1855

Gymnasii Unitariorum Thordensis
1856

~~E 4/16~~

A. 9
156

Nr 1064.

ARITHMETICA - GEOMETRIA

- 1774 - AGH J.

Res Steph Col Gym Tord.

COMPARATIO

& simul

EXPLICATIO

Duarum Diversarum Opinionum de Natura & Essentia unius Summi Dei. Quarum altera est Eorum qui Vulgo Unitarii dicuntur, altera vero eorum qui, Trinitarii dici possunt.

Hoc est de

UNO DEO PATRE

& de uno Deo unius Essentiae & Trium Personarum de Patre, Filio & Sp. Sancto.

Stephano Agh
1774

illi personæ illa persona certissime aut erit vita specialis esse. & consq. Deus specialis aut persona illa considerabitur tanquam particula Divina esse & tunc ô ad Deum pertinebit quod illum Doctoribus et illis periculosum erat. Quo circa ô solum simpliciorum Doctrina hæc devotionem sed etiam Rationabilium confundet.

Deus Pater omnis miserationis omnium Hominum Protector qui adhuc versantur in Tenebris misereris & oculos mentis eorum illumina radiis tuæ veritatis & cognitionis ad tuam & tui Filii dilectissimi laudem Nostramque Salutem Amen.

Præeunte & dictante Viro celeberrimo nec non omnium Sanctarum Scientiarum Professore Stephano Agh de S. Kiraly

Calamo excepi Etiam coronavi fine 8va 9bris Anno 1774 Remigio alvissimi

Sit voveo summo Gloria magna Deo

Da quaeso auxilium Christe benigne mi Di. 1.

TITULUS.

ARITHMETICA

Demonstrativa Ratione Proposita
seu
Scientia Fundamentaliter et breviter
Numerandi Juxta ductum Cla-
rissimi Clausbergii Professoris
Matheseos in Academia
Lipsiensi.

CAPUT I.

In quo explicatur Introductio ad Scientiam Arithme-
ticam.

§1. Arithmetica, quae prima ac praecipua Universae Ma-
theseos Pars est sine qua partes aliae innumeris quaestionibus vix
ac ne vix quidem tractari possunt et consequenter in vita communi etiam
inaestimabilis est usus.

Est scientia per quam e quibusdam numeris da-
tis inveniuntur alii, quod ad datos seu cognitos relatio data.

v. gr. ut si fuerit inveniendus medius, qui duobus: sex et octo: junctim sumtis aequalis est; ex his enim datis et simul sumtis quaesiti numeri proprietas cognoscitur quod sibi ille datis numeris aequalis sit.

§ 2. Scientia est Promptitudo v. habitus rem aliquam qua defenditur ex principiis veris seu indubitatis demonstrandi. Si igitur **Arithmetica** tradenda ut scientia seu scientifice non satis est, Regulas vulgares juxta quas quaesitus Numerus inveniri potest observare, sed simul intelligi debet cur per Regulas illas quaesitus Numerus inveniri possit et debeat: sicut Scientiam Syllogismorum is habet qui non tantum scit et observat Regulas Syllogismorum, sed clare simul et distincte percipit Rationes per quas observatis Regulis Syllogismus et potest et debet esse bonus.

§ 3. Ergo in **Arithmetica** quoque aeque ac in aliis Matheseos Partibus, debet observari Methodus Mathematica.

§ 4. Per Methodum Mathematicam intelligo ordinem illum, quo in tradendis Dogmatibus suis utuntur Mathematici v. gr. Ordiuntur Mathematici a Definitionibus; inde ad Axiomata et Postulata, in Mathesi mixta ad Experientias seu observationes progrediuntur. His tandem Theoremata et Problemata superstruunt. Ubique vero Corollaria et Scholia si e re visum fuerit annectunt.

§ 5. Sunt autem Definitiones primae rerum notiones

quae

quarum ope res inter se distinguuntur et inde reliqua quae de illis concipiuntur deducuntur; per notionem autem intelligo quamlibet rei cujuslibet in repraesentationem.

§ 6. Definitio est vel Nominalis vel Realis. Nominalis est enumeratio notarum ad rem ab aliis distinguendam sufficientium unde tali vel tali nomine potest designari. Talis est quadrati cum dicitur esse figura et quadrilatera et rectangula.

Realis est notio distincta genesis h.e. modum quo fieri potest exponens. Talis in Geometria est circuli si per motum lineae rectae circa punctum fixum describi concipiatur.

§ 7. Definitiones aeque Nominales et Reales cum in se considerari tum inter se conferri possunt. Quidquid vero ex consideratione earum quae in una definitione continentur immediate deducitur Axioma vocatur. Si quid rei convenire aut non convenire enunciat: Postulatum vero si quid effici posse affirmet vel neget. Exempli gratia: Ex genesi circuli liquet omnes rectas ad periferiam ex centro ductas inter se aequales esse cum unam eandemque lineam in diversis locis repraesentent: Ergo haec Propositio est Axioma. Ast dum per eandem definitionem intelligitur ex quovis puncto quovis intervallo circulum describi posse id postulatum nuncupatur.

§ 8. Axiomata demonstratione non indigent qua-

niam

niam immediate ex definitione deducunt cujus veritas de-
finitionem intelligenti patet. Hoc idem et de Postulatis intel-
ligitur: Et hoc intuitu Axiomata et Postulata dicuntur aliquae Propositiones
per se notae aut ex terminis manifestae.

§. 9. Theorema est Propositio theoretica ex pluribus defini-
tionibus inter se collatis eruta: Ex gr. Si in Geometria Tri-
angulum cum Parallelogramma super eadem basi et eadem al-
titudinis conferas et Partim ex ipsis eorum definitionibus Partim ex
aliis ipsorum proprietatibus jam ante erutis infertur Parallelogram-
mum esse talis Trianguli duplum. Hoc ipsum est Theorema

§. 10. Duo sunt quae in omni Theoremate attentionem
merentur Propositio nempe et demonstratio. Propositio e-
nunciat quid rei cuidam sub certis conditionibus convenire possit
quid intra demonstratio Rationes exponit ob quas intellectus
illud ipsi convenire concipere valet v. gr. Triangulum est dimidium
Parallelogrammi si bases et altitudines fuerint sigillatim aequa-
les, est Propositio in qua tam basium quam altitudinum aequalitas
exprimenda: Cujus Propositionis cum taceas explicanti demonstratio dicitur

§. 11. Hinc quaelibet Propositio in Hypotheses et in The-
sim commode distinguitur, quarum illa conditiones recenset, sub quib. a-
liquid affirmatur v. negatur. Haec vero complectitur illud quod v.
affirmatur v. negatur. Ex gr. in Propositione allata Hypothesis

est: Si Triangulum et Parallelogrammum super aequalibus et eiusdem altitudinis existant: Thesis aut: Illud huius dimidium est.

§12: Propositiones sunt v. Negativae v. affirmativae. in Propositionibus affirmativis nexum intelligimus necessarium esse inter Hypothesin et Thesin: at in Negativis nexum invenimus impossibilem

§13: Nexum inter Thesin et Hypothesin in Propositionib. affirmativis repugnantiam in Negativis demonstratio manifestat: Principia vero demonstrationum sunt earum definitiones quae in Hypothesi ac Thesi continentur earundemque proprietates ex ipsis derivatae aut aliunde cognitae: Quoniam vero Principia in Mathesi ō admittuntur nisi quae ante fuerunt evicta definitiones ac Propositiones quib demonstrationes superstruuntur citari solent partim ut appareat genuina Principia adhiberi partim ut ignaris constet unde ipsorum certitudo haurienda.

§14. Problemata facienda proponunt et tribus partibus constant. Propositione scilicet Resolutione ac demonstratione. In Propositione quid fieri debeat indicatur. In Resolutione singuli actus ordine decenti recensentur quib. efficitur quod erat faciendum Denique in demonstratione evincitur factis iis quae Resolutio praecipit effectum intentum obtineri et tunc scivimus obtineri quod erat faciendum.

§15 Corollaria sunt certae Propositiones ad casus Speciales applicitae aut ex demonstratis Propositionib promo-

alveo

alveô fluentes. Primum Corollariorum Genus demonstratione non indiget quod si in Genere de omnibus in Universum casibus demonstratum fuit de hoc v. isto in specie ut denuo demonstretur opus non est. Ex. gratia ubi de omnibus triangulis ostensum est. Tres angulos simul una sumptos duobus rectis aequali idem in specie de Triangulis confirmari non debet. At alterum Corollariorum Genus demonstrationem requirit quoties nimirum ex aliis Propositionibus aliquid infertur Ratio enim illationis indicanda est v. gratia si Theoremati modo mentionato hoc Corollarium subjungatur. In Triangulo rectangulo unus tantum Angulus rectus esse potest. Ratio illationis non negligenda quod scilicet si duo ponantur recti tertius Angulus nihilo aequalis foret quod est absurdum.

