nr̄us; cujus adeo (~~Loquuntur~~) Logarithmus dici potest.

18. Corollarium.

Quodsi Progressionis Geometricæ Terminus Secundus a mutatō tum alia enascitō progressio Geometrica, et iisdē Nr̄is Seriei L. alii imminebunt in Serie N. Adeoq; quisnam huic v. illo Nr̄us Logarithmo respondeat, determinatō Spr̄, per nr̄um illum, cujus Logarithmus est = 1.

q̄ Spectu manifestum est, qd inde a termino primo, s. inde ab 1. usq3 ad a^7 st 1^7 Rāones: v. in gr̄e inde ab usq3 ad a^m st m Rāones, quor quelibet primæ rationi. 1: a æqualis est. Seu Rāo 1: a a^m constat ex m ejusmodi Rāonib; v. est 1: a^m = m (1: a) et 1: a = $\frac{1}{m}$ (1: a^m)

15. Corollarium.

Conseq Nr̄us quilibet in Serie L. indicat ex quot Rāonib; sit q̄posita Rāo, quæ ē inter 1. et Nr̄um sibi verticaliter imminentem in Serie M.

16. Definitio.

Si sub Progressione Geom. N. Scribant Nr̄i Serie Naturali q̄madmodum in L. tum Nr̄us quilibet Seriei vocat Logarithmus Nr̄i sibi verticaliter imminentis in N.

17. Corollarium.

Nr̄us quidem quilibet in Serie L proprie ē Summa Rāonum ((ἀριθμον λογων:) indicamus quippe qd Rāones Simplices inde ab 1. usq3 ad Nr̄um sibi vertic-

 oēs in eadem Proportione continua Geometrica progrediuntur et cujus terminus primus est = lis 1. si termini oēs per primum dividantur Ex. gr.

7; 14: 28; 56; 112; 224 --
1. 2; 4: 8: 16: 32 --

13 Corollarium.

Quod si Progressionis cujusdam Geometricæ Terminus primus sit = 1, et Secundus sit = a: tum termini reliqui erunt oēs Secundi Termini = a Dignitatis. Id ex modo, quo termini reliqui ex primo, et Secundo per regulam trium inveniuntur, facile intelligitur.

M: 1: 2: 4: 8: 16: 32: 64: 128 - -
N. 1: a: a^2: a^3: a^4: a^5: a^6: a^7: -- a^m: a^{m+1}.
L. 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; -- m: m+1

Series M sistit Exemplum progressionis Geometricæ in Nris, et Dignitates 2. in se ꝯtinet. Series N. tem in genere repræsentat. Series L. exhibet dignitatem oium Progressionum Geometr. Exponentes.

14. Corollarium.

Ex ipso hujus progressionis ꝯspectu-

Rōonis illius, qm̄ habet 1. ad Cubum.

10. Definitio.

Series Nrōr qui oēs in Geometria Proportione continua progrediuntur, progressio Geometrica vocatur.

Ex gr. 1: 2: 4: 8: 16: 32: 64 et sic porro
Etenim 1: 2 = 2: 4 = 4: 8 = 8: 16 &c et sic porro -

11 Corollarium.

Quodsi Propōonis cujusdam Geometricæ Terminus primus, et Secundus, v. Terminus primus et Exponens rāonis datus sit, tum tota progressio est data.

Etenim et termino primo, et Secundo per regulam trium reliqui oēs termini inveniri possunt, et in casu altero et termino primo, et exponente Rāonis invenitur Terminus Secundus per Multiplicationem.

12. Corollarium.

Quælibet Progressio Geometrica cujus Terminus primus ō est 1, sed alius quicunqz Nrūs ad simplicissām pt̄ reduci expressionem S. in aliam mutari progressionem Geometricam cujus Termini

oēs in-

major intercedit Distantia, qui inde ab 1 usque ad Radicem b.

8. Corollarium.

Quod si porro fuerit, ut in §. praec. $a:b=b:e$ tum ē $a:b=\frac{1}{2}(a:e)$ vel si $a=1$ erit $1:b=\frac{1}{2}(1:b^2)$. Hoc ē Rāo unitatis ad Radicem ē pars Dimidia, Subduplicata Rāonis, qm unitas habet ad Quadratum.

9. Corollarium.

Si tres Raōnes, quales §. 1. Supposueramus fuerint inter se=les. Ex gr. $a:b=b:e=e:f$ tum erit $a:f=\frac{1}{3}(a:b)$ (§. 2) et $a:b=\frac{1}{3}(a:f)$ (§. 8.)

Quod si itaq; sit $a=1$ tum erit $e=b^2$ ut ante (§ 7) et $f=b^3$ (§ 85 Arith. Ar̄is)

Adeoq; Rāo unitatis 1 ad cubum f erit Triplicata Rāonis qm 1 habet ad Radicem b.

Et vicissim Rāo hoc unitatis ad Radicem est pars tertia, Subtriplicata Rāonis.

6 Corollarium

$f:h+g:k:k:g = fgk:hkg$ (§.3)
$= f:h$ (§ 59) (Arith. Aōris)

Consequenter Rāones hæ $g:k$ et $k:g$ in Compositione se invicem destruunt, adeoqz sunt inter se oppositæ, et una alterius negativa seu $k:g = -(g:k)$ v. Rāo reciproca ē directe Neg.

7. Corollarium.

Si duæ Rāones de quibus §. 1. dicimus fuerint inter se æquales s. $a:b = b:e$ tum ē $a:e = a:b + a:b = 2(a:b)$ seu duplicata Rāonis $a:b$ (non Dupl.)

Quodsi fuerit $a = 1$ tum erit $e = b^2$ (§ 85) (Arith Aris) seu Rāo $1:a$ unitatis ad Quod ratum ē duplicata Rāonis $1:b$ Rāonis qm unitas habet ad Radicem.

Aequales np quasi prorsus mente concipi possunt, in serie dignitatum ejusdem Radicis, ab usqz b, atque a b usqz ad b^2, seu ab unitate usqz ad Radicem, atqz ab hac usqz ad Quadratum. Atqz adeo inde ab 1 usqz ad Quadratū b^2 duplo,

major-

$2:12 = (2:4)+(4:12)$

Es $b:3b = (2:4)+(4:12)$

Est vera $3:9 = 4:12$ per praeced.

Es. $b:3b = (2:4)+(3:9)$ per Supposit.

Q.E.D.

4. Corollarium.

Non tantum duae, sed plures etiam Rationes pt in unam summam conflavi, iis modis de quibus §. 1. et 3. diximus.

Ex. gr. Sit. $a:b = a:b$
$c:d = b:q$
$e:f = q:r$
$g:h = r:s$

Erit $aceg:bdfh = a:s = a:b+b:q+$
$+q:r+r:s$ (§ 1) $= a:b+c:d+$
$+e:f+g:h$ (§ 3)

In Capite Pdenti §. 47 occurrit Exemplum Rationis hujusmodi compositae.

5. Corollarium.

$fg:gh = f:h+g:g$ (§. 3)

Sed $fg:gh = f:h$ (§. 59 Arith. Aris)

Es. $f:h+g:g = f:h$ (§ 57 Arith Aris)

Seu Ratio aequalitatis $g:g$ vc: 1 in Compositione Rationum nihilo o aequivalet.

6. Coroll.

mutari, cujus terminus Antecedens sit $= b$; quippe secundum (§ 85 Autem. Aõris) est $c : d = b : \frac{bd}{c}$

sit $\frac{bd}{c} = e$, erit $c : d = b : e$

Consequenter

$a : b = a : b$

$c : d = b : e$ Ej per § 33: 20 Cap. proc.

$ac : bd = a : e = (a : b) + (b : e)$ §. 1.

Sed $cd = b : c$ Ej. per Substiõm

$ac : bd = a : e = (a : b) + c : d)$ Q. E. D.

Demonstratio alia.

$c : d = b \ \frac{bd}{c}$

Quodsi Ej. in locum Rãonis $c : d$ substituãtur $b : \frac{bd}{c}$ erit $a : \frac{bd}{c} = (a : b) + b : \frac{bd}{c}$ §. 1. et Terminus Antecedens et Conseq Multiplicando per c

$ac : bd = (a : b) + b : \frac{bd}{c})$

Sed $b : \frac{bd}{c} = c : d$ per procedt.

Ej. $ac : bd = (a : b) + (c : d)$ Q. E. D.

In Nr̃is

$b : 3b = (2 : 4) + (3 : 9)$

Etenim $3 : 9 = \frac{4 : 4 - 9}{3}$

$= 4 : 12.$

Et $2 : 2 : 4$

$3 : 9 = 4 : 12$

Ej. $2 . 3 : 4 . 9 = 2 : 12$

Sed $b : 3b = 2 : 12$ Sed.

$2 : 12 =$

rursus quoratb quoties 12 in 60, seu b in e reperiatur, unde tamen intelligetb, quoties 3 in 60 vel a in e contineatur. Atqs adeo ratio 3: 60 ex duabl illis 3: 12 et 12: 60 gstat ex rāonibl, v in gre ratio a: e componitur ex duabl illis rāonibl a: b et b: e Ex. gr. 3 in 12 quater, et 12 in 60 quinquies continetur; adeoqs 3: in 60 vicesies reperitur. ut ergo inveniam quoties 3: in 60 gtinentb; possum primam Rāonem, quæ ē inter 3: 12, dein quæ ē inter 12: 60 investigare, et ex illis duabl Rāon. 3: 60 componere h. e. 3: 60 = (3: 12) + (12: 60)

3. Theorema

Rāo quæ ē inter duo quælibet facta, ac: bd, et composita, ex rāonibl factor a: b, et c: d, seu ac: bd = (a: b) + (c: d)

Demonstrāo

Etenim duæ hæ Rāones a: b et c: d quæ st inter factores, possunt ita exprimi, salva earum quantitate, ut Term. Conseqs prioris sit = lis termino antecedenti posterioris (c) seu rāo posterior c: d pt in aliam æqualem mutari.

Scholion.

Nonnunquam Compedia quædam habent locum quæ Practicæ Italicæ nomen fuerunt; De quibus vid. Auctor §. 96 et seqq.

De Compositione Rationum. Item de Seriebus A Logarithmis

1. Definitio.

Si in duabus Raōnibꝰ, sive æquales sive inæquales illæ fuerint; Terminus consequens prioris, fuerit æqualis Termino antecedenti posterioris: Ex. gr. 3:12=12:60 seu in gr̄e a:b= b:e tum raō termini antecedentis in priori, ad terminum consequentem in posteriori Ex. gr. 3:60 seu in gr̄e a:e dicitur Composita ex Duabꝰ illis Raonibꝰ, vel 3:60=(3:12)+(12:60)

a:e=(a:b)+(b:e)

2. Scholion.

Scilicet si quis 3 cum 60, seu in gr̄e a cum e comparare, et investigare velit, quoties prius in posteriori continetꝰ, potest fieri ut prius 3. cum 12. s. a cum b comparentꝰ, et investigetur, quoties in eo, contineatꝰ, atqꝫ dein

rursus.

21: 1000 = 16 : x ; x = 761 $\frac{19}{21}$ ℔ Nitri
21: 1000 = 3 : y ; y = 142 $\frac{6}{7}$ ℔ Carbon.
21: 1000 = 2 : z = 95 $\frac{5}{21}$ ℔ Sulphur.
x+y+z = 1000 ℔.

§. 47.

Scholion.

Quod si mensura aut monera Diuersa sint interse comparanda Ex. gr. si 1 res grossi = 7 Septenariis et 17 Septenarii = 7 Marjanis et 50 Marjani = 117 Florenis Hung. et 6 Flor Hung = 5 Flor Rhen. et 64 Flor Rhen = 15. Numismatibus Caesareis, Quaeritur quot grossi faciunt unum Aureum Caesareum. Hic sequentes occurrunt Proportiones per

§. 24.

3 : 7 = Grossus : Septem
7 : 17 = Septem. Marjan.
17 : 50 = Marjan : Flor Hung.
5 : 6 = Flor H. : Flor Rhen
15 : 64 = Flor Rh. Aur. Caesar

Itaque per 3.7.17.5.15.7.17.50.6.64 = Grossi

§. 33 et 34.

15 : 10.2.64 (Aur Caes.
3 : 4.64.
1 : 85 $\frac{1}{3}$ = Grossi Aur. Caes
Adeoque 85 $\frac{1}{3}$ Grossi faciunt aur Caes.

§. 48. Scholion.

quam ponderа miſcibilium interſe ha-
bent data ſit, quantum ex materia
qualibet Simplici ſumendum ſit.

Etenim ut ſe habet Summa ter-
minorum rationis datæ, ad pondus mixti
datum; ita ſe habet terminus quilibet
ſeu pondus ſimplicis datum cujus libet
ad pondus quæſitum ejuſdem materiæ
quod mixtum ingredi debet, conſequens
Regula tium toties applicanda quot
ſunt materiæ Simplices, ex quibus mix-
tum componi debet.

Ex. gr. Pulvis pyrius paratur ex
Nitro Carbonibus et Sulphure ita-
quidem ut ad ℔. tb Nitri ſumantur
6 Semiunciæ Carbonum et 4 Semiun-
ciæ Sulphuris.

Si Libra reducatur ad Semuncias
et Numeri ſinguli per duo dividantur,
quo ipſo nempe ratio non mutatur,
erunt termini rationis dati

$f = 16$; $g = 3$: $h = 2$. Adeoque
$f + g + h = 16 + 3 + 2 = 21$.

Ponamus itaque quod ad illa Libra
Pulveris pyrii ſunt parandæ; tum
erunt Proportiones ſequentes.

℔. 1000 =

Singula in ea ratione participant, in qua contulerunt; seu lucrum vel damnum commune debet dividi in tot partes quot sunt membra Societatis, et quidem ita ut partes hæ eam ad se invicem habeant rationem, quam collata singulorum habent inter se.

Ex. gr. Tres Mercatores contulerunt.

I. 1000 Thal = f.
II. 700 = g.
III. 900 = h.
2600 = f+g+h.

Hac summa lucri facti sunt Thal. 1500 = x+y+z

Consequi.

2600 : 1500 = 1000 : x; x = $576\frac{12}{13}$
2600 : 1500 = 700 : y; y = $403\frac{11}{13}$
2600 : 1500 = 900 : z; z = $519\frac{3}{13}$.

§. 46.

Scholion.

Ab hac Regula Societatis non differt ea quæ Regula alligationis dicitur, quod si certum misti alicujus pondus ex diversis materiis simplicibus sit componendum, et ratio quam-

Unde si Numerus Datus in plures de-
„beat Dividi partes quid fieri Debeat intelli-
„gitur

§. 44.

Per se patet quod hujus Problema-
„tis Solutio etiam per Regulam tri-
„um iteratis viribus applicatum fieri-
„possit.

Ponamus enim Numerum e in tres partes esse Dividendum quæ in ea sint ad se invicem ratione, in qua sunt Numeri Dati, f, g, h. sint partes illæ quæsitæ x, y, z. Tunc erit —

$f+g+h : e = f : x$ per (§. 26 et 43

$f+g+h : e = g : y$

$f+g+h : e = h : z$

Unde intelligitur quomodo partes quæsitæ x, y, z. sint per Regulam trium inveniendæ §. 49.

Scholion.

Ad hoc Problema pertinet Regu-
„la illa quæ vulgo Societatis ad pel-
„latur; in qua ex æquitate Naturali Sumitur, quod si plures Personæ in Societatem coeant lucri causa et quælibet certam conferat pecuniæ Summam tum ex lucro vel Damno

Singulæ.

Resolutio.

Numerus Datus e dividatur per summam terminorum Rationis Datæ f+g Quotus qui prodit multiplicetur per terminos Rationis Datæ singulos f et g. Facta quæ prodeunt Dant partes quæsitas $\frac{e}{f+g} \cdot f$ et $\frac{e}{f+g} \cdot g$

Demonstratio.

Etenim $\frac{e}{f+g} \cdot f : \frac{e}{f+g} \cdot g = f : g$. §. 20

et $\frac{e}{f+g} \cdot f + \frac{e}{f+g} \cdot g = \frac{e}{f+g} (f+g) = e$

Ex. gr. 21. Dividantur in Duas partes quæ sint in Ratione 2 : 5 erit

$\frac{21}{7} \cdot 2 = 6$; $\frac{21}{7} \cdot 5 = 15$.

Sed $6 : 15 = 2 : 5$ et $6 + 15 = 21$.

§. 43.

Corollarium.

Si Numerus Datus e in tres partes sit Dividendus quæ eam ad se habeant Rationem quam tres Numeri Dati.

f, g, h operatio sit sequentem in modum

$\frac{e}{f+g+h} \cdot f$ $\frac{e}{f+g+h} \cdot g$ $\frac{e}{f+g+h} \cdot h$.

Unde.

$$C : c = \frac{S}{T} \frac{S}{t}$$

Unde datis Spatiis et temporibus duorum et Celeritate unius Celeritas alterius inveniri potest Si vero tempus quaeratur in Proportione data.

$$\frac{T}{C} : t = \frac{S}{C} : \frac{S}{c} \quad CT : ct = S : S$$

terminus primus et tertius dividatur per C Secundus vero et quartus dividatur per c Sequens exurget Proportio

$$T : t = \frac{S}{C} : \frac{S}{c}$$

Unde datis Spatiis et Celeritatibus duorum temporum quod unius tempus alterius potest inveniri –

§. 41.

Scholion.

Sepe occurrunt Casus in quibus Numerus datus in aliquot partes dividendis est ita quidem ut partes eam adse invicem habeant rationem quam numeri dati; Esto itaque

§. 42.

Problema

Numerum datum e in duas partes dividere quod eam adse invicem habeant rationem quam duo Numeri dati f : g.

Resolutio.

Unde Datis Causis Effectibusque in uno tempore tempus alibi potest inveniri

§. 40.

Scholion.

Pari ratione in Proportione §37.

$$CT : et = S : S.$$

Si fuerit S et S

Erit etiam $CT = ct$.

Adeoque $C : c = t : T$ § 24

Seu si Duo Corpora idem percurrant Spatium tum Celeritates eorundem sunt in ratione reciproca cum temporibus quibus moventur

Unde Data Celeritate cuipiam C et tempore T. quo cursum suum absolvit inveniri potest Celeritas alterius c - Dato tempore alio t idem Spatium percurrentis. vel etiam inveniri potest tempus t quo alter alter Data Celeritate c idem postea relinquit intervallum

§. 41.

Scholion.

In eadem Proportione

$$CT : ct = S : S.$$

Si terminus primus et tertius dividatur per T Secundus vero et quartus per t tum saepe emergit Proportio

$$C : c = \frac{S}{T} : \frac{S}{t}$$

Flor. intra 8. Menses dant quot Flore-
" ni dant intra 12 Menses. Hic est C=30 -
" Flor. T= 8 M, t= 12 M. et est 12 : 8 = 30 : e

et $C = \frac{30.8}{12} = 20$

§. 39.

Scholion.

In eadem Proportione

$CT : ct = E : e$

Si terminus primus et tertius dividatur per T secundus vero et quartus per t tum exurgit sequens Proportio

$C : c = \frac{E}{T} : \frac{e}{t}$

Unde datis Effectibus temporibus ex una causarum alia inveniri potest.

Ex. gr. 100 Personæ = C spatio trium Mensium = T consumunt 21. Centen. Curvis = E; quot Personæ = C c
" sumunt spatio 5 Mensium = t 63 Cen-
" ten = e $\frac{21}{3} : \frac{63}{5} = 100 : 180$

Si vero tempus quæratur, in Proportione supra allata $CT : ct = E : e$ terminus primus et tertius dividatur per C secundus vero et quartus divi-
" datur per c sequens orietur Proportio

$T : t = \frac{E}{C} : \frac{e}{c}$

Unde datis -

Unde Spatium quæsitum S. iisdem modis potest inveniri, quos §. præced. indicavimus

§. 38.

Scholion.

Ex Proportionib. §§. 36. 37. demonstratis aliæ quoque possunt deduci facile quæ usum suum habent in solvendis multis quæstionib.

Ex. gr. §. 36. Demonstravimus quod

$CT : ct = \varepsilon : e$ Unde sequitur

" quod si fuerit $\varepsilon = e$ erit etiam

$CT = ct$ Adeoque

$C : c = tT$. §. 24.

seu si Effectus idem a diversis causis sit præstandus tum Causæ sunt in ratione reciproca etiam Temporib. in quib. Effectum eundem præstant

Unde data Causa C et tempore T. quo Effectum Certum producit inveni-

" re potest Causa alia e quæ dato alio tempore t eundem præstat Effectum, vel invenire potest tempus t quo Causa alia data c eundem producit Ef-

" fectum Ex. gr. Inter usurium quod 30.

Flor. intra-

Constitutorum Tempora et Spatia item alia Similia –

Ex. gr. Si Corpus quoddam vel Cursor aliquis data Celeritate C tempore T Spatium S percurrat invenire quod Corpus aliud, vel cursor alius data Celeritate, c tempore t quantum Spatium S post se relinquat Hinc etiam eadem Regu-
„lae locum habent –

Nempe I. Si Celeritates fuerint aequa-
„les seu C = c tum est

$T : t = S : s.$

II. Si vero Tempora fuerint aequa-
„lia seu T = t tum

$C : c = S : s.$

Quaeratur itaque primum quod Corpus cujus Celeritas est C et tem[illegible] Spatium S. percurrit, idem eadem Celeritate motum tempore t quan-
„tum percurrat spatium, et hoc sit b Erit Secundum Reg I.

$T : t = S : b$ et per Reg. II.
$C : c = b : S.$ Ergo.

$TC : tC = S : S.$

Seu Spatia se habent ad se invi[illegible]uti Facta ex Celeritatibus in sua tempora.

Unde –

$$7000)\overset{13000}{49\ 140000}(7020\ A$$

Quia vero Secundum hanc Methodum sæpe ad Fractiones delabimur Commodior ē Methodus altera qua!

2.) Secundum Proportionem ultimam peragitur operatio

$$CT : ct = Ee$$

Secundum quam Exemplum superius sequentem in modum Computatur $7000 : 12 : 13000 \cdot 9 = 5040 : e$

$$7 : 4 : 12 \quad 3 = 3040 : e$$

$$7 : 13 \quad 3 = 1260 : e$$

$$e = \frac{13 \cdot 3}{7} \quad 1260 = 7020$$

§. 37.

Scholion.

Problema 8 præced non ad illa potest applicari Exempla in quibus Causæ efficientes et effectus locum habent, sed ad alia etiam innumera in quibus aliæ occurunt res quæ vero eadem modo se se habent adeoque Secundum easdem Regulas quas in resolutione Problematis illius præscripsimus debent salvi

Ex. gr. Celeritas Corporum in motu

Constitutos.

II. Si tempora fuerint eadem sum effectus in ea sunt ad se invicem ratione in qua causæ effectus producentes

Judicatur itaque primum quod causa eadem C quo dato tempore T effectum E produxit, tempore alio dato t quem- »nam gignat Effectum, secundum Reg. I. et Effectus hic sit v. Erit

T : t = E : V et per Reg II.

C : c = V : e Ergo per (§. 33. et 20.

TC : tc = E : e seu Effectus se habeant ad se invicem uti Facta ex Causis in sua tempora -

Unde patet quod Effectus quæsitus e Duplici modo possit inveniri vel

I.) Iterata Regulæ trium applicatione ita ut primum judicatur, quod Causa C quo tempore Dato T Effectus produxit quisnam sit Effectus V tempore t alterius causæ c Secun- Proportionem primam. T : t = V : e

Ex. gr. 7000 Flor intra 12 Annos, dant usuram 5040 Fl. Quantum dant 13000 Fl. in 9 Annis

In hoc Exemplo est C = 7000 - T = 12 E = 5040 c = 13000 t = 9 usura quæsita = e Adeoque

12 : 9 = 5040 : v

12) 45360 (3780 Fl = v

7000 : 13000 = 3780 : e

7000) 13000 / 49+40000 (7020 A.

Ordinatim $a : b = c : d$

$b : f = d : h$

Erit $ab : bf = cd : dh$ (§. 33.)

et ex aequo $a : f = c : h$ (§. 20.)

§. 35.

Corollarium

Pari ratione in duab. proportionib. terminus secundus proportionis primae fuerit aequalis termino primo secundae, et terminus tertius primae fuerit, aequalis termino quarto secundae seu si fuerit

Perturbata $a : b$ e $: d$

$b : f = g : c$

erit $ab : bf = cg : de$ (§. 33.)

et ex aequo $a : f = g : d$ (§. 20.)

§. 36.

Problema.

Si dati fuerint quinque numeri ex. gr. Si data quidam causa efficiens C tempore dato T effectum E pariter datum producat; invenire quod causa alia efficiens data C tempore dato t quemnam effectum e producat

Resolutio.

I. Si causa fuerit eadem cum effectus quos hoc produxit se habeat ad se invicem, invicem uti tempora quibus illos profert – Et

II. Si tempus

Corollariis praemitti debet

§. 33.

Theorema.

Si duarum proportionum termini homologi per se invicem multiplicentur || facta quae prodeunt sunt quoque inter se proportionalia Ex. gr. si fuerit

$$a : b = c : d$$
$$\text{Et } e : f = g : h$$
$$\text{Tum erit } ae : bf = cg : dh$$

Demonstratio.

Cum sit $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ et $\frac{e}{f} = \frac{g}{h}$ (per Hypothesin et §. 12) est etiam $\frac{a.e}{b.f} = \frac{c}{d} \cdot \frac{g}{h}$

Consequens $\frac{ae}{bf} = \frac{cg}{dh}$ Adeoque (§. 12)

$ae : bf = cg : dh$ Quod E. D.

In Numeris.

$$3 : 6 = 7 : 14$$
$$5 : 30 = 4 : 24$$
$$\text{Ergo } 15 : 180 = 28 : 336$$

§. 34.

Corollarium.

Si in duabus proportionibus termini || mus secundus proportionis primae fuerit aequalis termino primo secundae et terminus quartus primae fuerit aequalis termino tertio secundae seu si fuerit

Ordinatim.

7. Dies Quotus requiritur operariorum numerus ad opus in 4 Dies absolvendum? 7: 4 = 13: x Nunc manifesto patet quod Numerus quartus x major prodiret tertio quia ad opus intra 4 Dies absolvendum? plures requiruntur operarii quam 13: et quidem toties plures quoties tempus intra quod opus peragere debent minus est adeoque ut Numeri directe fiant proportionales Ratio prior Data invertenda est seu termini hoc ordine disponendi

4: 7 = 13: x

Quo facto operatio peragenda ut dictum est ut invenitur x seu Numerus quartus $= 22\frac{3}{4}$

Aliud Exemplum.

Si quis Diebus singulis 4 Mill. peragrare iter seu iter conficiat intra 10 Dies Quot Dies itineri debet impendere, si diebus singulis 5 Mill. post se relinquat? Responsio 8 Dies

§. 32.

Scholion.

Non quam occurrunt casus in quibus quinque Numeri sunt dati e quibus sextus inveniendus est Problematis quod huc pertinet Solutio Regula trium Composita Solet adpellari, at vero illud rectius intelligatur Sequens Theorema cum suis

Corollariis

ponatur locus consequentis, quo hoc Ratio fiat respectu alterius Directa seu Numeri Dati ordinentur ita ut proportio (§. 12.) exigit atque dein operatio secundum Regulam supra (§. 26) datam peragatur

Quoritur autem quod si tres Numeri sint Dati ad quos quartus proportionalis quoritur; unde potest agnosci, an illi sint Directe v. reciproce proportionales

Resolutio Id debet ex Natura proportionis et rerum ipsarum quæ sunt in quæstione consideratione dijudicari Id quod sequentem in modum facile fieri potest

Numeri tres Dati disponantur ita, ut Duo illi qui ejusdem sunt denominationis primum et secundum occupent locum in proportione et tertius qui diversam significat Speciem, tertium dein si terminus secundus sit major primo ante operationem peragendam investigetur, an etiam quartus inveniendus major v. minor fiat tertio si major tum ratio est Directa; si minor tum ratio est reciproca si autem terminus secundus sit minor primo et terminus quartus fiat minor tertia ratio est Directa, si major Ratio Reciproca

Ex. gr. 3. Operarii impendunt operæ 7

7 Dies

catio et Divisio facilius peragantur.
Exemplum vid. in Auctore

§. 31.

Scholion.

Si in duabus rationibus &c. terminus
unius Antecedens ita se habeat ad
suum Consequentem uti alterius Ante-
» cedens ad suum Consequentem tum
Ratio una respectu alterius vocatur
Directa Ex. gr. a : ma b : mb.
3 : 6 = 4 : 8

Si vero terminus Rationis unius
Antecedens ita se habeat ad suum Con-
» sequentem, uti alterius Consequens ad
suum Antecedentem tum Ratio una
respectu alterius vocatur reciproca
seu inversa Ex. gr. a : ma = mb : b
3 : 6 = 8 : 4

In hoc Casu Regula trium inversa
solet appellari ut pro hac Vulgo pecu-
» liaris operandi modus proscribitur

Verum in hoc quoque Casu alia non
opus est Regula praeter illam quam supra
§. 26. tradidimus Sed ubi rationalis reci-
» proca occurrit seu ubi quatuor Numeri sunt
inter se reciproce proportionales, termini
Rationis unius quia Data est invertantur
hoc est terminus qui fuit Antecedens

ponatur.

§. 29.

Scholion.

Quod ad ordinem attinet, quo Numeri dati locandi sunt de hoc Vulgo praecipere solent, quod ex Duobus Numeris rem eandem denotantibus; de quo quaeritur tertio alter autem primo loco ponatur Ex. gr.

3 tb: 4 th = 17 tb: $22\frac{2}{3}$ th all id quod si Numeri in abstracto considerentur fieri potest (per §. 25 I.) Verum si in Concreto spectentur quatenus rem certae Speciei denotant ordo illa locum habere nequit nam 3 tb ad 4 th in Concreto nullam habent rationem quum inter res diversae Speciei nulla possit adesse ratio Retinenda Secundum ordinem á nobis supra traditum et Mathematicis familiarem Proportio Numerorum facilius longe perspicitur atque adeo dijudicare potest ubi Regula primum locum habeat, ubi minus, et quomodo illa sit applicanda ne falso peragatur operatio.

§. 30.

Scholion.

Si Numeri dati fuerint diversae Speciei illi ad eandem Speciem reducendi ut hoc pacto tam Proportio distinctius perspiciatur quam multiplicatio-

peragendos requisitorum et Similia
Ex. gr. Si 3 Librar. pretium sint 4 Thall.
quantum est pretium 17 Librar.
3 lb: 17 lb = 4 th: $22\frac{2}{3}$ thal.
Ubi Ergo Regulam hanc quis applicare
voluerit Certus esse Debet primum De
Proportione Numerorum De quibus quæ-
„ritur nisi enim hoc sit Regula trium
haud recte applicabitur.
Non Desunt quippe exempla in
quibus termini quæstionis videntur esse
Proportionales licet revera non sint
Ex. gr. Si ex vase quodam intra duo minu-
„ta prima tres Congii aquæ effluant quæ-
„ritur intra quot minuta 200 Congii effluant
Si Declivitas Fluvii cujusdam ad inter-
„vallum 200 Pedum unum Pedum adæquat
quanta est Declivitas seu altitudo flu-
„minis per 1350 Milliaria procurrentis,
Ex. gr. Nili?
Si Duobus Equis Pondus quoddam intra
6 horarum intervallum ad Certam
Distantiam Devehatur quo tempore
a 4 Equis per idem Spatium idem Pondus
deportetur?
et quæ sunt alia Similia in quibus Pro-
portio nulla locum habet adquæ adeo
aut Regula trium potest applicari
§. 29 Scholiom

Demonstratio.

D. A = B. C. §. 22. Conseqs.

$D = \frac{B.C}{A}$

§. 27

Corollarium

Si datis Duobs. Numeris A et B tertius Proportionalis D invenire debeat tum Proportio est Continua, et Numerus secundus tertii quoque vicem sustinet seu est

A : B = B : D adeoque prodit tertius D. Si secundus B per se ipsum multiplicetur et factum per primum dividetur seu est $D = \frac{B.B}{A}$

§. 28.

Scholion.

Resolutio hujus Problematis cum suo Corollario vulgo Regula trium dicitur, in qua itaque supponitur, quod ex quatuor Numeris qui sunt in quaestione seu terminis quaestionis duo priores eandem ad se invicem habeant rationem quam duo posteriores, Ex. gr. Quantitates mercis ejusdem determinatae et pretia earundem Merces operationum v. tempora quibus operas absolvat labores et tempora, quibus illi peragantur, labores item et Numeri operationum ad illos peragendos.

IV. Componendo. seu

$A+C : B = C+D : D$

Demonstratio.

$A : C = B : D$ (per I.) Conseql.
$A+B : C+D = B : D$ (per II.) Ergo
$A+B : B = C+D : D$ (per I.)

V. Dividendo seu

$A-B : B = C-D : D$

Demonstratio.

$A : C = B : D$ (per I.) Conseql.
$A-B : C-D = B : D$ (per III.) Ergo
$A-B : B = C-D : D$ per I.)

VI. Convertendo seu

$A : A-B = C : C-D$

Demonstratio.

$A : C = B : D$ (per I.) Conseql.
$A : C = A-B : C-D$ (per III.) Ergo
$A : A-B = C : C-D$ (per I.)

§. 26.

Problema.

Datis tribus numeris A. B. C. quartum Proportionalem invenire D. ita ut sit

$A : B = C : D$

Resolutio

Secundus ducatur in tertium, Factum dividatur per primum Quotus qui prodit erit quartus quæsitus.

Demonstratio.

§. 25.

Theorema.

Si quatuor Numeri v. Quantitates fu-
„erint proportionales ex. gr.

$A : B = C : D$ tum est etiam

I. Permutando ut prima ad tertiam
ita Secunda ad quartam seu

$A : C = B : D$

Demonstratio.

$A . D = B . C$ §. 22 Sed

$\frac{AD}{DC} = \frac{BC}{DC}$ Consequ $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$ Ergo.

$A : C = B : D$

vel secundum Auctorem

$a : am = b : bm$

$a : b = am : bm$ §. 20.

II. Antecedentes et Consequentes Su-
„mando seu $A + C : B + D = A : B$.

Demonstratio.

$A . D = B . C$ Conseq $A . D + CD = B . C + C . D$
vel $(A + C) D = (B + D) . C$ Ergo

$A + C : B + D = C : D = A : B$ (§ 24)

III. Antecedentes et Consequentes =
= differentiando seu $A - C : B - D = A : B$

Demonstratio.

$A . D = B . C$ Conseq $A . D - CD = B . C - C . D$
vel $(A - C .) D = (B - D) . C$ Ergo

$A - C : B - D = C : D = A : B$ (§. 24

IV. Comp.

§. 23.

Corollarium.

Si terminus secundus fuerit æqualis tertio seu $A : B = B : C$ tua est

(Atque) $A \cdot C = BB = B^2$ et $B = \sqrt{A \cdot C}$

Atque adeo inter duos Numeros invenitur medius Geometricæ Proportionalis si ex Facto eorundem Radix Quadrata extrahatur.

Si porro terminus primus fuerit 1. seu $1 : B = B : C$ tum est $C = B^2$

Consequenter Radix Quadrate est ter-
„minus medius Geometricæ proportiona-
„lis inter 1. et Quadratum ejusdem Quad-
„ratum vero est tertius Geometricæ propor-
„tionalis ad 1. et Radicem Quadratam

§. 24.

Theorema.

Si duo Facta fuerint inter se æqualia ea re salvi possunt in Proportionem, ita-
„quidem ut ex Facto Uno termini extremi ex altero autem medii exurgant

Ex gr. ex $A \cdot D = B \cdot C$ sequitur

$$A : B = C : D$$

Demonstratio:

$\frac{AD}{BD} = \frac{BC}{BD}$ Conseq. $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ Adeoque

$A : B = C : D$.