§ 16 Scholia sunt certae veritates quae tam definitionibus quam Propositionibus earumque Corollariis annecti solent in quibus obscura declarantur usus doctrinae indicantur. Historia ac Fontes inventionum describuntur et alia sicuti jucunda et utilia inseruntur.

CAPUT II.

DE Objecto et fine Arithmeticae

§ 1. Objectum circa quod v. maxime occupatur Arithmetica

metica. est res quaecunque quae in se considerata notionem habet Unitatis: seu Ens quodcunque, quod certo respectu unum esse concipimus v. gr. florenus unus, Tallerus unus, Una auri tantalluna Millia, una Decas, Unum Centenarium, unum Millenarium etc. quae Unitates exprimi possunt per Literas A. B. C. D. ut consueverunt Matthematici.

§2. Unitates v. sunt Eaedem v. diversae. Eaedem sunt quae per eandem notionem agnoscuntur. Diversae sunt quae agnoscuntur per diversas. ponamus Ex gratia A esse Globum Lapideum B similiter Globum esse lapideum alium erunt A et B. unitates Eaedem sed si A. fuerit Globus lapideus C plumbeus erunt A et C unitates diversae rerum A et B et C ut Globos consideres erit etiam C. eadem Unitas cum A et B.

§3. Si Ens non est unum sed plura etiam alia in se comprehendat v. gr. Non et. A. Ens unum sed consideremus sed in B. C. D. ut eadem Unitates Ideam acquirimus numeri seu multitudinis v. gra. quando Floreno uni additur et alter jam habemus Ideam duor. si addantur tertius trium et sic porro: si uni Decali addatur altera tertia quarta quinta habebimus Ideas quatuor quinque Decales. Unde intelligitur Numerum non esse nisi Entia plura simul sumpta Ergo Unitas seu Unum non est Numerus sed Radix Numeri

§4. Si res aliqua seu Unitas quodam plura aliqua

aliqua in se comprehendat res illa seu Unitas dr. totum et plura illa in toto comprehensa dr. partes unde intelligitr totum aequale esse Partibus omnibus simul sumptis et vice versa: Partes omnes simul sumptas aequales esse toti. Et: Partem hanc v. illam minorem esse toto.

§ 5. Pars v. est aliquota v. aliquanta. Pars aliquota est quae aliquoties repetita integro sit aequalis. Pars vero aliquanta est quae repetita aliquoties semper v. major v. minor est toto.

§ 6. Entia Ergo commensurabilia sunt quae Partem aliquotam communem habent, v. quorum unum est Pars aliquota alterius. Incommensurabilia sunt quae nullam habent Partes aliquotas communes.

§ 7. Numerus est v. numerans v. Numeratus. Numerus Numerans est cujus Unitas denotat Ens in genere. Numerus Numeratus est cujus Unitas denotat certam quandam Entis speciem v. Genus quoddam determinatum. Ex gratia si quis simpliciter dicat 6 is non determinat quae nam sint illa Entia quae numerantur adeoque utitur Nro numerante. Contra si quis dixerit cum addito 6 Rubi aurei speciem Entium determinat adeoque utitur Nro numerato. Aliqui vocant Numerum Numerantem abstractum Numeratum vero concretum.

§ 8.

§ 8 Numeri inter se Homogenii sunt qui ad eamdem Hetero„ genei qui ad diversas unitates referuntur & gr. Ea Globi pro„ prietas est quâ ab aliis corporibus distinguitur quod singula pun„ cta superficiei a centro æqualiter distent. Ergo Nri qui exprimunt Globos quatenus sunt Globi sunt inter se Homogenii. At si Globos distingues per materiam, ex qua constant, et alios aureos, alios ut plumbeos species Nros habebis Heterogeneos. Hinc nos Globi aurei sunt Nri Homogenii inter se sed nos aurei et nos ar„ gentei sunt inter se Heterogenei.

§ 9. Numerus item alius est Integer alius Fractus. Integer est qui refertur ad Unitatem tanquam totum ad Partes: seu: Est in„ tegra Unitas. Fractus est qui refertur ad unitatem tanquam Pars ad totum. seu: qui non exprimit totam unitatem sed aliquod Uni„ eiusdem Unitatis partes et dr alias Sectio seu minutio.

§ 10 Numerus item v. Augetur v. imminuitur. Augetur quando plures unitates eiusdem notionis v. Nat. Nro dato superadduntr. Mi„ nuitur contra quando una aut plures Unitates dato Nro adimuntr. Nec alie:) quod bene notandum prœter has Nris mutationes con„ tingere possunt. Hinc intelligitr: si Nro aucto adimatr id qd erat auctus prodibit idem Nrus qui erat prius. Pariter si Nro imminuto ad„ jiciatr id quo erat imminutus idem Nrus prodibit qui erat ante im„ minutionem. § 11 Datus autem Nrus aliquis modis duobus pt augeri.

augeri 1mo: Quando unus aliquis aut plures Nri superadjiciuntur qui per se dato Nrô aut minores aut majores sunt. 2do Quando Nrô dato adjiciuntur tales Nri qui per se dato Nrô æquales sunt v. gratia Numerus tria aut ternarius augebitur quando eidem non præcise tria sed alium aliquem aut plures adjicio aliquos aut v semel v. pluries tria appono.

§ 12. Pariter Nrus aliquis datus duob. modis pô imminui 1mo Quando unus aut plures Nri minores prolubitu a dato Nrô subtrahuntur 2do: Quando unus aliquis Nrus à dato Nrô toties abstrahitur quoties est possibile v. gratia Quando primo ab eodem unum aut duo et tria abstraho v vero secundo: Quando Nrum duo toties quoties possum h.e. quinquies, aut tria toties quoties possum h.e. tot subtractio

§ 13. Quoniam mutatio alia Nris contingere ô pô quam illi aut augeantur aut imminuantur sed nec plures modos Nror aut augendi aut minuendi reperiri posse intelligamus quam duos et augendi modos aut duos imminuendi pariter concludimus ex datis certis Nris nulli alii Nri possunt inveniri quam qui pdictos modos augendi et minuendi reperiuntur Ergo aut primo: pô inveniri Nrus quicum duor Nror summam exprimit et vocatur **Additio** aut secundo pô inveniri Nrus qui æqualis sit Nrô dato aliquoties sumpto et vocatur **Multiplicatio** aut Tertio: Invenitur Nrus qui equalis sit differentiæ duorum datorum Nrorum quando scilicet unicus datorum Nrorum per alium imminuitur seu Nrus datus minor ex majore dato subtrahitur et dicitur Subtractio. aut Quarto invenitur Nrus qui declarat quoties aliquis Nrus datus per aliquem datum possit imminui vel quoties datus aliquis Nrus minor possit ex dato majore subtrahi et vocatur Divisio.

§ 14 Hae sunt quatuor illae Celeberrimae Arithmeticae species quae vulgo Algorithmus vocantur et quae sunt fundamenta omnium Calculorum numerationumque verum quia subtractio Tyronibus multiplicatione est facilior Arithmetici consueverunt dictas species proponere ordine sequenti. Additio nempe Subtractio Multiplicatio et Divisio.

§ 15 Finis Arithmeticae est numerare et explicare quot sint Res seu Entia simul ejusdem Naturae seu Nominis, seu enunciare quantus sit illarum rerum Numerus.

§ 16 Secundum communem consuetudinem in numerando non amplius quam tantum usque ad decem progredimur dicendo: unum duo tria: usque ad decem huc progressi inchoamus rursus taliter: Decem et unum decem et duo et rursus usque ad de…

ad decem qui exprimitur per Viginti. Tunc denuo incipimus per unum dicendo: Viginti Unum &c tertio usque ad Decem quem Triginta nominamus et sic porro: ita ut sicut primam Decadem nos nominamus Decem ita secundum Decadem Viginti, tertiam Triginta, quartam Quadraginta: usque ad decies decem seu centum eodem modo huc pervenientes redimus ad unum dicendo: Centum et unum centum et duo seu duocenta donec pervenimus ad decies centum quem Mille dicimus. hinc tertio redimus ad unum numerando: Mille et unum et duo et tria: usque dum pervenimus ad decies Mille. et sic porro dum perveneriuius ad millies Mille quem Millionem vocamus.

§ 17. Ne vero in Numeris majoribus confundamur morem Gallicum solent Arithmetici imitari, juxta quem uti millies Mille Millio dicitur, ita millies Mille Millio dicitur Billio millies mille billio dicitur Trillio et millies Mille Trillio dicitur Quadrillio.

§ 18. Quaeritur: Num modus numerandi ab uno usque ad decem jam explicatus sit Naturalis seu Necessarius. R. Naturalis et Necessarius non est nulla enim ratio reperiri potest quare non liceret numerare ab uno usque ad tria aut quatuor aut quinque infra decem aut supra decem usque ad tredecem quatuor decem Ergo modus Numerandi praescriptus omnino est. tant ex consvetudine cui occasionem dedit insitmitas hominum juxta quam homines in numerando in exercitan tes ipsas numerabant per decem digitos.

Nota si pecuniae numerant majoris valoris in diversis Regionib. diversa Nris car centies mille Tonna auri vocant v. g. apud nos centies mille floreni ut in apud Polonos Tonnam Auri conficiunt apud Lipsienses Mercatores in Germania centies mille Taleri ut apud Anglos todem Librae sterlinganae faciunt unam Tonam Auri.

§. 19 Ut aut huius rei ejusdem Nrae eo melius et intelligant et explicent excogitati sunt sequentes Characteres Figurae seu Notae Numericae 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. Hi characteres possunt vocari communes hoies enim ut plurimum his characterib. utunt in Europa interim negari non pont alios in characteres ab his diversos ab aliis Nationib. fuisse excogitatos Ergo decem illa Nomina quib. illi Characteres designant Unitatum Nomine veniunt.

§ 20. Ut aut per hos eosdem characteres possint exprimi Nri in majores v. Denarii Centenarii. Millenarii. Milliones Billiones Trilliones. dant ipsis et nomina et significationes ex loco quem describi occupant v gr. si aut soli

scrib.

scribantur aut compareant in Loco primo ad dextram unum seu unitatem simplicem significant in secundo decem seu decem unitates in Tertio Centum in Quarto Mille, et sic porro progrediendo á dextra versus sinistram v. g. 3875 Numerus 5 ad dextram in primo Loco unitatem Numerus 7. in secundo loco decades, in Tertio Numerus 8. centenarios in quarto Numerus 3. millenarios significat et sic exprimuntur Tria millia octingenta septuaginta quinque Ergo Numerus 5. quinque unitates simplices. Numerus 7. septem decades, Numerus 8. octo centenarios Numerus 3 tres millenarios exprimunt.

§ 21. singula igitur loca Numeros seu Characteres certas denotant unitates et quidem ita ut primus ad Dexteram locus minores, alii vero a Dextra versus Sinistram Majores exprimant unitates juxta suum ordinem seu locum:

§ 22. Magnitudo vero seu quantitas Unitatum ordinarie a Dextra versus Sinistram augetur semper per Decies nimirum unaquaque Unitas in Primo loco ad Dexteram significat Unum in Secundo Decies Unum seu Decem in Tertio Decies Decem seu Centum, in Quarto Decies Centum seu Mille. in Quinto Decies Mille in Sexto Decies Decem Mille hoc est Centum Mille. hoc est Millionem & sic porro.

§ 23. Hinc intelligitur Magnitudinem seu quantitatem

Unitat.

unitat. post duos locos inferiores augeri pr per decies decem h.e. per centies quia primus locus ad dextram significat unitatem seu unum, tertius centies unum seu Centum, quintus Centies centum h.e. decem millia, septimus centies decem millia h.e. millionem: Pariter Magnitudo unitatum post tres locos inferiores a dextris augetur per decies Centum h.e. per millies, primum primus locus ad dextram significat unum. quartus millies unum aut mille septimus millies mille h.e. millionem et sic porro.

§ 24. Si aut. haec consideremus retrorsum a sinistris ad dextram observari debet quod Magnitudines Unitatum ordinarie et continuo decrescant per decies v.g. in quarto loco una quaeque unitas significat mille in tertio decimam partem ex mille h.e. Centum. in secundo decimam partem ex Centum h.e. decem. in primo decimam partem ex decem h.e. unum. similiter diminuitur Magnitudo Unitatum post duos locos versus dextram per Centies et sic porro.

§ 25. Sicuti igitur unitates juxta situm seu locum a dextris ad sinistram infinitum modo praemisso augentur per decies Centies millies &. ita possunt retrorsum diminui infinitum si minuitur ex una tota unitate in primo loco ad dexteram abscindatur pars decima et rursus ex hac decima pars alia decima

quae

quæ Partes fractiones aut fracti Numeri dicuntur et to-
ti unitati ad dextram linea interposita adjungitur.

§ 26. Quando Numerus aliquis constat ex plurib. ci-
fris seu Characteribus significationis una quæque cifra seu
character respectu ad Nrum totum est tanquam membrum seu pars
totius Nri habetque suum peculiare nomen unitatis omnes
autem Partes simul constituunt totum Nrum exprimunt aut mo-
do consueto v. gratia Nrus 3575. florenos enunciatur tan-
quam magnus aliquis Nrus florenorum seu unitatum sic: Ter
mille octingenti seu totidem Unitates florenorum.

§ 27. Ex his intelligitur Characterem nullius signi-
ficationis .0. qui nulla vocatur inservire in Nris scriben-
dis et enunciandis intelligendisque ad implenda loca vacua
ut ordo et significatio Numerorum conservetur v. gratia in
Nro 40. nulla .0. implet primum locum ad dexteram Nro
significativo vacuum id efficit ut Nrus 4. in secundo
Decadum loco positus non quatuor sed quater decem
hoc quadraginta significaret Unde intelligitur cur Cha-
racteres 600. sex et duæ nullæ sex centum et alii
sex et tres nullæ 6000 sex mille significent nullæ
n ibi duæ hic tres Nro 6 additæ notant ibi signifi-
cationem sexies Centum seu sex Centa hic sexies.

mille

mile. Hinc intelligitur nullam 0 ad sinistram Rei positam neque aliquam utilitatem neque significationem habere respectu habita ad illum cui preponitur v. gratia 0 et 4. signifi; cat tt. 4. duo .00. et 6 significat quia ciffra significativa Locum tenet suum.

§28 1sto Problema. Numerum quemcunque tam minorem quam majorem enunciare h.e. cuilibet characteri valorem competentem assignare. Resolutio 1ma Visas numerum tribus expressum characteribus. Enunciare tamen 2do Numerus quicunque major per commata dividatur in Clas ses. tribus characteribus expressas initio a dextra ver, sus sinistram facto mox. 3tio: Post duas classes Tertiæ classis primæ notæ a dextris appone punctum post quartam classem quintæ classis notæ primæ appone duo puncta: post sextam classem septimæ classis primæ notæ ap pone puncta tria et sic porro deinque 4to Enuncia primam classem ad dextram per unitates secundam sequentem per millenarios seu per mille unitates, tertiam classem super cujus prima nota punctum visitur per milli; onem et sequentem rursus per mille hoc per aliquot millie s milliones, porro quintam classem super cujus prima nota

a dextris

a dextris duo puncta visum enuncia per Billionem et sequentem rursus sextam rursus per mille h.e. per aliquot Millies Billiones et sic porro.

Enunciatio vero Nri cujuscunque seque minoris ac majoris a sinistra versus dextram ab ultima nota debet inchoari et sic fa,, ctum erit quod erat faciendum Exgrã Ntus sequens.

2, 125. 473 6.13. 578. 432 597.

Si enunciandus veniat Tyro enunciet primam classem a dex,, tra sc. 597. addat huic secundam classem millenario 432. millia his iterum addat tertiam classem millionum 578. milliones his rursus quartam classem millium Millionum 613. millia Milli,, onum his iterum addat quintam classem Billionum 473. Billio,, nes et sic porro in infinitum quibus bene intellectis dictum ma,, gnum Nrum enunciabit Tyro taliter duo Trilliones 125 millia Billi,, onum una cum quadringentis septuaginta tribus billionib. 613. millia Millionum una cum 578. millionibus 432 millia 597.

Pariter numerus major est.

83.409 761 052, 700080.0006. enunciari debet taliter: Octoginta tres Trilliones quadringenta et novem millia Billionum una cum septingentis sexaginta uno Billi,, onib. Quinquaginta millia duo Millionum una cum septingen,, tis Millionibus octoginta millia et sex.

Demon

De Objecto & Fine Arithmeticae

Demonstratio: Hos Numeros recte esse enunciatos patet ex eo quod singulae Classes Nor pro ratione valoris loci qm occupant sint enunciati quatenus non a Classibus Nuor sed in singulis notis seu characterib. Nor suus valor est attributus; ita ut Nro qui est in primo Loco classis primae attributa sit unitas simplex sequenti decas simplex, tertio centenarius simplex. Pariter primo Nro secundae classis unitas millenarior secundo decas millenar. tertio Centenarius millenar. similiter primo Charcteri tertiae classis unitas Millionum. secundo decas millio. tertio centenarius Millionum secundo Decas millenarior millionum pariter quartae classis attributa est unitas millenarior millionum tertio centenarius millenarior millionum et sic porro:

§ 29 Exempla alia etiam Exercitii causa exequenda sunt 1mo: Cum Globi Terraquei Peripheria aut circumferentia vulgo deputetur esse milliarior Germanicor 5400. unum quodque Milliare vero contineat in se pedes Rhenlandicos 20,000. consequenter tota Globi Telluris peripheria exprimi potest per Numer. - - - - 108,000,000. Quaeritur Nrus statim descriptus quomodo possit enunciari. R. centum et octoginta Milliones.