§. 25. Theorema

§. 21.

Corollarium.

Si duæ Fractiones eundem habent Denominatorem in ea sunt Ratione ad se invicem quam Numeratores habent ad se invicem

Nam quum Denominator Communis Spectari possit tanquam Divisor, perinde est ac si Numeratores per eundem Numerum Dividerentur Adeoque in hoc Casu Fractiones sunt Quoti qui prodeunt Dum Numeratores earum per eundem Numerum Dividuntur In hoc autem Casu Quoti sunt in ea Ratione in qua Nri qui Dividuntur (per 8 prod.) Eō etiam Fractiones sunt in eadem Ratione in qua Numeratores

Ex. gr. $\frac{7}{3} : \frac{5}{4} = \frac{7 \cdot 4}{3 \cdot 4} : \frac{5 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{28}{12} : \frac{15}{12} = 28 : 15.$

§. 22.

Theorema.

In Proportione Geometrica Factum Terminorum extremorum est æquale facto mediorum

Demonstratio.

$$a : ma = b : mb$$

$$amb = mab$$

Demonstratio alia.

Sit $A : B = C : D$ tum est

$\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ §. 12

et $\frac{AD}{BD} = \frac{CB}{DB}$ Sed $BD = DB$

§ $AD = CB$

§. 23. Corollab.

178.

Si in Ratione quadam idem fuerit Quotus qui in altera, tum duæ hæ rationes sunt inter se æquales

Sed si duo Numeri certam ad se invicem habentes Rationem per eundem Numerum multiplicentur, facta quæ prodeunt dant Quotum qui prodit Quoto Numerorum ipsorum eum æqualis est per Conch. 3.

Ex. si duo Numeri certam ad se invicem habentes Rationem per eundem tertium multiplicetur tum facta quæ prodeunt eandem ad se invicem habent Rationem quam Numeri ipsi qui multiplicantur seu duæ hæ rationes sunt inter se æquales

Q. E. D.

Ex gr. $\frac{3}{6} = \frac{3 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{12}{24}$

Ergo $3 : 6 = 12 : 24$.

In genere $\frac{a}{b} = \frac{ma}{mb}$

Ergo $a : b = ma : mb$.

II. Quod ad Casum posteriorem attinet is pari Ratione mutatis mutandis Demonstratur ex Theoremate

Si Fractionis cujusdam tam Numerator quam Denominator per eundem Numerum dividatur Quantitas Fractionis non mutatur. Ex gr. $\frac{12}{24} = \frac{12\frac{1}{4}}{24\frac{1}{4}} = \frac{3}{6}$

Qo. $12 : 24 = 3 : 6$.

§. 21. Corollar.

Fractionis eadem manet; seu Facta quæ prod-
»unt dant Fractionem priori æqualem.

Sed Quotus quilibet æquivalet Fractioni
cujus Numerator est Dividendus et Denominator
est Divisor

1.) Si Quoti cujusdam tam Dividendus
quam Divisor per eundem Numerum mul-
»tiplicetur, tum Facta quæ prodeunt dant
Quotum priori æqualem.

Quando cunque ÷ quæritur Quoties Numerus
Unus in altero contineatur tum Numerus
prior pro Divisore, posterior pro Dividendo
habetur

Sed in ratione Duorum Numerorum
quæritur quoties Unus in altero contineatur.

2.) Si in Ratione qualibet Duorum Numero-
»rum Unus pro Divisore alter pro Dividendo
habendus est

× × ×

Si Quoti cujusdam tam dividendus quam
Divisor per eundem Numerum multipli-
»cetur tum Facta quæ prodeunt dant Quotum
priori æqualem per Coroll. I.

Sed in Ratione qualibet Duorum Nume-
»rorum Unus pro Divisore alter pro Divi-
»dendo habendus est per Coroll. 2.

3.) Si in Ratione qualibet Duorum Nu-
merorum si uterque per eundem numerum
multiplicetur Facta quæ prodeunt dant
Quotum priori æqualem.

Si in Ratione.

" tur Factum prius (12) quoties in Factore Secundo (6) Factor prior (3) continetur tum Factum prius (12) eandem habet rationem ad Factum Secundum (24) quam habet Factor prior (3) ad Secun-" dum (6) S. tt.

Atqui in Facto Secundo (24) toties Continetur Factum prius (12) quoties in Factore Secundo (6) Factum prior (3) continetur. per Const. 3.

Ergo Factum prius (12) eandem habet ra-" tionem ad Factum Secundum (24) quam habet Factor prior (3) ad Secundum (6) Q. E. D.

II. Quod ad Casum Secundum attinet, is sequitur ex Casu priori.

Nam Numeri quicunque Dividendi ita possunt Considerari tanquam Facta et Dubii qui prodeunt si Dividendi per-" eundem Divisorem dividantur tanquam Factores. Quod ergo de Factis et Factoribus Numeris demonstratum est idem valet de Dividendis atque Quotis etiam qui prodeunt quum duo Numeri per eundem Divisorem dividuntur.

Demonstratio alia.

Si Fractionis cujuspiam tam Numera-" tor quam Denominator per eundem Numerum multiplicetur, Quantitas

Fractionis

Si idem Numerus (4) in Facto ~~priori~~ Secundo (12) toties sæpius contineatur quam in Facto priori (12) quoties Factor secundus (6) major est quam prior (3) tum Factum Secundum (24) toties majus est quam prius (12) quoties Factor Secundus (6) major est quam prior (3)

Atqui idem Numerus (4) in Facto Secundo (24) toties Sæpius Continetur quam in Facto priori (12) quoties Factor Secundus (6) ma-
„jor est quam prior (3) per Concl. I.

2.) Es. Factum Secundum 24 toties ma-
„jus ~~quam Factum~~ est quam prius (12) quo-
„ties Factor Secundus (6) major ē quam prior. (3)

Si Factum Secundum (24) toties sit majus quam Factum prius (12) quoties Factor Secundus (6) major est quam prior (3) tum in Facto Secundo (24) toties conti-
„netur Factum prius (12) quoties in Facto-
„re Secundo (6) prior Factor (3) continetur.

Atqui Factum Secundum (24) toties majus est quam prius (12) quoties Factor Secundus (6) major ē quam prior (3) per Concl. 2.

3.) Es in Facto Secundo (24) toties Continetur Factum prius (12) quoties in Factore Secundo (6) Factor prior (3) Continetur.

Si in Facto Secundo (24) toties Continen

tur.

§. 19.

Rationes Axioma.

Duos eidem tertio æquales sunt etiam æquales inter se

§. 20.

Theorema.

Si duo Nri per eundem Numerum multiplicentur aut Dividantur, in Casu priori Facta in altero autem emergentes sunt in eadem ratione ad se invicem, in qua Numeri = qui multiplicantur aut dividuntur.

Demonstratio.

I. Quod ad priorem Casum attinet Auctor Sequentem in modum demonstrat sint Duo Numeri Dati (3) et (6) qui multiplicantur per eundem (4) vel quod eodem redit hic tertius (4) multiplicetur per duos illos Numeros Datos (3) et (6) Factum prius exit (12) posterius (24)

Quod si itaque idem Numerus (4) per duos alios (3) et (6) multiplicetur, tum idem Numerus (4) in Facto Secundo (24) toties sopius continetur quam in Facto priori (12) quoties Factor Secundus (6) major ē quam prior (3) per Definitionem Multiplicationis Atqui idem Numerus (4) per duos alios (3) et (6) multiplicatur per Hypothesin.

I.) Ergo idem Numerus (4) in Facto Secundo (24) toties sopius continetur quam in priori (12) quoties Factor Secundus (6) major est quam prior (3)

Si idem

=tionalis Si Summa eorundem dividatur per Numerum qui tott in se continet Uni-
„tates quot Numeri sunt dati

Id quod in Civilib. etiam atque Politicis negotiis sæpe usum suum habet

Ex. gr. Si quæratur quodnam sit prœcium medium Tritici certo in loco? ut ad hanc quæstionem respondeatur prœcia diversa diversis temporib. eodem in loco notari debeat: et illa in unam summam colligi, quæ in tott partes dividenda quot diversa prœcia in unam summam fuere collecta. Sit prœcium medii unius certo tempore=
=

=36 Dem.
Alio tempore= 48 Dr.
Alio tempore= 60 Dnr.
Summa= 144 Dr.
Div. per 3.= 48 Dr.
prœcium medium

Si quæratur quot homines moriantur certo in loco spatio Anno? ut ad hanc questi-
„onem possit responsio dari quæ ad verissi-
„militudinem quam proxime accedat in decem Annis diversis st in sequentib. notari debet, quantus Annis singulis eodem in loco fuerit mortuorum numerus; decem hi Numeri in unam summam colligenda et hæc per 10. dividenda Quotus qui prodit exhibet Numerum mortuorum prope ve-
„rum annuo quovis intervallo eodem in loco.

§. 19. Axioma.

(§. 15.)

$a-(a+d)=b-(b+d)$

$a-a-d=b-(b-d)$

Sed $a+b+d=a+d+b$ et

$a+b-d=a-d+b$

Seu Summa terminor. extremorum in utraqs. formula aqualis est Summ. mediorum. §. 16.

Corollarium.

In Proportione Arithmetica Continua Summa extremorum est aqualis medii Duplo qui nempe bis occurrit nam propor-
" tiones exprimuntur -

$a-(a+d)=(a+d)-a+2d$

$a-(a-d)=(a-d)-a-2d$

Sed $a+a+2d=a+d+a+d$ et

$a+a-2d=a-d+a-d$

§. 17.

Corollarium.

Consequenter invenitur termi-nus -
" medius Summa extremorum dimidium Sumatur Ex gr. Inter 39 et 47 medius terminus est $\frac{39+47}{2}=43$. et $47-43=43-39$.

§. 18.

Corollarium.

Pari ratione invenitur inter plures numeros medios Arithmeticè Proportio-

nales.

§. 14.

Definitio.

Si in Proportione terminus secundus et tertius idem fuerit vocatur ea Continua et terminus qui bis occurit medius dicitur Ex. gr.

Proportio Arithmetica Continua Sequens 12-7=7-2 vel in genere

$a-(a+d)=a+d-(a+2d)$ §. (10

vel $a-(a+d)=a-d-(a-2d)$

Iuiusc. formulis omnes Proportiones Arithmeticæ continuæ in genere exprimuntur. Exemplum Proportionis Geometricæ Continuæ

Si $b=b:12$ vel in genere

$a:ma=ma:ma^2$ §. 13

Iuæ formulæ omnes Proportiones Geometri continuæ in genere repræsentantur.

§. 15.

Theorema.

In qualibet Proportione Arithmetica Summa terminorum extremorum est æqualis Summæ mediorum

Demonstratio.

Omnes quippe Proportiones Arithmeticæ his formulis Exprimuntur

(§. 10)

p70. 20: 6 = 32: 8 et

a: b = c: d

§. 12.

Definitio.

Duorum rationum Geometricarum aqualitas vocatur Geometrica proportio vel simpliciter proportio quæ ergo commodissime designatur ita quemadmodum §. ita præcedenti factum est qui ipse hoc designandi ratio ipsam ejusdem Naturam exprimit et ab Ill. Leibnitio primum adhibita est, Alias solet etiam Sequentem in modum designari a. b:: c. d

Hinc hæc etiam proportio è quatuor constat terminis quorum primus et quartus extremi secundus vero et tertius medii appellantur Ambo autem antecedens a, c, vel ambo Consequentes, b, d, communi nomine homologi vocantur

§. 13.

Corollarium

Duæ rationes inter se æquales eundem habent Exponentem (§. 6. 11) Adeoque si proportionis cujuspiam tres termini priores fuerint Sequentes

a: ma = b. erit quartus mb Quia a: ma = b: mb

Quæ formula omnes Proportiones Geometricas in Genere exprimit

§. 14. Defin.

Subtrahatur; vel vice versa si primus a Secundo, atque tertius a quarto subtrahatur (§. 8) Hinc tanto precise minor vel major est terminus Secundus primo quanto quartus tertio, Adeoque si primus et tertius terminus Sumantur pro arbitrio, ut proportio Arithmetica exurgat, uterque eadem Quantitate augeri vel imminui debet quo terminus tertius et quartus obtineantur unde patet quod Formula illa generali.

$$a-(a+d)=b-(b+d) \text{ vel}$$
$$a-(a-d)=b-(b-d)$$

quam supra (§. 8) Dedimus, omnes proportiones Arithmeticas in genere repraesententur. §. 11.

Definitio.

Si duae rationes Geometricae ex. gr. 20:5 et 32:8 vel in genere a:b et c:d inter se comparentur et in utraque si terminus antecedens dividatur per Consequentem idem prodeat Quotus seu $\frac{20}{5}=\frac{32}{8}$ vel $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ tum 20 ad 5 vel ad b eandem habet Rationem quam 32 ad 8 vel c ad d Adeo quae duae hae rationes dici possunt Similes vel etiam aequales, seu est

20:5=32:

20 - 15 = 35 - 30 vel in genere
$a-(a+d)=b-(b+d)$ seu
$a-(a-d)=b-(b-d)$

Scilicet potest etiam fieri ut Termini Consequentes sint majores Antecedentibus quo in Casu differentia Terminorum ab utroque Latere est negativa, si nempe Termini Consequentes ab Antecedentibus subtrahatur. erit terminus consequens = ma

Definitio

Duorum rationum Arithmeticarum aequalitas (vel similitudo) Proportio Arithmetica vocatur. Quo itaque optime designatur eum in modum uti §. procedenti factum est quid scilicet designandi ratio ex ipsa Definitione fluit, et a Cel. Autore primum introducta est, alios solet etiam sequentem in modum exprimi:

20. 15 :: 35. 30.

Hinc manifestum est ut proportio Arithmetica quatuor constet terminis quorum primus et ultimus, extremi, secundus vero et tertius simul medii appellantur

§. 10.

Quum in proportione Arithmetica eadem producat differentia, si terminus secundus a primo atque quartus a tertio

Subtrahat.

comparantur, vocantur termini Rationis quo-
rum unus antecedens, alter vero consequens est, in
ordine quo se invicem subsequuntur; qui aut-
tem ordo ab arbitrio pendet

§. 6.

Definitio.

In Ratione Geometrica Numerus qui indicat
quoties terminus Antecedens in Consequente
contineatur vocatur Exponens seu Nomen
Rationis Ex. gr. Rationis 5: 20 Exponens est 4
Rationis vero 20: 5 Exponens est $\frac{1}{4}$

§. 7.

Corollarium.

Si terminus Antecedens multiplicetur per
exponentem prodit Terminus consequens seu
terminus Consequens est Factum, ex termino
antecedenti in Exponentem Ex. gr. in Ratione
5: 20 4. 8 = 20 In Ratione 20: 5 est $\frac{1}{4}$. 20 = 5
In genere si terminus Antecedens sit a,
Exponens m; erit §. 8.

Corollarium.

Si duae Rationes Arithmeticae inter se
comparentur, et in utraque eadem sit
terminorum differentia; tum in una
earum eandem habent terminus Antece-
dens ad Consequentem.
Rationem Arithmeticam atque in altera.
Quamobrem rationes hae Arithmeticae
similes vel equales dici, et sequentem in
modum designari possunt

20 - 15 = 35 - 30.

§. 2.

Definitio.

Si per Subtractionem investigetur quanto Numerus unus major sit altero tum relatio eor. ad se invicem in quia considerantur hoc in casu Ratio dicitur Arithmetica

Ex. gr. 2 - 5 = 15

Signum itaq; Rationis Arithmeticæ est idem quod Subtractionis.

§. 3.

Definitio.

Si vero per Divisionem investigetur quotiens Numerus unus in altero continetur, vel quanta unius pars in altero reperiatur tum considerantur ea in relatione ad se invicem quæ ratio Geometrica appellatur.

Ex. gr. $\frac{20}{5} - 4$; $\frac{5}{20} - \frac{1}{4}$

Hinc Rationis Geometricæ signum : idem quod Divisionis Ex. gr. 20 : 5 ut vero Ratio Geometrica à Juoto qui per divisionem prodit distinguatur. consultum est hunc ad formam Fractionis semper exprimere et pro Ratione Geometrica primi illud signum Scribere.

§. 4.

Scholion.

Veteres nomine Rationis Geometricam semper intelligi volebant Rationem; hinc hodie dum ubi nomen Rationis simpliciter occurrit Geometricam semper designat Rationem

§. 5. Definitio.

Ju qualibet ratione Numeri ipsi qui inter se

Comparantur.

Exemplum.

67 (p q r s
$p^3 = 64$ 4,061

3,000
$3p^2 = (4,8)$

3,000000
$3.(p+q)^2 = (4800)$
$3.(p+q)^2 r =$ 28800
$3.(p+q).r^2 =$ 4320
$r^3 =$ 216

2,923416

76584000
$3.(p+q+r)^2 = (494508)$
$3.(p+q+r)^2 s =$ 494508
$3(p+q+r).s^2 =$ 1218
s^3 1

494 62981

Examen 271 21019

$p+q+r+s) = 66,972878981$

67,

De Ratione et Proportione.

§. 1.

Definitio.

Quandocunqs; duo Numeri (vel duæ Quanti-
"tates homogeneæ in genere) in ea ad se invi-
"cem Considerantur relatione ut unius Quantitas
ex alterius Quantitate Determinari possit
immediate hæc eor relatio vocari solet Ratio.

§. 2. Definitio.

Resolutio.

I. Inveniatur pars Radicis quæ ex Numero constat integro secundum Reg. §. 20 & 22 descriptos.

II. Ex Residuo quod post peractam illam operationem relinquitur, inveniantur primum partes Decimæ Radicis

III. Quem in finem Numerus ex quo partes Decimæ Radicis sint inveniendæ reducatur ad Fractionem Decimalem quæ millesimos in se continet unitatis partes Fractionis enim quæ Decimas denotat unitatis partes Cubus ē Fractio quæ millesimos unitatis in se complectitur partes;) id quod fit si post locum unitatum Simplicium, tres o scribantur.

IV. Eandem ob rationem ut partes Radicis centesimæ inveniantur post Numerum (III) dictum scribantur tres Cyphræ bis seu sex Cyphræ. Et sit in genere, tres Cyphræ totiès ad Numerum adjiciantur quot notis Decimalibus Radix quæsita ex primenda est.

V. Operatio autem fiat secundum Regulas supra §. 22 datas.

Exemplum.

$q =$ 700877312 | 8
$3(p+q+r)^2 =$ (874800) | 1874800
$3(p+q+r)^2 S =$ 6998400 | 6998400
$3p+q+r\ S^2 =$ 103680 | 103680
$S^3 =$ 512 | 512
700877312 | 700877312
0 | 0

§. 23.

Corollarium.

Id quod supra (§ 12) de Radice Quadrata dictum est, Viam de radice cujuscunque gradus in genere verum est. Nimirum si Radix ipsa numero integro perfecte exprimi nequeat, tum nec fractione ulla parti illi quod Nro integro exhibetur adjecta perfecte exprimi nequit seu est Nus irrationalis interim tamen ad verum ejus valorem tam prope accedere licet quantumquis voluerit, v. radicem ipsam prope veram invenire licet si quadratur in partibus semper minoribus et hæ per fractiones Decimales repræsentantur seu per approximationem -

§. 24.

Problema

Nro integro. Cujus Radix cubica Nro integro perfecte exprimi nequit seu e Numeris irrationalis Radicem hanc per approximationem invenire -

Resol.

162. II. Ex Classe prima et secunda versus sinis-
"tram inveniantur duæ priores radicis partes
(p et q) secund §. 20.

III. Quor ex his duabus Classibus peracta-
"operatione §20mo prescripta relinquitur,
residuum adjungatur ad Classem sequentem
et partes Radicis jam inventæ simul sumtæ
habeantur pro parte prima (p+q) et pars
sequens quæ inveniri debet r. pro parte
secunda atqs. inde inveniatur pars tertia
radicis r. secundum Reg. II. et seqq. §. 20.
Pari rāone pars quarta s. si hæc pro parte
secunda et tres priores inventæ simul
pro parte prima habeantur. & sp. donec
pars aliqua invenienda supersit,

Exemplum.

158|164|877|312 (p q r s
5 4 0 8.

$p^3 = 125$

R. 33164

$3p^2 = (75)$

$3p^2q = 300$

$3pq^2 = 240$

$q^3 = 64$

32464

$s = 700877$

$3p+q+r = (8748)$

$q = 700877312$

$q = 700877312$

quam duabus constat partibus.

Resolutio.

Si Radix e tribus constat partibus $p+q+r$ tum ponamus $q+q = ar = b$ et erit (§. 14)

$$a^3 = (p+q)^3 = p^3 + 3p^2q + 3qq^2 + q^3.$$

$$3a^2b = 3(p+q)^3 r$$

$$3ab^2 + b^3 = 3(p+q) r^2 + r^3$$

Unde manifestum est quod Cubus Radicis quæ é pluribus constat partib. in se continet Cubos partium singularum Radicis facta triplo ex quadrato summæ partium omnium antecedentium in quadratum proxime sequentis.

Id quod pro quolibet Radice demonstrari potest, si modo partes omnes Radicis simul sumtæ præter ultimam habeantur pro parte secunda = b atqs. ita operatio instituatur secundum §. 14.

§. 22.

Problema.

Ex numero quocunqs. integro Radicem Cubicam extrahere.

Resolutio.

Numerus datus dividatur in Classes quarum quælibet tres notas in se contineat á Dextra versus sinistram Classis sinistimæ Viam unam v. duas &c. potest in se complecti notas quot Classes emergunt ex tot componitur notis.

II. Ex Classe.

nuatur unitate eousqs, et facta operatio Reg IV. V. VI. et VII. proscripta repetatur donec inveniatur S quod notas Nri dati supra scriptas seu R non excedit et si id his aequale fuerit quemadmodum Reg VII. tum quidem pars secunda Radicis perfecte inventa est.

IX. Quodsi denigs, fuerit S L R atque adeo illo ab hoc subtracto Residuum aliquod superfuerit tunc Numerus inventus est minor quam Radix quaesita sed ne unaquidem unitate. Si enim I. adjiciatur ad Numerum inventum tum Radix quaesita erit major consequenter Radix ipsa cadit inter duos numeros integros qui tantum unitate differunt adeoque Numero integro perfecte exprimi nequit scilicet in hoc casu Numeri inventi Cubus est minor quam Nrus datus N. et si Numerum I adjiciatur Cubus ejus erit major quam Numerus datus N.

Exemplum.

$a^3 =$	N. 185 | 193	(ab 57
$R =$	125	
$3a^2 =$	60193	
$3a^2b =$	(75)	
$3ab^2 =$	525	
$b^2 =$	735	
	343	
$5 =$	60193	

§. 21. Problema

Invenire Cubum Radicis quie pluribus quam.

Radicis jam inventæ illudqs. ter Sumtum Scribatur ita ut nota Suprema Classis Subsequentis

III. Dividatur per illud Nrus Supra scriptus Quotus qui prodit Summatur pro parte Secunda Radicis Quia vero is hac major potest esse v. invenire §. 19. 16 hinc ut innotescat, an non pars Secunda justo major inventa sit.

IV. Multiplicetur Quotus inventus per Quadratum triplum partis primæ Semper Nrum illum qui fuit ante Divisor (II) et factum quod prodit, np. est $= 3a^2b$ scribatur ita ut nota ejus infima cadat sub nota Suprema Classis dextime, (§. 19)

V. Quadratum Quoti multiplicetur per partem primam Factum quod emerget ter Sumatur atqs. Scribatur ita ut, nota ejus infima Sub nota media Classis dextimæ terminetur quod np. est $= 3ab^2$ (§. 19).

\#\# VII. Tres si Numeri per Reg. IV, V, VI inventi addantur si eorum summa S sit æqualis Notas Numeri Cubici Supra scriptis seu R tum Quotus est vera, pars Secunda Radicis $= b$ et $a + b$ est Radix Cubica quæsita cujus nempe cubus Numero dato æqualis est.

\#\# VI. Cubus Quoti seu b^3 terminetur sub nota infima Classis ejusdem, (§. 19)

VIII. Si autem S 7 R tum quotus immi-

nuatur-

minimum 4 et ad Summum Sex in se con-
tinere potest notas

§. 18.

Corollarium.

Radix Cubica Nri qui e quatuor quinq;
v. Sex ad Summum notis constat, nec plures
nec pauciores in se complectitur quam
duas notas.

Quodsi itaq; io in classes distinguatur;
a Dextra versus sinistram quarum Dextima
tres sinistima autem unam duas vel tres in se
complectatur notas tot erunt classes quot
partes Radix habet.

§. 19.

Corollarium.

In Nota sinistima Classis Dextimæ termi-
natur $3a^2b$ in media $3ab^2$ in infima b^3

§. 20.

Problema.

Nro dato qui e quatuor quinq; vel ad
Summum Sex notis constat Radicem
cubicam extrahere.

Resolutio.

I. Numerus datus dividatur in Classes
secundum §. 18 dein Nris cubicis qui ad
Classem sinistimam qui proxime accedit,
ab ea subtrahatur; Radix ejus est pars
prima Radicis seu Decas.

II. Ad Residuum adjungatur Classis subse-
quens inveniatur Quadratum partis primæ

Radicis.

§. 16.

Corollarium.

Cubus unius notæ non pluribus quam e 3bus ad summum potest constare notis Quadratum Notæ quæ omnium maxima est Ex. gr. 9. ter sumtum si per notam maximam multiplicetur factum quod prodit non ultra 3.9.9.9 = 3.729 = 2187. assurgit Consequenter $3a^2b$ ultra locum Cencies Millenariorum nunquam sese extendit Ratione $3ab^2$ non majusquam 3.90.9² = 21870 esse atque adeo ad locum tantum Decies millenariorum pertingere potest Denique b^3 ad locum usque Centenariorum potest excurere.

Ex. gr. sit $a+b = 90+9$ erit

$$\begin{array}{rr} a^3 = & 729000 \\ 3a^2b = & 218700 \\ 3ab^2 = & 21870 \\ b^3 = & 729 \\ \hline & 970299 \end{array}$$

§. 17.

Corollarium.

Cubus Nri omnium qui e duabus constat notis minimi ex. gr. 10. e quatuor constat notis. Cubus vero Nri inter eos qui e tribus constant notis omnium minimi Ex. gr. 100. septem in se continet notas, Consequenter, Cubus Nri cujuscunque e duabus notis Constantis ad minimum.

 Duabus constat partib. constat ex cubo partis primæ; e triplo producto Quadrati partis primæ in secundam, e Triplo producto partis primæ in Quadratum partis secundæ et ex cubo partis secundæ.

Demonstratio.

Quadratum $a^2+2ab+b^2$
Multiplicetur per $a+b$.

$$\begin{array}{r} a^3+2a^2b+ab^2 \\ \text{prodit } +a^2b+2ab^2+b^3 \\ \hline (a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3. \end{array}$$

§. 15. Corollarium.

Si a fuerit Decas b autem unitas Ex. gr. si fuerit $a+b=50+7$ erit,

$a^3 = 50.50.50 = 125000$ Cubus partis primæ
$3a^2b = 3.50.50.7 = 52500$. 3lum product. □ti Part. ⊥
$3ab^2 = 3.50.7.7 = 7350$. 3lum Prod. ⊥ I. in 2dam part. Imæ in □ P. 2dæ.
$b^3 = 7.7.7. = 343$ Cubus partis 2dæ.

$185193 = (57)3.$

unde apparet, qd Cubus partis Imæ in loco Millenariorum 3lum productum Quadrati partis primæ in 2dam in loco Centenariorum triplum productum partis primæ in □tum partis 2dæ in loco Decadum et Cubus partis secundæ, in loco unitatum terminetur.

§. 16. Corollarium.

Sunt ad residuum antea dictum adjiciendæ quot notas Decimales Radicis invenire lubet. operatio autem fiat secundum Regulas jam dictas. Exemplum.

1,7320508. = $\sqrt{3}$

3
1
2,00
(27)
189
1100
(343)
1029
7100
(3462)
6924
17600
(34640)
1760000
(346405)
1732025
2797500
(3464100)
279750000
(34641008)
277128064
2621936.

De Radice Cubica Extrahenda.

§. 14.

Theorema.

Numerus Cubicus Radicis a+b quæ è Duabus.

154 inveniendæ exprimatur per fractionem Decimalem, ita quidem ut primo inveniantur partes Decimæ ejusdem dem Centesimæ tum Millesimæ et sic porro.

3. Quia vero partes Decimæ Radicis Quadratæ, pro suo Quadrato habent partes Centesimas seu fractionis cujus Denominator est 10. Quadratum est fractio cujus Denominator est 100. ideo pars residua Nri Quadrati, propositi exprimatur ita ut partes Centesimas in se contineat, vel reducatur ad fractionem Decimalem cujus Denominator sit 100. id qd. sit si in ea locus unitatum simplicium commate notetur et post illud duæ cifræ adjiciantur Ex. gr. 21 = 21,00 = $\frac{2100}{100}$.

4to. Quo facto ex Residuo tali modo in partib. Centesimis expresso inveniatur secundum Regulas proscriptas, pars Radicis nova, quæ partes ejus Decimas in se continebit.

5to. Si porro partes Centesimæ radicis inveniendæ sint quia hæc pro suo Quadrato habent partes decies millesimas post locum cum unitatum simplicium, in residuo de quo antea diximus quatuor cifræ vel post duas priores duæ adhuc aliæ adjiciantur.

6to. Et sic in genere totti paria Cyfrarum

sunt ad.

possunt perfecte exprimi; vocantur Nri Irra-
„tionales. Surdi Incommensurabiles Nri vo qui
per unitates integras v. earum partes perfecte ex-
„primi possunt dicuntur Rationales Quales sunt
Nri tam integri qm Fracti, quat np. tam Nume-
„rator qm Denominator perfecte exprimi potest -

§. 12.

Corollarium.

Quamvis autem Radices tales quadratæ nec Nro
integro nec fractionibus perfecte exprimi possunt
interim tamen ad veram eorum valorem tam
prope accedere licet quantumquis voluerit
vel prope veras illas invenire licet si quæratur
in partib. semper minorib. et hæc per Fractio-
„nes Decimales exprimantur seu per ap-
„proximationem, §. 13.

Problema.

Ex Nro quocunqs Dato cujus Radix Quadrata
est Nrus irrationalis, hanc per approximati-
„onem extrahere

Resolutio & Demonstratio.

I. Inveniat ea pars Radicis quæ Nro Constat
integro, secundum Regulas §. 5, 9. præscrip-
„tas

2. Reliqua ejusdem pars e residuo qd post
peractam illam operationem, relinquitur.

inveniendа -

$$000 = 2(p+q)r + rr$$

$$1|30|25$$

$$(260) = 2.(p+q+r)$$

$$1300 = 2.(p+q+r).s$$

$$25 = ss$$

$$13025 = 2(p+q+r).s + ss$$

$$0$$

§. 10

Si Numeri cujusdam Radix Quadrata Numero integro perfecte exprimi nequeat, id quod fit semper quum peracta operatione Residuum aliquod superest (§. 5 XI. et §. 9 VIII.) quum np̄ Radix vera inter duos cadit Numeros integros qui tantum unitate differunt in hoc Casu ea nec per Fractionem ullam parti illi adjectam quæ numero integro exprimitur plene exhiberi potest

Ponamus enim quod per Fractionem aliquam Numero integro adjectam Radix Quadrata perfecte exprimi possit tum hoc constabit è numero integro atque fractione seu erit Fractio Spuria quæ ad Numerum integrum reduci nequit: Jam vero Fractiones talis Spuriæ Quadratum integrum è quo Radix Quadrata vera invenienda erat

§. 11.

Corollarium.

Radices tales Quadratæ Numerorum integrorum quæ nec numero integro nec Fractione illi adjecta seu nec per unitates integras nec per harum partes possunt

et operatio continuetur secundum III. IV, V, VI.

VIII. Si peracta operatione et inventis omnibus radicis partibus, ex Classe infima in loco unitatum simplicium atq. Decadum Residuum aliquod relinquatur tum Numerus inventus est minor quam Radix Quadra„ „ta numeri propositi sed ne una quidem simplici unitate integra si enim una ad„ „jiceretur I. tum Radice ipsa fieret major Conseq. in hoc Casu Quadrata Radix numeri propositi cadit inter duos nume„ „ros integros qui I unitate tantum a se = invicem differunt

IX. Si Numerus inventus per se ipsum multiplicetur et in eo Casu = dum Residuum aliquod relinquitur (VIII.) illud Facto addatur numerus propositus e quo Radix inventa est prodeat necesse est.

Exemplum.

1|70|30|25 (pqrs
1 305

1 = pp
|70|
(2) = 2p
6 = 2pq
9 = qq
69 = 2pq + qq
1|30|
26 = 2.(p+q)
000 = 2.(p+q.) r + rr

1|30|25 Exempl.
(260) = 2.

Quadratus Classi Sinistimæ æqualis vel illa proxime minor Radix ejus est Nota suprem„ „ma Radicis Numerus vero Quadratus Classe sinistima Subtrahatur.

III. Ad Residuum Classis sinistimæ ad„ „jungatur Classis Sequens Sub nota hujus Suprema Scribatur nota infima dupli partis inventæ Radicis et nota ejus superi„ „ores inde patet sinistrorsum si tales adfue„ „rint. Per hoc duplum dividantur notæ sup„ „ra idem Scriptæ. Quotus qui prodit erit pars Secunda Radicis-

IV. Quotus hic multiplicetur per dup„ „lum partis primæ, et Factum sub hoc duplo Scribatur-

V. Quadratum Quoti Scribatur sub nota infima Classis e cujus nota superiore is inventus fuerat, ita quidem ut nota ejus infima sub nota infima Classis cadat.

VI. Duplum Productum (IV) et Quadra„ „tum (V) addantur ad se invicem si summa quæ prodit à Notis Numeri Quadrati supra„ „Scriptis Subtrahi possit tum Quotus ante inventus est vera pars secunda Radicis, Quod si autem summa illa sit major tum Quotus tam diu imminui debet, donec subtrac„ „tio summæ fieri possit.

VII. Residuum adjungatur ad Classem Subsequentem partes Radicis jam inventæ simul Sumtæ habeantur pro prima parte,

et operatio-

ac si e duabus tantum constaret partib. quarum prior, partes omnes priores ultima excepta, pos-
„terior autem ultimam in se continet

§. 7.

Corollarium.

Ergo pars quilibet Radicis in genere eodem modo invenitur quemadmodum ex prima invenitur secunda nempe partes Radicis prima eamque ob rem Summa earum duplum su-
„mitur pro Divisore, et Scribitur ita ut nota ejus infima cadat sub nota Suprema Classis subsequentis et reliqua peragantur ut ante §. §. quo pacto ex Classe quilibet numeri Quad-
„rati nova oritur pars Radicis.

§. 8.

Corollarium.

Numerus quilibet Quadratus constat ex Quad-
„ratis partium omnium Radicis et ex duplo Producto Summa partium quarumlibet antecedentium proxime sequentem. ex. gr. Summa partis partis primae et secundae in tertiam cum Summa trium priorum par-
„tium in quartam et s. p.

§. 9.

Problema.

Ex Numero quocunqz. dato Radicem Quadratam extrahere.

Resolutio.