2do: Cum secundum Cassini Calculum minima solis a Tellure

distantia

distantia valeat Milliaria Germanica 18598.360. conseq. Pedes Rhenolandicos - 371,967.200000 Queritur qui possint describi statim Nri exprimi - Primo decem et octo milliones quingenta nonaginta octo millia trecenta sexaginta Posterior ta, liter: Trecenta septuaginta unum millia Millionum una cum nongentis sexaginta septem millionibus Ducentis mille

3tio: Secundum calculum Astronomo Scriptoria seu circumferentia Solis praxine conficit milliaria Germanica 596 489. aut Pedes Rhenolandicos taliter: 11 989 780000 exprimi per taliter: Undecim millia Millionum una cum nongentis octoginta novem millionibus septingenta et octoginta millia

4to Eruditissimus Archimedes in suo arenar Calculo de,, monstravit quod si Nro qui exprimit unum 1. adjunxerimus nullas 51. Nrus ille adequabit Nrum arenar totius universi, po,, terit tamen enunciari taliter: Millies octiliones aut millies octies Milliones.

Problema 2dum Numerum quemcunque majorem in describere ita ut pateat unicuique character in scribendo suum lo, cum assignare: Quoniam descriptio Nri cujuscunque ad modum e,, nunciationis fit a sinistris ad dextram nimirum uti enunci,, ari

amus ita ut scribimus majores unitates primum mox minus,,
tes ac minores unitates donec perveniamus ad minimas
certum est illos numerum quemcunque facile posse describere
bere qui eosdem possint enunciare.

Nam 1mo: scribere classem Nri majorem usque dum con,,
tingat pervenire ad nomen Nri millenarii millionis Billionis: Tan,,
dem observa classem aut millionarii aut Millionis aut Billionis et in tot
classes modo superius specificato divide Nrum quot Nrus datus
requirit max requisitos Nros singulos in sua spatia divisos descri,
bere ita tamen ut si in aliqua classe nota significativa desit to,
cum talem supleas nota nullitatis 0 Ex gratia Si octoginta tres
Trilliones sint describendi 83. scribo primum sed simul ac audio
Trillionum mentionem tot classium spatia consigno quot idea Tril,
lionum requirit h.e. designo sex classes et Nrum 3. punctis vibus noto
ad designandam ideam Trillionis et si debeam describere 83 Tril,
liones tamen dicta sex classium spatia nullis repleo taliter:

83,000 000 000 000 000 000.

Aliud Exemplum Peripheria Lunae dr esse circiter 1440 mil,
liarium Germanicorum qui Nrus resolvendos si singula Milliaria
contineant in se pedes 20 mille conficit 24 millionis 900 80
mille Quaestio

Quaeritur quomodo dictus Nrus per notas Numericas exprimatur

R. taliter 28 960 000. Aliud exemplum Lunae á Tellure distan,,
tia minima juxta Cassini calculum exurgit ad milliaria 45 580
v. Pedes Rhenolandicos nongentos et undecim milliones sex
centies mille. Quaeritur quomodo habeat dictus statim Nrus notis
Numericis exprimi. R. scribo 911 600 000.

§ 30. Ex praemissis sequuntur theoremata sequentia Imo
quando Nrus aliquis ad dextram unam nullam appositam nanciscitur
decies major erit quam erat prius et si duae nullae apponantur de
cies decies v. centies erit major si tres apponantur decies cen
ties v. millies erit major et sic porro. V. gratia. sit Nrus 47. cui ap,
ponatur una nulla exsurget Nrus 470: qui intelligitur centies esse
major Nro dato 47. si duae nullae apponantur exsurget Nrus
4700. qui Nro 47 dato intelligitur centies esse major si 4.
nullae apponantur exsurget Nrus 470000. qui millies major
est Nro 47. quae veritas demonstratur taliter:

Quando numero cuicunque una nulla apponitur singulae notae
Numericae a dextra versus sinistram uno loco promovebuntur Consequenter
una quaeque nota Numerica per hoc decies major erit quam prius
nimirum nota quae prius denotabat unitatem nunc per locum quem nan,,
ciscitur exprimit decadem et qui denotabat decadem nunc exprimit

Cente-

Centenarium pariter quae prius centenarium exprimebat denotat millenarium et sic porro: Ergo cum singulae notae quae sunt partes dati Nri ita augeantur totus Numerus necessario augeri debet Q. E. D.

Hoc ipsum verum esse intelligitur ex modo praemisso si duae sive si quatuor nullae apponantur.

Hinc sequitur 2do: Si cui Nro non nulla: sed Nrus aliquis significationis v. gratia 1.2.3. apponatur ad dextram pariter augebitur Numerus ut prius et decies major erit hoc addito quod praeterea consequatur Unitates illas quas in se comprehendit Nrus appositus ergo quando Nro 47. Nota Numerica 3. superadditur Nrus exurgit 473. decies major quam erat prius: sed praeterea comprehendit in se tres Unitates etiam.

Hoc idem accidit in aliis quoque casibus quando scilicet aut duo aut plures unitates super adjiciuntur nam tunc etiam decies major erit Nrus qui erat prius et praeterea comprehendit in se summam Notae Numericae superadditae.

3tio: Quando Nrus aliquis unam aut plures nullas appositas habet et adduntur illi una nulla, Numerus datus erit decies minor si adimantur duae nullae erit centies minor si tres nullae millies minor, quam erat prius, quia manet post abscisionem nullae unius pars decima; post abscisionem duar. nullar pars centesima, post abscisionem trium nullar. pars millesima. &c. Exempla.

Quando nulla una adimitur e Nro 470. remanent 47. i. pars 10ma post abscisionem duae nullae e Nro 4700. remanent ite

rum

rum 47. pars centesima dicti Nri: post abscissionem trium nullarum e Nro 47000. remanent iterum 47. pars scilicet millesima dicti Nri. Ergo Nrus 47. est pars decima Nri 4700. pars millesima Nri 47000.

Demonstratio: In dictis casibus singulæ partes dati cujuscunque Nri seu singulæ ciffræ a singula ad dextram retro truduntur. Locum majoris valoris cum minore permutant consequenter imminuuntur per decem. Ex Dicta.

Quæ nota prius occupabat locum millenarior et notabat millia nunc occupat locum centenariorum et denotat centum, et quæ locum centenariorum occupabat jam occupat locum denariorum seu decadum et significat decem, quæ vero occupabat locum decadum occupat locum unitatis. Ergo si una nulla a dextris aufertur quoniam singulæ partes Nri imminuuntur per decem, totus etiam Nrus per decem imminutus haberi debet. Q.E.D.

Si tamen Nrus ille quem abjicio significativus sit obtinet quidem hoc quod totus Nrus, imminuatur per decem: non potest tamen dici quod Nrus residuus sit pars precise decima aut centesima, aut millesima. Nri prioris dati. V. Dicta.

Si Numerus datus sit 473. et nota 3. abscindatur ab eo potest quidem dici quod 47. Nrus residuus sit pars decima ~~Nri da~~ Nri 470. ast non est pars precise decima nri dati 473. sed Nrus 47. una cum tribus partibus decimis seu $\frac{3}{10}$ est pars decima Nri dati 473.

§ 31. Ciffra seu nota Numerica minima v. g. 1 ad sinistram Numeri cujuspiam posita plus comprehendit in se quam omnes reliquae notae simul ad dextram collocatae.

Demonstratio. Maxima Numerica Nota cum unitates simplices describuntur est 9. si tamen eidem praeponatur unum Nota Numerica 1 plus continebit in se quam 9. significabit enim 10 i.e. praeter 9. unum. Sic Numerus maximus duarum Notarum est 99. sed si eidem praeponatur unum illud plus continebit in se cum sit jam in tertio Loco quam 99 simul significabit enim Centum i.e. 99 et 1.

Sic sese res habet in trium Notarum Numero maximo i.e. 999. si eidem praeponatur unum significabit mille i.e. praeter nongenta 99. unum. &c.

Hinc sequitur inter duos datos Numeros semper major est ille qui plures ciffras seu Notas Numericas habet v. gratia inter duos datos Numeros 100 et 99. prior plus significat quam 99 hic Nam si nota 1. praeponeretur illa sola plus contineret in se quam reliquae omnes notae ad dextram eo magis plus continebit in se Numerica nota major. v. gratia. 200. plus continebit in se quam 100. quilicet sint notarum aequalium Nota tamen prima ad sinistram major est Sic 86321. Major est Numero 79999. Sed enim primam Notam ad sinistram majorem.