I. Numerus propositus dividatur in Class-
„es duos notas cuilibet assignando initio ad extra facto Tot erunt partes Radicis quot Classes habentur in Classe fini-
„ma unica etiam potest Contineri Nota

II. In Tabula Radicum quadratur Numerus

Quadratus.

$$= D. \text{ vel } p^2 + 2pq + q^2 + 2.(p+q).r + r^2 + 2.(p+q+r).s + s^2 + 2.(p+q+r+s).t + t^2$$

Prima Series in se continet Quadratum Radicis quod e duabus constat partibus = A
Ambæ Series priores simul Quadratum Radicis quod e tribus constat partibus. = D Tres priores Series simul Quadratum Radicis quod e quatuor constat partibus. = C. Quatuor vero Series simul sumtæ Quadratum Radicis quod e quinque constat partibus = D.

Quodsi ad hanc Radicem alia porro succederet pars sexta = u tum Quadratum ejus inveniretur si ad has quatuor Series hoc novum accederet:

$$2.(p+q+r+s+t).u + u^2$$

Atque ita facile perspicitur quod Lex secundum quam Quadratum cujuscunq; Radicis invenitur sequenti continetur Propositione: Quotiescunque ad Radicem novæ accedit pars ad Quadratum ejus semper accedit duplum Productum ex Summa omnium partium antecedentium in partem novam et Quadratum partis novæ.

Itaq; Secundum quam Legem ex Quadrato Radicis quod ex una tantum constat parte fit Quadratum Radicis ad quam una accedit pars, seu Radicis quod ex duabus constat partibus, secundum eandem legem ex Quadrato cujuscunq; Radicis quod ex pluribus constat partibus oritur Quadratum Radicis una parte adentæ

Hinc in genere Radix quadcunq; e pluribus constans partibus ita potest considerari

ac si ex duob;

constat multiplicetur per Quotum inventum b; ita una operatione invenitur $(2a+b).b = 2ab + b^2$

XIV. Quodsi Radix inventa $a+b$ per se ipsum multiplicetur, et in eo casu quam peracta operatione Residuum aliquod relinquitur hoc adfactum addatur, prodit Numerus datus est quo Radix inventa est.

§. 6.

Problema.

Invenire partes e quibus componitur Quadratum, cujus Radix e pluribus quam duabus constat partibus

Resolutio.

Si Radix e tribus constet partibus $p+q+r$ ponatur $p+q = a$ et $r = b$ tum erit.

$$a^2 = p^2 + 2pq + q^2 = A$$
$$2ab = 2.(p+q).r$$
$$b^2 = r^2$$

Adeoque Quadratum Radicis quae e tribus constat notis est =

$$p^2 + 2pq + q^2 + 2(p+q).r + r^2 = D.$$

Si Radix e quatuor constet partibus $p+q+r+s$ ponatur $p+q+r = a$ $s = b$

Quadratum ejus est =

$$= D + 2(p+q+r).s + s^2 = C$$

Si Radix e quinque constet partibus quodsi nimirum ad praecedentes accedat t tum quatuor priores simul sumtae ponantur = a et $t = b$

Quadratum ejus $= C + 2(p+q+r+s).t + t^2 =$
$= D.$ vel $p^2 + 2pq + q^2$
$+ 2(p+q).r + r^2$
$+ 2.(p+q+r).s + s^2$
$= D.$ vel

per eum duplum partis primæ quod vice Divisoris fungebatur factum quod prodix= = 2ab Scribatur ita ut nota ejus infima cadat sub nota suprema Classis dextimæ

VIII. Quoti inventi Quadratum = b^2 Scri„ „batur ita ut nota ejus infima cadat in locum unitatum simplicium

IX. Duo hi Numeri in VII. et VIII inventi addantur prout juxta S. factum est in Exemplo et Summa à parte numeri Quadrati Supr„ „ra scripta subtrahatur

X. Si nullum relinquatur Residuum seu si S= R fuerit tum a+b est Radix perfecta numeri dati Quadrati

XI Si vero Residuum aliquod supersit, seu si S ∠ R fuerit tum a+b seu Radix in„ „venta est minor quam vera Radix Numeri dati Sed hoc ne unitate quidem illam excedit secus enim pars secunda b unitate Major inventa fuisset Consequ. in hoc casu duo dati sunt Numeri qui unitate tantum differunt et inter quos Radix vera cadere debet.

XII. Quodsi S ⊐ R fuerit tum hoc indicio est quod pars secunda Radicis b justo major sumpta fuerit adeoqs: hoc consequi minuenda donec prodeat S=R vel S ∠ R ita ut S ab R subtrahi possit.

XIII. Regula in VII. VIII. et IX proscripta possunt in unam contrahi Scil. resp Duplum partis primæ (V.) Scribatur Quotus inventus ad dextram, et Numerus qui ex 2a+b cons

tat multa.

Resolutio

I. Numerus datus in Classes quarum quaelibet Duos vel singulas tantum in se contineat notas

II. In Tabula Radicum quaeratur Numerus Quadratus ei qui Classem Sinistimam occupat vel aequalis vel eidem proxime minor. Hujus Quadrati Radix est pars prima Radicis quaesitae §. 4.

III. Numerus hic Quadratus subtrahatur erit Residuum $R = 2ab + b^2$

IV. In Residuo Classis sinistimae et notae Suprema Classis Dextimae continetur $2ab$ et forte praeterea aliquid §. 4.

V. Partis primae Radicis jam inventae Duplum scribatur ita ut nota ejus infima cadat sub nota Suprema Classis Dextimae, atque per hoc Numerus in Classe sinistima resi-duus cum nota Classis Dextimae Suprema simul sumptus in quo est $2ab$ dividatur; Quotus est b pars secunda Radicis.

VI. Quia vero Numerus ut proxime dictum divisus praeter Duplum producti $2ab$ etiam ex Quadrato partis secundae b^2 aliquid in se continere atque adeo Duplo producto $2ab$ major esse potest, fieri etiam potest ut dicta operatione Quotus major inveniatur quam b seu quam pars secunda Radicis.

VII. Ut ergo innotescat an non justo major fuerit quotus inventus multiplicetur

pereum-

tium Quadratum partis primæ terminatur
in loco Centenariorum et non alterius =
quam ad locum Millenariorum se se exten,,
,,dit. Duplum autem productum terminatur
in loco Decadum nec alterius quam ad locum
Millenariorum pertingere potest Quadratum
Secundæ partis terminatur in loco unita,,
,,tum Simplicium nec ultra locum Decadum
extenditur

Corollarium.

Numerus omnium eorum minimus qui
e tribus constant notis est 100 Quadratum
ejus est 10000 Numerus omnium eorum
minimus qui ē quinque constant notis.

Itaq; Numeri cujuslibet e pluribus quam
~~quatuor~~ duabus notis constantes
Quadratum e pluribus quam quatuor
constat notis

Consequenter Numeri cujuslibet qui e
tribus vel quatuor constant notis Radix
Quadrata non plures quam duas habet notas.

Corollarium.

Hinc si Numerus e tribus vel quatuor
constans Notis, a dextra versus sinistram
in Classes distinguatur quarum quælibet
duas in se continet Notas, vel Classis sinisti,,
,,ma unam tantum; tum in Classe sinistima
continetur Quadratum partis primæ et ex
Duplo Producto aliquid in Classe autem
dextima pars reliqua Dupli Producti
et Quadratum partis Secundæ

§. 5.

Problema.

E Numero qui e tribus vel quatuor constat
Notis Radicem quadratam extrahere.

Resolutio.

0,625 | 1,000 (2, 56.
1,250
3500
3125
3750
3750
0

De Extractione Radicis Quadratæ et Cubicæ

Ut Analysin Quadrati seu Principia quibus extractio Radicis Quadratæ nititur recte intelligantur, ejus Synthesis seu partes è quibus componitur Debeat ob oculos poni in hunc finem notanda sunt Seqq

Theorema.

Si Radix è Duabus constet partibus Quadratum ejus in se continet Quadratum Partis primæ Duplum Productum ex parte prima in secundam et Quadratum partis Secundæ

Demonstratio.

Sit Radix è Duabus constans partibus a + b Quadratum ejus formula seq exprimitur; $a + b = a^2 + 2ab + b^2$

In Numeris

Sit Radix 57 = a + b
57 = a + b
Erit Quadratum 49 = b^2
635 = ab
35 = ab
25 = a^2
3249

Corollarium.

Quodsi pars prima a sit Decas. et pars Secunda b Denotet unitates Simplices

Sum.

Decimalis occurit, per alium Numerum qui pariter Fractionem Decimalem in se Complectitur Dividere

Resolutio

1.) Divisio peragatur secundum Regulas de Nris integris datas

2.) Ab Exponente Notæ infimæ Dividendi Subtrahatur Exponens Divisoris Residuum erit Exponens Quoti

Casus. I. Si Numerus integer per Fractionem Decimalem ex. gr. 120 per 0, 03 debeat Dividi erit Quotus $120 : 0,03 = 12.10 : 3.10^{-2} = 4.10^{+3} = 4^{+3} = 4000$

vel si Fractio Decimalis cum suo exprimatur Denominatore, erit

$$120 : 0,03 = 120 : \frac{3}{100} =$$

$$= \frac{120.100}{3} = \frac{12000}{3} = 4000$$

Casus II. Si Fractio Decimalis per Numerum integrum Ex. gr.

0, 012 per 300 sit dividenda erit Quotus

$$0,012 : 300 = 12.10^{-3} : 3.10^{2} = 4.10^{-3-2} =$$

$$= 4^{-5} = 0,00004.$$

Casus III. Si Fractio Decimalis per Fractionem Decimalem dividenda sit Ex. gr. 0, 012 per 0, 0003 erit Quotus $12.10^{-3} : 3.10^{-4} = 4.10^{-3+4} = 4.10^{+1} = 40.$

Alia Exempla.

$$0,03 : 0,00007 = 3.10^{-2} : 7.10^{-5} = \frac{3}{7}.10^{-2+5} =$$

$$= \frac{3}{7}.10^{+3} = 0,4285.1000 = 428,5,,,$$

0, 625 | Item 1,600 / 1,250 (2, 56

3500
3125 3750

Casus II. Si Fractio Decimalis per Fractionem Decimalem ex. g. 0,00003 per 0,002 debeat Multiplicari, tum Fractio erit $= 3^{-5} 2^{-3} = 6^{-8} = 0,000000006$.

Si Fractiones Decimales aliter exprimantur cum suis Nempe Denominatoribus

$\frac{3}{100000} \cdot \frac{2}{1000} = \frac{6}{100000000}$

Consequenter Factum a duabs. Fractionibs. Decimalibs. emergens tot occupat loca post locum Unitatum Simplicium ad Dextram quot ab ambobus simul Factoribs. replentur Ergo Quadratum Fractionis Decimalis Duplo, Numerus vero Cubicus triplo plura occupat loca post locum Unitatum Simplicium quam Radix ipsa.

Alia Exempla.

$\frac{5}{8} = 0,625.$

$\frac{8}{5} = 1,6$

0, 625
3750

1,0000

$\frac{7}{3} = 2,33333 - - - -$

$\frac{3}{7} = 0,42857 - - - -$

0, 933332
466666
186664
11665
1633331

0,999995 2381

De Divisione Fractionum Decimalium

Problema.

Numerum quemcunq; in quo fractio Decimalis

Si duo exempla nunc statim allata combinemus quod prius Numeros integros posterius Fractiones Decimales sistit erit $532,6417 = 5\ 10^2 + 3,10 + 2.10^0 + 6.10 + 4\ 10^{-2} + 1\ 10^{-3} + 7\ 10^{-4}$

Adeoqs. ordines Notarum in hoc exemplo occu„ „rentium exprimentur sequentem in modum;

$$\begin{array}{cccccccc} +2 & +1 & 0 & -1 & -2 & -3 & -4 \\ 5 & 3 & 2 & 6 & 4 & 1 & 7 \end{array}$$

Numerus qui ordinem, si locum Notæ alicujus indicat vocatur ejus Exponens

Ex.gr. in præcedenti Exemplo +2 est exponens Notæ prima versus sinistram qui ergo ab expo„ „nente Dignitatis Distinguendus ē, et pro Nu„ „meris integris est positivus pro Fractionibus au„ „tem Decimalibus est Negativus.

Problema.

Fractionem ~~per N~~ Decimalem per Numerum quemcunqs. alium multiplicare

Resol.

1.) Multiplicentur Notæ Fractionem Decimalem exprimentes per Notas Numeri alterius secun„ „dum regulas de Numeris integris datas.

2. Exponentes Notarum infimarum in Facto„ „ribus addantur summa erit Exponens Notæ infimæ Facti.

Exempla.

Casus I. Si Fractio Decimalis per Numerum integrum Ex.gr.

0,000005 per 300 seu 5^{-6} per 3^{+2} debeat multiplicari tum est Factum $= 5^{-6}.3^{+2} = 5.10^{-6}.3.10^2 = 5.3.10^{-6}\ 10^2 = 5.3.10^{-4} = 15^{-4} = 0,0015$

Si Fractio Decimalis aliter exprimatur Nempe cum suo Denominatore, idem prodit Factum Ex.gr.

$\frac{5}{1000000}.\ 300 = \frac{15}{10000} = 0,0015$

Casus II. Si

De Multiplicatione Fractionum Decimalium

Ut Multiplicatio Fractionum Decimalium intelligi possit quaedam praemittenda erunt

Supra ostendimus quod Nri cujuslibet integri qui secundum Legem Numerandi Decadicam scriptus est, notae singulae possunt considerari ac si denotarent Unitates Simplices quarum vero quaelibet per eam Decadis 10 Dignitatem sic Multiplicata cujus Exponens est aequalis Numero qui ordinem Notae indicant

Ex gr. $532 = 5.10^2 + 3.10^1 + 2.10^0$

Pari ratione Notae singulae Fractionis Decimalis ita possunt spectari ac si Unitates Simplices denotarent quae autem sunt multiplicatae per Dignitates Decadis 10 quorum Exponentes sunt Negativi Et quidem exponens quilibet Negativus est aequalis numero qui indicat ordinem Notae seu quot locis distet inde a loco Unitatum Simplicium versus Dextram

Cujus rei ratio intelligitur ex eo, quod supra de Exponentibus Dignitatum negativis diximus

Ex. $0,6417 = \frac{6}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{1}{10^3} + \frac{7}{10^4} = 6.10^{-1} + 4.10^{-2} + 10.10^{-3} + 7.10^{-4}$

Quum itaque exponentes in hoc et praecedenti exemplo sint ipsi Numeri qui ordinem seu locum Notae cujuslibet indicat quae in hoc et praecedenti Seriae occurrit hinc manifestum est

quod si ordines Notarum Numeri cujuscumque integri denotentur per Numeros positivos prout in exemplo supra allato factum tum ordines Notarum Fractionis cujuslibet Decimalis per Negativos Designabuntur Numeros Ex gr. si duo

exempla

Problema.

Fractiones Decimales plures ad se invicem addere v. unam ab alio subtrahere

Resol.

I. Scribantur datæ Fractiones Decimales ita, ut notæ quæ ejusdem sunt ordinis sub se invicem cadant

2.) Dein addantur, v. una ab alia subtrahatur secundum regulas de numeris integris datas, nisi quorum in summa v. in residuo locus Unitatum simplicium Commate notetur

Exemplum Additionis

$\frac{3}{7} = 0,42857 - - -$

$\frac{4}{7} = 0,57142 - -$

$0,99999$

In exemplo summa Fractionum datar. datarum $\frac{3}{7} + \frac{4}{7} = \frac{7}{7} = 1$.

Summa autem ex Fractionibus Decimalibus inventa 0,99999 Uno integro ē minor quia datæ Fractiones Forma Decimalium Fractionum plene et perfecte expressæ non sunt sed pars adhuc aliqua deficit, quæ per puncta adjecta indicatur hinc etiam summa cat. plene et perfecte inveniri non potuit.

Exemplum Subtractionis.

$\frac{5}{4} = 1,25$

$\frac{1}{2} = 0,5$

$\#$

$\# \frac{3}{4} = 0,75$

De multiplic.

adjungantur tot Cyphræ quot notis fractionis Decimalis quæsita exprimenda est

2.) Tum Dividatur per Denominatorem Datæ Fractionis

Quotus emergens erit Fractio Decimalis quæsita

Ex. gr. $\frac{1}{2} = \frac{10}{2} = 0,5 = \frac{5}{10}$

$\frac{1}{4} = \frac{100}{4} = 0,25 = \frac{25}{100}$

$\frac{1}{8} = \frac{1000}{8} = 0,125 = \frac{125}{1000}$.

$\frac{1}{3} = 0,33333 - - -$

$\frac{1}{24} = 0,041666666 - - -$

$\frac{1}{288} = 0,00347222222 - -$

Si Fractio Data fuerit Spuria tum ea partim membro integro partim fractioni Decimali exprimitur

Ex. gr. $\frac{17}{3} = 5,66666 - - -$

Ex his intelligitur quod non quævis Fractio possit ad formam Decimalis Fractionis accurate exprimi etiamsi operatio in resolutione Problematis præscripta sine fine continuetur, et nova semper pro ea nota inveniantur, interim tamen ad verum ejus valorem tam prope accedere licet, novas semper inveniendo notas, ut pars quæ super est absq; notabili errore pro nihilo possit haberi.

De Additione Subtractione Fracti-onum Decimalium.

Problema Fractionis.

„posita æquivalet Fractioni cujus Numera„
„tor est ipsa Nota Denominator vero 2 Dig„
„nitos quosdam Decadis 10; cujus exponens
est æqualis Numero qui indicat, quot
locis distet Nota ipsa versus dextram a
loco Unitatum Simplicium; seu Denomi„
„nator est = 1, cum tot Zeris adnexis quot
locis distat nota ipsa a loco Unitatum
Simplicium

Ex. gr. Si 2 denotet Unitates Simplices erit
$2,347 = 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{7}{10^3} = 2 + \frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$

Locus itaque Unitatum Simplicium ut
agnoscatur certo signo adhibito notari
debet Nos in hunc finem utemur Com„
„mate, post locum Unitatum Simplici„
„um posito ut in exemplo præcedenti videre

Non nulli adhibere solent punctum.

Quod si in loco Unitatum Simplicium
nulla adsit nota in eo scribatur Zeros 0

Ex. gr. Fractionem $\frac{3}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$
Scribuntur Sequentem in modum, 0,347.

Problema.

Fractionem quamcunq; veram ad Frac„
„tionem Decimalem reducere, seu in„
„venire Fractionem Decimalem illi æqui„
„valentem Resolv.

I. Multiplicatur Fractionis datæ Numera„
„tor per Denominatorem Fractionis Deci„
„malis ad quam reducenda est.

Seu Fractionis datæ Numeratori

adjungantur

Corollarium.

Radicem ex Fractione extractas tam ex Numeratore quam ex Denominatore eam extrahas necesse est.

$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$ Ex gr. $\sqrt[m]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[m]{y}}$ Etenim $\left(\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}\right)^n = \left(\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}\right)^n = \frac{x}{y}$

De Fractionibus Decimalibus.

Fractio quilibet cujus Denominator 1. Dignitas quædam Decadis 10. adpellatur Fractio Decimalis Ex gr. $\frac{3}{10}; \frac{11}{100}; \frac{7}{1000}$ et S. p.

Fractiones hæ Decimales aliaforma exprimi solent quæ ex lege numerandi Decadica intelligitur –

Nimirum Secundum legem numerandi Decadicam Nota quilibet loco unitatum simplicium versus dextram proxima Decies minorem habet valorem quam haberet si in ipso Unitatum simplicium loco esset posita seu Decimas partes unitatis Significat: quæ porro huic versus Dextram proxima est seu quæ a loco unitatum Simplicium Secundo distat loco versus Dextram illi Centies minor Competit Valor quam in loco unitatum Simplicium Competeret seu Centesimas unitatis partes Denotat et S. p.

Consequenter quilibet nota post locum unitatum Simplicium versus Dextram

posita –

134.: Ex Facto quocunque invenitur Ra„
„dix si ex singulis Factoribus ex quibus
Factum illud Componitur Radix ex„
„trahatur atqz. radices hæ Factor per
se invicem multiplicentur Ex. gr. $\sqrt[n]{cd} =$
$\sqrt[n]{c}; \sqrt[n]{d}$ -

Etenim $(\sqrt[n]{c}\ \sqrt[n]{d})^{\underline{\underline{n}}}$ $(\sqrt[n]{c})(\sqrt[n]{d})^{\underline{\underline{n}}} = cd$
per Problema præcedens

In Numeris Ergo $\sqrt[n]{cd} = \sqrt[n]{(\sqrt[n]{c}.\ \sqrt[n]{d})^{\underline{\underline{n}}}}$
$\sqrt[n]{\underline{\underline{n}}}\ \sqrt[n]{d}$ $\sqrt{36} = \sqrt{4}\ \sqrt{9} = 2.3 = 6$
$\sqrt[3]{2+6} = \sqrt[3]{27}\ \sqrt[3]{8} = 3.2 = 6.$

Problema.

Fractionem $\frac{e}{r}$ elevare ad Dignita„
„tem cujus exponens sit $= m$.

Resol. Fractio Data $\frac{e}{r}$ adeoque tam
Numerator ejus e quam Denominator
r toties Debet per se ipsum multipli„
cari quoties m unitatem in se continet
Consequenter invenire Debet Factum
cujus Numerator ex toæ Factoribus
Componitur quor quilibet $= e$ quot unita
tes in se m continentur Denominator
ex totidem Factoribus quor quilibet $= r$
Constat Ergo $\left(\frac{e}{r}\right)^{\underline{\underline{m}}}$ $\frac{e\,m}{r\,m}$

In Numeris $\left(\frac{2}{3}\right)^{\underline{\underline{3}}} = \frac{2}{30} = \frac{8}{27}$

Corollarium Rad.

Substitui potest $+\frac{2^3}{2^7} = 2-4 = \frac{8}{128} = \frac{1}{16} = \frac{1}{24}$
$= \frac{1}{10} = \frac{1}{21}$

Corollarium.

$a^{+3}\, a^{-2} = a^{3-2}.\, a$

In genere $a^{+m} a^{-n} = a^{m-n}$

In Numeris

$4^{+3}.\, 4^{-2} = 4^{3-2} = 4$ Etenim $4^{+3} 4^{-2} = 4^3 4^{\frac{1}{2}} =$
$64\frac{1}{16} = \frac{64}{16} = 4$

Problema.

Factum aliquod ab elevare ad Dig„
„nitatem cujus Exponens sit = m Resol.
Invenire Debet Factum in quo a b tan„
„quam Factor toties Contineatur quoties
in m Continetur Unitas quod fit si
a b toties per se ipsum multiplicetur;
Ex. gr. ab. ab. ab - - - -

In hoc itaque Facto tam Factor a
quam Factor b toties occurit quoties
m unitatem in se continet seu tam
Factor a quam Factor b ad Dignitatem
m elevatum est Factum itaque illud
est Compositum ex a^m et b^m Consequen„
„ter $(ab)^m = b^m$

In numeris $(2.3)^2 = 2^2.3^2 = 4.9 = 36$
$(3.2)^3 = 3^2.\, 2^3.\, 2^3 = 27.\, 8 = 216$

Corollarium. Ex Facto quo„
„quocunque;

Ex. gr. In Numeris

$\frac{2^5}{2^0} = 2^{5-3} = 2^2 = 4$ Nam $\frac{e^5}{e^0} = \frac{e.e.e.e.e.}{e.e.e.} = ee = e^2 = e^{5-3}$

$\frac{2^5}{2^0} = \frac{32}{0} = 4$ In genere $y^m : y^n = y^{m-n}$.

Corollarium.

Si Dignitas per se invicem v. per se ipsam dividatur Quotus est = 1. Ex.g. $a^2 : a^2 = 1$ Sed $a^2 : a^2 = a^{2-2} = a^0$ Ergo $a^0 = 1$

In genere $x^0 = 1$

In Numeris $3^2 : 3^2 = 9 : 9 = 1$ Et $3^2 : 3^2 = 3^{2-2} = 3^0$ Ergo $3^0 = 1$.

Corollarium

Si vero Exponens Divisoris sit major Exponente Dividendi tum Exponens Quoti Quoti fit Negativus Ex. gr. Si a^3 debeat dividi per a^7 Quotus est $a^{3-7} = a^{-4}$ Sed in hoc Casu Quotus etiam instar fractionis potest repraesentari cujus numerator = 1; Denominator autem est Dignitas cum eodem Exponente positivo Ex. gr.

$\frac{a^3}{a^7} = \frac{a^3}{a^3 a^4} = \frac{a^0}{a^0 a^4} = \frac{1}{1 a^4} = \frac{1}{a^4}$ + In numeris Ergo $a^{-4} = \frac{1}{a^4}$ seu Duae hae formulae sunt Semper aequivalentes, adeoque formula una in alterius locum Subs-

Etenim $(a^2)^2 = a^4$ ergo

$\sqrt{a^4} = \sqrt{(a^2)^2} = a^2$ $(a^3)^3 = a^9$ Ergo $\sqrt[3]{(a^3)^3}$

$\sqrt[3]{a^9} = a^3$ Pari ratione $\sqrt{c^1} = c^{\frac{1}{2}}$

Quia $c^1 = (c^{\frac{1}{2}})^2$ Ergo $\sqrt{c^1} = \sqrt{c^{\frac{1}{2}}}^2 = c^{\frac{1}{2}}$

Item $\sqrt[3]{e^1} = e^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt[4]{x} = x^{\frac{1}{4}}$

In genere $\sqrt[m]{x^n} = x^{\frac{n}{m}}$

In Numeris $\sqrt[3]{3^6} = 3^{\frac{6}{3}} = 3^2 = 9$

Scill. $\sqrt[3]{3^6} = \sqrt[3]{729} = 9$

Problema.

Dignitates ejusdem Nominis per se invi„
„cem Dividere

Resol. Subtrahatur Exponens Divi„
„soris ab Exponente Divididendi

Residuum erit Exponens Quoti Etenim quum Dignitas Una per aliam Dividenda, tum totē Factores tolluntur ex Dividendo quot in Divisore Continentur hinc in quo„
„to illi tē Factores Dividendi relinquun„
„tur qui remanent Si Factores Divisoris ex Factoribꝰ Dividendi Subtrahantur Sed Exponentes Dignitatum indicat ex quot Factoribꝰ Dignitates Componuntur

Ergo Exponens Quoti prodit Si exponens Divisoris ab Exponente Dividendi Sub„
„trahatur seu Quotus ē Dignitas ejus exponens invenitur Si ab exponente Dividendi Exponens Divisoris Subtrahatur.

Ex gr. Inno„

Sit evehenda tum exponens prioris per exponentem posterioris debet multiplicari Factum ē exponens Dignitatis ad quam prior erecta ē.

Si enim Dignitas quodam ad aliam Dig=
= nitatem evehenda sit tum illa toties per se ipsam multiplicari debet quoties exponens Dignitatis ad quam evehenda est indicat Sed Dignitates per se invicem multipli„
„ caturus non nisi exponentes ear. addere debet Ergo si Dignitas ad aliam Digni„
„ tatem evehenda sit tum prioris exponens
„ nens toties debet ad se invicem addi quoti„
„ es Exponens Dignitatis ad quam eve„
„ henda est indicat seu quoties hujus expo„
„ nens Unitatem in se continet, hoc est illius Exponens debet per hujus Exponentem multi„
„ plicari Ex. gr. $(a^2)^3 = a^2 . a^2 = a^2 = a^6 = a^{2.3}$

In gre $(x^m)^n = x^{mn}$

In Numeris

$(3^2)^3 = \cancel{9^3} + 3^{2\,3} = 3^6 = 729$

Nam $(3^2)^3 = 9^3 = 729$

Corollarium.

Si ex Dignitate quaecunqz Radix extrahenda sit tum Exponens Dignitatis dividatur per Exponentem Radicis

Ex. gr. $\sqrt{a^4} = a^{\frac{4}{2}} = a^2$

$\sqrt{a^9} = a^{\frac{9}{3}} = a^3$

Etenim $(a^2)^2 = a^4$

Problema.

Dignitates ejusdem nominis (ejusdem radicis) per se invicem multiplicare.

Resolv. Addantur exponentes Factor Summa erit exponens facti

Etenim in Litteris peragitur multiplicatio ita ut Factores tantum juxta se „invicem Scribantur ut ergo Factum ex Duabs Dignitatibs ejusdem nominis invenitur tot sunt Factores juxta se invicem Scribendi, quot in Dignitatibus per „se invicem multiplicandis continentur Sed exponens Dignitatum indicant quot in iis Factores juxta se invicem contineantur ergo tott sunt Factores juxta se invicem Scribendi quot Unitates in Exponentibus Dignitatum per se invicem multiplicandarum continentur Seu exponens facti est Summa exponentium Dignitatum per se invicem multiplicandarum Sequalis

Ex. gr. $a^2 . a^3 = aa . aaa = aaaaa = a^5$

$b^m b^n = b^{m+n}$ distinctius. $b^m b^n = b^{m+n}$.

In Numeris:

$4^2 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$

Scilic $4^2 . 4^3 = 16 . 64 = 1024 = 4^5$

Corollarium.

Si Dignitas ad aliam Dignitatem

se extendens

 quod potentiam supremam illius membri in Divisore in se continet pri„ „mo loco et sit reliqua membra porro Scribantur.

Ex. gr. Si $3abb - 3aab + a^3 - b^3$ debeat Dividi per $a - b$ Nunc Dividendus secundum Membrum a Divisoris ordi„ „netur Sequentem in modum

$a^3 - 3aab + 3abb - b^3$

3o.) Membrum quodlibet Dividendi dividatur per Divisorem quod fit si ex membro quodlibet Dividendi ~~dividatur per per~~ inveniatur Quantitas, quae si per Divisorem totum multiplicetur, prodeat membrum ipsum Dividendi.

Sin si ex qdlibet Dividendi membro Litterae reliquae praeter membrum pri„ „mum Divisoris pro quoto Scribatur

4.) Caeterum operatio Continetur secun„ „dum Regulas Divisoris Consvetas eousqz. donec ex Dividendo aliquid super est.

Ex. gr. $aa - 2ab + 4bb) a^4 + 4aabb + 16b^4 (aa + 2ab + 4bb$

$$
\begin{array}{l}
a^4 - 2a^3b + 4aabb \\
\hline
+2a^3b + 16b^4 \\
+2a^3b - 4aabb + 8ab^3 \\
\hline
\qquad +4aabb - 8ab^3 + 16b^4 \\
\qquad +4aabb - 8ab^3 + 16b^4 \\
\hline
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

Problema Dign.

II.) Si Dividendus et Divisor Communes habeant Factores, hi Deleantur ex utraque Ex. gr. si a b debeat dividi per b c Quotus erit $\frac{ab}{bc} = \frac{a}{c}$

Casus Secundus si Quantitas Composita per Simplicem sit dividenda Membrum quodlibet Dividendi Dividatur per Divisorem De signis observetur regula supra data

Ex. gr. Si 9 a a b c − 12 a b b c + 15 a b c c. debeat dividi per 3 a b c Quotus ē 3 a − 4 b + 5 c

Quodsi autem Membrum aliquod Dividendi nequeat dividi cum pars Quoti ex eo invenienda instar Fractionis expromenda Ex gr. Si a + b per a dividatur Quotus est $= 1 + \frac{b}{a}$

Si 2 a + b per 2 dividatur Quotus est $a + \frac{b}{2} = a + \frac{1}{2} b$.

Casus III Quodsi tam Divisor quam Dividendus sint Quantitates Compositæ

1mo.) Sumetur Membrum unum Divisoris qd. placet illud tamen procteris eligendum Cujus Littera v. Litteræ in pluribus Dividendi Membris reperiuntur cum quo tota Divisio peragenda ē.

2.) Membra singula Dividendi disponantur Sqd cum hoc Divisoris membrum, hoc est membrum illud Dividendi

quod

I. $a+b$
$a+b$
$a^2+ab+ab+b^2 = a^2+2ab+b^2$

II. $a+b$
$a+b$
$a^2-ab-ab+b^2 = a^2-2ab+b^2$

III. $a+b$
$a-b$
$a^2+ab-ab-b^2 = a^2-b^2$

Exemplum hunc postremum ostendit quam accomodatus sit Calculus Litteralis ad inveniendas Theoremata generalia eademque previter exprimenda

Illud scilic. qd hoc exemplo continetur sequentem in modum enuntiatur

„Si Summa duorum Numerorum multiplicetur per eorundem Differentiam Factum est Differentia Quadratorum eorundem numerorum.

Ex. gr. $17, 3 = 51 = 10^2 - 7^2$

Problema

„Quantitates eod. v. diversis signis affectas dividere

Casus I. Si tam Dividendus quam Divisor sint Quantitates Simplices Et Quotus designetur per Signum Divisionis Scribendo illum instar Fractionis

II. Si Divi

Haec quoque operatio eodem modo
potest illustrari prout praecedenti Probl.
facta numerum

+ 17 Flor Rhen. – 12 gr + 8 xf – 9 den = 1975 Den
+ 2 Flor Rhen. + 8 – 3 l xf = 271 Den
+ 19 Flor Rhen. – 20 gr. + 11 xf + 2 Den = 1704 Den.

Modus hic computandi cum Quantitatibus
oppositis Signis adhiberi potest etiam
in casibus in vinta Communi occurentibus
eo praesertim Casu quem Diversa Specierum
computandi sint et quidem longe
facilius atque commodius secundum
hunc modum operatio peragitur Si
numeri instar oppositas Quantitatum
exprimatur, hac enim ratione tediosa
illa reductione Numerorum majoris
Speciei ad Speciem minorem opus non
est quae secundum Methodum vulgarem
requiritur

Problema.

Quantitates eadem Diversis signis affec-
tas multiplicare

Resol. Membrum quodlibet Fac-
toris Alterius multiplicetur per singula
alterius Factoris Membra.

Observetur Regula jam supra
Demonstrata; Eadem Signa faciunt +
Diversa – Ex. gr.

I. a + b
a + b

I. a + b.

12 Invicem cadant -

Quæ literæ eadem habent signa col-
ligantur in unam Summam secundum
Regulas de Numeris datas -

Quæ diversa in iis fiat operatio se-
cundum problema de Additione Quan-
titatum oppositarum Datum

Ex. g. $+7a+4b-3c-4d$
$+2a-5b-4c+6d$
$+9a-b+7c+2d$

Modus hic computandi cum literis Dis-
tinctius intelligetur Si valor Literarum
Determinetur Donamus Ex. g. quod a de-
signet Flor. Rhen. b grossum c, cruciferum
rum d, Denarium Exemplum erit in
numeris sequens -

+7 Flor. Rhen.	+4 gr.	-3 xf	-4 Dr	= 854 Dr.
+2 Flor.	-5	-4	+6	= 208 Dr.
+9 Flor.	-1 gr.	+7 xf	+2 Den	= 1062 Dr.

Problema.

Quantitates iisdem, v. diversis signis
affectos à se invicem Subtrahere -

Resol. Scribantur Quantitates ita
quemadmodum ante
Subtractio peragatur Secundum
Problema de Subtractione Quantita-
tum oppositarum Dato Ex. gr.

$+17a+12b+8c-9d$
$+2a+8b-3c-11d$
$+15a-20b+11c+2d$

Haec quoq; gr.

Corollarium.

Quoniam quilibet litterae Numerum, quemcunqs designare potest adeoqs valor ejus in se est indeterminatus nisi is determinetur; hinc Duae vel plures litterae diversa ita inter se comparari nequeunt ut ex iis computando nova quodam Quantitas inveniatur sed operationes Arithmeticae tantum per signa indicantur.

Quia vero una eademqs Quantitas per unam eandemqs semper litteram designatur hinc eadem litera ejusdem semper speciei Quantitates denotat si ergo eadem litera aliquoties occurat tum Quantitates eadem litterae expressae inter se possunt comparari, ex v. addi v. subtrahi ex. g.

Pari ratione si una eademque litera per diversos numeros multiplicata aliquoties occurat, in hoc etiam casu hae datae inter se comparari poterunt, et per operationes Arithmeticas notas ex iis inveniri queant Quantitates secundum eosdem regulas quas de numeris supra tradidimus.

Problema.

Quantitates ejusdem v. diversis signis affectas addere Resolv. Scribantur Quantitates addendae ita ut litterae eidem subsequicem invicem ca-

122. Si Numerus quispiam per literam aliquam designatus Multiplicetur per Numerum quemcunque Factum pari ratione indicatur Ex. g. Si Quantitas a multiplicetur per 4 Factum est 4a

Quodsi operatio quædam in pluribus simul peragenda sit Quantitatibus tum plures illæ parenthesi includuntur.

Ex. g. Si ex a Subtrahi debeam b−c Scribitur a−(b−c)

Si Quantitas composita a+b−c multiplicanda sit per d Factum designatur sequentem in modum (a+b−c).d

Si a+b Dividendum sit per c Quotus designatur sequentem in modum (a+b):c vel $\frac{a+b}{c}$ Quando a per (b+c) Dividendum Quotus est a:(b+c) vel $\frac{a}{b+c}$ vel si a+b per c−d Dividendum Quotus est (a+b):(c−d) vel $\frac{a+b}{c-d}$

Formula autem sequens

(a+b−(c−d). e:(d+a)

designat quod ex summa a+b debeat subtrahi Quantitas composita c−d residuum quod prodit multiplicari pere Factum denique hoc dividi per d+a

Sit Ex. g. a = 7, b = 6, c = 12 d = 5; e = 8

erit in numeris (7+6−[12−5]. 8:(5+7) = 4

Corollarium

De Calculo Litterali.

Hypothesis.

Numeri designentur per signa generalia seu per litteras alphabeti a, b, c, d et sic pro.

Operationes autem Arithmeticæ exprimantur per signa eadem quæ antecedentibus quibusq; à nobis adhibita sunt E. g. Additio per + Subtractio per − Multiplicatio per punctum unum vel etiam ita ut ambo factores absque ullo signo interpositio immediate juxta se invicem scribantur quoniam in litteris valor non pendet loco prout in numeris fit Divisio autem per Duo puncta : vel per modum Fractionis $\frac{}{}$

Sic a + b Designat Summam c − d Differentiam e − f vel ef Factum est g : h vel $\frac{g}{h}$ Quotum quorumlibet Duorum numerorum possibilium in quibus ninirum expressionibus, a, b, c, d, e, f, g, h, denotare possum quemcunq; numerum quis velit in genere.

Sit ex. g. a = 2, b = 5 tum erit a + b = = 7 Si vero sit a = 3, b = 6 tum erit a + b = 9 pari ratione si c = 8 d = 5 erit c − d = = 3 et sic porro.

Si e = 4, f = 7 erit ef = 28.

Si g = 27, h = 9. erit g : h vel $\frac{g}{h}$ = 3

Si Numerus

oppositum +3 continetur quater in Dividendo +12 Ergo etiam nonipsa unitas positiva +1 Sed ejus opposita −1 continetur quater in Quoto.

Theorema.

Si tam Dividendus quam Divisor idem habuerint signum tum Quotus est positivus

Demonstr. Nam in hoc Casu ipse Divisor non oppositum ejus continetur in Dividendo. Ergo Etiam Unitas ipsa, non continetur in Quoto.

Ex. g. $\frac{-12}{-3} = 4$ nam −3 ipsa continetur quater in −12.

Theorema.

Signa eadem in Divisione dant + Diversa − minus.

Demonstr. Sequitur ex Theorematibus premissis.

Problema.

Quantitates Diversis signis affectas Dividere.

Resolutio Divisio peragatur secundum regulas jam cognitas. Signa Determinantur per Theorema proxime procedens.

Ex. g. $\frac{100-25}{5} = 20-5 = 15$

De Calc. Litte.

priori Casu Factum est positivum in posteriori vero negativum.

Demonstratio immediate sequitur ex Theorematibus præmissis.

Problema

Quantitates ex oppositis compositas per se invicem multiplicare.

Resol. 1.) Membrum quodlibet Factoris unius multiplicetur per quodlibet alterius Factoris membrum secundum Regulas Multiplicationis supra Datas

2.) Quoad signa observetur Theorema præcedens

Ex. gr. $+5-4+9=10$
$+7+6-8=5$

$$\left.\begin{array}{l} +5.7-4.7+7.9= \\ +5.6-4.6+6.9 \\ -5.8+4.8-9.8 \end{array}\right\} = 50$$

Theorema.

Si Dividendus atque Divisor signa habeant contraria, Quotus est negativus.

Demonstratio. Venit in hoc Casu non Divisor ipse sed ejus oppositum continetur aliquoties in Dividendo Ergo etiam Unitas non ipsa sed ejus oppositum hoc est -1 continebitur in Quoto adeoque Quotus negativus est.

Ex. g. $\frac{+12}{-3} = -4$. Nam non -3 sed ejus oppositum.

quoties + 1 in − 3 sed in − 3 oppositum unita„
„tis positivæ + 1 continetur ter. Ergo etiam fac„
„toris − 7 oppositum h. ē. + 7 debet contine„
„ri ter in facto Conseq. factum est + 21.

Theorema.

Si Quantitas positiva multiplicetur
„tur per positivam factum est positivum".
Quia factor, unus ipsam Unitatem =
= non vero oppositum ejus continet in se =
= aliquoties, Ergo etiam alius factor ip„
„semet contineatur aliquoties in facto neces„
„se est −

Scholion.

In oibus hisce Theorematibus prout in =
= calculo omni Quum Quantitatibus opposi„
„tis, unitates è quibus numeri componun„
tur sumuntur positivæ, nulla enim =
= ratio adest cur potius negativæ sum„
„mantur Quod si autem unitates sume„
„rentur negativæ tum in duobus priori„
„bus casibus prioribus de Multiplicatione
Theorematibus expressis factum esset posi„
„tivum; in duobus autem posterioribus casi„
„bus esset factum negativum uti ex
datis Demonstrationibus liquet −

Theorema

Si qua eadem utriusq. factoris de„
„nuo in multiplicatione + diversa − seu in
priorica,

Scholion.

Quodsi Quantitatem negativam præ„
„cedat alia positiva Ex gr. 12-7 per 3 mul„
„tiplicari debeant, in hoc casu hæc pro„
„positio eodem modo potest demonstra„
„ri quemadmodum Teorema secundum
de Subtractione demonstravimus-

Nimirum quum 12 ter sum muntur
justo majus emergi Productum nam non 12
sed ll. 12 - minus 7 hoc est tantum 5 -
debeant per 3 multiplicari Quia itaque
ter 7 justo plus contineantur in producto
12.3 = 36 Hinc ex hoc producto 7.3 debent
subtrahi facta emergens erit = 12.3 - 7.3 =
= 36 - 21 consequens factum ex 7 in 3 nega„
„tivum

Teorema.

Si Quantitas negativa multiplice„
„tur per negativam factum est positivum.

Demonstratio.

Etenim factum toties in se continet -
- factorem unum negativum quoties factor
alter unitatem, sed in hoc altero factore
non ipsa unitas sed ejus opposita nempe
negativa continetur aliquoties Ergo etiam
factor prior negativus non ipsemet, sed
oppositas h. e. positivus continetur in facto
Conseq. factum est positivum -

Ex. gr. - 7 si per - 3 debeant multipli„
„cari tum - 7 in facto toties debet contineri;

quotiest 1 in

aliquoties vel in Numeris Fractis aliquam unitatis partem in complectitur.

Ergo etiam Factum Negativam Quan„ „titatem aliquoties vel in numeris Frac„ „tis aliquam ejus partem in se continet hoc ē, Factum ē negativum.

Ex. gr. Si +7 per −3 Multiplicari Debeant tum inveniendum ē Factum in quo −3 toties contineantur quoties +7 in +7 conseq. Factum erit −21.

Si Quantitas negativa per posi= =tivam multiplicetur Factum fit pariter negativum.

Demonstratio.

Quia in hoc etiam casu Quantitas Negativa toties continetur in Facto quoties unitas positiva in Factore po„ „sitivo continetur

Sed Quantitas positiva ipsam unitatem positivam aliquoties vel aliquam ejus partem in se continet.

Ergo Etiam Factor negativus ipsemet in Facto aliquoties vel aliqua ejus= =pars continetur consequenter Factum est Negativum Ex. gr. Si −7 per +3 multi„ „plicetur tum −7 ter sumitur, ad eoq; in Facto −7 ter continetur et est −21.

Scholion.

est 15 auferantur dum justo plus Sub„ „tractum ē nam id quod relinquitur Si ex 15 auferantur prius 19 hoc est − 4 Debeant tt. ex 12 auferri Atqui 12(−4)= +12+4=+16 seu 12−(15−19)=12−15+19= =+6.

Problema.

Quantitates iisdem vel diversis Signis affectas a se invicem Subtrahere

Resolutio Ima. in Quantitate Sub„ „trahenda signum cujus libet Membri mutetur in Contrarium

2do. Dein hoc addatur ad Quantitatem â qua Subtractio fieri debet.

Demonstratio fluit ex Theorematibus precedentibus Ex. gr. Si a 12 Debeant auferri +7+8−9 Residuum erit=12−7−8+9

Ex. gr. 42+24−3 si Subtrahantur 17−44−15+8

Residuum erit 42+24−3−17+44+15−8

Theorema.

Si Quantitas positiva multiplice„ „tur per negativam Factum emergens" fit Negativum.

Demonstratio.

Etenim in hoc Casu Factum positivum se continet Quantitatem Negativam quoties in positiva Unitas continetur.

Sed Quantitas positiva unitatem aliquoties

114. constat membris signo + vel − inter se junc„
„tis vocatur complexa vel composita cui
opponitur simplex.
Ex. gr. 7, 3, 5, seorsim spectatæ sunt
quantitates simplices sed 4+3 vel 5−3 =
= vel 7+3−5 sunt quantitates complexæ.

Theorema.

Quod si quantitas quædam complexa
ex duobus constans membris quorum posterius
ex priori subtractum ē seu quorum prius
positivum posterius autem negativum est
debeat ab alia quadam quantitate sub„
„trahi tum subtractio peragitur ita mem„
„brum prius subtrahatur et posterius
addatur seu signum posterioris in contra+
+mutetur Ex. gr. si ex 18 debeant aufer„
„ri 12−5 seu 18−(12−5)=18−12+5=11
Etenim in quantitate subtrahendæ
12−5 Membrum prius 12 ō totum sed tanta
ejus parte quæ membro posteriori 5
æqualis ē in minitum occurit ita ut
quantitas subtrahenda sit in exemplo
dato = 7 Hinc si Membrum prius 12
totum auferatur justo plus subtractum
est quia 12 tantum minus 5 hoc est
ℓℓ. 7 subtrahi debuissent itaq; Membrum
np. 5 quo justo plus subtractum est
addendum est.
Ita si ex 12 debeant subtrahi 15−19 =
et 15 aufer.

Simul debebat −4 flor. Si quis hoc debitum auferre velit nequis ex pecunia parata +7 flor. solvi debeat is +4 flor. hoc ē 4tor florenos pecuniæ paratæ dare debet Si vero quis debeat −7 tum in locum −4 debet +4 hoc ē 4tor florenos pecu„ „niæ paratæ substitui et erit residu„ „um −7+4 = −3bus

Demonstratio alia.

Quantitas illa â qua subtractio fieri debet exprimatur ita ut valore ejus eodem manente quantitatem subtra„ „hendam in se complectatur id quod fit Si quantitas subtrahenda cum suo signo atqz. iteꝝ, cum signo contrario ad eam quantitatem â qua subtrac„ „tio fieri debet adjungatur quo facto ex quantitate hoc modo expressa quan„ „titas subtrahenda auferatur quod relinquitur; erit residuum relinquitur autem quantitas â qua subtractio fieri debet cum addita quantitate subtrahendæ sed cum signo hujus contrariis Ex. gr. Si ex +7 debeam subtrahi −4 exprimatur +7 ita ut −4 in se complectatur sequentem in modum: +7 = +7 − 4 + 4 Ex. gr. +7 hac ratio„ „one expressis si auferuntur −4 erit residuum = +7 + 4 Consequens ē +7 − (−4) = +7 + 4

Definitio.

Quantitas quæ ex duabus vel pluribus constat

+ opposita

Theorema.

Si quantitas quædam ab alia sub„
„trahenda est tum subtractio peragitur.
Si quantitatis subtrahendæ signum
mutetur in contrarium Atq; deinde eam
á qua subtrahi debet addatur.

Demonstratio.

Si quantitas subtrahenda sit posi„
tiva in hoc casu res ē manifesta
nemo enim dubitat quod si ex + 7 sub„
„trahantur + 4 residuum erit + 7 − 4 =
= + 3bus pariter Ex − 7 sit 7 subtrahantur
emergit − 7 − 4 = − 11. hoc ē subtractio
peragitur si in locum + 4 substituatur
ejus oppositum − 4 Atq; hoc ad plus +
+ 7 vel in casu posteriori ad minus − 7 „
„ addatur

Si autem quantitas subtrahenda
sit negativa Ex. gr. si ex + 7 debeant
auferri − 4 vel ex minus 7. subtra„
„hantur − 4 tum enim in casu prio„
„ori erit residuum = le + 7 + 4 + 11
in casu posteriori = le − 7 + 4 = le − 3bus

Etenim quantitas negativa non
aliter tollitur nisi positiva eidem
= lis in ejus locum substituatur Ex gr.
Ex. gr. si quis possideat actu flor. + 7 sed.

simul =

Ex gr. 3 flor Debiti item ter 4 Milliar„
„um versus occidentem in Exemplis supe„
„rioribus.

Consequens in hac formula loquendi
quantitas negativa est nihilo minor
Nihilum relativum non absolutum de„
„bet inteligi secus ea facile erroribus
occasionem praebere potest

Quantitates oppositas addere

D. Resolutio et Demonstratio.

1o) Quantitas minor subtrahatur à ma„
„jori 2do) Residuo praefigatur signum ma„
„joris illud que erit summa quaesita.

Etenim Quantitas minor ex Majore
tantum destruit quantum ipsa facit
adeoqz; ex majori pars quaedam erit
residua.

Ex gr. +6 et −5 junctim sunt = +1
sed +4 et −7 simul sunt = lia − 3bus.

Quodsi plures tam positivae quam Nega„
„tivae quantitates sint addendae Ex gr +
+6 − 5 + 8 − 9 + 11 − 3 tum prius seorsim
tam positivae quam negativae quantita„
„tes in unam summam Colligendae su„
summae dein hae ambae simul sumendae

Ex gr.
$$\begin{array}{r} +6-5 \\ +8-9 \\ +11-3 \\ \hline +25-17 = +8 \end{array}$$

T.

Theorema„

Hoc itaq; respectu potest dici quod Quantitas negativa sit nihilo minor quatenus nimirum nihilum refertur ad quan„ „titatem positivam et hæc tanquam aliquid considerata; tum enim sublata quantitate positiva nihil adest etsi præterea relin„ „quatur quantitas oppositiva plus adhuc tollitur seu nihilo minus præsto est deest enim aliquid quod si accedat tum demum nihil ex positiva quantitate adesse dici potest.

Ex. gr. Si pecunia parata conside„ „retur tanquam aliquid tum is qui nullam lam possidet pecuniam paratam vel qui eam quam possidebat expedit ad persolv„ „vendum Debitum tum nihil habet si vero præterea oppositum pecuniæ paratæ nempe Debitum relinquatur jam minus habet quam nihil quia prius acquirere debet aliquid h. e. tt. pecuniæ paratæ quantum debet et postea habebit nihil.

Ita qui versus Orientem iter facere volens tria Milliaria percurrit in ma„ „mari sed inde à vento retrorsum pellatur; Milliaria 7. is nihil minus progressus est. Si autem nihilum non in relatione ad positivam tt. quantitatem sed abso„ „lute consideretur tum quantitas quæli„ „bet negativa plus e. quam nihil quoni„ „am e. vera et realis quantitas

Ex gr. 3 flor.

Debiti sunt revera realæ quid, et si ita spec„
tentur tanquam Debitum, positivi possunt no„
„minari, si vero spectentur ut pecunia pa„
„rata hoc respectu sunt negativi h. e pa„
„ratæ pecuniæ oppositi Adeo, Quantitas
quæcunq; fit negativa si ad eam quæ sibi
opposita e, etq; pro positiva habetur re„
feratur atq; id per Negationem indicent;
Ex. gr. Si Debitum referatur ad pecuniam
paratam tum tanquam id quod paratæ pecu„
„niæ oppositum e seu tanquam Negati„
va parata pecunia debet considerari

Quodsi ad quantitatem negativam
positivæ illi æqualis adjungatur tum am„
„bæ hæ se invicem Destruuntur et junctim
sumtæ faciunt

Ex. gr. sic $-3+3=0$ Qui 3 flor debebat
alteri et 3 flor paratæ pecuniæ acquirat
is hos ad Debitum solvendum expendere
debet adeoq; nihil habet.

Adeoq; qui 3 flor debet dici potest qd.
minus habeat nihilo num primum De„
„bet aliquid acquirere nempe 3 flor postea
habebit nihil. Ita qui in Mari versus
occidentem vult ex certo loco proficisci
et a vento contrario versus Orientem
retrorsum agatur per 4 Milliaria is
nihilo minus progressus e nam iter 4.
Milliarium debet versus occidentem
progressum esse, respectu ejus nimirum
loci in quo prius consistebat.

Hoc itaq;

 tum Debitum ē Pecunia negativa: si vero Debitum sumatur Positivum, tum pecuniæ paratæ erit Debitum Negativum

Quum Quantitatum oppositarum, una destruat v. minuat alteram, hinc quanti„ „tas negativa potest tanquam aliquid conside„ „rari, quod a positiva qtte subtrahi debet, adeoqz. signo subtractionis — eidem præfixo notatur, si Positiva signo + Denotetur. sic flor. 3 Debiti & 7. flor. paratæ pecuniæ faciunt si„ „mul +7-3 Pecuniæ paratæ. Si vero Debitum pro Positivo sumatur, eadem rāone 3 flor. Pe„ cuniæ paratæ et 7. flor. Debiti faciunt simul + +7-3 Debiti. Si plures simul fuerint quanti„ tates oppositæ, & plurima earum fuerit positiva signum + initio expresse non ponitur, sed tt. subintelligitur: Ex. gr. Exem„ „plum superius scribitur sequentem in modum; 7-3.

Quod si qttās negativa sit major qm to„ Positiva, tum plus deberet subtrahi. quam actu adest, verum ex qtte Positiva ō nisi tt. subtrahi pt: quantum ipsa faciti itaqz; in quantitate negatz. relinquitur ea adhuc pars quæ positivam excedit; Ex. gr. 7. flor. pecuniæ paratæ, & 10 flor. debiti faciunt 7-10 Pecuniæ paratæ seu -3 Pecuniæ paratæ.

Quantitas hæc negativa, quæ in hoc casu relinquitur, ē vera & realis quantitas, non secus ac positiva, quæ vero illi tanquam positiva consideratur opposita ē Ex. gr. 3 flor.

Debiti.

quam Fractionum tollendarum vel Numera„
„tor vel Denominator vel uterque sunt
Numeri primi, aut ambo Numeri inter se primi.

De Quantitatibus oppositis.

Nri tam integri quam Fracti. quia quanti„
tates ejusdem Speciei quaecunqs, in qre pos„
sunt eo respectu considerari, ut quantitas
una aliam destruat. v. saltem minuat,
et in hoc casu vocantur illae quantitates
oppositae.

Ex. gr. Si quis possideat paratae pecuniae
Flor. 7. debeat autem alteri Flor. 3. Item
si quis in mari nave proficiscens volens
certum in locum, versus illum progredia„
„tur per milliaria 10. sed inde a vento retro
pellatur. contraria directione per millia„
„ria 7. In illo casu Flor. 7. pecuniae paratae
et Flor. 3. debiti, in hoc autem 10. milliaria
& 7. milliaria contrariis directionibus per=
=cursa, st quantitates oppositor.

Quantitates hae oppositae peculiares
habent proprietates in rão eas computan„
„di ē ab ea, qm huc usqs, tradidimus di=
=versa eamqs, ob causam de iis jam erit
agendum.

Una qtum oppositarum vocatur positiva,
seu affirmativa, altera autem Negativa Quae„
„nam am ē duabus positiva dicenda sit
pendet ab arbitrio cujuslibet. Ex. gr. Si
parata pecunia habeatur pro positiva,

tum-

106. Item $8 : 3\frac{4}{5} = \frac{8}{3\frac{4}{5}}$

In his omnibus Casibus Quotus hac ratione expressus etiam Fractio Fractionis dici consuevit quia vel Numerator vel Denominator vel uterqs, simul ex novæ constat Fractione

Quæ Fractiones novæ tam ex Numera„ „tore quam Denominatore tolluntur si Numerator tanquam Dividendus per„ „Denominatorem tanquam Divisorem actu dividatur secundum regulas jam suppeditatas; atqs, ita Fractio Fractionis ad simplicem reducitur Fractionem, quo pacto valor ejus distinctius perspicitur

Ex. gr. $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}} = \frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{4}$

Item $\frac{\frac{2}{3}}{4} = \frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Item $\frac{5}{\frac{2}{3}} = 5 : \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{1} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2}$

Item $\frac{2\frac{1}{3}}{\frac{6.2}{5}} = 2\frac{1}{3} : 6\frac{2}{5} = \frac{7}{3} : \frac{32}{5} = \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{32} = \frac{35}{96}$

Item $4\frac{\frac{2}{3}}{5} = 4\frac{2}{3} : 5 = \frac{14}{3} : 5 = \frac{14}{15}$

Item $\frac{8}{\frac{34}{5}} = 8 : 3\frac{4}{5} = 8 : \frac{19}{5} = \frac{8}{1} :$

$\frac{19}{5} = \frac{8}{1} \cdot \frac{5}{19} = \frac{40}{19}$

Oriuntur ejusmodi Fractiones Fractionum

quam

per eundem manente eodem numeratore =
= Ex gr. $\frac{2}{3}$. $4 = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Scholion.

Supra Notavimus qd. quomodocunque numeris Unus per alium Dividendus est Quo„ „tus Semper instar Fractionis exprimi potest cujus Numerator ē Dividendus Denomina„ tor autem Divisor

Idem de Fractionib. etiam Diei potest et quum una Fractio dividenda est per- - aliam Quotus instar Fractionis novæ potest exprimi, cujus Numerator sit Frac= = tio Dividenda Denominator autem Divisor.

Ex. gr. $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{2}{3}}$

Pari ratione si Fractio dividenda est per Numerum integrum vel vice versa Numerus integer per Fractionem, aut denique Fractio mixta per aliam Fractionem = = mixtam in omnibus etiam his Casibus Quotus eodem modo exhiberi potest, ut Dividendus Summatur pro Numeratore Divisor autem pro Denominatore Fractio„ „nis novæ Ex. gr. $\frac{2}{3}$. $4 = \frac{\frac{2}{3}}{4}$ Item $5 : \frac{2}{3} = \frac{5}{\frac{2}{3}}$

(Item $2\frac{1}{3}$. $6\frac{2}{5} = \frac{2\frac{1}{3}}{6\frac{2}{5}}$) Item $2\frac{1}{3}$. $6\frac{2}{5}$ $2\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{5}}$

(Item $4\frac{2}{3}$. $5 = \frac{4\frac{2}{3}}{5}$) Item $4\frac{2}{3}$. $5 = 4\frac{\frac{2}{3}}{5}$

Item 8:

104. datæ inversæ. Q. E. D.
Ex gr. Sint fractiones datæ $\frac{2}{5}$. $\frac{2}{3}$ hæ si ad eandem Dnatorem reducuntr erunt fractiones novæ datis illis æquales et ejusdem denominaõnis sequentes: $\frac{4}{5}$. $\frac{3}{3}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{5}$ atqui $\frac{4}{5}$. $\frac{3}{3}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{5} = \frac{4}{2}$. $\frac{3}{5} = \frac{4}{5}$. $\frac{3}{2}$

Quum itaq Divisor in fractione dividenda aliquoties gtineri possit, hinc quoties in fractione Dividenda major, Quoti Nrator integro am æqualis ee pt Ex gr. Si $\frac{1}{2}$ debent dividi per $\frac{1}{8}$, quotus invenitr sequentem in modum: $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{8} = \frac{1}{2}$. $\frac{8}{1} = 4$.

Cas. III. Si fractiones sint mixtæ, primum reducantr ad fractiones puras, dein operaõ fiat ut ante. Ex gr. $6\frac{1}{2}$. " " $2\frac{1}{3} = \frac{13}{2}$. $\frac{7}{3} = \frac{13}{2}$. $\frac{3}{7} = \frac{39}{14} = 9\frac{11}{14}$.

Cas. IV. Si Nrus integer sit dividendus per fractionem, tum Nrus integer exprimatr instar fractionis cujus Dnatore 1. dein operaõ fiat ut ante Ex gr. 5. $\frac{2}{3} = \frac{5}{1}$. $\frac{2}{3} = \frac{5}{1}$. $\frac{3}{2} = \frac{15}{2}$.

Cas. V. Si võ fractio sit dividenda per Nrum integrum.

1o Si Nrator fractionis possit dividi per integrum, dividatr, Quoto subscribatr Dnator fractionis datæ Ex gr. $\frac{6}{8}$. $2 = \frac{3}{8}$.

2o. Si Nrator fractionis õ possit dividi per integrum, Denominator ejus multiplicatur

per eundem

eosdem habeant Dñatores, tt quæri tt debet, quoties Nrator Divisoris in Nrātore Dividendi ḡtineatr; atq; Quotus ē Fractio cujus Nrātor ē Dividendi Nrātor, Dñator aūm ē Divisoris Nrātor.

Quodsi aūm Fractiones diversæ, diversos habeant Dñatores, tum ad eandem Dñominationem reducuntr, tum dividendæ datæ Fractio Nrātor multiplicetr per Dñatorem Divisoris dati, et factum emergens fit Nrātor Fractionis novæ Dividendæ, item Divisoris dati Nrātor multiplicetr per Dñominatorem Fractionis dividendæ datæ et factum fit Nrātor Divisoris novi.

Sed Quotus ē Fractio, quæ pro Nrātore habet Nrātorem Fractionis Dividendæ novæ, pro denominatore aūm Nrātorem Divisoris novi.

Ergo Quotus prodit si invertatr Fractio cujus Nrātor ē factum, et Nrātore Divisoris dati in Dñatorem Fractionis dividendæ datæ Seu Nrator quoti prodit, si Nrātor Fractiōnis dividendæ datæ multiplicetr, per Nrātorem Divisoris dati inversi; Dñator aūm ejusdem quoti optinetr, si Dñator Fractionis dividendæ datæ, multiplicetr per Dñatorem Fractionis

datæ

 $\frac{18}{20} : \frac{6}{20} = \frac{18}{6} = 3.$ Item $\frac{6}{24} \frac{7}{24} = \frac{6}{7}.$

Cas. II. Si diversi erunt Dnō=minatores tum Fractiones ad eandem Dnāonem st reducendæ, tum fiat operatio ut ante.

(Factum prius dabit Nrātorem posterius aūt Dnātorem Quoti et Dnator Dividendi per Nrātorem Divisoris)

Seu Nrātor Dividendi multiplice=tur per Dnatorem Divisoris, et De=nominator Dividendi per Nrātorem Divisoris. Factum prius dabit Nrā=torem, posterius aūt Dnātorem Quoti.

Si Divisor invertatr, atqz tum, tam Nratores qm Dnātores per se invicem multiplicentr, quotus prodibit ut ante ex. gr.

$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4}{5} : \frac{2}{2} = \frac{12}{10} = 1 + \frac{2}{10}.$

Demonstr.

Quum Fractio una per aliam dividitr, quæritr quoties divisor in Dividendo gtinetr, si ambæ

eosdem

Sunt majores.

Scholion.

Nonnunqm occurrit Loquendi formula qd de, v. ex Fractione una Fractio alia Sumenda. Ex. gr. $\frac{1}{2}$ Ex $\frac{3}{4}$ vel $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$.

Hoc nihil aliud indicat, qm quod Fractionis $\frac{3}{4}$ tta precise pars sit Sumenda quanta per aliam Fractionem $\frac{1}{2}$ indicatr, id vo fit si Fractio illa per (aliam Fractionem) + hanc multiplicetr. Estqz adeo $\frac{1}{2}$ ex $\frac{3}{4}$ = $\frac{3}{6}$.

Consequenter quando cunqz Fractiones hujusmodi occurrant, Spēr una per aliam multiplicanda est.

§. 71.

Fractionem qmcunqz datam per aliam dividere.

Resol. Cas. I. Si Fractiones eosdem habeant Dnātores, Fractionis tt. Dividendæ Nrātor dividatr per Nrātorem Divisoris. adeoqz Quoti Nrātor erit idem cum Nrātore Fractionis Dividendæ, Dnātor am idem cum Nratore Divisoris. Ex. gr. $\frac{18}{20}$ +

 adeoq; eo minus esse debet.

Corollarium.

Quadratum Fractionis cujusdam invenitur si tam Nrator, quam Dnominator ejusdem per se ipsum multiplicetur Ex. gr. $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{5}{7}\cdot\frac{5}{7} = \frac{5}{7}\cdot\frac{5}{7} = \frac{25}{49}$.

Cubus vero Fractionis prodit si tam Nratoris, quam Dnatoris Cubus inveniatur Ex. gr. $\left(\frac{4}{9}\right)^3 = \frac{4}{9}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{4}{9} = \frac{4}{9}\cdot\frac{4}{9}\cdot\frac{4}{9} = \frac{64}{729}$.

Vice versa e Fractione data radix Quadrata extrahitur, si tam Nratoris, quam Dnominatoris, quadrata inveniatur Radix. Ex. gr.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \sqrt[3]{\frac{49}{64}} = \frac{7}{8}$$

Idem observandum de Radice Cubica ex Fractionibus extrahenda:

Ex. gr. $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{2}{5}$.

Facile inteligitur, quod Quadratum Fractionis sit minus quam Radix, ipsa Cubus vero eo minor e Radice sua. In gre Fractionum potentiae quo sunt Superiores, eo etiam evadunt minores, Potentiae autem gradus inferioris

Sunt

etiam Fractio multiplicanda $\frac{4}{5}$ in 99.
7. partes dividenda ē, et ex his par=
tibus 3 sumendæ, hoc ē $\frac{4}{5}.\frac{3}{7}=\frac{4}{5}.\frac{1}{7}.5$ Sed
$\frac{4}{5}.\frac{1}{7}=\frac{4}{7}=\frac{4}{5}$. &c. $\frac{4}{5}.7.3=\frac{4}{1}.\frac{3}{7}=\frac{15}{35}$.

Cas. II. Si Fractiones fuerint mix=
tæ, vel reducantur ad Fractiones
puras, atq; operaō fiat Secundum
Cas. I. Ex. gr. $3\frac{1}{2}.2\frac{1}{2}.2\frac{3}{4}=\frac{7}{2}.\frac{11}{4}=9\frac{5}{6}$.

Vel vō Fractiones mixtæ multiplican=
dæ pars utraq;, hoc ē tam Nrus inte=
ger, qm Fractio Separatim multiplicetur
per utramq; partem multiplicatoris,
tam per Nrum integrum, qm per Fractiōm
Ex. gr. $(5+\frac{3}{8})(4+\frac{2}{7})=5.4+\frac{3}{8}.4+\frac{2}{7}.5+\frac{3}{8}.$ "
" $\frac{2}{7}=20+\frac{3}{2}+\frac{10}{7}+\frac{3}{4}.7=20+1+\frac{3}{7}+\frac{3}{28}=22+$ "
" $\frac{14}{28}+\frac{12}{28}+\frac{3}{28}=32+\frac{1}{28}$ (§. 69.)

§. 69.

Quum Factum toties in se contine=
at multiplicandum quoties unitas
in multiplicatore ꝑtinetur, multipli=
cator am. Si Fractio sit, uni tem
ne semel quidem in se continet,
D. partem tt aliqm unitatis hinc
etiam Factum tum partem aliqm
multiplicandi, in se continebit,

adeoq; &

98. Demons. Si fractio per fractionem ē multiplicanda, tum fractio multiplicanda toties sumenda ē, quoties multiplicator unitatem ꝗtinet in se. Sed multiplicator partem tt. aliqm̄ unitatis in se ꝗplectitr̄. Ergo fractio multiplicandæ tanta pars ē sumenda, quanta pars ē multiplicator unitatis. Ut igitr̄ multiplicandæ fractionis tanta pars inveniatr̄, hæc in tot dividenda ē, in quot partes unitas divisa ē, in Dn̄ominatore multiplicatoris; seu fractio multiplicanda dividenda per Dn̄atorem multiplicatoris; et ex his partib. tot sumendæ st̄ quot Nr̄ator multiplicatoris indicat. Prius fit si fractionis multiplicandæ Dn̄ator multiplicetur per Dn̄atorem multiplicatoris. Posterius am̄ si Nr̄ator ejusdem multiplicetr̄ per Nr̄atorem multiplicatoris.

Ex. gr: Si $\frac{4}{5}$ multiplicari debeant per $\frac{3}{7}$ tum fractionis $\frac{4}{5}$ tanta pars ē ē sumenda quanta pars fractio $\frac{3}{7}$ ē unitatis. Quum itaqꝫ in hac unitas 7 partes dividatr̄ et ex iis 3 sumantr̄,

ciam

tiones, ex summa eīm emergente fractio illa subtrahi pt. Ex gr. $7\frac{2}{3} - 3\frac{5}{6}$ Primum fractiones quar. posterior a priori subtrahenda ē, ad eandem Dnationem reductæ st sequentes: $\frac{18}{18} + \frac{12}{18} = \frac{30}{18}$ $6 - 3 = 3$ Residium itaq; totum ē sequens: $3\frac{15}{18} - 3\frac{5}{6}$ vel pt etiam fieri ut in hoc casu fractiones mixtæ reducantur ad puras, atq; dein in his subtractio peragatr.

Cas. V. Si fractio nro integro subtrahenda sit Nrus integer reducatr ad fractionem ejusdem cum fractione data Dnaonis, tum subtractio peragatr ut in Cas. I. Ex gr. $4 - \frac{1}{3} = \frac{12}{3} - \frac{1}{3} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$ vel ex nro integro dematr unitas, ea convertatr in fractionem ejusdem cum fractione data Dnaonis, atq; ab eo fractio data subtrahatr. Ex gr. $=$
$= 4 - \frac{1}{3} = 3\frac{3}{3} - \frac{1}{3} = 3\frac{2}{3}$ × × × × × × ×

§. 68.

Fractionem per fractionem multiplicare.

Resol. Cas. I. Si fractiones fuerint puræ tam Nratores, qm Dnatores multiplicentr per se invicem, facta constituent fractionem quæsitam.

Demons

integri et si Summa Fractionum vel aliquot integra in se complectatur hæ Summæ Numerorum integrorum addantur. Ex. gr.

$5\frac{1}{2} + 3\frac{4}{5} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} \times 5 \times 3 = \frac{5}{10} \times \frac{8}{10} \times +5+3 =$
$= \frac{13}{10} \times 5 \times 3 = 1\frac{3}{10} \times 8 = 9\frac{3}{10}$

§. 67.

Fractionem Datam ex alia subtrahere.

Resolutio.

Casus I. Si Fractiones eosdem habeant Denominatores, Numerator minor subtrahatur è majori residuo, subscribatur communis Denominator.

Casus II. Si Denominatores sint diversi Fractionum datarum, reducantur ea ad eandem Denominationem, deinde fiat eadem operatio, quæ in Casu Imo.