Nota: Hoc ipsum verum est non tantum de prima ad sinistram nota sed etiam de sequentibus si primae notae aequales sint. Semper

semper n. inter duos datos Numeros ille major erit qui post notam v. notas aequales in correspondentibus locis notam habuerit majorem v. g. Nrus 85267. major erit Nrō 84361. quia post notas ad sinistram aequales nota 5 major est nota 4. sic Nrus 86371 major est Nrō 86299. quia post duas notas aequales notam 3. habet nota 2 majorem.

§ 32 Si inter duos Numeros inaequales Cifris seu notis aequalibus constantes non pot. minorem majori decies contineri.

Demonstratio: Ponamus Numerum minorem in majori contineri decies, tum ad minimum tam magnus deberet esse major quam est minor decies sumptus, et tam magnus ac si minori ad dexteram nulla o adderetur conseq. tam magnus ac est Nrus pluribus quam ipse notis constans. Atqui hoc absurdum est ostendimus n. Numerum pluribus notis constantem quam constat is cum quo confertur semper esse majorem. Ergo sequitur Numerum minorem in minori in dicto casu decies non posse contineri.

§. 33. Si denique duo Numeri quorum unum Cifra seu nota una dicto est minor: sed ad sinistram nota in minori major est, nota majoris pariter ad sinistram dico Nrum datum minorem paucioribus vicibus contineri in majori quam decies et decies contineri non posse.

Demonstratio: Hujus theorematis demonstratio eadem fere est quae praecedentis ponamus in Nrum talem minor decies

contineri

contineri in majore deberet ille ad minimum tam magnus esse quam minor decies sumptus & tam magnus quam minor eic si eidem, nulla superadderetur cons. tam magnus quam eic Nus qui cum eodem equales Cifras haber et simul ad sinistram Cifram majorem Atque hoc ut ostensum est superius est impossibile unde sequitur minorem talem nunquam decies in majori contineri posse.

CAPUT IIII

DE Quatuor Speciebus Arithmeticae et in specie DE Additione

§1. Addere nihil aliud est quam diversos datos Nros in unam eorum summam redigere ita ut inveniatur Nrus qui diversis datis Nris simul sumptis equalis sit.

Nota: dati Numeri dr summandi Nrus aut quisque Additionem invenitur. Summa Collectio Aggregatum dr. Ergo respectu habito ad hanc summam Nri summandi tam summae quasi totius partes

§2. Quoniam vero Nrus non est nisi plu-

Lium

&c.

rium unitatum collectio ideo Additio fit quando ad datos quosdam Nros unitatum aliæ unitates, aliæ post alias adjiciuntur v. g. quando tribus unitatibus datis adjicio 5 alias unitates aut quod idem est quinque unitatibus adjicio tres alias unde quæsita summa colligitur

§. 3. Ast quia non possunt Numeri juxta præmissum modum in unam aliquam summam colligi nisi constent ex novis ejusdem Naturæ v Nominis ideo Nri summandi ejusdem Nominis debent esse quali Nrorum summa in summandorum insigniri debet:

Quocirca ciffras seu notas quæ minores unitates denotant unitatibus minoribus quæ decades denotant decadibus, quæ centenarios denotant centenariis addimus seu annumeramus unamquamque unitatem ad sui similes

§ 4 Hinc offert se nobis Problema Numeros quoscunque datos addere Resolutio 1ma: Numeri homogenei seu ejusdem Naturæ et Nominis ita scribantur ut incipiendo a dextra unitates unitatibus decades decadibus Centenarii Centenariis Millenarii Millenariis &c in eadem Columna Nro repetantur.

2do: Descriptis modo præmisso Nris subducatur linea recta ne aggregatum cum aggregandis seu summa cum summandis confundantur. Sum.

3tio: Numera Ciffras seu notas primæ Columnæ ad dextram: unitates simplices et summam earum illis subscribere.

De Additione

4to: Si in praemissa summa unitatum simplicium Decades reperiantur eas decadibus Nrorum datorum addi oportet. Decadum vero summa sub decadibus est collocanda et procedendum est in modo mentionato ulterius etiam ad columnas centenarios millenarios. usque ad Nrorum Locum ultimum versus sinistram ita tamen quod uti ex columna unitatum simplicium decades decadibus attribuuntur ita in ex columna decadum si reperiantur centenarii attribuantur centenariis et ex columna centenariorum, millenarii attribuantur millenariis et sic porro. Nam hac operatione taliter peracta debita summa quaesita reperitur si velles Nros.

3597. 154. 9068. et 85.

Addere debes summandos Nros juxta resolutionem ita describere ut unitates unitatibus decades decadibus in eadem Columna respondeant taliter.

```
 3597.
  154.
 9068.
   85
------
12904.
```

Hoc facto inquire in summam unitatum simplicium a dextra in prima columna addendo 5. et 8 et 4. et septem aut uti in Algebra dicitur. 5+8+4+7. et reperies summam ejusdem columnae 24. notam 4. unitatis simplicis subscribe Columnae unitatum

simplic

simplicium et notam 2 quæ est in secundo loco decadum adde Nris decadum in columna secunda : 2+8+6+5+9 et habebis 30 nullam 0 subscribe columnæ decadum sed 3. quia pertinet ad columnam centenariorum sequentem adde Nris centenariorum 3+1+5 et habebis summam columnæ centenariorum 9. denique adde et Nros 9 et 3. in columna quarta millenariorum et habebis 12 quem Nrum tanquam Nrum ultimæ columnæ exprimere seu subscribe totum 2. ut millenarium columnæ 4 millenariorum et 1. columnæ decadum millenariorum quæ hic est imaginaria summa igitur 12904. æqualis est datis ijsdem Nris omnibus.

Ex gratia: Si dati et superius descripti Nri A B C et D sint floreni et summa etiam E dicta florenos significabit at si sint grossi grossos si cruciferi cruciferos.

Demonstratio: Si unitates simplices unitatibus decades decadibus centenariæ centenarijs Millenariæ millenarijs sunt additæ. Nros datos recte esse additos constat Atque liquet ex operatione ita esse factum Ergo Nri dati recte sunt additi. : Nri summandi simul sunt tota summa seu sunt partes summæ ut totius.

§ 5. Exercitii causa alia adhuc Additionum Exempla sunt videnda quæritur 1mo Quot anni effluxerunt a Creatione mundi usque ad diluvium. R. Si ab Adamo usque ad Sethum generatum effluxerunt Anni 130 ab ipso Seth usque ad Enos 105. ab Enos usque ad Cenan 90 a Cenan usque ad Malaleel 70. a Malaleel usque ad Jared 65. a Jared usque Henoch 162. ab Henoch

usque

usq ad Metusala 65. à Metusala usqz ad Lamech 187. a La-
mech usqz ad Noach 182. à Noach usq ad diluvium 600 scribantr sic.

130	2do: Quaeritur quando filii Israël numerati sunt in
105	deserto quot capita viror. bello apta sunt reperta.
90	
70	R. Iuxta calculum nrorum capitolue expositum reperta sr
65	
162	Capita. In tribu Rhuben.
65	
187.	
182.	
600	
1656	

46500 - - - - - - - - In tribu Rhuben
59300 - - - - - In tribu Simeon
45650 - - - - - - In tribu Gaad
74600 - - - - - In tribu Iuda
54400 - - - - - - In tribu Isachar
57.400 - - - - - In tribu Zabulon
40500 - - - - - In tribu Ephraim
32200 - - - - - In tribu Manasse
35400 - - - - - In tribu Beniamin
65700 - - - - In tribu Dan
41500 - - - - In tribu Aser.
53400 - - - - - - In tribu Naphtali

603550 Ergo in summa Capita bello apta erant 603550.

3tio: Quaeritur: si sex socii Mercatores A B C D E F unusquisqz
pro se certam pecuniae partem deposuit ita ut
deposuerit A flor - - - - 100 000
B - - - - - - - - 75 000
C - - - - - - - - 56 500

D	....	18720
E	....	45000
F	....	36144
		361364

§ 6 In majoribus calculis quando tam multi Numeri addendi sunt ut illorum notae seu cifrae in suas columnas collocari non possunt Additio peragitur particulariter, et certa pars summandorum Numerorum additur et summa illorum ut par est consignatur, mox et alia pars additur et ut prius summa ejusdem consignatur, et si porro si plures sint particulae Numerorum tandem summae illae diversae in tam summam summarum indicabit. Aut vero in hoc casu si summa columnae primae ascendat non tantum ad Decades: sed et ad centenarios aut ad Millenarios parti superiori columnae unitatis simplices nota additur seu superscribitur columnae unitatis. nota Decadis columnae, nota centenarii columnae centenarii, et ita modo consueto **Additio** peragitur et invenietur summa quaesita.

§ 7. Quaeritur: quare Numeri summandi more consueto columnatim sibi invicem subscribuntur num quia Additio modo alio peragi non possit.

R. Etiamsi Numeri summandi sibi invicem non subscribantur Additio potest peragi modo is qui operatur capax sit singulas notas seu Ciffras summandorum Numerorum ad sua loca referre unitates unitatibus decades decadibus centenarios centenariis addere Ex. Data 36482

sid

si debeat addi N^ro 573691 per circumspectum operantem etiamsi sibi invicem non subscribantur modo premisso addi possunt et summa quaesita 610143. invenitur p^o.

Ast quoniam error facile subrepere p^t cum cogitur calculator oculos ex hoc N^ro in alium transferre columnatim. N^ri summandi sibi invicem subscribuntur ideo ut N^ror^m summandor^m ejusdem nominis unitates in suis locis propriis directe oculis objiciantur.

§ 8. Queritur item: quare Additio semper peragitur a dextra versus sinistram incipiendo a Loco dato N^ri minoris valoris et sic progrediendo ad Loca N^rar^m majoris valoris.

R. Ideo est ut si contingat in Additione unitatum minor notam aliquam Numericam pertinere ad sequentes unitates majores illa possit addi unitatibus suae notae. v.g. quia si in additione unitatum minimar^m reperiatur nota decadum illa addatur decadibus si in his reperitur unitas centenariorum addatur centenariis et si in centenariis reperiatur unitas Millenariorum addantur millenariis

CAPUT IV

De Subtractione

§ 1. Subtractio vocatur quando datus aliquis N^rus ab alio N^ro dato seu majori v. aequali subducitur ita ut per illam subductionem

invenia-

inveniatur Numerus aliquis quaesitus qui differentiae inter duos datos Numeros aequalis sit.

§ 2. Numerus ille datus ex quo alter datus subtrahitur vocatur Subtrahendus. Datus vero ille alter qui subtrahitur dicitur Subtrahens seu Subtractor. Numerus vero tertius quaesitus et inventus nominatur differentia. Residuum aut Numerus Supermanens

§ 3. Unde intell: Subtractorem et Residuum partes esse subtrahendi quae simul sumptae totum subtrahendi constituunt, quoniam ambo ipsi Numeri si addantur aggregatum constituet subtrahendum.

§ 4. Quoniam vero Numerus quicunque non est aliud quam plures unitates ex definitione ideo tamen contingit Subtractio quando a subtrahendo unitates subtractoris per partes adimuntur v. gratia tune subtraho 3 ex 8. subtrahendo et remanebit quaesitus Numerus 5.

§ 5. Quoniam Subtractor et Residuum sunt partes subtrahendi ut diximus quales sunt partes tale debet esse et totum et quale totum tales partes quia partes simul sumptae sunt totum et totum comprehendit in se, partes omnes sequitur subtrahendo subtractorem et Residuum esse unitates ejusdem Nae seu Nois.

§ 6. Subtractio peragi debet modo eo ut nota Numerica seu ciffra unitatem simplicem notans subtrahatur ex unitate simplici, ciffra vero decadum ex decadibus Centenaria ex Centenariis Millenaria ex millenariis et sic porro. Nota Numerica quaecunque est nota Numerica sub Nro.

Problema: Numerum quemcunque minorem ex alio majore subtrahere. Resolutio 1ma. Nros datos subtrahendum et subtractorem prout communiter observatur et uti fit in Additione in subscribuntur sibi invicem.

2do: Modo promisso descriptis subduc Lineam ne id quod residuum est confundatur cum datis: subtrahendo et subtractore. 3tio Dum à dextra incipiendo subtrahe unitatem minorem ab unitate minori decadem à Decadibus Centenariam a Centenariis Millenariam à Millenariis et residuum scribe infra Lineam aut si nihil erit residuum nullam in Loco suo competenti unde residuum oritur quando denique ita in loco aliquo v. unitatis v. decadis v. Centenarii v. Millenarii major nota Numerica occurrat in subtractore quae subtrahenda venit à loco subtrahendi in quo aut nulla est aut minor aliqua nota tunc mutuari debet è loco subtrahendi superiore unitas certa quae addenda venit, aut nullae 0 aut notae significativae minori loci inferioris quae nota addita jam 10 denotat et tunc subtrahatur ex taliter aucto Nro dicta nota subtractoris residuum infra Lineam in loco suo competenti scribendum est.

Tandem mutuo sumpta addi debet notae subtractoris ejusdem loci cum nota subtrahendi et simul subtrahi debet è nota aut Nro subtrahendi ejusdem loci et residuum

iterum

iterum in loco suo competenti infra Lineam scribendam est. et sic porro donec singulis locis residua inveniuntur et infra lineam scribantur sic invenies Reus quaesitus e g. si volueris Numerum 9016 8063. e Numero sequenti majori ---
1300 42. 965. subtrahere describe modo sequenti
subtrahendum --- 130 042. 965
subtractorem --- 90 1 6 8 0 63. subtracta Linea
incipe a dextra --- 39. 87. 4 9. 02. subtrahe in itia
ex 5 loco inferiore si subtraxeris remanebit 2. qui subscribi debet in loco competenti in primo Loco si 6. subtraxeris ex 6 remanebit. 0. loco in secundo ponenda inde ascendendo ulterius in Locum centenarium si subtraxeris 0 ex 9 remanebit 9. Loco competenti ponenda inde in loco millenario nota 8 subtractoris major e. 2. subtrahi cum non possit a nota. 4. Loci sequentis mutuo sumpta, nota 1. huic deducta facit 12. Ergo 8 ex 12. subtractum reliquit 4. loco millenario competenti subscribendum tandem progrediendo ulterius cum nota 1 ex 4 sumpta et needum re ipsa subtracta addi debeat ipsi subtractoris notae 6 ita ut 6 et 1. faciant septem quem cum rursus ex 4 subtrahere non possim ex sequenti sini, sterioni Loco in quo nulla 0 repetitis rursus nota 1. mutuari debet et cum 4 composita facit 14. ex quo si 7. demaseris

residuum erit 7. competenti Loco infra Lineam ponendum progre,,
diendo ulterius cum nota 1. mutuo sumpta et notae subtractoris 1 addi,
ta facit 2. quem rursus non possum subtrahere ex nulla ô Ergo su,
mo rursus 1 e loco superiore sequenti qui cum nulla 0 facit 10 ex quo
si duos subtraham reliquentur 8. quem iterum suo loco infra lineam
subscribe progrediendo alterius in subtractore reperio 0. cui op,
positum habeo 1. mutuatum quod iterum cum ex 0 subtrahere nō
possim e loco sinisteriori mutuo summo 1. qui cum 0 facit 10 ex quo
1 illud demptum relinquitur 9. suo loco subscribendum idemque
una cum mutuo sumpto 1. faciens 10. cum subtrahi non possit ex
3. subtrahi debet ex 13. qui fit ex 1. mutuo sumpto et ex 3. et
reliquuntur 3 loco competenti ponenda: Postremo quia in subtra,,
ctore nulla alia sit amplius nota 1. mutuatum subtrahitur ex 1 et re,
manebit 0 quod. 0. cum hic nihil significet non scribitur et sic
quae sit resi. summa patet 398.249.02.

Demonstratio: Si totus Nrus datus minore toto Nrō dato majore ritè est subductus Nrus residuus erit certissime Nrus quaesitus Atqui si operaō proba est Nrus datus hic minor e Nrō dato majore ritè est subductus quia singulae partes Nri minoris a singulis Partibus majoris subductae sunt. Partes autem singulae toti Nrō sunt aequales Ergo Nrus Residuus erit certissimè Nrus quaesitus Q. E. D.

Exempla alia jam videamus Exercitii causa 1mo Per,,
ceptor.

ceptor quispiam percepit Florenos 120000. expendit in Loca debita . . . . 45708 Quaeritur quot Floreni restant in Cassa R. . . 74292. 2do: Noster Annolum a condito Mundo facit Annos 5722. At a Christi nativitate usque praesens tempus sunt 1773. Quaeritur quot anni effluxerunt a condito Mundo usque ad ~~Nativitatem~~ Nativitatem Christi R. . . . . 3949.

3tio: Quidam Dux Exercitus cum confligeret cum hoste habuit sub directione sua Milites . . . . . 30000. Sed facto conflictu Milites sunt tantum . . . . . 18397. Quaeritur quot sunt Milites qui periere. R. 11603.