Casus III. Si Fractiones Datæ sint mixtæ, Subtractio primum in Fractionibus atque dein in Numeris integris peragatur Ex. gr. $8\frac{1}{2} - 5\frac{1}{4} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{4}{8} - \frac{2}{8} = \frac{2}{8}$. Item $8-5=3$.

Casus IV. Si Fractio ex qua alia data subtrahenda esset sit minor alia autem major, tum ex Numero integro Fractioni minori adhærente Unitas Demi, atque instar Fractionis exprimi debet, cujus idem sit Denominator cum Fractione adhærente quo facto adatur huic Fractionis

Casus I. Si Fractiones addendæ eosdem habeant Denominatores addantur Numeratores Summa quæ prodit Scribatur loco Numeratoris cujus Denominatore idem qui Fractionum addendarum.

Casus II. Si Denominatores sint Diversi reducantur prius Fractiones ad eandem Denominationem deinde addantur Numeratores ut ante.

Casus III. Si ad Numerum integrum Fractio addenda sit tum illa huic præfigatur atqs. ita prodit Fractio mixta.

Ex. gr. Si ad 5 sit addenda Fractio $\frac{2}{3}$ Scribatur Sequentem in modum $5\frac{2}{3}$ Quod si autem Fractio hoc mixta ad puram reducenda sit tum Numerus integer primum reducatur ad Fractionem ejusdem cum Fractione adherente $\frac{2}{3}$ Denominationis secundum Probl. Datum deinde addantur Numeratores et Summa subscribatur Denominator communis Ex. gr.

$$5 = \frac{5.}{1.} \frac{3}{3} = \frac{15}{3} + \frac{2}{3} = \frac{17}{3}$$

Vel quod eodem redit Numerus integer multiplicetur per Denominatorem Fractionis adherentis Factum emergens addatur ad Numeratorem Fractionis.

Casus IV. Si plures dentur Fractiones (dentur) mixtæ ad se invicem addendæ adantur primum Fractiones puræ / secundum Casum I. et II. / deinde etiam Numeri integri-

94. Hoc Problema adhibenda tum semper est quum in Denominatore Fractionis cujusdam Totum non in eas partes dividitur in quas vulgo dividi solet seu in partes Dividitas inusitatas nunc enim ut valor Fractionis in partibus Totius usitatis cognoscatur alia Fractio eidem aequalis invenienda est cujus Denominator exhibeat partes Totius usu receptas.

Ex. gr. $\frac{4}{5}$ Flor. Rhenc. Quoniam Flor. Rhenc. in 60 partes dividi solet Fractio data in aliam Convertenda cujus Denominator sit = 60 id quod fit si Numerator 4. multiplicetur per 60 et factum quod prodit 4.60 = 240. dividatur per ~~trias~~ Quotus emergens 48 erit Numerator Fractionis Novae $\frac{48}{60}$ quae datae $\frac{4}{5}$ aequalis est.

Item $\frac{6}{7}$ libra Quoniam libra solet dividi in 32 semiuncias Fractio illa Convertenda in aliam cujus Denominator sit 32 Fractio illa est $\frac{22}{32} \times \frac{6}{7}$ Quia hic nova super est Fractio nempe $\frac{6}{7}$ semiunciae.

Hoc vero in aliam Convertenda cujus Denominator sit 4 quia semiuncia vulgo in quatuor solet dispesci partes Fractio illa est $\frac{3}{4} \times \frac{3}{7}$ Adeoqs. praeter tres quadrantes supersunt adhuc $\frac{3}{7}$ Quadrantes, quae pariter posset ad aliam reduci Fractionem, si quadrans ulterius divideretur in minores partes.

× × × × × ×

§. 66

Problema Fractiones addere.

Resol.

Casus I. Si

Sit Numerus quicunqs; Datus, vel sit Denominator Fractionis cujusdam Datæ -

Resol I. Numerus integer exprimatur instar Fractionis cujus Denominator est unitas -

2.) Tam Numerator quam Denominator ejus multiplicetur per Denominatorem Datum vel in casu posteriori per Denominatorem Fractionis Datæ.

Ex. gr. Numerus 3 sit reducendus ad Fractionem cujus Denominator est 8 Fractio emergens erit $\frac{3.8}{1.8} = \frac{24}{8}$ Item sit Fractio Data $\frac{5}{7}$ et Numerus 5 reducendus est ad Fractionem ejusdem cum illa Denominationis erit Fractio emergens $\frac{5.7}{7.7} = \frac{35}{7}$

Problema -

Fractionem quamcunqs Datam in aliam Fractionem æquivalentem Denominatoris Datæ permutare.

Casus I. Si Denominator Datus non possit Dividi per Denominatorem Fractionis Datæ

Resol. I.) Fractionis Datæ Numerator multiplicetur per Denominatorem Datum

2.) Factum quod prodit Dividatur per Denominatorem Datæ Fractionis -

3.) Quotus emergens erit Numerator Datæ Denominatoris et Fractio hoc vera priori Datæ æqualis -

Demonstratio infra (§ 90) occurrit

Casus II. Si Denominator Datus possit Dividi per Denominatorem Fractionis Datæ Dividatur et Quotus qui prodit multiplicetur per Numeratorem ejusdem Factum emergens erit Numerator Novæ Fractionis

Hoc Proble-

92. Tum Numeri hi bis vel sepius occurunt deleantur Quia vero 2, 2; item 3; 3; sunt Factores inter se pares ambo Factores non delentur licet tam 2 quam 3 adhuc alios etiam occurat quem admodum hoc loco presenti repraesentatur

5; 3; 8; 2; 8; 2; 3; 3; 3; 2; 9; 7.

Si jam Numeri qui deleti non sunt per se invicem multiplicentur prodit Factum

5. 3. 2. 2. 3. 7. = 1260.

Quod Factum erit Denominator Communis omnium Fractionum Novarum inveniendarum. — Aliud Exemplum.

$\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{5}{8}; \frac{4}{9}; \frac{1}{6}; \frac{2}{12}; \frac{3}{8}; \frac{7}{9}; \frac{1}{10}; \frac{5}{6}; \frac{3}{4}; \frac{3}{5};$

Denominatoribus Compositis jam in suos Factores resolutis atque his qui sepius occurunt deletis Numeri emergunt sequentes

2; 3; 2; 2; 2; 3; 3; ~~2~~; 2; 3; ~~2~~; ~~2~~;

2. ~~2~~ ~~2~~ 3 3; 2; 5; 2 3; ~~2~~ 2; ~~5~~;

In hoc exemplo quia Factum 2. 2. 2; ex tribus Factoribus inter se equalibus ortum est ex iis unus tantum Factor delentur postea autem ibi idem Factum occurrit ibi jam singuli Factores delentur pari ratione quia Factum 3. 3 bis occurrit primus unus Factor postea vero ambo delentur Ideoque erit Denominator Communis

2. 3. 2. 2. 3. 5 = 360. — Problema.

Numerum quemlibet integrum reducere ad Fractionem cujus Denomina-

tor sit Nu-

Fractionis Data debeant Numeratores Fractionum novarum qui ad Latus versus dextram Scripti sunt adeoq; erunt Fractiones Novæ ad eandem Denominationem reductæ sequentes

$\frac{1008}{2520}\ \frac{1680}{2520}\ \frac{1260}{2520}\ \frac{1890}{2520}\ \frac{2100}{2520}\ \frac{22270}{2520}$

$-\frac{2268}{2520}\ \frac{720}{2520}$

3.) Datur aliq etiam Methodus secundum quam procedere potest ne Fractiones Novæ nimis magnis exprimantur Numeris. Secundum hanc

a.) Denominatores Fractionum Datar illi qui sunt Numeri Compositi resolvuntur in suos factores

b.) Deinde omnes illi Nri inter Denominatores qui bis vel sepius occurunt deleantur ut Numerus quilibet semel tantum adsit

c.) Quodsi autem factores in quos Denominator alicuius resolvitur fuerint pares cum altero eor non deletur etiam si alias ad huc occurat idem Nrus inter Denominatores

d.) Nri illi inter Denominatores qui deleti non sunt per se invicem multiplicantur — Factum quod prodit erit Denominator Communis Novarum Fractionum inveniendus.

e.) Numeratores autem earum inveniuntur eodem modo uti prostime ostendimus.

Eodem exemplo hoc etiam Methodus illustrari potest —

Quodsi nimirum Denominatores illi Fractionum in Exemplo præcedenti Datarum qui sunt Numeri Compositi in suos resolvantur factores tum prodeunt Numeri sequentes

~~2. 2. 2. 2. 3. 2. 3. 1260~~

2. 3. 2. 2. 2. 2. 3. 3. 3. 2. 5. 7.

Tum Numeri ~~Quod Factum~~

emergens erit Numerator Fractionis Novæ
Seu Multiplicetur Denominator Communis per Numeratorem et Factum quod prodit dividatur per Denominatorem Uniuscujuscunq; Fractionis per inde ē in hoc quoq; Casu Quotus emergens erit Numerator Fractionis Novæ inveniendæ Demonstratio infra (§ 90). occurit.

Ex. gr. sint Fractiones Datæ.

$\frac{2}{5}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}, \frac{2}{7}$ — — — — — —

(2520)

504	$\frac{2}{5}$	1008
840	$\frac{2}{3}$	1668
1260	$\frac{1}{2}$	1260
630	$\frac{3}{4}$	1890
420	$\frac{5}{6}$	2100
280	$\frac{8}{9}$	2240
252	$\frac{9}{10}$	2268
360	$\frac{7}{7}$	720

Scribatur ita prout hic ad latus factum ē Tum quia Denominator omnium maximus est 10 atq; is per proxime minorem Denominatorem 9 absq; residuo dividi nequit Multiplicetur per eundem Fractio erit 90 Hoc per sequentē Denominatorem 7 quoniam dividi nequit per eundem Multiplicetur Factum prodit = 630 hoc per sequentem Denominatorem 6. dividi potest adeoq; non ē necesse ut per illum multiplicetur;

Idem tenendum de sequenti Denominatore 5 per 4 autem qui dividi nequit multiplicari debet et prodit factum Novum 2520. Hoc tamen per 3 quam per 2 dividi potest adeoq; Communis Denominator omnium Novarum Fractionum erit 2520 qui loco supremo ē Scriptus

Quodsi itaq; Denominator hic Communis dividatur per Fractionis Cujuslibet Denominatorem Quoti prodibt. qui ad latus ~~versus dextram Scripti sunt adeoq; erunt Fractiones~~ Uniuscujusq; versus sinistram Scripti sunt.

Hi quoti per Numeratorem Cujuslibet Fractionis.

Compositum quaeritur Communis eor mensura et per hanc Dividantur singuli; quo facto fractionis cujuslibet tam Numerator quam Denominator multiplicetur per factum ex quotis reliquorum Denominatorum ita, oriuntur fractiones Novae Datis aequales et ejusdem Denominationis. Ex. gr. sint fractiones Datae $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{7}{16}$

Denominatorum in his omnium Communis mensura $= 24$ per quam si Dividantur Denominatores prodeunt Quoti; 2. 3. 24. Conseq emergent fractiones sequ.

$\frac{3.3.24.}{8.3.24.}$ $\frac{5.2.24.}{12.2.24.}$ $\frac{7.2.3}{16.2.3}$ Seu $\frac{36.}{96}$ $\frac{40.}{96}$ $\frac{42}{96}$

2.) Si vero non omnes Denominatores sint Numeri inter se Compositi

a.) Scribantur fractiones Datae omnes sub se invicem et ad latus versus dextram ducatur linea recta

b.) Denominator omnium maximus multiplicetur per Denominatorem proxime minorem Factum quod prodit per sequentem Denominatorem et hi porro per omnes reliquos Denominatores Denominator maximus aut Factum quod per praedictam multiplicationem prodit Dividi possit absq residuo, is vel illi Denominatoris in multiplicatione omittantur.

Factum quod hac ratione prodit erit Denominator Communis omnium notarum fractionum; quae Numeratores inveniuntur sequentem in modum

c.) Dividatur Denominator Communis per ~~Numeratorem~~ inventus per Denominatorem uniuscujusq fractionis Data et Quotus qui prodit per Numeratorem ejusdem Multiplicetur Factum

emergens-

88. duorum Denominatorum secundum Problema Superius Datum et per eam dividantur dati Denominatores; et Quoti qui prodibunt in operatione loco Denominatorum ipsorum abhibendi; hoc ē per Quotum minorem multiplicetur Numerator atq; Denominator fractionis cujus Denominator major ē, per Quotum autem majoris fractionis ejus cujus Denominator minor ē pariter tam Numerator quam Denominator fractionis emergentes erunt non tantum datis æquales sed etiam eosdem habebunt Denominatores

Ex gr. sint fractiones reducendæ $\frac{5}{42}; \frac{8}{54}$ Denominatorem horum communis mensura ē = 6 per quem Numerum si uterq; dividatur Denominator prodeunt Quoti 7; 9; itaq; fractio tot emergentes erunt -

$\frac{5 \cdot 9}{42 \cdot 9}; \frac{8 \cdot 7}{54 \cdot 7}$ seu $\frac{45}{378}; \frac{56}{378}$.

2. Si plures dentur fractiones tum cujus libet tam Numerator quam Denominator multiplicatur per factum ex Denominatoribus omnium reliquarum fractionum ortum.

Ex. gr. sint fractiones datæ, $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{7}$ ex iis oriuntur sequ

$\frac{2 \cdot 6 \cdot 7}{3 \cdot 6 \cdot 7}; \frac{5 \cdot 3 \cdot 7}{6 \cdot 3 \cdot 7}; \frac{3 \cdot 3 \cdot 6}{7 \cdot 3 \cdot 6}$

seu $\frac{84}{126}; \frac{105}{126}; \frac{54}{126}$

Hoc quidem Regula observanda tum semper ē quum fractionum datarum Denominatores sunt inter se primi. Verum.

1.) si Denominatores omnes sint inter se

Compositæ

§. 65.

1. Si Duæ sint Fractionis cujuslibet tam Numerator quam Denominator multiplicetur per Denominatorem alterius, Duæ novæ Fractiones, quæ per hanc operationem inveniuntur, sunt priori-bus datis æquales. /§. 63./ et eundem habent Denominatorem nempe productum ex prior. Fractionum Denominatoribus. ortum. Ex. gr. sint Fractiones reducendæ.

$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}$ ex iis oriuntur $\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5}, \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 3}$ seu $\frac{10}{15}, \frac{12}{15}$

Verum si Fractiones Majoribus Numeris sint expressæ tum secundum hanc Regulam in prioribus Denominatores nimis magnis Numeris expressæ prodibunt quamobrem in eo Casu hæc quæ sequentes erunt observandæ

1/ Si Fractionum datar. Denominatores sint Numeri inter se Compositi, seu si habeant Communem mensuram alium aliquem Numerum præter Unitatem; et quidem si Denominator minor sit mensura illa tum Dividatur major Denominator per minorem, et per Quotum qui inde emergit multiplicetur tam Numerator quam Denominator Fractionis cujus Denominator est minor Fractio quæ inde emergit non tantum Multiplicatæ Fractioni erit æqualis sed etiam eundem cum alia data fractione habet Denominatorem — Ex. gr. sint Fractiones reducendæ.

$\frac{11}{9}, \frac{5}{36}$, $36 : 9 = 4$ et $\frac{11 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{44}{36}$

2/ Si vero Denominator minor non sit mensura illa seu si per illum Denominatorem major dividi non possit; tum quæratur mensura Communis

Quotum —

 Numeri interse Compositi Ex. gr.

$\frac{4}{12}$ $\frac{8}{20}$ $\frac{6}{18}$ $\frac{9}{27}$ Et sic porro.

Consequ. Numerator & Denominator Fractionis Numeri interse compositi esse debent, si is minoribus numeris exprimi, & tam Numerator quam Denominator Numerus integer manere debeat.

Quod si autem in iis Casibus, quum Fractionis cujusdam vel Numerator, vel Denominator ē Nrus primus; aut ambo illi sunt Nri interse primi, ea Nihilominus ad minores Numeros deducatur, et dividendo tam (tam) Numerator, quam Denominator, aut utrumq. nordi ingrediuntur Fractiones.

Ex. gr. $\frac{13:4}{20:4} = \frac{3}{5}\frac{1}{4}$. Quae Fractio denotat, quod ex 5 partibus totius tres et praeterea unius ejusmodi partis $\frac{1}{4}$ sumi debeant. Quod si Ex. gr. Totum sit 1. Flor. Rhen. et is in quinq. partes dividatur, tum una quaeq. ex his partibus erit aequale 4. grossis; Fractio itaq. illa designat, quod 4. Grossi ter sint summendi, et praeterea $\frac{1}{4}$ ex iis seu Unus Grossus; ter quatuor Grossi autem una cum Grosso Uno faciunt 13, Grossos atq. tantum designat etiam Fractio prior $\frac{13}{20}$.

Atq. ita ē judicandum de omnibus illis Fractionibus quot Numerator et Fractio mixta, hoc ē ex Nro integro et huic adjecta Fractione constat, Denominator autem est Numerus integer.

Si autem Numerator sit Fractio pura, seu ex sola Fractione constat et Denominator sit Numerus integer, tum Fractio ipsa indicat, quod ex una eas partium in quas Totum in Denominatore dividitur, tanta pars sit summenda quanta in Numeratore exhibetur Ex gr. Si pro Unitate sumatur Libra, tum Fractio $\frac{3}{4}$ significat $\frac{3}{4}$ Unius Semunciae quae 32 faciunt $\frac{32}{32}$ unam Libram

§. 65 1. Si Dud.

Aliud Exemplum.

Sit Fractio data $\frac{529}{625}$ ad simpliciss^mam expressionem reducenda adeoque Communis mensura maxima Numeratoris atq; Denominatoris inveniend^a

529 | 625 (1
529
96 | 529 (5
480
49 | 96 (1
49
47 | 49 (1
47
2 | 47 (23
46
1 | 2 (2
2
0

In hoc exemplo Communis mensura maxima est I. adeoq; Fractio data minoribus numeris exprimi nequit.

In genere Fractiones illæ minoribus numeris nequeunt exprimi

1.) Quarum v. gr. Numerator v. Denominator per nullum alium pt Dividi Numer absq; residuo præter Unitatem; seu est Numerus primus.

Tales sunt Numeri primi sequ.
1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, et sic porro.

Numeri vero qui per alium Dividi possunt vocantur, Compositi; Ex gr. 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18 et pr.

2.) Quar Numeratorum, et Denominator nullum habent Communem Divisorem præter I; seu sunt Numeri inter se primi Ex. gr.

$\frac{4}{9}$ $\frac{8}{10}$ $\frac{6}{25}$ $\frac{9}{32}$ $\frac{49}{60}$ Et sic porro.

E contrario Numeri qui per Unum eundemq; Numerum absq; residuo dividi possunt. Vocantur

Numeri inter se

84. ad Simpliciorem expressionem posse reduci.

Exemplum

Si Fractio Data ad Simplicissimam expressionem reducenda $\frac{252}{576}$ Atque adeo pro duobus his Numeris np. 252 et 576 invenienda ē Communis mensura maxima operatio sequentem in modum fit

$$
\begin{array}{r|l}
252 & 576 \;(2 \\
 & 504 \\
\hline
 & 72 \;\; \begin{array}{r|l} 72 & 252 \;(3 \\ & 216 \\ \hline 36 & 72 \;(2 \\ & 72 \\ \hline & 0 \end{array}
\end{array}
$$

Adeoq; Communis mensura maxima Numerorum datorum, 576 et 252 est 36 per hanc itaq; Nrum possum dividi exacte et quidem ita ut Fractio Data $\frac{252}{576}$ Sola hac Divisione ad hanc Simplicissimam expressionem reducatur $\frac{7}{16}$ quae minoribus numeris exprimi nequit.

Etenim Ex exemplo manifestum est quod 72 per 36 absq; residuo possim dividi Ego etiam $3 \cdot 72 = 216$ per eandem Divisionem 36 dividi queunt Adeoq; etiam de eo nullus ē Dubium quod $216 + 36 = 252$ per eundem dividi possim Consequens etiam $2 \cdot 25 \cdot 2 = 504$. Et cum 72 quoq; per eundem 36 dividi possint ut ex praecedentibus patet, $504 + 72 = 576$ quoq; per eundem 36 dividi posse manifestum est

Es. 36 ē Divisor Communis maximus Numerorum datorum, 252 et 576 Q. E. D.

Quae Demonstratis ad quodcunq; aliud exemplum mutatis mutandis adplicari potest.

Aliud Exemplum

etiam ambo per 5 possunt Dividi Ex gr. $\frac{30}{65}$ – $\frac{6}{13}$

4.) Si denique ultima utriusque, vel alterius Nota fuerit, ab iis Diversa quas regulis prioribus nominavimus ex. gr. 1, vel 3 vel 7, vel 9. tantum Divisio per 3 vel 7 tentanda est.

Ex. gr. $\frac{21}{27}$ – $\frac{7}{9}$ Item $\frac{9}{15}$ – $\frac{3}{5}$

Verum hac ratione Fractiones Una Divisione ad minimam expressionem non reducuntur uti levi attentione cuilibet manifestum est Sed Saepius repetita aliquoties Divisione opus est, ostendamus itaque Methodum Secundum quam inveniri possit Duor, Numerorum talis Divisor Communis per quem Una Divisione ad minimam et Simplicissimam expressionem reducuntur Fractiones Sequenti Problemate.

Problema.

Invenire Communem mensuram maximam Duor Numeror, Numeratoris Nimirum atque Denominatoris Fractionis cujusdam datae

Resolutio 1mo Numerus major ex datis Dividatur per minorem

2.) Numerus datus minor qui in prima Divisione fuerat Divisor denuo Dividatur per Residuum primae Divisionis.

3.) Si in hac Secunda quoque Divisione Supersit residuum per hoc porro Dividatur Numerus qui in Secunda Divisione fuerat Divisor, Atque ita porro operatio Continuari debet donec nullum relinquatur residuum.

4.) Divisor ultimus erit Communis mensura maxima Numerorum datorum Consequenter si Divisor hic Ultimus fuerit 1. hoc Indicio est Numeros datos per nullum alium Nrum dividi posse praeter Unitatem, neque adeo Fractionem

ad Simplicior.

82. facilime fractio quædam ad aliam fractionem minoribus Numeris expressam reducitur.

1mo Si fractionis Datæ tam Nrator quam Denominator in suos resolvatur factores.

2do. Factores qui tam in Numeratore quam in Denominatore occurunt seu qui utriqz communes sunt Deleantur ex utroque. Hoc ipso enim tam Numerator quam Denominator per factores illos qui delentur dividitur.

Ex. gr. $\frac{45}{360} = \frac{5.9}{4.9.2.5} = \frac{1}{4.2} = \frac{1}{8}$

Item $\frac{168}{240} = \frac{3.8.7}{3.8.2.5} = \frac{7}{25} = \frac{7}{10}$.

Quia vero ad Numeros quoslibet in suos factores resolvendos promtitudo requiritur quæ non nisi multo acquiritur exercitio hinc in Tronum gratiam proponemus quasdam Regulas faciles quæ modum ostendunt quo Numerus inveniri possit per quem tam Numerator quam Denominator alicujus fractionis absqz residuo dividi possit seu quo mensura communis duorum Numerorum inveniri possit.

1.) Quum Numerator & Denominator sunt Numeri pares possunt semper dividi per 2.

Ex. gr. $\frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

2.) Quum tam Numerator quam Denominator Cyphræ vel aliquot Cyphras adjectas ad finem habet ab utroqz æquales Cyphrarum Numerus deleri potest Ex. gr. — ex. gr. $\frac{200}{3000} = \frac{2}{30}$

3.) Quum tam Numeratoris quam Denominatoris ultima Nota ē 5 tum ambo per 5 dividi possunt Ex. gr. $\frac{45}{75} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

Pari ratione si unus loco ultimo versus dextram habeat 0 Cyphr alter vero 5 tum

etiam.

Theorema.

Quodsi Fractionis cujusdam tam Nrator quam Denominator per eundem Nrum integrum dividatur, tum magnitudo Fractionis eadem manet.

Etenim quoties in Casu priori Fractio minor fit hoc in posteriori Casu toties major evadit Consequens magnitudo ejus invariata manet Ex. gr. $\frac{15}{60}$ partes Flor. Rhen. faciunt 15 Cruciferos quodsi jam ejus tam Nrator quam Denominator dividatur per 3 Fractio ē emergens $\frac{5}{20}$ priori ē aequalis quae nimirum facit 5 grossos vel generaliter -

$\frac{15}{60} = \frac{15:3}{60:3} = \frac{5}{20}$ Etenim $\frac{15:3}{60|3}$

Etenim $\frac{15}{60}:3 = \frac{15}{60}:3.$

At $\frac{15:3}{60:3} = \left(\frac{15}{60}:3\right).3 = \frac{15}{60}$

Ex iisqz hucusqz, diximus sequitur quod Una eaddemqz Fractio Variis atqz, diversis modis scribi possit Valor ejus invariato -

Ex. gr. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16} = \frac{16}{32} = \frac{32}{64}$ et S. pr.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{16}{24} = \frac{32}{48} = \frac{64}{96}$ &c.

Porro manifestum ē quod Nrus quilibet integer instar Fractionis possit repraesentari Cujus Denominator est 1mo Ex. gr. $2 = \frac{2}{1}$ $3 = \frac{3}{1}$ $4 = \frac{4}{1}$ et S. porro -

Hinc Nrus quoqz, integer quilibet variis potest scribi modis valore ejusdem manente eadem -

Ex. gr. $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5}$ et sic porro -

§. 64.

Quo minoribus Numeris Fractio quaedam exprimitur, eo Distinctius valor ejus perspici atque etiam Calculus Cum ea institui potest.

Verum si Nrator et Denominator Fractionis sint Numeri majores non facile illico perspicitur per quem Numerum possint ambo absqz, residuo dividi seu quisnam Communis eorum Divisor Quam ob rem

facilime.

80.

Theorema

Si Fractionis cujusdam Numerator per Numerum aliquem integrum dividatur Denominatore eodem manente tum Fractio ipsa toties minor fit quoties Numerus integer Unitatem in se continet seu Fractio ipsa per Numerum integrum actu dividitur.

Quod si autem Denominator Fractionis per Numerum quendam integrum dividatur Numeratore invariato tum Fractio ipsa toties major fit quoties Numerus integer Unitatem in se continet seu Fractio ipsa actu multiplicatur.

Etenim in Casu priori hoc facto ex iisdem totius partibus toties pauciores sunt numeratur partes quam ante, quoties unitas in Numero integro continetur. In posteriori autem casu partes in quas totum dividitur toties fiunt pauciores atque ergo, etiam majores quam ante quoties pariter Numerus integer in se continet Unitatem e partibus autem his totius majoribus non nisi totidem sumuntur quam ante.

Ex. gr. Sint $\frac{15}{60}$ partes Flor Rhenens. et Numerator dividatur per 3. Fractio emergitur sequens $\frac{5}{60}$ quæ triplo minor e priori.

Ejusdem porro Fractionis Denominator pariter per 3 Fractio emergens $\frac{15}{20}$ nunc triplo fit major priori.

Theorema

Quod si Fractionis cujusdam Numerator per Numerum aliquem integrum dividatur Denominatore eodem manente tum Fractio ipsa toties minor fit quoties Numerus integer Unitatem in se continet seu Fractio ipsa per Numerum integrum actu dividitur.

Quod si

Et enim ex iisdem partibus toties hoc pacto toties plures summuntur, in nova Fractione quoties Nrus (3) per qm multiplicatur unitatem in se continet Ex. gr. $\frac{15}{20}$ partes Floreni Rhenensis triplo majorem faciunt Quantitatem qm $\frac{5}{20}$ partes ejusdem flor. Rhenensis -

Corollarium.

Consequenter si Fractio quaedam per Nrum quencunqz, integrum multiplicari debeat, tum per eundem Nrator tantum Fractionis multiplicandus est.

Quodsi autem Fractio per Nrum aliquem integrum dividenda sit, tum Denominator Fractionis per Nrum integrum debet multiplicari.

Theorema.

Quodsi Fractionis cujusdam tam Numerator quam Denominator per eundem Nrum integrum multiplicetur, tum magnitudo Fractionis eadem manet.

Et enim per priorem Multiplicaonem toties major fit Fractio, quoties Nrus integer per quem multiplicatur unitatem in se continet, per posteriorem autem Multiplicaonem eadem Fractio toties plane fit iterum minor Consequentia magnitudo Fractionis non mutatur. Ex. gr.

$\frac{5}{20} \cdot 3 = 3 \cdot \frac{5}{20}$ & $\frac{5}{20} \cdot \frac{3}{3} = \frac{5}{20} \cdot 3$

Es. $\frac{5}{20} \cdot \frac{3}{3} = 3 \cdot \frac{5}{20} : 3 = \frac{5}{20}$ -

Seu - - - $\frac{5}{20}$ partes Flor. Rhenensis faciunt 5 grossos, quodsi iam tam Nrator quam Denominator per eundem Nrum np. per 3. multiplicetur, Fractio emergens $\frac{5}{20} \cdot \frac{3}{3} = \frac{15}{60}$ facit 15 Xferos, seu 5 Grossos $= \frac{5}{20}$ partibus Florenc. Rhenensis.

Theorema si Frac

78. Hinc jam intelligitur qua ratione Quotus in eo casu sit inveniendus ex Duobus Numeris integris cum post Divisionem peractam aliqua Dividendi pars Superest in qua Divisor totus non amplius Continetur, scil cum in Dividendo Divisor totes aliquoties et proxime aliqua ejus pars Continetur Nimirum quoties Divisor totus in Dividendo reperitur exprimatur in Quoto Nro integro et insuper quanta Divisoris pars Continetur in parte Dividendi residua designetur per fractionem cujus Numerator e pars illa Dividendi residua Denominator autem Divisor atq; hoc fractio ad priorem Quoti partem Numeris integris expressam adjungatur Ex.g. Si 12 debeant dividi per 5 Quotus e $2+\frac{2}{5}$ Item si 7654 debeant dividi per 37 Quotus emergit sequens $206+\frac{32}{37}$ §. 63.

Theoremata.

Quod si Fractionis cujusdam $\frac{5}{20}$. Denominator per Num quendam integrum -

3. Multiplicatur Numeratore eodem manente tum fractio emergens $\frac{5\cdot3}{20}$ $\frac{15}{60}$ toties fit major priori quotus Numerus (3) per quem multiplicatur unitatem ipse continet

Et enim hoc pacto, unitas seu Totum, in totes pluries, adeoq; etiam minores partes Dividitur, quam itaq; ex his quoq; nonsi totidem Summantur. in Fractione nova quam ante patet hanc toties minorem fieri debere -

Ex.g. $\frac{5}{60}$. partes Floreni Rhenc. seu 5 Xruiferi triplo minorem faciunt Quantitatem quam $\frac{5}{20}$ partes ejusdem Floreni Rhenensis seu 5 grossi,

Theorema.

Si Fractionis cujusdam $\frac{5}{20}$ Numerator per numerum, aliquem integr 3.) multiplicatur eodem manente Denominatore tum fractio emergens $\frac{15}{20}$ toties fit major priori quotus Nrus (3) per quem multiplicatur unitatem in se continet -

Et enim ex -

seu Divisoris (12) tanquam toties in se complectantur: hinc illa (7) pro Nratore hic vero (12) Denominatore haberi pt quo pacto prodit Fractio $\frac{7}{12}$ quae indicabit quanta Nri Majoris se Divisoris (12) pars in minori seu Dividendo (7) continetur; adeoqz, hoc Fractio ē quoties qui prodit quum Nrus minor per majorem Dividendus ē

Quodsi autem Nrus Dividendus sit major qui per alium minorem dividi debet tum minor seu Divisor vel totus aliquoties in Dividendo Continetur ita ut peracta Divisione nihil in Dividendo Supersit Ex. g. si, 12: debeat dividi per 3 vel vero Divisor totus aliquoties et insuper aliqua ejus pars Continetur in Dividendo Ex. g. si 12 debeant dividi per quinqz. idest 5 Consequenter in priori Casu Quotus indicat quoties Divisor totus 3 in Dividendo 12 Contineatur in posteriori autem quoties totus Divisor 5 reperiatur in Dividendo 12 insuper quanta Divisoris pars reperiatur in eodem Dividendo -

Sed in Fractione etiam Spuria Denominator totus vel aliquoties Summitur in Numeratore $\frac{12}{3}$ vel vero aliquoties totus et praeterea pars ejus quaedam Ex. g. $\frac{12}{5}$ adeoqz, Fractio Spuria indicat quoties Denominator toties in Nratore Contineatur Ex. g. $\frac{12}{3} = 4$ vel in posteriori Casu quoties totus Denominator, et insuper quanta ejus pars reperiatur in Numeratore Ex. g. $\frac{12}{5} = \frac{10}{5} + \frac{2}{3} = 2 + \frac{2}{5}$ Ex. Fractio Spuria ē quotus qui prodit si Nrator per Denominatorem Dividatur.

Consequenter Quotus quilibet qui prodit dum Nrus llnus integer per alium pariter integrum dividitur instar Fractionis potest repraesentari in qua Nrus Dividendus ē Numerator -

Numerus Divisor vero Denominator et quidem ē ea in eo Casu quum Nrus Dividendus ē Minor Fractio vero Ex. g. $\frac{7}{12}$. in eo autem Casu quo Nrus Dividendus est major ē Fractio Spuria Ex. gr. $\frac{12}{3}$ vel $\frac{12}{5} + \frac{2}{5}$

Hinc jam.

 tum Fractiones eandem habent magnitudinem seu sunt inter se aequales.

Ex. g. $\frac{15}{20}$ partes Flor. Rhenc. sunt aequales.

$\frac{15}{60}$ item $\frac{30}{120}$ partib. ejusdem Flor. Rhenc.

Quia vero in hoc Casu quum ipse Denominatores Fractionum sunt Diversi, non tam facille plures Fractiones inter se Comparari possunt ut illico perspiciatur quaenam ex pluribus Major vel minor sit, vel an inter se sint aequales hinc praestat ad Casum primum seu, ad eandem Denominatorem reducere eos; Sic enim id absque negotio cognoscitur qua autem ratione ea reductio fieri debeat infra docebimus.

3.) Si Denique, Nrator sit major Denominatore seu si plures summantur partes quam quidem ea sunt ex quibus Totum semel componitur in hoc Casu Fractio Totum vel semel insuper aliquid ex eo vel aliquoties vel vero aliquoties et insuper aliquid ex eo in se Complectitur ideoque Toto majorē

Ex. gr. $\frac{35}{20}$ vel $\frac{60}{20}$ vel $\frac{75}{20}$ partes Floreni Rhenc. Fractiones in Casu secundo verae in Casu autem 1mo et 3tio Spuriae adpellantur -

Quod si Nrus integer minor (7) sit Dividendus per alium Majorem (12) tum per se patet quod hic major (12) totus in illo minori (7) Contineatur Consequenter in hoc Casu Quotus indicabit non quoties Nrus major seu Divisor Totus (12) in Minori seu Dividendo (7) contineatur sed quanta illius pars sit quae in hoc reperitur ut igitur inveniatur Quotus si Nrus illae qui indicat quanta pars Nri Majoris seu Divisor (12) in Minori seu Dividendo (7) Contineatur Numerus Major seu Divisor (12) Concipitur, in tot partes Divisus ex quot Unitatibus ipse Constat et investigatur quot ex iis quot Unitates Contineantur in minori seu Dividendo (7) quamobrem Nrus minor seu Dividendus (7) quum aliquot partes seu Unitates Nri Majoris

seu Divisoris.

pedis sunt æquales illi pedi-

2) Si vero Numerator sit minor quam Denominator sed si pauciores summantur in eo partes quam sit illa in quas in hoc Totum dividitur tum fractio ē minor Toto Ex. gr. $\frac{5}{6}$ pars grossi ē minor quam unus Grossus $\frac{4}{12}$ partes pedis faciunt quantitatem minorem quam ē unus pes-

Et quidem in hoc casu tanta ē præcise magnitudo fractionis seu illa tam magna pars ē Totius quam magna pars Numerator ē sui Denominatoris adeoque magnitudo fractionis æstimatur ex relatione illa quam Numerator habet ad Denominatorem tanquam ad Totum.

Hinc quoniam duæ vel plures fractiones inter se comparari debeant, ut pateat quænam illarum major vel minor sit, vel an inter se sunt æquales, facile intelligitur. Nimirum.

a.) Si fractionum pluriem idem sit Denominator seu idem Totum in singulis in totidem partes sit Divisum tum perse patet quod fractio illa cujus numerator minor ē, sit ipsa etiam reliquis minor Ex. g. $\frac{4}{20}$ partes Rhenensis Florini minorem faciunt quantitatem quam $\frac{6}{20}$ partes ejusdem Rhenensis Flor.

b.) si Denominatores sint diversi seu si idem Totum in pluribus fractionibus non æqualiter sit Divisum tum c.) Si fractionis alicujus Numerator minor pars sit sui Denominatoris quam ē Nrator alterius sui itidem Denominatoris seu si Nrator prioris pluries Contineatur in suo Denominatore quam posterioris Nrator in suo Denominatore Continetur tum fractio prior Minor posterior vero major ē Ex. g. $\frac{4}{20}$ partes Florini Rhenensis faciunt fractionem Minorem quam $\frac{5}{60}$ partes ejusdem Florini Rhenensis.

d) Si vero fractionis alicujus Numerator tanta præcise pars sit sui Denominatoris quanta alterius Numerator ē seu Denominatoris seu si Nrator prioris toties continetur in suo Denominatore quotiens Nrator alterius in suo Continetur Denominatore

tum Frac-

 referuntur faciunt Fractionem, quae uni floreno Rhenensi aequalis ē pari ratione si Grossus Dividatur in tres aequales partes atque, ex iis Una Summatur h. ē Unus Xferus tum quatenus is ad Grossum refertur ē Fractio haud obsimiliter Si per Dividatur in 12. partes, quatuor partes ejus quatenus ad Aedem tanquam totum referuntur, dant Fractionem quatuor Pollicib. aequales.

§. 61.

Ut igitur magnitudo seu valor Fractionis cognoscatur Sciatur necesse ē in quott partes Totum sit Divisum et quott ex iis in Fractione Sumantur Numerus qui prius indicat Denominator qui vero posterius Numerator adpellatur prior Nimirum nomen totius exponit cujus Fractio ē pars posterior autem Numerat partes ex quib. Fractio ipsa constat.

Scribatur autem Numerator loco superiori et sublinea interjecta subjiciatur Denominator

Ex gr. $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{12}$

In Fractionib. itaque pro Unitate Summitur Totum aliud qd in Denominatore in aliquott. partes Dividitur. Ex. gr. in Exemplis Superioribus in Fractione prima Unitas est Fallerus Unus in Secunda Grossus in Tertia autem Pes Unus.

Quod si autem ex iis partib. in quas totum illud Dividitur atque in Denominatore exhibentur Una Summatur pro Unitate tum Fractio in Nrum integrum convertitur qui ex tot constat Unitatib. quott in Nratore Factoris Summantur Ex gr. $\frac{1}{3}$ pars Grossi ē aequalis 1. crucifero $\frac{4}{12}$ partes Aedis sunt aequales 4. pollicibus.

§. 62.

1) Si in Nratore tott Summantur partes in quott Totum ipsum Dividitur seu quott in Denominatore exhibentur tum Fractio aequalis ē Toti Uni seu Unitati ex. gr. $\frac{3}{3}$ partes Grossi sunt aequalis Uni Grosso ex. g. $\frac{12}{12}$ partes

Aedis.

Si nota ipsa Simplex per Unitatem ejus ordinis cujus ordinis ipsa nota ē multiplicetur ex. gr.
20 2.10 300 = 3.100 4000 = 4.1000, 60000 = 6.10000.
Hinc Nri cujuscunqz. Nota quolibet ita pt repraesentari tanquam Factum quod prodit si nota ipsa Simplex per eam Decadis Potentiam multiplicetur cujus exponens ē aequalis Nro qui ordinem notae indicat
Ex. gr. $64327 = 6.10^4 + 4\,10^3 + 3\,10^3 + 2\,10^1 + 7$ vel

$$64327. \begin{cases} 60000 + 4\,4000 + 300 + 20 + 7 = 6\,10000 + 4 \\ 1000 + 3\,100 + 2\,10^1 + 7 = 6\,10^4 + 4.\,10^3 + 3\,10^2 + 2\,10^1 + 7. \end{cases}$$

Auctor noster in sequentibus paragraphis agit de ratione atqui Proportione Numerorum, atqz dein progreditur ad Fractiones Verum hic ordo cum Methodo Mathematica pat convenit etenim Exponentes Rationem quam plurimarum sunt nostri Nri Fracti hinc Doctrina de Fractione atqz proportione Numerorum, Fractionum notitiam supponit Consequenter haec prius sunt pertractandae.

Auctor quidem noster non nullas Fractionum Regulas deducit ex Theoremate quodam de Ratione Numerorum. §. 58. Proposito atqz hac ob rationem generalia quodam de ratione atqz proportione Fractionibus praemittit Sed videbimus nos infra Regulas illas alia quoqz via legitime posse demonstrare quam ob rem iis quae hucusqz de Nris integris dicta sunt à nobis immediate subjungemus Doctrinam de Fractionibus de ratione autem atqz Proportione Numerorum, dicemus infra suo loco.

De Fractionibus.

§. 60.

Quodsi totum quodcunqz in aliquot partes aequales Dividatur atqz ex iis aliquae Summantur tum hac ratione ad totum Consideratae Fractionis Nomine insigniuntur. Ex gr. Si Tallerus dividatur in tres partes atqz ex iis duae tantum Summantur. Duae hae tertiae Talleri partes quatenus ad Tallerum tanquam totum referuntur.

72. Sæpe Radices ipsæ non extrahuntur sed certo tt. signo indicantur tunc maxime quum ipse perfectæ inveniri atq. exprimi ō possunt signum hoc ē $\sqrt{}$. quod Numero ex quo Radix extrahenda ē præfigitur et in apice ejus Exponens radicis extrahendæ notatur Quum vero Radix Quadrata indicanda ē ipsum tt. signum omisso exponente ponitur—

Ex gr. $\sqrt{9} = 3\sqrt{100} = 10\sqrt{144} = 12\sqrt[3]{27} = 3\sqrt[3]{1000} =$
$= 10\sqrt[4]{1728} = 12\sqrt[4]{16} = 2.\sqrt[5]{243} = 3\sqrt[6]{1000000} = 10$—

Numeri Quadrati Notar. singular. ab 1. usque ad 9. in Tabula Pithagorica continentur equibus Nri Cubici eorundem facile inveniri possunt.

Quodsi notam vel notas quascunq. Cyphræ aliquot subsequantur tum Quadratum earum invenitur si quadrato Notar. duplo plures adjiciantur Cyphræ seu Quadratum Nri ordinis cujuscunq. superioris prodit si Nrus tanquam ex simplicib. constant Unitatib. consideretur atq. quod ear. ejus duplo superior elevetur ordinem

In eadem Casu Cubus quos aliquot subsequuntur Cyphræ invenitur si cubo Notar. triplo plures Cyphræ adjiciantur seu Cubos Nri ordinis cujuspiam superioris prodit si Nrus tanquam ex simplicibus constans Unitatib. consideretur atq. Cubus ejus ad triplo superior. ordinem elevetur.

Ex gr. $500^2 = 250000$

$(\frac{4}{7})3 = 70000^3 = 12$

$= 343000000000000 73 = 343000000000000 73$

$(\frac{4}{7})3 = 70000^3 = 12$

Quum porro Unitas ordinis cujuslibet superioris sit potentia Decadis cujus Exponens ē æqualis Numero qui ordinem Unitatis indicat. Ex gr. $100 = 10^2$ $1000 = 10^3$ $10000 = 10^4$ et S. porro—

Nota autem quælibet ordinis cujuscunq. superioris ita potest repræsentari tanquam factum qd prodit—

si nota ipsa—

Quia vero Potentiæ illæ præsertim quæ sunt Gradus Superioris, ex multis Sæpe constant notis hinc Certus ē inventus modus quo illæ longe brevius scribi possunt qui modus etiam in Computando maxime præstat utilitatem prout infra videbimus Nimirum ad apicem Radicis versus Dextram scribitur nota minor quæ Gradum Potentiæ indicat et hujus Exponens Vocatur Ex.g. $2.2=4=2^2$

$2.2.2=8=2^3$

$2.2.2.2=16=2^4$

$3.3.3.3=81=3^4$

$3.3.3.3.3.3=243=3^5$

$10.10.1010.101010=1000000=10^6$.

Ex Nūro quodam Radicem Quadratam seu Secundi gradus extrahere nil aliud ē quam Numerum illum pro quadrato seu Potentia Secundi Gradus habere atq; ex eo invenire Numerum qui per se ipsum multiplicatur Quadratum illum producit Ex.gr. ex 9. invenitur Radix Quadrata 3.

ex 100 — — — 10

ex 144. — — — 12

Radicem vero Cubicam extrahere ex Numero quodam dato idem ē ac Nrum illum pro Cubico seu potentia tertii Gradus habere atq; ex eo invenire Numerum qui ter per se ipsum Multiplicatur Numerum Datum producit. Ex.g. ex 27 invenitur —

Radix Cubica — — — — 3.

ex 1000 — — — — 10.

ex 1728 — — — — 12.

In genere Radicem certi cujuscunque Gradus extrahere ex Nro Dato nihil aliud ē quam Nrum Datum pro Potentia ejusdem Gradus habere atq; ex eo Numerum invenire qui toties per se ipsum multiplicatur, quoties Gradus Potentiæ requirit Numerum datum producit Ex.g. ex 16 invenitur Radix quarti Gradus — — — = 2.

ex 243 — Radix quinti gradus — = 3.

ex 1000000 radix Sexti gradus = 10. Sæpe.

itaque hoc loco pauca dicemus-

Si Nrus quicunque perse ipsum Multiplicetur Ex.g. 2 Factum quod ex Duobus interse aequalibus Factoribs. oritur Ex.g. 4. Numerus Quadratus, Factor autem ipse (2) qui perse ipsum multiplicato, ejus Radix Quadrata appellatur 2.2=4.

Si Nrus Quadratus (4) porro per radicem (2) multiplicetur Factum novum ex 3 ribs. interse aequalibs Factoribs. ortum (8) Nrus Cubicus et Factor seu radix (2) ejus Radix Cubica dicitur-

2.2.2.=8.

In genere autem Factum quodlibet ex Factoribs. interse aequalibs. ortum vocatur Potentia seu Dignitas Factoris qui aliquoties perse ipsum multiplicatur Multitudo autem Factorum interse aequalium ex quibs. oibs perse multiplicatis Potentia oritur Gradus potentiae atq; unus ex his Factoribs. Radix ejusdem appellatur. Ex.gr. 2.2.=4 seu Nrus Quadratus e potentia secundi gradus. 2 autem ejus Radix Quadrata seu Radix Secundi Gradus 2.2.2.=8 seu Numerus Cubicus e potentia tertii Gradus 2 vero ejus Radix Cubica seu Radix tertii Gradus 2.2.2.2.=16 e potentia quarti Gradus quae etiam Biquadratus, et Factor (2) ejus intima Radix potentiae quarti gradus appellatur et s. p.

Illustrationis gratia in Schemate Sequenti Numerorum 2. 3. et 10 potentias ad sextam usque subjiciemus:-

Potentiae	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Numeri	2.	4.	8.	16.	32.	64.
	3.	9.	27.	81.	243.	729.
	10.	100.	1000.	10000.	100000.	1000000.

Quia vero-

producta quam Residua ōia quod si operationis
prodeunt infra Scribuntur datur etiam alius
Secundum quem producta mente tantum reti-
nentur atque ex notis Dividendi Subtrahunt,
Residua vero supra Dividendum Scribuntur
quem modum Auctor quoque noster observat.

Verum prior modus - juxta quem nos Regulas
Divisionis tradidimus posteriori jure merito prae-
ferendus ē. Quum enim Secundum illum producta
omnia describantur errores in iis inveniendis atq;
Subtrahendis non tam facile committitur vel
commissus minori cum labore detegitur Secundum
posteriorem vero Methodum, si alicubi in operando
error aliquis irrepat operatio ab initio iterum
inchoanda ē id quod in longioribus praesertim Exem-
plis admodum molestum ē Proferea quum producta
ōia Secundum priorem Methodum describantur
hinc si eadem in Quotiente Nota et iterum occurat
non ē necesse productum ex ea denuo invenire

15.) Quum factum ex Divisione in Quotum sit
semper Numero Dividendo aequale Examen Di-
visionis instituitur, si Divisor in Quotum ducatur
ducatur et si quid a Divisione fuerit Residuum,
facto additur; quod si Dividendo fuerit aequale
indicio ē Divisionem legitime fuisse peractam, Quia
vero hoc Multiplicatio in majoribus praesertim
numeris ē molesta, atque in ea novus iterum error
committi potest Satius ē repetere eandem operatio-
onem, per quam error detegitur si is priori
operatione fuerint admissus quem etiam insi-
gnem Methodus prior posteriori praferenda est.

De Potentiis

Numeri quidam per Multiplicationem ortis pe-
culiares habent proprietates ac per illas veram
fere Matheseos insignem prostant usum De iis

itaque

68.

6 Divisor	
78912.	
157824 (2	
236736 (3	
315648 4	
394560 5.	

in singulas notas abit. usq; ad 9 re-
presentabitur, quo facto Nota Di-
videndi in qua Divisor quæritur
& cum iis productis conferantur
Factor alter proxter Divisorem
ejus.

Producti cui nota illa Dividendi æ qualis.

473472 (6	
552384 (7	
631296 (8	
710208 (9,	

vel quod his proxime minus est
certo semper pro parte quoti
inveniendæ furtim posset qui
modus operandi in eo præsertim
casu cum Divisor admodum magnus est nihil
eum modi secum ferat.

Quum hoc Tabula per solam additionem confici possit Divisio hoc modo absque ope Tabulæ Pithagoricæ peragi potest quem modum Ludolfus primus proposuit Exempli gr. sit Numerus Dividendus.

1850286240	(2345.
157824	
272246240	
236736	
355510240	
315648	
394560	
394560	
0	

B.) Si peracta Divisione superest Residuum ut in D. hoc indicio est quod Dividendus aliquoties Divisorem totum in se contineat et præterea aliquam Divisoris partem quod Divisorem totum non adæquat.

Quod uberius explicabitur infra in Doctrina de Fractionibus.

A.) Præter hunc modum Dividendi quo tam Producta

Es. Nri Secundum has regulas inventi partes singulæ indicat quoties Divisor in singulis Dividendis partib. h. ē Millenariis Centenariis Decadib. et Unitatib. contineatur.

Es. Nri Secundum has regulas inventi partes singulæ indicant quoties Divisor in toto Dividendo contineatur

Es. Nrus totus secundum has regulas inventus indicat quoties Divisor in toto Dividendo contineatur.

Es. Nrus Secundum has regulas inventus ē Quotus quæsitus. Q. E. D.

Si autem Divisor ex notis plurib. Constet, tum Viam etiam

10.) Secundum præcedentes Regulas operatio peragitur nisi quod Divisor in tot semper Dividendi toties quæritur ex quot Notis ipse Divisor Constat.

37/7654 (206.
74
2540.
222
328

11.) Ut vero inveniatur quoties Divisor in iis Dividendi notis Ex q. 37. in 36 Contineatur investigatur tantum, quoties prima Divisoris nota in prima Dividendi Contineatur atq, Supponitur quod totus Divisor in iis Dividendi notis ad quas fertur toties contineatur. Fieri quidem nonnunquam potest ut hoc sit falsum quemadmodum etiam in exemplo præsenti videre ē in O; Verum id detegitur cum secundum Regulam 4tam pars quoti inventa in divisorem Ducitur tum enim productum hoc majus fit quam pars illa Dividendi ex qua subtrahi deberet pars itaque quoti in hoc casu inventa Unitate v. plurib. Unitatib. tamdiu minor Summenda quamdiu Productum ex ea in Divisorem subtrahi queat.

Ceterum posset etiam fieri ut Divisor multiplicetur ante Divisorem per agendam per notas singulas simplices ab 1. usq, ad 9. atq. ita pro ipso Divisore Tabula quædam similis Pithagorica conficiatur in qua omnia Producta ex Divisore

Divisor in sing.

5.) Residuo adjungatur nota dividendi proxime inferior atq; in his simul quoties divisor contineatur pari ratione investigetur quemadmodum Reg. (1.) factum Nrus inventus fit pars secunda Quoti (E) quem totidem excipiuntur Cyphræ quot in dividendo infimam ex illis subsequuntur in quibus Divisio peracta ē in exemplo præsenti (7.)

6.) Porro cum parte quoti nunc inventa eidem fiat quod in Reg. 4 cum D. factum ē et cum residuo id quod Reg. 5 dictum est atq; hæc operatio continuetur per singulas dividendi notas.

Ex quilibet nova dividendi nota cum residuo præcedenti simul sumta Una in quoto nascitur nota quam tot excipiunt Cyphræ quot notæ in dividendo illam subsequuntur notam ex qua ipsa Quoti nota oritur.

7.) Quum vero Cyphræ hac in quoto hunc tt. præstant usum ut indicant valorem cujuslibet notæ in eadem ideo in praxi ō sunt necessariæ; quia loca illa Cypharum per ipsas subsequentes quoti notas singula replentur Ex gr. Quotus D.+E+F+G+H = 19529

8.) Quod si Divisor in Suprema dividendi nota ne semel quidem contineatur tum illa simul sumatur cum nota sequenti

```
7/6314
  63
  ----
   014
   14
    0
```

(902

et si in residuo simul cum nova Dividendi nota eidem adjecta ō reperiatur tum in Quoto scribitur 0 et sequens dividendi nota ad illam priorem adjicitur.

Demonstratio.

Q. In Tabula Pithagorica Factor Unus indicat quoties in Facto eidem respondente Factum alter contineatur;

Atqui Nri secundum hos regulas inventi partes singulæ suæ Factores ex Tabula Pithagorica desumpti partes autem dividendi singulæ sunt Facta ex iis in Divisorem ductis quæ iisdem et Divisori tanquam alteri Factori in Tabula Pithagorica respondent.

Es Numeri.

Si D. seu Divisor Una Ꝛc fuerit nota, tum 1mo. Scribatur is ad latus Numeri Dividendi ad sinistram atq; ab hoc linea recta interjecta separetur ac investigetur quoties in nota Dividendi Suprema contineatur id quod fit si in Tabula Pithagorica in serie horizontali Suprema inter Factores quaeratur Nrus Divisori aequalis atq; sub eo inter producta Nrus qui notae Notae ordinis Supremi in Dividendo aequalis vel proxime minor ē Nrus enim qui huic in serie laterali sinistima inter Factores respondet, indicat quoties Divisor in Suprema Dividendi nota contineatur.

2. Atq; is in loco quoti ponatur eidemq; tot Cyphrae adjiciantur quot notae in Dividendo illam Supremi ordinis subsequuntur ut in D. factum.

3. Etenim pars inventa Quoti ex Suprema Dividendi nota ejusdem ē ordinis cujus ipsa Suprema Dividendi nota ex. qd. in Exemplo praesenti ad ordinem Decies millenariorum pertinet, quia Divisor (5.) in Suprema Dividendi nota (90000) Decies millies continetur, hinc pars quoti ex illa inventa (2) ordinis Decies millenariorum adscribenda ideoq; tot eam notae v. Cyphrae sequi debent quot Supremam Dividendi notam (9) subsequuntur.

Quia vero in Suprema illa Dividendi nota (90000) Divisor adhuc aliquoties contineatur sed Nrus qui hoc indicat quoties adhuc in ea reperiatur in quoto ad Ordines Decem, millenarios ō pertinet quum tam magnus ō sit hinc ut innotescat quanta sit illa pars Suprema notae Dividendi 90000. in qua Divisor (5) 10000 Decies millies Continetur et praeter illam partem quantum adhuc in ea super sit.

4. Pars inventa Quoti Npe 10000. multiplicatur per Divisorem (5.) et productum ex Suprema Dividendi nota in qua jam Divisio peracta ē (9) subtrahatur et residuum sub ea scribantur ō autem ē necesse ut producto et Residuo hac ratione inventus Cyphrae adjiciantur, quoniam notae illae tam producti quam residui valorem siti comparatam à loco in quo sunt obtineat ideoq; perinde ē ac si Cyphrae revera adjicerentur.

5.) Residuo.

64. sit adjiciendæ quoniam nota quælibet tot ordinibus fit superior quot Cyphræ eidem ad dextram adjiciuntur Consequ. 9000.700 Centies majus esse debet quam 9000.7 Centies autem hoc productum fit majus si duæ eidem Cyphræ adjiciantur Es. duæ illæ Cyphræ quæ factori 7. adherent Producto 9000 7 = 63000 sunt adjiciendæ –

Sed productum 9000.7 erat = 9.7. cum tot Cyphræ a dextra adjectis quot factori 9. adherent Ex. gr. 63000 Es. 9000,700 est = 9.7 = 63 Cum tot Cyphris quot ambobus factoribus 9. et 7. adherent ex. g. 6300000.

In genere si duæ notæ sint per se invicem multiplicandæ quarum utriqz. Cyphræ adherent tum multiplicentur notæ illæ per se invicem et producto adjiciantur ad dextram tot Cyphræ quot ambobus ambobus factoribus adherent –

Vel ordo producti ex duobus superioris ordinis factoribus invenitur si ordinis amborum factori simul sumantur Ex gr. 7 4-11 / 5 3-15 seu 50000000 – 30000 = 1500000000000 –

Hinc simul intelligitur ope Tabulæ Pithagoricæ quaratione oēs numeri etiam superiorum ordinum possint multiplicari

5|27645
5
47645
45
2645
25
145
100
45
45
0

§. 51.

10000 D. Qui Nrum aliquem exq. A. per alium B. dividere
9000 E. vultis invenire debet quoties B contineatur in A. idqz in C. notare quamobrem –
500 F.
20 G.
9. H.

Si B. seu Divis

quam Contineret si loco tertio inferiori termina-
retur. et cum nota Factoris L. et qua productus
in ea serie Contentum oriatur (H.) sit etiam
loco tertio versus sinistram adeoq; Centies plures
in se contineat Unitates Simplices quam si ultimo
posita esset loco versus dextram hinc series O-
L. Nota tertia (H) unitatem et s. p. de reliquis
etiam serieb. idem valet Unde Universaliter Conclus.
Concluditur.

Quod series oēs M. N. O. P. Simul Sumtæ
toties in se continent in se Nrum K quoties alter
L. Unitatem in se continent sed series oēs M. N. O. P.
simul faciunt Q.

Es. Q. ē Factum ex Nris K. et L. per Multipli-
cationem inventum seu M. + N + O + P = Q = L. K.

§. 50.

Quodsi nota quædam ordinis Superioris cui-
una vel plures Cyphræ adherent multiplicetur
per Notam Unam Simplices Unitates denotantem
tum productum quoq; sit ejusdem ordinis cujus ē
Factor Superior quia hic toties Summitur quoties
Unitas in alio Continetur adeoq; producto tot st
Cyphræ adjiciendæ quot Factori Superioris or-
dinis adherent Ex. g. 90000 7 = 9. 7. 10000 =
= 63000 Si vero alter etiam Factor sit ordinis
Superioris Cui Nimirum etiam aliquot Cyphræ ad-
herent tum productum quoq; tanto jam iterum
fit superius quanto ordo hujus Factoris Superior
ē adeoq; producto tot iterum Cyphræ st adjiciendæ
quot huic quoq; Factori adherent Ex. g. Si Nrus
aliquis per 700 multiplicetur tum productum toties
fit majus quam fuisset si tantum per 7. esset mul-
tiplicatus hinc productum ad ordinem Centenarior.
pertinet ideoq; eidem etiam duæ Cyphræ Factoris
st adjiciendæ.

62 Scribi poterit ita ut nota ejus ultima cadat sub nota illa proxime superiori factoris L. (6)

6) Denigs. $\bar{e}$ M. + N + O + P = Q = L. K.

Demonstratio.

1. In prima serie M producta partialia toties sumtos $\bar{e}$ Num K. quoties nota prima versus dextram ipsi inferioris L. Unitatem in se continet.

Ex. in serie M. toties continetur Num K. factor alter quoties — — —

Etenim cujus ordinis ē Nrus qui per alium ex simplicib. unitatib. constantem multiplicatur ejus ordinis ē etiam productum ex eo inventum: nam illæ toties in hoc unitas consq. Si Nota Factoris Unius quæ per alium Factor ex Unitatib. Simplicib. Constantem multiplicatur Sit ordinis Superioris Ex. gr. 80.9. = 8.10.9. = 720 — 700.9. = 7.9.100. = 6300 et Sic porro —

Porro productam Singula partialia addantur ut inveniatur productum totum ℔. Interim ō ē necesse in hoc casu ut producta Singula partialia Separatim Scribantur Sed cujuslibet notæ Superior potest illico ad productum ordinis Superioris annumerari atq. ita productum totum ℔. Simul et Semel inveniri

34785 = K.	
20460 = L.	
313065	M.
208710	N.
139140	O.
695700	P.
7120146 = Q.	

4.) Si Factor alter ut in exemplo præsenti L. ex pluribus constet notis tum qualibet ejus nota eadem peragatur operatio de qua in casu præcedenti diximus. Quodlibet autem ex productis partialib. M. N. O. P. hac ratione inventis Dirigatur ita ut nota cujuslibet infima cadat sub ea factoris L. nota ex qua illud ortum ēē ex gr. M. sub nota Unitates simplices denotant N. sub Decade et S. p.

Etenim cujus ordinis ē nota Factoris L. per quem Nrus K. multiplicatur etiam Productum totum ex nota illa et Nro K. inventum ejusdem ēē Semper ordinis Ex. g. Productum M. ex Nro K. et nota infima Factoris L = 9. ortum nota infima constat ex unitatib. simplicib. verum producti N. Nota infima ē Decas quia illud ex K. per Decadem Factoris L = 60. multiplicato ortum est et S. p.

5.) Quodsi autem loco notæ cujusdam in Factore L. O seu Cifra occurat tum sub ea Scribatur pariter O. uti in P. factum ē et Productum ex nota proxima Superiori Factoris G. (: ex 2:) in K. in eadem serie P.

Scribi.

4.) Singula hoc producta Scribantur ita ut quodlibet sit in eadem serie verticali in qua ē nota ex ejus iterata ad se ipsam additione ipsum ortum ē et in eadem serie horizontali in qua ē nota illa Numerica ad se ipsum addita fuit

5.) Hoc pacto paratur Tabula in qua quodlibet Productum bis et quidem in ea occurit areola quæ sub Unofactore in eadem cum hoc serie verticali et adlatus alterius factoris in eadem cum ex serie horizontali est posita -

6.) Ut Producta singula eo facilius à se invicem distinguantur, Tabula per lineas transversas in totē areolas ē dividenda quot sunt factores et Producta pro ut in Tabula apud Auctorem videre est -

Quia in Tabula hoc quodlibet Productum bis occurit ejus pars dimidia sufficiens esse potest -

49.

34785.	A.
9.	B.
45 -	C.
72 -	D.
63 -	E.
36 -	F.
27 -	G.
313065	H.

Multiplicare Nrum aliquem A. per alium B. ē illum toties ad se ipsum addere quoties in hoc Unitas continetur Quam obrem ad peragendam Multiplicationem requiritur -

1.) Ut Nrus Unus Scribatur sub altero ut in additione factum. Vulgo Nrus is loco inferiori Scribatur qui indicat quoties alter Summatur ex. gr. in exemplo præsenti 9.

2.) Ducatur linea recta ut Nrus inveniendus distinguatur a datis -

3.) Si factor alter B. ex una tt. constat Nota, tum quilibet Nota Factoris alterius A. Summatur toties quoties in B. Unitas continetur, seu ex Tabula Pithagorica Productum cujuslibet Notæ Factoris A. per B. multiplicatæ Scribatur ita ut infima ejus nota sub ea Factoris A. nota cadat ex qua illud ortum est. -

Etenim cujus-

Scill. ex uno loco possum semper Unitatem in alium locum inferiorem transferre ubi necesse ē dum modo valor Nri ō mutetur-

+ 5.) Si vero in loco sinisteriori reperiatur-

Tum ex illo loco superiori demittitur Unitas ubi nota quodam reperitur ·70004 illaqz. adjicitur ad 0 Loco proxime infe 42356
riori positum ubi 10. signi- 27648
ficabit inde porro Unitate dempta ibi remanent- 9. et unitas in locum proxime inferiorem transfertur ubi 10. valebit et 5. p.

Hinc in locis iis omnib. in quib. ō occurit 9. relinquuntur-

§. 47

Qui Nrum aliquem vult multiplicari is nosse debet ōia producta quæ oriuntur quum duo Nri quorum quilibet ex una constat nota per se invicem Multiplicantur seu quæ ex singulis Novem notis ab 1. usque ad 9. in se invicem ductis oriuntur-

Tabula in qua singula illa producta exhibentur ab inventore vocatur Pithagorica v. Abacus Pithagoricus-

Qua ratione singula illa producta facili Methodo inveniri possint seu Tabula Pithagorica construi docet Auctor præsenti Probmāti Nimirum inveniuntur productum seu cujuslibet duplum inveniuntur producta illa si-

1.) Singulæ notæ ab 1. ad 9. usqz. in serie horizontali scribantur, et quælibet ad se ipsum semel addatur tum enim cujuslibet duplum invenitur seu productum cujuslibet, (cujuslibet) per duo 2. multiplicare-

2.) Quælibet addatur iterum ad suum duplum tum invenitur cujuslibet triplum seu productum cujuslibet per 3. multiplicare-

3.) Eadem operatio continuetur eo usqz. donec quælibet nota novies ad se ipsam addita sit.

4.) Singula-

Speciei minoris Unitatem proxime majoris Constituant.

§. 43.

Regulæ Subtractionis pari ratione ex ipsa ejusdem Distinctione inveniri possunt.

8. A.
5. B.
3. C.

Ponamus Nimirum quod Numero A. Subtrahendus sit alius minor B. tum inveniri debet ex iis Datis Numerus alius C. qui si cum Nro Subtracto B. simul sumatur summa eos sit æqualis.

Numero minuendo A seu inveniri debet qd propter Nrum Subtractum B. quisnam numerus Contineatur in minuendo A.

Quodsi autem Numeri dati ex pluribus constent notis ex. gr. 432. D.
176 E.
256.

id ō nisi per partes Successive fieri potest atqz. adeo partes Singulæ Nri E. ex Singulis minuendi D. partibus sunt auferendæ.

Et quidem quia quælibet pars Nri Subtracti E. ab illa Minuendis D. parte possit auferri quæ ejusdem ē Speciei hoc ē unitates Unitatibus et S. pr.

Hinc Sponte fluit Regula.

1.) Quod Nrus minor ita Subscribatur alteri ut notæ ejusdem ordinis sint in eadem serie verticali.

2.) Ut Nrus inventus Distinguatur a Datis sub his ducatur linea recta.

3.) Quælibet Nri Subtracti, nota auferatur ab illa minuendi quæ ejusdem vertici ē imposita et residuum in eadem serie verticali sub linea Scribatur.

4.) Quodsi nota quædam minuendi minor sit et quæ ab illa auferri debet major tum ex loco proxime superiori Dematur unitas et in locum inferiorem transferatur in quo dicta valebit adeoqz, notæ minuendi Nri prædictæ decem adjiciatur quo pacto Subtractio fieri potest.

Scill. ex uno.

§. 42.

Aditio Composita vocatur, cum Nri addendi res diversæ Speciei sint addendæ. Probe autem notandum ē qd si res diversæ Speciei sint addendæ illæ tales esse debent ut una Species ad. etiam reduci possit seu res debent esse reducibiles ita ut una Species aliquoties in se contineat atqz, adeo ad eam reduci possit Ex. g. Halleri. Grossi. Nummi.

In vita Scilicet Communi in Mercatura in artibus atqz, Scientiis res unius Speciei à variis vario modo solent in minores Species resolvi atqz, adeo in his Casibus Unitas. Speciei majoris aliquot semper unitates Speciei minoris in se complectantur Ex. g.

1.) Pecunia diversa ē Speciei quæ st Haller. Grossi Crucifi. denar.

2.) Longitudo resolvitur in Millenaria Perticas Pedes Pall. hinc.

3.) Superficies Soliditas Corpor pari ratione in Milliaria Perig. Ped. Pall. Quadratis vel Cubiæ

4.) Pondera in

Centenarios Libras Uncias Quadrantis.

5.) Tempus in

Annos Menses Hebdomd. Dies Horas.

Additio Hæc Composita secundum easdem fit Regulas quas jam tradidimus Scil.

1.) Nri qui eandem Speciem denotant Scribantur omnes ad se invicem.

2.) Primo addantur numeri Speciem infimam denotantes seu qui minores in se complectuntur Unitates et quoties hæ unitates Collectæ cum Speciei proxime majoris afficiunt toties Unitas ad Speciem proxime majorem transferantur. id qd residuum ē sub specie infima reponatur.

3.) Eadem operatio quoad Numeros Species majores denotantes repetatur donec oēs Species in unam Summam Compositam Collectæ fuerint.

Schol Itaqz, probe notum ēl debet quot unitates

Speciei —

 una cum Nro residuo æqualis fuerit ind. agnoscitur qd summa inventa sit æqualis oibus datis Nris simul sumptis adeoqz, qd operatio recte peperacta vetr.

Ex dictis facile inteligitur qd maxime decipiantur illi qui has examen per Novenas abjectionem instituentes ad Novenarios inter summandum omissos ō attendunt neqz, notam quotis tam ex summa quam ex Nris datis abjici possint, sed Nros ab utraqz, parte residuos considerantur atqz, si hi fuerint æquales operationem bene peractam esse judicant.

Etenim si summa Novenario v. aliquot Novenariis fuerit major v. minor quam Nri oēs dati simul summi hac ratione error non detegitur sed operaō pro bona habetr, et Nrus inventus pro vera suma quamvis id falsum sit.

Ex. gr Loco summæ superioris si scribatur 654360. Nrus post Novenarior, ablationem residens erit utrobique æqualis quamvis summa sit falsa. Si vero Nrus Novenarior. inter summandum omissor. addatur ad eos qui ex summam abjici possunt atqz. ita ut á nobis dictum et in prac. agatur error facile detegitur.

Interim cum hoc examen paulo prolixius fit, satius ē illud examen instituere qd auctor adjungit qd nimirum in eo consistitur ut diversa ratione semel ascendendo mox descendendo computetur.

Quod si duo tantum fuerint Nri addendi tum examen ita quoqz. instituipt ut unus dator. ex summa inventa subtrahatur ut innotescat an alius datorum prodeat quod si fiat indicio ē operationem fuisse bonam.

Si plures fuerint Nri addendi tum non omnes successive essent á summa subtrahendi donec ultimo maneret residuus.

§. 42. Additio.

Si enim á Nris Datis et á summa ex iis inventa et ab utraqz, parte æqualia auferantur et residuum qq. ab utraqz, parte relinquuntur æqualia ipsi etiam Nri Dati et summa inventa Debent ee esse interse æqualia per Axiom. IV.

§. 25.