§7. Subtractionem ut par est fundamento intelligendam requiruntur sequentia 1. Quod ex consuetudine o veniat quod Numerus subtrahendus primo scribatur. Subtractor tandem subscribatur et linea subducta tandem residuum annotatur potest hoc fieri ut Subtractor superior subtrahendus inferiorem occupet locum et mox linea subtracta adscribatur residuum aut: ut residuum occupet locum superiorem Subtractor inferiorem et subtrahendus ultimum inferiorem aut residuum superiorem occupet subtrahendus 2do et subtractor ultimum si igitur contingat ut in calculo res subtrahendas subtractor prius scribitur subtrahendus adjiciatur nulla necessitas est cur mutetur locus Nor et subtractor post ponatur subtrahendo.

Anno

1mo contingere pt. ut Subtrahendus in eadem linea sit cum Subtractore observatis tn observandis Subtractio peragi pt nisi Notae dati subtractoris aliqui majores sint Notae subtrahendi modo observa, ti ut unitas ex unitatibus decas ex decadibus Centenarius ex centenariis subducatur.

2. Solet in occasione Subtractionis nota Numerica subtractoris in classe in qua nota subtractoris major est nota subtrahendi: Puncto notari ut sciatur notam illam unitate auctam esse et additam subtractoris notae, a nota subtrahendi subtrahendam venire at illum in non aliam ob causam fit: sed ut is qui operatur notae illius recordetur quod sint illa addenda veniat, notis Puncto notata et si debeat Subtractio peragi alias punctum illud necessarium non erit si is qui operatur notam illam Numericam mente tenere posset quod ipsum obtinet apud Exercitatos.

3. Quod vero subtractio fiat a dextra versus sinistram incipiendo a loco ultimo minimarum unitatum Ratio est quod in casu necessitatis posset unitas aliqua mutuo sumi e loco proximo sinisteriori subtrahendi plus quam Subtractio in eodem loco peragederetur. quam unitas mente retenta et subtractoris notae addita simul ex nota subtrahendi ejusdem loci subtrahi debet uti hoc et superius est observatum.

4to. Idem est seu unitatem mutuo sumptam addamus notae Subtractoris et simul subtrahamus a nota

Sub

sh

subtrahendi uni statim in precedentibus est notatum seu notam subtrahendi e quo mutuo sumpta est unitas imminutam habeamus qua propter nota talis imminuta. Puncto notatur ne obliviscamur in Subtractione notam illam esse imminutam 475

Si ex 9800 403 459 Primum si 3 ex 9 subducantur rema„
4743 865 263 nent 6.6. ex 5 non possum sed
5 0 56 538 196. ex 4 mutuo sumpta unitate subduco
ex 15 et 4 Puncto noto et rema„
nebunt 9: 2. Subduco nunc jam ex 4. Puncto noto 3 quia imminutum erat unitate et manebit 1 5 pariter ex 3 non possum sed subduco ex 13 mutuo sumpta unitate ideoque nulla puncto notatur et remanent 8.6. si demum ex 9 remanent 5 sic 7. ex 3 non possum ex imo ex 13 et remanent 5. 3. ex 9. remanent. 6. 4 ex 9. remanent 5 7. ex 7. 0 4. ex 9 remanent 5.

§ 8. Hinc intelligitur unam quamque notam Numericam in Subtrahendo posse esse nota Subtractoris minorem in locis inferioribus modo in Locis superioribus nota aliqua adsit in subtrahendo major unde mutuari liceat modo promisso notam aliquam totus nihilominus subtrahendus aut major debet esse aut saltem equalis subtractore unde scitur subtractionem inter illos illos contingere non posse ubi subtractor plures notas Numericas habet quam subtrahendus tunc enim ut superius dictum est subtractor major erit subtrahendo: sed neque ibi sub-

tracti

tractio fieri pt ubi Nri Subtrahendi et Subtractor aequa,,
lium quidem sunt notae sed ad sinistram nota subtractoris quam nota
subtrahendi nam et in hoc casu Subtractor major est sub,,
trahendo ut superius est observatum.

§ 9 Quaeritur quaenam sit ratio assignari ob quam cum nota
Subtractoris minor est nota Subtrahendi ita ut nota aliqua e loco su,,
perioli proximi praecedenti mutuari debeat ut possit Subtractio fieri so
2 non 3 summantur

R. Non ideo summitur 1 ut quasi nec possent nec deberent 2.4.5 mutuo
summi: sed ideo solum quia illud 1. mutuo sumptum sufficit ad id ut
in praedicto casu Subtractio peragi possit et facilius in Subtractio
peragi potest illud n 1 mutuo sumptum cum semper 10 sit nota mino,,
ri subtrahendi junctum tantum Nrum constituit ut ex eo maximus
in unitatum simplicium Nrus qui gra 9 nio sibi oporteat et 10 sub,,
trahi possit v. g. sit subtrahendus - - - - - .. 5678.
Subtractor vero sit Nrus - - - - - - - - 1729.
quoniam 9 et 8. subtrahere non possum ex nota .. 3949.
sinistrioli 7. mutuo summo 1. et jam cum 8. facit 18 unde subtra,,
ho 9. et remanet 9. quod infra Lineam scribo sed 2 ex 6. fi ... ,,
mam remanet 4. quod iterum subscribo ast 7. ex 6. non possum"
sed sumo 1. ex 5. facit 16 unde subtraho 7. et remanet 9. quod

iterum

Omnia possum te removente nihil possum ... projectus ego te ...

iectum subscribo deniq: 1 ex 4. subtraho remanet 3. quod i-
terum subscribo.

CAPUT V

De Multiplicatione

§ 1. Multiplicatio vocatur quando datus aliquis Numerus toties summitur quoties Numerus alter datus indicat ita ut hac operatione inveniatur Numerus aliquis tertius in quo toties contineatur datus ille Numerus quoties datus alter Numerus continet in se unitatem vel.

Multiplicatio est inventio alicujus Numeri ex duobus datis in quo toties continetur datorum unus quoties unitas in altero.

§ 2. Numeri dati dicuntur Factores aut Efficientes: quaesitus autem v. inventus Factum aut Productum alter vero factor qui aliquoties summitur vocatur Multiplicandus, est qui indicat quoties ille summatur dicitur Multiplicator.

§ 3. Hinc intelligitur Multiplicationem esse iteratam ejusdem Numeri Additionem et quidem compendiosam; nam Multiplicandus toties sumitur seu additur quoties multiplicator continet unitatem Ergo datus Numerus 12 veniat multiplicandus per 4. nihil aliud facimus quam Numerum 12 sibi ipsi quater addimus; sed compendiose taliter describo 12 subscribo 4. et quaero bis quatuor quot dant? Et: $\frac{4}{44}$ intelligo dare 8. quem Numerum subscribo quaero rursus quater

unum

unum seu unum quater sumptum quot dat et intelligo quatuor et subscribo et Nrus quaesitus est 48. qui Nus exurgit si Num 12 sibi subscribam et quater addam taliter.

12
12
12
12.

48.

Sed modo priori additio compendiose peragitur ut patet per se.

§ 4. Problema Primum: Datum aliquem Nrum majorem cum nota Numerica simplici v nota Numerica infra novem inclusive multiplicare. Resolutio 1ma: describe prius multicandum alterum datorum Nrorum describe mox et alium Nrum datum scilicet multiplicatorem ad dextram multiplicandi ubi ... haec multiplicandi Nota 2do.

Descriptis illis subscribendo rectam aliquam Lineam ne productum cum Factoribus confundatur. 3tio: Tandem multiplica unumquodque membrum seu notam Nricam multiplicandi incipiendo a dextra cum dato simplici Nro multiplicatoris et uniuscujusque membri multiplicandi consistit. Si vero productum contineat in se decadem annumeratis illam ut fit in Additione Producto proxime sequenti. Ast productum ultimum totum esse describendum quo facto factum erit quod erat faciendum.

Ex Praxi. Si velis multiplicare nrum datum majorem 905 76.32 cum 4. describe modo eo quo patet est Multiplicandum et Multiplicatorem ergo: multiplicandus. 905. 76.32. Incipiendo a dextra vides Multiplicatorem vero quater duo dare 8. quod subscribe infra Lineam eo in Loco in quo consistit nota 2. multiplicandi vides amplius 4. 3. dare 12 ex quo duo subjice infra Lineam in Loco 2. at 1. illud quod est centenarius retine in memoria progrediendo ulterius, vides quater sex dare 24. cui producto

Producto centenario addit illud 1. ut Centenarium et erit productum 25. scribo 5 seu centenarium in loco competenti Centenarios 2. vero tanquam millenarium retineo in Memoria.

Progrediendo ulterius video quater 7. dare 28. cui producto ut millenario addo 2. ex memoria et habebo productum 30. nullam scribo in loco millenarios 3 tres sive mente teneo et progrediendo ulterius video quater 5 dare 20 cui addo 3 quos mente tenebam et habebo productum 23 scribo 3 in loco competenti 2 iterum mente teneo sequenti producto addendum, et progrediendo ulterius 4. nullum esse nullam, igitur nullam non scribo sed pro 2 quod mente tenebam assigno loco. producti progrediendo video 4. novem dare 36. quod productum totum describo quia non amplius reperitur nota in multiplicando et sic Numerus quaesitus 36230528.