Vulgo autem solet hoc Examen institui per ablationem Novenariorum –

Cujus rei rão facile Detegi pt nam ex ipsa operaõne qua additio fit patet qd. quotiescunqz, seriei alicujus summa excidit prs Decem semper una unitas in locum proxime superior transferatur ubi illa minor decem Unitates ordinis proxime inferioris valor.

Ex. g. in Exemplo superiori summa seriei Unitatum simplic. ē Decem et ejus loco unum 1, in seriei Decadum translatum ē et s. pt. in reliquis seriebs. quam obrem 9. unitates semper omittuntur quoties una unitas in aliqua serie in locum proxime superior transfertur adeoqz, in summa illius seriei tot Novenariis minus continetur – quam in Nris Datis ejusdem seriei quot unitates in locum proxime superiorem transferuntur.

Ut igitur innotescat quot Novenarii ex summa inventa in Universum abjecti fuerint

1.) Inter summandum notari Debet quot Novenarii omittantur Dein, 2.) ex summa inventa iidem abjiciantur quoties fieri potest et hor. Nrus adatur ad Nrum Novenariorum inter summandum omissorum residuum que notetur. 3.) Etiam ex Nris Datis, quoties Novenarios abjici possit et quis sit Nrus residuus notetur –

Si ab utraqz, parte Nrus ablator, Novenarior –

una cum –

94. Atqui Nrus qui Secundum Resol. hujus Probl. invenitur - - - - - Conclus. I.

2). Es. Nrus qui Secund. Resol. hujus Probl. invenitur ē æqualis oibus Nris datis simul sumptis

Jt. Nrus ē æqualis oibus Nris datis simul sumptis ille ē summa Nrorum datorum -

Atqui Nrus secund. Resol. hujus Probl. inventus ē æqualis oibus Nris datis simul sumptis. Concl. Es.

3 Es. Numerus secund. Resol. hujus Probl. inventus ē summa Nrorum datorum J. E. D.

Scoll. Si summa Unitatum tanta fuerit ut etiam Centenarios in se complectatur tum Centenarii illi pariter mente ac cogitatione ad notas in serie Centenar. occurentes adjungi possunt v. vero Nri addendi in hoc casu in aliquot partes linea interjecta secandi sunt atqz, ita casus liber partis summa separatim invenienda; quæ summæ denuo addendæ sunt -

§. 39. 40.

De Examine seu proba Aditionis -

Vario modo potest examinari an recte quis additionem peregerit nec ne?

Potest id fieri si Unus idemqz. Nrus tam ex datis oibus Nris qm ex summa seu Nro invento totus inferatur, quoties fieri potest et residuum ab utraqz, parte notetur -

Quod si enim idem Nrus toties à datis auferatur quoties à summa inventa; et ab utraque parte quæ relinquuntur inter se æqualia fuerint tum certo constat Nrum inventum ēē æqualem oibus datis simul suptis -

Si enim -

qui inveniendus erat -

7.) Quum vero hanc operationem vides paulo prolixior ee Agregata singulæ Series D. E. F. G. H. seorsim o describo, sed Agregati Cujuslibet partialis D. E. F. G. H. Notam Superioris ordinis mente ac cogitatione illico ad Seriem superiorem ad qm pertinet adjungo ex gr. Decades ad seriem Decadum Centenarios ad seriem Centenarior et S. pr. quo pacto I. simul et semel invenio

Ex his quæ huc usq. prolixius diximus Regulæ Additionis facile abstrahi possunt -

1.) Numeri dati qui addendi sunt scribantur ita sub se invicem ut notæ ejusdem ordinis in eadem serie verticali sint locatæ ducaturq. linea sub Nris scriptis

2.) Notæ quæ in eadem sunt serie verticali connumerentur, et summa eas scribatur ita ut nova Cujuslibet summæ infima sit eidem seriei directe subscripta ex qua ipsa summa orta est.

3.) Cujuslibet summa ex serie qualibet verticali orta nota superioris ordinis [si talis occurat] mente ac cogitatione connumeretur cum notis serie superioris versus sinistram.

Demonstratio.

H. Nrus continet oes Unitates Decades Centenarios et S. p. Numer. dator. is continet oes eor. partes

Atqui Nrus qui secundum Resolutionem hujus Probl. inveniuntur continet oes Unitates Decadæ - - - -

1.) Ex Numerus qui secundum Resol. hujus Probl. invenitur continet partes Nrorum datorum -

H. Numerus continet omnes partes Numer. dator. illæ e æqualis omib. Nris datis simul sumptis - -

Atqui Nrus.

Hinc Colligo.

1.) Quod Nri dati A.B.C. simul sumi debeant quia Uno vero perspicere nequeo quatum oes simul faciunt partes eor. singulos successive connumerare debeo

2.) Quia vero ex proced. recordor quod unitates quae ejusdem st. speciei connumerari possint hinc infero unitates Unius cum Unitatib. Decades cum Decadib. Centenarios cum Centenariis ee connumerandos et s. p. Quamobrem –

3.) Ut uno intuitu videam quaenam in singulis notae pertinent ad unitates quaenam ad Decades v. Centenarios et s. p. ita Nros subse minorem describo ut Nrae unius ejusdem ordinis sint oes in una eademq; serie veritati unitates ex. q. singulor. in serie Ultima versus dextram Decades in serie secunda versus sinistram et s. pr. quemadmodum in Nris A.B.C. videre est

4.) Ut Nrus inveniendus distinguatur a datis (A.B.C.) A.B.C. duco lineam suo Nris datis –

5.) His factis notas singulas seriei dextimae verticalis connumero et Nrum qui prodit et qui oib. notis in ea serie simul sumptis aequalis e ex. gr. 10. describo ita ut nota ejus infima sub eadem serie verticali cadat.

Eandem operationem etiam quo ad series verticales reliquas verticales np. Decadum Centenar. et s. pr. repeto et Nros ex singulis inventos E.F.G.H. pari ratione describo –

6.) Agregata ex singulis sirieb. inventa D.E.F.G.H. D.E.F.G.H. denuo eodem modo connumero quo pacto prodit Nrus I. qui singulis Agregatis adeo que etiam seriebus seu partib. oib. Nror. dator. consequ. ipsis Nris datis oib. simul suptis aequalis e et qui inveniendus erat –

Ex gr.

1 = 1	22 = 11
2 = 2	30 = 12
3 = 3	31 = 13
10 = 4	32 = 14
11 = 5	33 = 15
12 = 6	100 = 16
13 = 7.	101 = 17
20 = 8	102 = 18
21 = 9.	103 = 19
22 = 10.	110 = 20 et S. p.

Ex his judicari ptt. de aliis etiam Nrandi rão nibs. quæ ad tria v. quinque v. sex et S. p. progrediuntur Nobis sufficiat hoc speciminis loco attulisse.

§. 38.

Regulæ Aditionis ex ipsa ejusdem Definitione à qualibet facile invenire psst etiam qui eas nondum perspectas habuerit.

Ponamus ex gr. quod dentur sequentes Nri A.B.C. quos addere debeo Ex Definitione Aditionis Novi hoc Unum quod ex his debeat inveniri. Nros alius qui his oibs simul sumptis sit æqualis ex gr.

678345.	A.
5321.	B.
4894.	C.
10.	D
15	E
14	F
17	G.
67	H
6885601.	

Hinc Colligo.

50. Ex gr.

1 = 1	1011 = 11
10 = 2	1100 = 12
11 = 3	1101 = 13
100 = 4	1110 = 14
101 = 5	1111 = 15
110 = 6	10000 = 16
111 = 7	10001 = 17
1000 = 8	10010 = 18
1001 = 9	10011 = 19
1010 = 10 et S. pot.	10100 = 20

Veigelius quaternarium dedit Nrandi rationem S quae ad quatuor usque progreditur atque inde ulterius Nrandi incipit ab initio

In hoc itaque tres S. notae ex gr. 1. 2. 3. simul. Zero ex quibus 1/4 loco secundo denotat 4, loco tertio quater quatuor S. 16. loco quarto quater 16. S. 64. et S. p.

2 autem loco secundo denotat bis quatuor S. 8. loco tertio bis sedecim S. 32. loco quarto bis 64. S. 128. et S. p.

3tio loco secundo designat ter quatuor seu 12. loco tertio ter 16. S. 48 loco quarto ter 64 S. 192. et S. p.

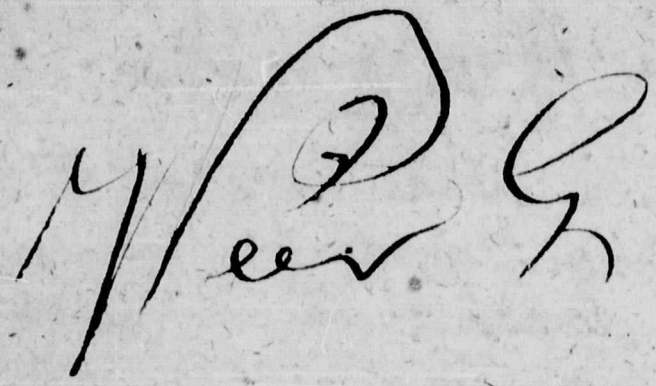
Observata hac semper Progressione in locis superioribus

1. 4. 16. 64, 256. — — — —

Per hanc itaque Nrandi rationem Nri diversi exprimuntur sequentem in modum —

exq. 1 = 1.
2 = 2.

Ex. gr. 1 = 1.
10 = 2.



Ex gr. 1 = 1
10 = 2.

48. Ratio hoc Nrandi quam huc usqz, explicuimus vocatur Decadica, quia ad Decem progreditur atqz, á Decem iterum initium Nrandi fit supra jam monuimus hanc necessariam ō esse quippe tott. alii modi st possibiles quott Nri diversi sunt,

Possibile enim ē ut tt. ad duo progrediamur v. ad tria v. ad quatuor v. quinq. usque et S. P. atqz, illar. initium faciamus –

Leibnitius primus dedit Specimen rationis Nrandi ad duo unde illa Arithmc. Dijadica dici solet –

In hoc Nrandi rāone una tt. opus est nota. 1. cum zero quibl. ōes Nri exprimi possunt secdum hanc legem ut hoc nota loco ultimo versus dextram denotet, unum loco secundo versus sinistram duo loco tertio bis duo seu quatuor loco quatuor loco quarto bis quatuor seu octo loco quinto bis octo S. sedecim et S. P. observata hoc semper, progressione in locis superiorib.

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. – – –

Quod si notetur quomodo Nri quilibet diversi secundum hanc Numerandi rationem sint designandi facile intelligitur Ex. gr.

1 = 1
10 = 2
11 = 3

enunciandæ, nisi quod in iis ad illos referantur unitates, ex quibus nota ultima Classis unius cujusque constat

Ex. g. in Classe secunda versus sinistram ad Milliones in Tertia ad Billiones in quarta ad Trilliones et s. p. Ut adeo in Classe secunda nota ultima connectetur tanquam ~~ultima~~ Unitas Millionum secunda tanquam Decad. Millionum et s. p.

Quid autem unitates notæ ultimæ Classis secundæ Milliones Tertiæ Billiones quartæ Trilliones & dicuntur ex iisdem pariter constat Hypothesibus secundum quas unitas quævis sex ordinibus superior alia Millionesies semper illo valore sunt, superat; pari ratione nota quæ sexto versus sinistram loco ab alia distat ad unitates Millionesies majores designandas referto. quam illæ sunt quæ per notam sexto loco inferiorem denotantur.

Nonnunquam ordines notar per alias Nōas minores apici adscriptas designari solent

Ex gr. ~~6 7 4 0~~ 6 7 0 2 3 4.

Unde apparet Nros ordines ~~notar per alias Nōas~~ denotans unitate sit minor quam Nris notar quoniam ordo primus incipit à Decadibus.

Nrum verbis enunciatum describere quilibet Nrus ordinis cujuscunque, nota convenienti exprimatur atque eo loco quem valor ejus exigit scribatur ordinum deficientia loca zero repleatur atque hanc observentur donec Nros enunciatos totus descriptus sit.

Ratio hoc

2. Nota quolibet Classis unius cujusque enuntietur ita ut proxime dictum est nimirum Nota ultima versus dextram per hominum unitatum Simplicium unum, Duo, tria v. Qua- Quatuor et S. p. Secunda versus Sinistram per Nomina Decadum Decem, Viginti, Triginta & Ter- tia per Nomina Centenariorum Centum Ducenta & Quarta per nomina Decad Millenarii Decies Vigesies Trigesies et S. p. Mille sexta per Nomina Centena- riorum Millenarii - - -

3tio Post Classem Secundam à dextra versus Sinistram dicantur Milliones post tertium Bil- liones post quartum Trilliones post quintum - Quadilliones, post sextum quinquilliones et S. p.

Ad memoriam sublevandam Milliones per unam lineolam Billiones per duas Trilliones per tres et S. p. Desig possunt Ex. q. Nrus Sequens - 83'''40657. 8''57408 4'670243.

Enunciatur Sequentem in modum Octoginta- tres Trilliones, Quadraginta et Sex Mille quin- gentae Septuaginta Octo Billiones, quingentae Septuaginta quatuor Mille, et octaginta quatuor Milliones; Sexcenta et Septuaginta Millia, Ducenta et Quadraginta tria.

Demonstratio.

Etenim in postrema Classe versus dextram Nota ultima per Nomina Unitatum Simplicium Secunda versus Sinistram per Nomina Dextr. Tertia per Nomina Centenariorum et S. p. enunciari debet per §. 31. 34; 36.

In Classib. etiam Superioribus notae Singu- gulae - - nominibus enunciandae.

qui verbis enunciatur Describere facille 45.
pttl. Ex. gd. Nrus sequens -

67. 0. 234.

enunciatur sexcenta septuaginta millia ducenta triginta quatuor -

Neqz majores Tironibz initio st Nri pponendi; sed primum singulas novem notas separatim agnoscere atqz enuntiare discant deinde duos simul tum tres et s. p. atqz, hoc modo sensim progrediendo ad majores Nros ostendatur semper in loco quolibet ulterioribz versus sinistram quomodo valor notar crescat consequens donec scit qualibet notas simul promte et enuntiare et describere possint postea ad majores etiam progressus fieri poterit -

Majores Nri qua ratione debeant enuntiari docet Auctor.

§. 37.

Modus quem Auctor noster p scribit in Resolutione hujus problematis ē paullo prolixior, et operosior quum secundum hunc multa ō tum commata. Sed p terea etiam puncta debeant scribi quae non semper commode notari possunt praesertim quando majores Nri st enuntiandi, Nos itaqz breviorem pponemus Methodum Nimirum -

1. Nrus ppositus per commata seu per lineolas dividatur in Classes sex notas unicuiqz, adsignando initio à dextris facto in Classe sinistima etiam pauciores esse possunt -

2. Nota quolibz

De Notis hisce Nricis communis est opinio qd illæ st ex orientalibus inventæ id qd ex eo qq cognoscitur qd cum more scribendi orientalium à dextra versus sinistram conveniant -

Veteres Hebrei Græci atqs etiam Romani ad designandos Nros utebantur litt. Alphabeth.

Nostræ autem Notæ iis st longe commodiores adeoqs, iis Pferendæ Interim litteris Romanor, nos qq. ō nunquam uti solemus.

Primi Ordinis Notæ st illæ quæ ad primi ordinis unitates compositas seu ad Decades referuntur. Consequ. quæ in secundo st loco positæ versum sinistrum -

Secundi ordinis Notæ st quæ ad Secundi or. unitates seu ad Centenarios referantur - Consequ. quæ st in loco tertio -

Tertii ordinis Notæ quæ referuntur ad Millenarios et st in loco Quarto et s. p.

Ex his intelligitur qd si sex notæ fuerint simul in una serie tum ex iis illa quæ versus dextram ultimo loco ē posita designet unitates simplices loco secundo versus sinistr. Decades loco tertio Centenarios loco quarto Millenar. loco quinquinto Decem Mille sexto denique, loco Centies Mille -

Adeoqs, si Nrus aliquis ex sex v. paucioribus notis constet quilibet illum hac ratione facille convincere pt. si modo nomina eor sibi familiaria reddiderit - vel Nrum ex sex paucioribus que notis constanter, qui

verbis.

diversus tribui et oes cujuscunq, ordinis Nri per hos exprimi possunt

Sed quaeritur unde possit agnosci qd hi novem Char. ad quem ordinem referantur? An ad unitates Simplices. An ad Decades, v. Centenarios et S. p. seu quisnam iis valor tribuatur.

Ad hoc agnoscendum certo opus e Chriterio qd peti solet ex loco nimirum

Si Nota quaedam Nrica fuerit solitaria v. in serie plurium notarum versus dextram extremo loco posita tum denotat Simplices unitates: et vocatur Unitas.

Si Secundo versus Sinistram fuerit loco denotat Decades seu Unitates Compositas, quar. quaelibet amplectitur decem Simplices unitatis adpellatur. autem Decas.

In loco tertio denotat Centenarios.

In Quarto e Millenarius et S. p.

In gre quaelibet nota Nrica quae uno loco Sinistram aliam pcedit decies majores denotat unitates, quam illa quae proxime sequitur seu in loco proximo pcedenti decies major eidem tribuitur valor.

Quodsi ex aliquo ordine ex g. Decadum v. Centenarior, Millenarior &c nullae adfuerint unitates, et Superioribus autem ordinibus aliquae sint tum locus deficientium Unitatis O. Zero repletur.

Notae Nricae eodem modo possint in ordines distingui quemadmodum unitates ad quas illae relationem habent.

De notis hisce.

De Ordinib. Nrōr diversis.

Decem Simplices unitates faciunt unum Compl. unitatem quæ Decem adpellant Decem Decadē. iterum novam constituunt unitatem Composit. quæ Centum vocatur Decies Centum alium rursus p̄ducunt Compositum quæ Mille dicitur et s. p.

Ut hoc compl. unitates eo facilius à se invicem distinguantur in certos ordines [illegible]guntur Ex. gr. in primo ordine st Decades in secundo Centenarii in tertio Millenarii et s. p. Unitas Compl. cujuslibet ordinis superioris Decem unitates in se complectuntur ordinis proxime inferioris

De Notis seu Charā. Nrōr.

§. 36.

Quod si Nri sing. peculiari Char designarentur tanta prodiret Char. diversor. multitudo, quæ vix mente notari posset si vero paucior. fier. Char. qua ratione per illos Nri adeo multi exprimi possunt ita ut ex illis quilibet Nris distincte agnoscantur?

Hoc fact. ē sane, et insig. nob. patet specimen artis Characteristicæ Quippe ō plures st quam novem Characteres quib. ōes Nri possibiles exprimuntur. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Scilicet quilibet ex his novem Characterib. potest diversos Nros denotare, pott. np. fieri ut hi Characteres v. ad Nros qui ex Simplicib. constent unitatib. v. ad Decades v. ad Centenarios v. ad Millenar. v. cujuscunque demum ordinis superioris Nros designandas referantur at qz. ita pro ut visum fuerit iisdem semper valor

Diversus

3tio Ne idem sonus saepius repetatur qd incommodum auribus eet praeterea nova quidem Nri obtinuerunt Nomina Ex. gr. Decies Decem, vocantur Centum Decies Centum Mille, Mille, Millies, Mille, Millio, Millies Millia, Millionum, Dillio, Millies Millia, Millionum Trillio et s. por- 41.

4to Reliqua oia Nror Nomina sunt ex illis quae jam commemoravimus composita ita quidem ut Nomina oium Nror inde á decem usque, ad viginti componantur ex Decem et Novem priorum Nror Nominibus Ex. g. undecim et s. p.

Nomina vero Nror inde á viginti usque, ad Triginta componuntur et viginti ex Novem prior. Nror Nominibus et s. p.

Haec Denominandi rao necessaria quidem non eent tt. Decem prioribus Nris atque, punctis qui- ~~supra decem~~ - busdam aliis peculiaria imponuntur nona atque supra decem eadem priora repetantur, componendo eadem cum Decem; et, s. p.

Posset enim fieri ut pluribus ex. gr. singulis duodecem v. quindecem v. sexaginta v. vero paucioribus ex. gr. novem vel octo v. quatuor tantum Nris nona et peculiaria imponuntur Nomina atque, reliquis composita ex his Nomina tribuantur - Interim tamen haec Denominatio jam ab oibus universaliter recepta est neque, ulla exigit rao ut ab ea recedamus

Quod haec oes ita consenserunt ut decem prioribus Nris peculiaria imposuerunt Nomina atque, ultra Decem eadem repetant simul cum Decem & absque, dubio haec e rao qd oes per digitos discunt initio Numerare hinc si plures v. pauciores habuissent homes Digs. probabile e qd pro Nro Digs. etiam pluribus v. paucioribus quam Decem peculiaria dedissent Nomina -

De Ordinibus

40. Hinc ō bis ttt. Sed neq. ter ptt auferri a D. Conseq. q. debet inter duo atq. tria cadere.

Quisnam is sit Nrus infra videbimus. ubi de Fractionib. dicemus.

Quoniam plures Pertin. majores Nri Difficulter mente solum comprehenduntur atq. inter se comparantur hinc inventa sunt Nomina pro sing. perquae enuntiari atq. etiam Caracteres seu notae per quas Designari possint. §. 31.-35.

De Denominatione Nror.

Ut Nri singuli verbis quoq. possint enuntiari atq. ita etiam facilius possint a se invicem distingui Nominib. opus ē quibus insigniatur et qd ope Noo Dist. Deus formari possit.

Quam vero immensa sit Nror multitudo si nova singulis Nomina imponerentur vix ea addisci atq. mente retineri possint hinc ex eo facilius ea memoriae mandari atq. ea comprehendi possent.

1mo Decem prioribus Nris nova atq. simplicia st Nomina ~~Decadum singularum imposita~~ Ex. q. Unum Duo Tria

2do Nomina Decadum singularum st ex prioribus illis simplicibus derivata Ex. q. Duae Decades vocantur Viginti Tres Decadis Triginta et. s. p.

3tio Ne idem.

d. divisa vocatur Nrus vero Q. qui indicat quoties subtractio dicta fieri possit Quotiens.

Consequ. Divisor toties continetur in Dividendo quoties unitas in quotiente Quoties etiam divisor ex Dividendo subtrahatur pott. tot transferuntur in Quotiente unitates

Hinc per Divisionem invenitur Nrus qui indicat quoties Nrus Dator. Unus in altero contineatur.

Quum Divisor toties contineatur in Dividendo quoties unitas in Quotiente et Factor. quilibet toties in Producto occurat, quoties unitas in altero hinc Dividendus ita etiam ptt. spectari tanquam Producti. Divisor vero cum quotiente tanquam ejus Factores; et vicissim Productum qd libet per Multiplicationem ortum ita considerari ptt. tanquam Dividendus et Factor unus ut Divisor, alter vero ut Quotiens.

Consequ. si Divisor cum Quotiente multiplicatur prodit Dividendus atqz, Producti quodlibet per unum Factor. dividatur pro quotiente prodit alter ex Factorib. per exempla superiora hoc illustrari potest.

d. xxxxx D. xxxxx xxxxx xx fieri autem nonnunquam ptt. ut Divisor a D.do subtrahi ō possit ita ut ptt. facti. aliquoties subtractionem nihil relinquatur Exq. d. si bis sumatur nondum exequat D. si vero ter sumatur superat

Hinc ō

38. Serie verticali AC. indicat, oritur Pro-
ductum AC. DB.
Conseq. Nrus AB. toties continetur
in Prod. quoties Unitas in Nro AC.
Nrus qq. AC. vice versa toties Cont. in
Producto, quoties unitas in Nro AB. -
nam sing unitatib. in serie - AB.
respondet seu verit. serier. - AC.
aequalis seu quae totidem in se complecti-
tur unitates.
Ergo quilibet Factor toties continetur in
Prod. quoties unitas in altero
Quamobrem perinde ē sine AB um
AC. seu vice versa AC. cum AB. mult
tiplicantur h. ē. ex iisdem Factorib. -
etiam permutatis, idem semper oritur
Product.
Hinc intelligitur Def. Auctoris quod
Multiplicatio sit inventio, alicujus Nri
ex Duob. Datis in quo toties continetur
Datorum unus, quoties unitas in altero -
Exemplum superius etiam hanc
illustrat Definitionem -

§. 17.

d xxxxx xxxxx Quod si Nrus aliquis exq.
xxxx D. xxxxx d. ab alio Scil. D. toties
xxxxx
Q. xxxxx Subtrahatur quoties
id fieri potest tum Nrus D. dicitur dividi
per alium d: et Nrus D. dividendus d. divi-
sa vocatur.

Ex. q. ab 8 si auferatur 5. Differ. ē 3. 37.

Consequens Nrus minuend constat ex Nro. Subtracto, et ex Diffe- junctim sumptis, seu pres Subtract. qui ē Dator Unus cum Differentia simul sumptis illi Nro Dato np. minuendo ē aequalis-

Ex. q. 5. 3. simul faciunt 8-

Ergo per Subtractionem invenitur Nrus qui cum uno Nro Dato np. Subtracto simul sumptis alii Nro Dato np. minuendo aequalis ē-

Quamobrem Subtract. definiri pot. secundum Auctorem qd sit inventio-

Nri qui cum uno Nro Dato simul suptus alii Nro Dato aequalis est-

Unde patet qd Nrus Minuend sit Totum Nrus vero Subtract. et Differentia sunt ejus partes-

§. 15. 16.

Multiplicare Nrum aliquem nihil aliud ē quam eundem aliquoties ad se ipsum addere-

Nrus qui aliquoties ad se ipsum additur se qui multiplicatur Multiplicandus qui vero indicat quo illa ad se ipsum addatur seu per quem Mult. fit Multiplicator ambo simul communi Nomine Factores adpellantur Nrus qui invenitur Dicitur Productum v. Factum Ex. q. S. Nrus qui in A x x x x B.
Serie horizontali AB occurrit + x x x
toties ponatur qui Nrus in serie C x x x x D.

Verticali.

36. Diversa fundamentales.

Minor patet ex §. 5. 6. 7.

Numeratio ē Species computandi per eam enim novus incognitus Nus ō invenitur sed is qui cognitis ē tantum determinatis; Regula vero Trium Elevatio ad certam Potentiam Extractio radicis ō sunt diversi computandi Sp. Sed ex prioribus illis quatuor fundamentalibus composita.

§. 9.

Addere nihil aliud significat quam ad Num aliquem unum v. plures alios qui priori inæquales sit adjicere; atqui adeo per additionem ex pluribus Nris interse inæqualibus qui ōes cogniti ē junctim sumptis invenitur alius qui illos, ōes in se complectitur seu qui ōibus illis junctim sumptis æqualis est Ex. g. 6. 3. 5. si junctim sumantur deprehendo. Nus incognitus per additionem inventus eam habet relationem ad cognoscendam quam Totum ad partes.

§. 12.

Subtrahere Dicitur is qui ab uno Nro alium qui eum cumqui, Datum aufert atqui ita investigat, hoc Sublato qui in illo reliquatur Nus à quo Subtractio fit Minuendus, qui auferatur Subtrahendus v. Subtractus Nus autem inventus Residui v. Differentia vocatur.

Ex g. ab 8. si-

majori Spetiei Ex. q. Septenarius cum idem ea facit.

Pari ratione qui 4. Boves 6. Equos 8. Oves numerare vult ō dicit 4. et 6. item 8. faciunt 18. Boves et Equos &c. sed quatenus Uno Nro complectitur singulos, ita consideret nunquam ejusdem Spetiei seu quatenus iis eadem Nōō respondet; Ex. q. tanquam Animalia.

Conseq. res ad Nrum quempiam pertinentes ōes tanquam ejusdem Spetiei debent considerari, quatenus ad eum Nrum referantur.

§. 4.

Id in quo res quae connumerantur seu Nrum aliquem constituunt, interse conveniunt v. gd. singulis inest adpellatur Unitas.

Conseq. Nrus ē Multitudo Unitatum Ex. q. Supra Nri 7. unitas ē Crucifl.

Adeoq. quilibet Nrus certam quandam unitatem supponit.

Quia Unitas ē id in quo res ōes quae connumerantur interse conveniunt ōes Nri qui interse componuntur ex iisdem constent unitatib. necesse ē secus enim in unum componi nequeant Nrum.

Ex. q. 4. Boves 6. Equi sunt 10. Animalia.

§. 8.

Speties computandi ē modus Nros quosdam datos ita interse componendi ut novus ex iis Nrus incognitus inveniatur. §1.

Sed quatuor tantum dantur modi diversi Nros datos ita interse comparandi ut Nrus incognitus ex iis inveniatur Es.

Quatuor tantū dantur computandi Speties

Diversae.

34. Diversa sunt animalia.

Multitudo rer. ejusdem speciei Nūrus apellatur.

Ergo res, quæ connumerantur seu ex quibus Nrus aliquis constat debent ēē oēs ejusdem speciei nequæ ad eundem possunt referri numerum si fuer. diversæ speciei.

Ex.g. Numerari dicitur pecuniam qui certam Monetæ speciem sumit Ex.g. Crucifc. cum alia adjungit crucifc. hinc iter. alium et S. p. et dum quemlibet cæteris adjungit crucifc. v. verbis v. mente solum semper notet quotus illæ sit.

Si quis unum tlum habeat cruciferum nec plures eidem adjungere possit, sed illum solum aliquoties tollat atqs. iterum deponat etiam si centies idem repetat ō tamen Numerare dicitur, neqs. Nēum concipere.

Consequ. ad Nūm constituendum requiritur ut res adsint plures.

Porro si attendamus ad eum qui pecuniam numerat postea quam is aliquot Ex.g. 4. successive numeravit cruciferos atqs. in manum ejus incidit grossus tunc prodibit adjungendo ō dicit. 5. sed potius grossum resolvit in cruciferos hoc ē sub ea Noone spectat quæ præcedentibus speciebus communis est ex.gr. quatenus is crucifc. in se complectitur. ea sub hoc Noone prioribus adjungit, dicens: 7. jam crucifc. ēē si porro Numerando veniat in manum moneta alia

majori

conferam Definitionem computus obtinebo retentis iis tantum Notis quae sunt constantes -

Ex his autem liquet, ad computum 3tria requiri)

1º) Ut adsint Nri Dati 2º) Ut ex iis inveni inveniuntur Nris incog 3º) Ut hic ad illos relationem habeat -

Nisi cum hoc locum habuerit incognitos ex cog. nullo modo inveniri poterit quippe in ~~parati~~ cog. Debet Semper cogs. Determinari seu ita comparati ut ex iis per certam operationem incognitis oriri possit.

Arithmetica est v.

1.) Theoretica in qua Numerorum proprietates Regulae item Computandi exponuntur atque hoc ex certis Ppiis Demonstrantur.

2.) Practica in qua regulae in parte Theor. Datae ad varios casus in vita communi obvias applicantur -

In Compendiis vero Arithmeticis hae ambae conjungi solent -

3tio) Res plures quatenus in iis ad ea solum attenditur. quae singulis communia st ejusdem st Speciei Ex.g. tres Cruciferi et Septem item Bos Equus Ovis si Spectentur ut Animalia -

Quatenus autem ad ea in iis attenditur quae in iis diversa st. Diversae Speciei Vocantur. Ex.g. grossus unus et Septenarius unus, item Bos, Equus, Oviss quatenus

Diversa -

32. Discretis atq; eas quæ incognitæ sunt ex cognitis aliis Determinare docet.

Est vero Arith. v. Numerosa v. Literalis seu Speciosa.

Arithmetica Numerosa seu Vulgaris ē scientia quæ agit De Numeris eor. proprietatib. atq; ratione computandi seu ex quibusdam Numeris datis inveniendi alios incognitos quod ad cognitos relatio detur.

Ex. g. si quis expendat pro Libris Flor. 5. pro veste Flor. 6 pro cibo Flor. 3. atq; velit cognoscere totam pecuniæ quam expendit summam tum Flor. 5 adjungit. 6. his iterum flor. 3 atq; invenit hos simul oēs facere flor. 14. et Dum hoc facit dicitur computare; et quidem usui loquendi conformiter.

Atq; in hoc Exemplo videmus quosdam minores ēē cog. Ex. g. flor. 5. 6. 3. Dein ex iis inveniri per summationem eorundem notum quendam qui ante erat incog. Ex. g. Flor. 14.

Denique inter hunc et illum certum intercedere relationem quia hic ē Totum illi partes. Es. hinc colligo eum computare, qui ex quibusdam Numeris datis alium invenit incognitum cujus ad illos certa relatio datur. et quidem in hoc casu per summationem

Quod si autem alios etiam considerem casus sing. in quib. quispiam Computare dicitur: atq; ex iis pariter Nōnem abstractam Distr. Universalem, atq; hanc cum priori

conferam-

Dicitur etiam Methodus Naalis Ratiō-
nalis Scientifica ett

Meth. solet in Analiticam, atq; Syn
teticam Dispesci. Illa ex Suppositis Prin-
cipiatis concludit ad Spia hoc vero á Princ.
incipit, et raōcinando pergit ad Princ-
cipiata. Illa maxime inventoribꝫ ē pro-
pria, et ostendit modum quo inventores
ad veritatem ipsam pervenerint v. quo-
veritas adhuc incognita inveni unda ē
Ex utraq; composita vocatur mixta, quæ
pro systematibꝫ aptissima est.

§. 28. 29.

Qui ad Studium Matheseos animum
appellunt illi v. hunc intendunt finem ut
ex ipsis Dogmatibꝫ utilitatem percipiant
v. vero ut intellectum perficiant. His
posterioribꝫ in primis Medium atque
Demonstrationem meditatio debet ēē commen
datissima -

Ad. Arithmeticam.

Inter ōes Matheseos partes Arithme-
tica primo ōium loco promittenda est
quia usus ejus in singulis aliis partibꝫ
ē indispensabilis et ea ubiq; supponitur -

§. 1.

Diximus supra qd. Aritꝫ in genere
sit Scientia, quæ agit de quantitatibꝫ.

Discretis.

Quo ordine et modo debent singulæ hæ-
spositiones pertractari ex hoc solo principio
intelligi potest.

Quod nimirum in Math. oia quæ docentur
nexu legitimo seu per syllogismos rite interse
concatæ per quos ad assensum oes rapiunto-
-tur qui eos intelligunt deducuntur.

Ex quo regulæ magis spetialiter facille
deduci possunt. Ex. g.

Quod singuli termini sint accurate de-
finiendi.

Quod ea semper pmittantur per quæ se-
quentia intelliguntur.

Quod nullæ admittantur spoones nisi vel
per se evidentes v. demonstratæ fuerint.

Hactenus Method Math. ad omnes scienti-
as jure meritoqs, applicanda, et in iis ob-
servanda atqs, adeo pro universali meri-
to habendas In oi enim scientia distinc-
tæ de rebus Noones tradi et certis oia spiis
debet superstrui.

Adpellatur hoc autem Math. et in
spetie Geometrica nec o etiam Euclidea
quia maxime ab Euclide et cum sequen-
tibus in Geometria accuratissime obser-
vata ē Method Math. cum Philosophici
ē eandem facille patet neqs, nisi in rebus
accidentalibus differunt.

Dicitur.

quænam sint certæ proprietates & quæ ōia ab arbitrio hominum pendent potuissent enim etiam per alia si qua repræsentari, atqs, illa aliter comparata ēē interim qd. hæc signa jam universaliter recepta sint et simul etiam commodissima cum hac rāone per paucos caracteres omnes Notioni quor. copia ē infinita exprimi possint et eorum ope etiam rāo computandi commodissime peragitur.

2.) In Astronomia etiam summuntur Hÿpotheses h. ē ubi Phenomeni cujusdam causa cum certitudine Determinari nequit tunc summitur pro arbitrio quod illud ex hac v. causa proficiscatur qd. si ex hac sumptione ōia quæ in Phenomeno et iis quæ cum illo connexa st. observantur facille et Distincte Deduci possint tum magnum obtinet probabilittem et si ōia Phenomena cum ea consentiant accurate tum pro certa haberi potest Hÿpothesis.

Quamobrem an Hÿp. sit probabilis necne examinatur per comparationem Phenomenor. ōiam eadem qdsi hor. saltem unum e Diametro repugnaverit eidem falsam eam esse intelligitur.

Quia etiam falsæ Hÿpotheses possunt usum aliquem habere fieri enim potest ut per ea quæ in iis vera sunt talia inveniuntur quæ absqz: Hÿpothesibz. detecta ō fuissent.

§. 27. Quo ord.

§. 24. 25.

Si quæ Propositiones in Demonstrandis Theorematis cujusdam occurebant notatu cum suis Dignas eas veteres etiam Demonstrationi separatim subjiciebant, et Corollaria appellabant.

Nostris vero temporibus Corollaria vocantur Propositiones illæ quæ ex aliis Demonstratis Propositionibus immediate intelligitur absque Demonstratione sine iis immediate subnectuntur -

Ex. g. Theor. Trianguli tres ang. sunt æquales Duobus rectis -

Cor. Ergo in Triang. ō nisi unus Angulus rectus sit potest -

§. 26.

In Scholiis Difficillia exemplis facilibus illustrantur Dogmata usus enumeratur -

Præter has Propositionum species quas enumeravimus occurrunt alia etiam quæ Hypotheses vocantur quæ nimirum pro arbitrio sumuntur ob certas rationes quamvis veras etiam si Demonstrari nequeant et quidem -

1. In Arithmetica tales Hypotheses in quibus. nimirum enarrantur. quænam sint signa per quæ Numeri Designari solent

quædam -

Ex qd. Trianguli Tres Anguli sunt æquales Duabꝫ rectis

§. 21.

In quolibet ergo Theoremate Duo st̄ consideranda Propositio et Demonstratio. Ppositio iterum resolvenda semper in Tesin atqꝫ. Hypotesin atqꝫ. ex hoc Ppia Demonstrationis petenda.

§. 22. 23.

Demonstrationes constantꝫ ex syllogꝫ interse concatenati quorum Pmissæ nom oes expressæ ponuntur in Demonstratione interim tamen facille supleri possunt. quem in finem ad Citationes attendendum ē. Qui has Demonstrationes Pertim Geometrias perspicit et habitum sibi acquirit eas in singulos sylogꝫ interse concatenatos resolvendi is Demum recte intelliget regulas Logicæ quibꝫ Docetur qua ratione Demonstrationes formandæ v. ab aliis datæ examinandæ sint secus ō multum ipsi proderit nuda regularum Logicarum Notitia nisi ipsa praxis accesserit Eamqꝫ ob causam nos in Demonstrationibus resolvendis maximam collocabimus operam. Ppia quibus Demonstrationes superstruuntur sunt Definitiones Axiomata atqꝫ Ppositiones in præcedentꝫ Demonstratæ.

§. 24. 25. Si-

26. Defnes condere v. saltem ab aliis condita examinare discimus.

§. 19.

In Numero Axiomatis habendæ etiam Experientiæ seu Ppositiones eæ quibus enuntiantur ea quæ ad sensationes nostras attenti cognoscimus Quippe Experientiæ legitimæ institutæ sunt oes certæ qd in Logica uberius demonstrari solet.

Sunt autem Experientiæ v. observationes quo ad objecta absqs nostra opera per ipsam Naturam producta existunt nosqs nihil aliud agimus quam ut illa sciamus atqs ad Sensationem attendamus Experimenta quorum objecta sine nra opera non existunt.

Ex. q. Qui Ecclipsim Lunæ intuetur, is observat Qui globum ære vacuum ex bilance suspendet ut experiatur aëris gravitatem Experimentum facit. Maxime in Astronomia locum habent observationes, De motu Corporum Cœlestium, ex quibus phenomena in iis obvia tam feliciter explicata sunt, ab Astronomis, ut admirationem omnem mereantur.

§. 20.

Ppositiones Theoreticæ seu quæ enuntiant quid rei conveniat v. minus quæ per se evidentes o st sed demonstratione indigeat Vocantur Theoremata.

Ex q. Triang.

§. 17.

Postulata enuntiant aliquid fieri posse v. debere simpliciter modum vero, quo id fieri debeat ō ostendunt quia id per se ē manifestum ut cumlibet in oculos incurrat Conseq. in suis sumitur res quodam possibilis neq; ipsa possibilitas demonstratur.

Ex q. Centro quolibet quovis radio Circulum describere.

§. 18.

Quoniam Axiomatē ex Definib. immediate deducuntur hinc si Defnes fuerint verae etiam ipsa Axiomata si vero illae falsae etiam hoc

Quamobrem ut de veritte Axiomatē certo constet veritas Definitionum prius ostendenda seu realitas earum prius convincenda ē quod sit.

Si demonstraretur notas singulas ēē compossibiles nec sibi inv. repugnare. Dein.

Si ostendatur qua ratione illae per experientiam fuerint formatae seu ex casibus singularib. abstractae quo ipso probatae Definitiones ipsa Experientia niti atq; adeo et veras id quod cum Maximi res sit momenti nos qq infra ostendemus qua ratione Definitiones saltem praecipue abstrahendo ex casib. sing. sint formatae hoc quippe exertitio ipsi etiam

Defnes.

in aliqua Disciplina quæ a præsenti supponitur ō ē necesse ut Denuo definiatur. Ita in Mechanica ō Definiuntur denuo ea quor. Defnes in Arith. et Geometria traditæ sunt.

Ex. g. Triang. recti lineum in quo Duo anguli sunt recti oritur si lineæ Duæ ad angulos rectos jungantur eum tertia ita ut Spatium claudant.

In hac Def modus quo Triang. oriri Summitur ē impossibilis.

§. 16.

Axioma sensu latiori ē Spōō per se evidens cujus veritas intellectis saltem Terminis à quolibet illico perspicitur neq; ē necesse ut Demonstretur.

Ex. g. Idem ē æquale sibimet ipsi Totum ē æquale oībꝫ suis partibus Simul &c. Sensu strictiori est propositio quæ ex Defnē quadam immediate deducitur ita ut Definitione admissa ipsa etiam pp̄ositio pro vera habeatur;

Ex. g. Radii ōes Circuli sunt inter se æquales

Sine Mensura nil possumus metiri

Absq; Luce nil videre.

Axiomatibꝫ. etiam in vita communi sæpe utuntur homines ōes quæ ideo Nōōnes communes adpellari consueverunt.

§. 17 Postul.

Ex. gr. Si tempore Crepusculi videam in Campo qd piam sese movere an hom. v. &c. sit ō agnosco habeo nōem obscur. si proprius autem accessero et agnosco ēē hōem, habeo Nōem claram quo proprius autem accedam eo clarius atqz. adeo Claritas suos habet gradus si denique, determinationes ejus passim sigillatim agnoscere atqz. a se invicem distinguere obtineo ejusdem Nōōem Distinct.

Quodnam sit criterium Nōis Distinct. Item quod Nōō Complete et Incompletae Distinct. sit, in Logica uberius exponitur.

§. 12. 13.

Quia in Mathesi ex Ppiis per se evidentibus āia deducuntur Definitiones vero pertinent inter Ppia hinc ōes notae Definitionum ingredientes distinctae explicandae ut á quolibet inteligi possint.

§. 14.

Termini ergo qui a quolibet intelligiguntur ō ē necesse ut Determinentur seu quod Nōō Conf. et cuilibet ex vita Communi vota sufficit. Ex. g. quid sit majus quod minus

Pari Nōōene si quis Terminus definiatur

in aliqua

22. Ea perquæ res agnoscitur et ab aliis distinguitur est notæ Ex.

Ōis notio exhibet notas rei seu est completus notarū rei characteristicarum.

Ex. q. Qui nōonem libri format is notas per quas liber agnoscitur & mente comprehensas habere debet.

§. 6.- 9.

Nomina hæc quibus differentia nōonum formalis distinguatur desumpta est á Luce propter similitudinem nam pro ut Lux si sufficiens sit ad objectum agnoscendum et ab aliis distinguendum dicitur Clara, in casu opposito obscura. ita etiam nōo.

Et si tanta fuerit Lucis copia qua objectum illustratur ut ipsum objectum possit ejus beneficio agnosci et ab aliis distinguisse etiam determinationes objectæ sigillatim videri; atq. á se invicem internosci queat tum Lux vocatur distincta seu objectum, á Luce distincte illustrari dicitur in casu opposito confusa; haud ab-similiter nōo--

Ex. q. Ex. q.

quaenam sit res illa mi. hoc v. illud Nomen tribuitur quo in casu Defnes Nominales adpellantur.

Vel vero exponunt modum quo res oriri pt atqs, hac genetica vocantur

Ex prioribus non patet ut res definita sit nec ne nisi id demonstratum fuerit ex posterioribus autem ipsa qq. rei possibilitas immediate intelligitur ita ut id demonstrare ō sit necesse.

Ex g. Circuli Def. Nominalis ē quod sit figura linea curva terminata cujus ōia peripheriae puncta á centro aequaliter distant.

Realis quod sit fig. quae oritur si linea recta circa punctum fixum moveatur donec in priorem situm redeat.

§ 3. 11.

Notio ē quaecunqs, rei repsentatio in mente Haec Definitio ē petita á Speculis in quibus Imagines objectorum repsentantur simile quod fit etiam in mente dum et rei Noem format ex. g.

ōis vero res ō ea exhibet quae in re repsentata continentur. Eg.

ōis Noō ea exhibet quae in re &c

Quae in rep continentur st ea ipsa per quae res agnoscitur et ab aliis dignoscitur.

ōis Noō exhibet ea per quae res &c

Ea per quae.

quo quis utitur in proponendis cogitationib. suis Meth. autem Mathematica in sp. quae utuntur Math. Hi quippe certo ordine ppositionum oes propositiones et illas inter se connectunt.

Hinc prius videndum erit quaenam sint propositiones apud eo usitatae dein proponendae leges seu regulae quas illae in Mathesi disponuntur.

§. 2. 3. 4.

Initium Mathesatici faciunt semper à Def. h. e distincte explicant atque determinant quemnam significatu vocibus quib. utuntur tribuant atq. ab hoc significatu nunquam recedant.

Definitiones quippe st distinctae res, nonnes, quae ope agnosci atq. ab aliis semper dignosci possint seu in Definitione recensentur tott rei notae characteristicae, per quas agnosci atq. ab aliis semper in omni casu distingui possint.

Ex ipsis tandem Definitionib. fundamenti loco positis eliciuntur quae de re ipsa qualibet notar. merentur seu propositiones quae enuntiant quid rei ipsi competant v. minus v. quod agendum sit eum pro hoc v. illo scopo.

Notae illae char. ex quib. Def nes constant v. st determinationes rei quae in re ipsa observantur et ex quib. agnosci potest

quaenam sit

ab incunabulis Matheseos ad nostram Geometriam tradiderunt in oibus accurate, interse consenserunt ita ut nullæ in his scientiis contraversiæ nefando quidem auditæ sit id quod de nulla alia scientia dici potest quarum Doctores ferme semper de Dogmatibus maximi momenti interse disceptarunt. Unde aliæ scientiæ insignes identidem mutationes suæ expertæ Mathematicæ autem disciplinæ quæ ab ipsis etiam antiquis erant excultæ eandem semper retinuerunt faciem. Unde hoc Matheseos prærogativa? An forte ab ipsa objecti nãa de qua Mathesis tractat sed qui posset hoc fieri ut cognitio Nra de Quantitate esset adeo certa et de aliis oibus rebus incerta? An forte Mathematici oes jurant in verba magistri et cæca fide placita Doctor. suor. amplectantur. Hoc vero simile plane oest quum Mathematici oia maxime atque rigorosissime inquirere subeant in assertor. suor. veritatem sed præterea nemo unquam Mathematicos præjudicii auctoritatis accusarit qd. factum sine dubio fuisset si illi huic vitio dediti fuissent. Quamobrem consensus Math. atque summa certitudo Dogmatum ab iis traditorum ex nulla alia re quum ex Methodo qua sua pertractata Dogmatum derivari potest.

§. 1.

Methodus in genere significat ordinem quo quis.

 inventa non fuisset ipsa qq praxi utilissima careremus.

Sæpe homines præsertim qui aliquo acumine pollent, ipsi regulas condent absq; institutione sibi in sua arte necessarias. quat. autem nexum cum Ppiis Universalib. non perspiciunt Unde patet quod anima hãs ipsa Nãa competat facultas veritates Mathematicos perspiciendi atq; et se ipsa evolvendi quæ Mathesis Nãalis appellari potest Quum vero hæc erroribus sit obnoxia et sola contenta esse non debemus.

III. De Methodo Mathematica.

Quum præcipuus quum litterar: cultoribus accurata Matheseos Studia præstat usus in eo consistat quod eo perficiatur intellectus. h. e. habitus recte cogitandi nõ nes, distinctas atq; determinatas de reb. quib. vis obviis formandi atq; asserta sua ex certis Ppiis nexu legitimo deducendi seu recte rãocinandi comparetur id vero ipsam non nisi Methodo qua Mathesis pertractatur accepta referri debeat quæ nimirum ita comparata ē ut ad certam veritatem via recta ducat atq; ab erroribus immunes præstet hinc de Methodo Mathematicorum paucis in limine agere et in quo ea consistat breviter enarrare juvabit.

Nemini dubium esse potest qui in Historia Matheseos versatus ē quod inde ab-

incunabulis

Pyrometria seu Scientia de igne autem paucos annos cum orbe erudito communicata a Lamberto Berolini 1777.

Quin ad eas qq Mathesis sē extendit quæ in sensus non incurrunt. Ex. g. probabilitas ejusdemqs gradus Calculo Mathematica supputari possunt.

Non nunquam in quibusdam calculis in Vitæ qq hæc duratione ex Principiis Mathematicis inquiritur.

Ex iisdem determinantur etiam multiplicatio hūm in Rep. v. Imperio aliquo.

Quod majus sensum quoqs voluptatis atqs doloris motiri doceret Mathesis si modo mensura convenius inocuiri possit et qua certus gradus sensus grati v. ingrati ab omnibl. intelligi posset.

Opere hominum variæ ex parte saltem ferme omnes Ppiis nituntur. Mathematicis Aratrum Cernes ōia opificum atqs Artificum instrumenta sūt Machinæ quæ ex Ppiis Geometricis atqs Mechanicis sūt dijudicandæ Artifices qui * dem qui ea usu artes ipsas didicerunt ignorant Ppia illa inde tamen non sequitur illo respectu eorum esse prorsus inutilia nisi enim scientiæ Mathemat. fuissent excultæ tum ipsa artificia etiam ad eam perfectionem non fuissent deducta.

Multi nros et rationem computandi ex usu didicerunt qui nequidem fando audiverunt de Mathesi aut quod Arithmetica quæ Regulas computos docet sic certa pars Matheseos, nihilominus si ea a Mathematicis

inventa

16. Praeter has utem Scientias ad Math. etiam applicatam solent referri aliae quaedam quae ppiis nituntur Math. licet aliarum rerum eaque cognitionem requirant. ex. g.

1. Pyrotechnia quae e Scientia ignium tam festivorum quam bellicorum atque instrumentorum quae ad eorum usum requiruntur.

2.) Architectura Militaris s. Scientia loca muniendi ut pauci contra multos commode se defendere possint.

3) Architectura Civilis. s. Scientia ideam aedificii mente concipienda et juxta eam illud extruendi ut scopo aedificatoris ex asse conveniat.

Hae scientiae solent vulgo in compendiis Math. pertractari sed longe etiam plura adhuc dantur objecta quae à Math. ita sunt pertractatae ut peculiarium scientiarum forma obtineri possent. ex. g.

Musica in antiquis temporibus pro insigni Math. parte fuit debita inter recentiores quoque haud pauci Teoriam ejus exposuerunt Deim.

Ignis q.q. inter ea pertinet ad quae Ppia Mathematica à plerisque sunt aplicata. In forma autem sistematis peculiares

Pyrometria

α.) Gravia et non Elastica eaq. v.
1.) Aequilibrio quod fit in
Hidrostatica
2) In motu Constituta in
Hidraulica
β.) Elastica quae proprietas tractatur,
Aerometria
2 Lux circa quam versatur optica Sensu
latiori - In Specie autem
a.) Si in lineis rectis progrediatur -
Optica Strictiori Significatu
b.) Si à Speculis reflectatur -
Catoptrica -
c.) Si in Corp. perlucidis refringatur -
Dioptrica
d.) Perspectiva ē Scientia deliniandi
in tabula quodlibet objectum quale ad
datam distantiam oculo appareat -
3) Corpora coelestia in quod. motus Situm
Phenomena requirit -
Astronomia hujus partiis nitun
nituntur -
a.) Geographia Math. Scientia Figu-
ram atq. magnitudinem Telluris et
locum quolibet in ejus superficie determinandi.
b.) Cronologia. Math. Scientia tempo-
ris dimetiendi et distingrendi.
c.) Gnomonica Scientia Horologium
Solare deliniandi Super dato quovis plano -

Praeter

14. II. Mathesis aplicata in qua Quantitas consideratur in concreto quatenus np. ea rebus actu existentibus competit seu in qua ea quae in Mathesi pura de qualitate abstracte traduntur ad res actu existentes applicari.

Quae itaque sese ad res actuales omnes quibus quantitas competit extendere pt atque tota in se diversas pt complecti scientias quot sunt objecta quod quantitas rationando determinare pt seu adque Dogmata Matheseos puris applicari possunt.

Omnia vero objecta adque principia Math. ad huc dum in sistematibus Math. sunt applicata ad tres Classes primarias reduci possunt unde etiam tres primariae Math applicatae partes nascuntur. Nimirum.

I. Vires Corporum quorum ope motus aut producere aut impedire possunt.

Quas considerat

Mechanica latiori accepta significatu cujus objecta sunt vel Corpora

a) Solida eademque v.

(α) In Aequilibrio considerat quo in casu vocatur

Statica - v.

(β) In motu quo in casu vocatur Mechanica strictiori sensu.

b) Fluida et quidem v. versatur circa.

α) Gravia.

illa per has determinanda sit.

Id quod non una eademq; via fieri pt nim. vel ita ut quantitates ipsæ Geometrice repræsententur per lineas, &. vel vero per alia signa magis generalia s. numeros prius usu venerat quid veteres posterius apud recentiores hinc alia est.

a.) Analisis veterum Geometrica.

Alia item.

b.) Analisis recentiorum s. Algebra Scientia inveniendi Quantitates incognitas ex datis quibusdam proprietatib. per æquationes quib. una eademq; Quantitas dup. plici modo repræsentatur.

Hæc Scientia ad multa etiam Geometriæ objecta aplicata est Ex. gr. ad Sectiones Conicas et alias lineas curvas.

In duas vero distinguitur partes quæ st sequentes.

α.) Analisis finitorum.

β.) Analisis infinitorum.

Quæ scilicet huic superstruitur propositioni quorum quantitates continuæ sine fine possunt augeri et minui; dividi atq; multiplicari hujus duæ sunt partes. Calculus differentialis, et Calculus integralis. omnes vero hæ ad Analisin pertinentes Scientiæ cum iis ad quas eadem aplicantur uno Matheseos Sublimioris nomine comprehenduntur.

II. Mathesis.

12. v. separatæ si vero sphera ex plumbo facta opus habeam v. cubo tum spectatur ut quantitas continua nam eo tantum ordine et modo debent partes ejus inter se combinatæ ēē quo sunt actu neq; eos aliter combinare aut separare possum.-

Item centum libri. 8 Personæ sunt quantitates discretæ; Linea superfl. &c. Quantitates continuæ

Hinc pro hocce discrimine Math. pura in duas iterum abit partes quod-

1. Arithmetica, cujus objectum ē quantitas discreta.

Quantitas hæc discreta designatur vel numeris v. aliis signis generalibus illud fit in a) Arithmetica numerica. Hoc in b) Aritmetica litteralis s. speciosa

2. Geometria in qua agitur de quantitate continua abstracta hujus pars est Trigonometria quæ modum docet determinandi partes incognitas Triangulorum, ex quibusdam datis ope calculi.

Ad utramq; simul ad Aritmeticam nimirum atq; Geometriam referenda est-

3tio. Analysis s. Algebra quæ peculiarem ostendit modum quo quantitas incognita determinari possit docet quippe eam ita ēē considerandam acsi cognita esset, nam ex relāone ad ejus quantitates alias cognitas eruendum quæ rāone

illa. per.

nimirum quantitas abstracte consideratur 11.
non attendendo ad alias rei mensurandæ
proprietates.
Ex. gr. Longitudo 10 Miliarib. æqualis
si abstracte spectetur tt ut longitudo non
attendendo ad locum pertinet ad Mathesin
puram si vero spectetur tanquam dis-
tantia duorum locorum in superficiæ Telluris;
ad aplicatam
Item Doctrina de proprietatib. Spheræ
in genere ad puram quatenus vero hæc pro-
prietas figura Np. Spherica in Sole con-
sideratur ad aplicatam.
Quum porro quantitas in abstracto con-
siderata spectari possit vel tt. ut Totum
aliquod quod ex pluribus constat partib.
non attendendo ad nexum et combinatio-
onem partium quo respectu dicitur etiam.
Quantitas discreta v. vero ita ut
etiam combinationis atq; ordinis par-
tium quo inter se cohærent, atq. certum
quoddam –
Ens Compositum constituunt rão
habeatur in quo casu adpellatur. Quantitas
continua.
Ex. gr. Massa quædam Plumbi 8. librar.
si ponderis tantum vel partim ex quib.
constat rãonem habeam, est quantitas
discreta: perinde enim mihi ē qualem-
cunq; demum figuram habuerit, aut
quocunq; modo partes ejus inter se co-
hæreant; vel an inter se combinatæ sint
v. separatæ;

10. ad res actuales mensurandas aplicanda sunt. semper mensurationes immediate per aplicationem mensurae factae requiruntur. Ex. gr. Cum distantia Lunae a terra determinatur id necessario per ratiotinia principiis Math. super structa fieri debet. Sed etiam mensuratio immediate facta supponitur.

Quamobrem Mathesis paulo uberius sic definiri pt Quod ea sit scientia quae naturam et proprietates quantitatum explicat atque modum ostendit, quo ex quibusdam cognitis quantitatibus aliae incognitae per ratiotinia determinari possint.

Hinc simul intelligitur quod cognitio quantitatum sit Duplex s. Vulgaris v. Mathematica s. artificialis Illa quae per immediatam mensurationem. Haec quae per ratiotinia aquiritur hoc dum ad quantitates actuales applicatur illam supponit atque illa carere non pt Verum illam etiam perfectiorem reddit.

II. De Partib. Matheseos.

Divisio Matheseos in certas partes petitur ab objecto. Objectum vero Matheseos ut ex practica patet e quantitas

Quum itaque quantitas vel in abstracto possit considerari v. in concreto; Hinc Mathesis in duas maximas scinditur partes quae prima e.

I. Mathesis pura seu Abstracta. In qua

nimirum

Secus enim ea ad quantitatem in incognitam 9.
aplicari atq; hoc ejus ope determinari posset adeoq; neque mensurari

(3) Quod nihil absq; mensura possimus metiri

4to) Plurimi occurrunt casus in quibus fieri nequit ut mensura ad quantitatem incognitam mensurandam immediate applicari. Atq; ita ejus ope determinari possit. Sed mensura per ratiotinia debet cum quantitate incognita comparari.

Ex. gr. Cum altitudo turris v. distantia stellæ cujusdam mensuranda ē

Ad rem quampiam mensurandam ad quam mensura immediate applicari potest non magnæ requiritur peritia. Quilibet pt. longitudinem viæ cujusdam per passus v. per perticam per. v. pannum opæ ulnæ metiri. Sed quantitatem incognitam ad quam mensura immediate applicari nequit cum hac comparare atq; ejus magnitudinem ejus ope hujus determinare longe difficilius ē

Ex. gr. Investigare quam longe distet locus unus ab alio quod ab uno ad alium accidere non licet; nec sensibl. ipsa distantia distincte percipi potest.

In hoc quippe casu et quibusdam de qualitatibus notionibus rationes sunt subducendæ, atq; per ratiotinia mensura cum quantitate incognita comparanda, et ejus ope determinanda.

Atq; hoc ipsum ē quod Math. præstat quænim; ea tradit propria v. principia quarum ope quantitates incognitæ actuales determinandæ sunt. Seu cum Principia Math.

ad res actuales

8. Sens repræsentamus v. per comparationem cum alia cognita quantitate.

Ex. gr. Quanta sit pes Parisiensis v. Rhenanus aut ulna agnosco immediate per sensus si illa oculis præsentia sistantur quam longe autem locus quidam ab alio sit dissitus intelligo si hanc distantiam cum cognita quadam quantitate comparavero hoc ē si investigavero quoties pes vel pertica data in ea distantia contineatur.

Qui investigat quoties quantitas cognita in alia incognita contineatur atq. ita hujus magnitudinem per illam determinat dicitur hanc metiri.

Ex. gr. Qui Ulnam ad longitudinem panni toties aplicat quoties potest v. qui determinat investigat quoties certa et cognita monetæ species in summa quadam pecuniæ aut certum pondus ex. gr. libra in alio incognito contineatur. is pannum distantiam duorum locorum pecuniæ summam pondus metiri dicitur.

Quantitas ipsa cognita per quam quantitas incognita determinatur vocatur mensura. ex. gr. Ulna miliare Moneta cognita, libra et s pr Ex hac Definitione immediate sequitur.

4) Quod mensura quantitate mensurandæ debet ēē semper homogenea seu ejusdem speciei ex. gr. Longitudinis seu Lineæ mensura debet ēē Linea superficiei superficies. corporis corpus pecuniæ pecunia ponderis pondus. et sic porro.

Secus.

de veritate earum convinci nequit nexus autem hic ostenditur Silogismos Legitimos inter se concatenatos, quos si quis intelligat et quomodo inter se convertantur perspiciat, non pt non convinci. In Mathesi Singula hæc Scientiæ requisita ad amussim observantur hinc illo jure meritoqz, Scientia apellatur. 7.

2.) Quantitas ē omne id quidquid augeri et minui pt seu quantitas competit rei quatenus augeri vel minui potest.

Omnes res. quar. libet proprietates seu determinationes internæ pertinent v. ad qualitates seu notas et Characteres per quos á se invicem discerni possunt, v. ad quantitatem.

Quod si qualitates omnes eædem fuerint seu si res fuerint inter se perfectæ similes tum ille per hanc proprietatem nimirum per qualitatem possunt á se invicem distingui hinc recte Leibnitius definit quantitatem quod ea sit discrimen internum similium ex. gr. aliquot nummi aurei ab aliis ejusdem formæ valoris &c. distingui possunt per quantitatem.

Percurramus animis oīa quæ hac proprietate gaudent ut augeri v. minui possint multo major invenietur quantor. copia quam quis imaginari potuisset. Talia sūt ex. gr. Non tantum Corpora oīa quæ extensa sunt sed eo pertinent etiam vires corpor. Gravitas Celeritas Calor &c

Tum vires atqz. facultates mentis intellectus voluntas.

3) Metiri –

Quanta res sit quæpiam agnoscimus v. per mediatam præsentiam dum illam nim

Sens repræ–

6. Postea vero artes illæ propriæ sub acceperunt nomina et nomen Mathesis ad designandam illam Scientiam adhibebantur quo agit de quantitatib. metiendis quo sensu hodie etiam accipi solet.

Quæ Math. Definitio ut rectius intelligatur atq. qua ratione illa ab aliis differant Scientiis perspiciatur paulo uberius inquirendum erit.

(1.) + Scientia + Quid (2) Quid Quantitas (3) Quid sit quantitatem metiri (4.) Quidnam illa sit quantitatum dimensio quid Math. pro objecto habet.

1.) Scientia denotat illud cognitionis humani generis secundum quod illa quæ asserimus et principiis certis et unde eliciatis nexu legitimo deducere seu demonstrare possumus quamobrem ad Scientiam requiruntur.

a) Ut aliquid asseratur pro vero habeatur qui cum illam Scientiam præditum diceret qui nil pro vero haberet nilq. amplius sciret qui quod nil sciat.

b) Principia certa et indubia seu rationes quib. asserta nituntur evidentes nam homines ratione præditi nil absq. ratione suff. pro vero habere possunt utq. sine ratione quo qui admittere ē contra naturam animæ et ideo tt. credere qd id pro vero habet.

c) Non sufficit vero ut Principia adferantur quib. asserta mutantur sed præterea requiritur ut ostendatur nexus qui ē inter principia et ppositiones quæ pro veris habentur Nisi enim meos hinc nexum perspiciat

de veritte.

Math. usus ostendunt inventa qui plurima 5.
in oeconomia utilissima qui Mathematicis
debentur. Dein etiam si quis Agrimen-
soris officio ō fungatur; nihilominus sæpe
occurrunt casus in quibus cognitio Math.
insignem adfert utilitatem.
Agite itaque, Audeas accingamus nosmet ad
Studium Math. neque mentem vestram ab
ea deterreri sinite ego vobis præibo Comp.
Volf explicaturus difficultates removebo
atque omnia quantum fieri possunt in
clara luce collocando facillima vobis reddam
vestram attentionem postulo atque, simul
exigo ut nihil in vestra diligentia desidera-
ri patiamini si quis inter hos totos sit huic
Studio ō dederim saltem cognitionem Arith.
atque Geom. curere non possunt Turpe enim
ē illi qui inter eruditos nomen suum pro-
fiteri vult harum ignar. ēē scientiarum.
1mo. De Natura atque notione
Matheseos

Mathesis quo ad originem suam vocis est
vox græca derivata? persona perf. pass.
verbi Mantano disco μεμαθημαι.
2. pers. μημαθησαι. unde jam descendit
Mathesis significatque Disciplinam seu
institutionem quia olim græci sub hoc
nomine comprehendebant disciplinas
omnes Propedeumaticas seu illas quibus
animi puerorum præparentur ad sublimiores
scientias ex quo Arithmeticam Geom. atque
artes liberales hoc nomine complectantur.

Postea

4. in Arithmetica quippe insigne ad attentionem conservandam adfert adjumentum Numeror. in Geometria vero figuram ad quas demonstrationes applicantur in oculos incurrentium repraesentatio.

(b) In aliis Scientiis inter quas nominabimus nunc tantum

α.) Logicam Studium quippe Matheseos ē ipsa Logicae praxis, et regulae quae in Logica de Definitionib. Judiciis demonstrationib. et formandis traduntur in Mathesi applicantur unde ō facille quis bonus evadet Logicus si Geometriae fuerit ignarus Melanethon: Nemo sine aliqua cogitatione Matheseos perspicit, quae si quis demonstrationum nemo sine ea erit artifex Methodi: In Praef. ad Jo Vogilini Eleus Geom. Plato Adolescentib. earumq3. Aetati conveniunt Disciplinae Mathematicae, quae animum praeparant ut ipsa ad Philosophiam capessendam idonea reddantur apud Theon. Smyr. Cap. 1. P. 20.

(β) Compertum scil. ē id omne quid quid certum et exploratum ē in Phisica acceptum referendum ēē Mathematicis, et Maxima pars Matheseos aplicatae nihil aliud ē quam ipsa Mathesis quod patebit si quis Phisicam cum Math. aplicontulerit quare mente solida in Phisica requiret cognitionem Math. peritia Destitutus in vita communi quantus sit

Math usus.

(a) In intellectu perficiendo eo enim majori intellectus perfectione qui gaudere quis censendus ē quo magis distinctas atq; determinatas de rebꝫ. nōōnes formare accuratum de iis judicium ferre certa ab incertis probabilia à minus probabilibꝫ. discernere, ordine certo cogitare asserta sua certis semper Rpiis superstruere et ex iis nexu legitimo deducere demonstrationes ab aliis datas examinare valuerit, denique, paciens et profundus in meditando sagax et, et expeditus in inveniendo fuerit, Jam vero hi omnes habitus non nisi crebra acquiruntur exercitio. Exercitium vero nullum huic fini magis convenientius ē quam quod in Mathematicis Notionibꝫ. atq; demonstrationibꝫ. evolvendis, ~~et~~ versatur quum demonstrationes ꝑ Sertim Geometricæ sint ut facillime ita rigorosissimæ -

Quamobrem Studium Mathematicum ad intellectum acuendum esse apprime utile nemini dubium ēē potest -

Præterea ad intellectum perficiendum quid magis attentionem in potestate habeat absq; facultate attendendi, attentionem ne eodem objecto diutius conservandi, in quocunq; Scientiarꝫ q̄re non multum quis proficiet. Nullam vero ē efficatius medium ad attentionem excitandam conservandam atq; cogendam quam accuratum Matheseos Studium

in Arithmetica

2. accesserit industria.
Attentionem vero hoc Scientia cum maxime postulat hinc qui Studio Matheseos se mancipat omnes animi nervos intendere debet ut attentionem in potestate habeat id quod omnium optime et facillime per Studium Math. optinetur cum in ea a facilioribus semper quae minorem postulant attentionem pergatur ad difficiliora
(c) Qui Methodum Legitimam in Studio Math. non sequuntur illi plurimas inveniant difficultates necesse est qui non ordine discunt &c. Volvunt ac revolvunt nunc hic mox ibi legunt et ad sequentia progrediuntur haud intellectis atque animo rite comprehensis anterioribus unde nescio qua ratione possint aliquos facere progressus quum in Mathesi sequentia semper supponant antecedentia atque ab iis tanquam annuli catenae pendeant.
Qui Ego optatos experiri vult progressus necesse est Methodo Math. convenienter discere nullam lectionem negligere at ad sequentia ō transcendere nisi antecedentibus probe intellectis.
His omnibus rite observatis spero difficultates pleraque in nihilum abituras.
2do Flacci pendunt Scientias Math. ideo quod eas omni prorsus usu destitutas opinantur Falso utilitas quippe eorum atque Studii Math. insignis est.

(a) In intellec

Ad Mathesin.

Accedimus ad illam favente D. O. M. Scientiam quæ plurimis partim odiosa partim formidabilis ēē solet ob duas rāones.

1mo Quod eam putent esse difficillimam obscurissimam et mysteriorum plenam -

Id quidem certum ē sed eorum respectu -

(a) Qui nullam ex eo cupiunt voluptatem eo non delectantur. Excitandus itaq; ē animus in studium hocce commendatissimum id quod fit siquis commendationem tot verod. prestantissimod. qui studium Matheseos laudibus extulerunt fidem habeat et simul det operam ut insignem ejus utilitatem ipse coque perspicere possit quod si enim animus ō desit evanescit studii Matheseos opinati difficultas -

(b) Qui debitam ad studium Math. non adferunt adtentionem qui Comp. Math. instar fabularum Rōm legunt quæ nullam attentionem postulant.

Sunt qui optarent ut absq; ulla animi attentione Math. peritia imbuerentur qui ubi atq; iterum prælectionib. interfuerunt jam vellere ut acutissimi evaderent Mathematici aut saltem ex nuda prælectione ~~ac~~ auditione absq; privata industria sibi familiarem addere possent

Qui multum sane falluntur frustra enim prælectiones frequentantur etiam si quis dies integros iis interfuerit nisi privatissimul

accesserit -

327. Franc Biro de G. A.

nu se microfilmează

84
8
72

Suis ~~annumerat~~

Suis annumerat hunc librum
Martinus Lászlo Aō 1786
Die 9a 8bris

~~Die 9a~~ 8 ma may

a ayyaherta

~~Suis~~ ay mayyar
annumerat

Vers

Geor Kissem

Suis ad

~~Joan Dapp~~

~~[illegible]~~

Hogy midön

Hogy
ujen

1487
AD MATHESIM
1786

327
Franc Béro
ad F. D.