Demonstratio: In hac operatione singula membra multiplicandi toties sunt sumpta quot unitates multiplicator continet, et producta modo debito addita Numerum quaesitum pepererunt. Si G Numerus quaesitus toties continet Multiplicandum quoties multiplicator continet unitatem factum est quod erat faciendum. Atqui verum prius est; quia si proba esset operatio singulae partes multiplicandi toties sunt sumptae et sibi addita quoties Multiplicator qui hic 4 continet unitatem. G et totus multiplicandus toties est sumptus; quia singulae partes simul consti

ninum totum Multiplicandum et Ntus quaesitus toties continet mul,
tiplicandum quoties continet unitatem Multiplicator. Alia in Exempla
sunt videnda Ex gratia.

1 Si quaeratur Ntus A 4603815 qui dimidia continet in
se. R. continet in se Nurum B. 9207630 Numerum scilicet di,
midio videmus enim hic nihil aliud esse faciendum quam Num.
A. 4603815 multiplicandum esse per 6 h.e. per 2 et prodibit B.
9207630. si enim 5 bis summam habeo 10. ideoque nullam describo
suo loco: Pariter si unum bis summam habeo 2. cui addo illud 1.
et habebo 3. quod subscribo progrediendo ulterius si 8 bis sumam
habeo 16. sex suo loco describo pergo 3tia si bis sumam habeo sex
cui addo 1. et prodibit 7 quod describo in loco suo. Pariter progredi,
endo nullam bis sumendo adhuc est 0. quod scribo in loco suo bis
sex dant 12. duo describo: ulterius bis 4. dant 8. cui addo 1. illud et
habeo 9. quod suo in Loco describo.

2do: Si quaeratur Ntus D. 386207 florenos bonus
dictos exprimens quot tres partes habeat h.e. quot Marianos?
tres enim Mariani constituunt talem florenum seu talis flo,
reni pars tertia est Marianus: si per tres multiplicetur datus
Nrus modo debito productum E. 1158621 indicabit responsio,
nem. Sic in minori Nro v. gr. 150 si quaeratur quot sint
in eo tres partes Responderi potest: si per tres datus Nrus multipli,
catur

cenit Productum enim erit Nus quaesitus scil. 450 Eadem esset et operatio et Responsio si dati Nui essent Flobi et quaererentur de tribus eorum Partibus v. gra de Cruciferis Flassum enim constituunt tres Cruciferi.

§ 5. Hinc intelligitur Multiplicatione utendum esse qdo totum aliquod cognoscere volumus in Sui Partibus seu quando totum resolvimus in suas partes aut duas aut 3. aut 4. aut 20 aut 30. aut 1000 V gra ita Florenos in Marianos resolvimus in Flassos in Cruciferos in Denarios et Ducatos in suas Partes has v. illas septimanas v dies et horas Si quaeratur v grā Ducati 37465 quot Singuli valent Florenos 8. quot Florenos Comprehendant in se intelligitur ut Respondere quis valeat datum Numerum Multiplicare debere per 8. Productum 299720. c'primier Rom.

§ 6 Esto Problema Secundum. Numerum aliquem datum per unitatem crescentem nullis multiplicare V gra 10 100. Nota unitas in hoc casu crescit per nullam v. unam v. plures unitati additam v additas.

Dico igitur Multiplicationem in hoc casu esse facillimam Sit Nus datus v. gra 3798. multiplicandus aut per 10 aut per 100 aut per 1000 nil aliud est faciendum quam addere sunt nullae Nuo Multiplicando dato. V. gra: Si 3798. datus Nurus Multiplicandus veniat per Multiplicatorem 10 addo Multiplicando unam Multiplicatoris nullam et habeo Productum 37980. Si aut datus Nurus Multiplicandus est aut per 10 aut per 100 aut per 1000 dato Nuro addo aut duas aut 3. et sic porro Nullas.

et hinc

et habebo Productum aut 379800 aut 3798000 et sic porro Nul
las quando enim Numero alicui Nulla aut una aut plures adduntur semper
Numerus ille deinde Major erit ut superius enim dictum aut nil aliud repe,
ritur ut per se patet

Theorema § 7. Quando datus aliquis Numerus seu quan,
titas aliquoties summitur seu Multiplicatur per aliquem Numerum datum
et rursus Productum. seu Multiplicatum aliquoties additur seu per
Numerum aliquem datum multiplicatur datus ille Numerus primus to,
ties sumptus quot habet in se Unitates Productum dator Multiplicator
Ex. gratia Datur Numerus 4 Multiplicandus per 2. Numerus mul,
tiplicatus. seu Productum erit 8. qui 8. multiplicatur rursus per 3 Pro,
ductum erit 24. Dico Num 4. toties eandem sumptum quot Unitates
habet Productum Multiplicator hoc est sexies sunt enim Multiplicato,
res 2. et 3. in se ducanth prodibit 6 et sexies 4. dant 24.

Hoc idem verum esse intelligetur si datus Numerus 4. Prius mul,
tiplicatur Per 3 cujus Productum 12 erit 24. in quo toties continetur Numerus
datus 4 quoties Productum 3 in 2. aut 2. in 3. h.e. 6. continet Unitates.

Eadem est Ratio: Si ulterius etiam continuetur Multiplicatio scilicet
si dictum Productum 24. multiplicetur Per 5. inde prodibit 120 in quo Pro,
ducto Numerus datus 4. continebitur toties quoties Productum 2. in 3. et 6 in
5 = 30. Continet in se Unitates id est continetur trigesies.

§ 8. Hinc intelligitur aliud Theorema: scilicet si Numerus
aliquis datus Cum alio aliquo dato semel Multiplicatur et idem ille Numerus

Multi

Multiplicetur rursum cum factoribus ejusdem Multiplicatoris per partes modo praemisso idem erit productum seu factum. Ex. gratia sit Numerus datus 8 qui multiplicetur semel cum 6 productum seu factum erit 48. sed illud idem erit productum si idem ille datus Numerus multiplicetur per factores Multiplicatoris per partes seu per invicem ut dictum §. 7.

Nam quoniam Nro 6. factores sunt 2. et 3. si 8 Numerus datus semel multiplicetur per 2. prodibit 16 qui Numerus seu factum si deinde multiplicetur per 3 prodibit idem factum quod prius = 48. Nam idem est Numerus Multiplicator 6 cum factoribus suis 2. et 3. si illi in se invicem ducantur. Conf. per §7. supra.

§ 9. Hinc ulterius intelligitur quod factores iidem ejusdemque conditionis eadem facta generant quemcunque datum ordinem illi in multiplicatione teneant: sunto v. gratia factores iidem aut similis conditionis 2. et 3. 2. et 4 3. et 2. dico hos inter se multiplicatos quocunque demum ordine facta eadem producere. Sic si multiplicem 2. et 3. dabunt 6. quod multiplico per 4 prodibit 24. aut 4 per 2. et dabit 8 quod multiplico per 3. et prodibit 24 aut 3 per 4. dabunt 12. quod multiplico per 3 et prodibit 24. aut 3 per 2. et dabit 6. quod multiplico per 4. et prodibit 24. Ergo factores iidem aut similis conditionis eadem facta generant.

§ 10. Et sic scitur quid sit apud Arithmeticos Numerus compositus et Numerus primus. Compositus est qui oritur aut ex duobus aut ex pluribus factoribus integrorum Numerorum v. gratia Numerus 24. est compositus componitur aut ex 2. in 12, aut ex 3. in 8. aut ex 4. in 6. aut in ex 2.2. in 3. in 4. aut ex 2. in 2. in 6. aut in ex 2 in 2 in 3. Ex hoc fundamento compositi Numeri dicuntur. 4.6 8.9. 10 12. 14 16.

Numerus vero Primus seu Primitivus qui modô Præmissô ex duob. aut Pluribus Factoribus non oritur Per Multiplicationem /: intellige Factores integros Numeros :/ ut sunt 2. 3. 5. 7. 11 23. qui componuntur ex 1 bis ter quater qui neque Numerus neque Multiplicare pot.

§ II. Problema esto Tertium: Numerum quemcunque Per simplicem Numerum per Nullas additas crescentem Per 20 30, pari Per 200 300 2000 7000 25000 : Multiplicare.

Problema Præsens differt in eo a Priori, quod hic Multiplicatur datus Numerus non per Unitatem Nullis additis crescentem ut in Præcedenti sed Per alios Numeros simplices Nullis additis crescentes. Multiplicatio tamen hæc æquè est facilis quam illa quoniam 1mo Datus Numerus multiplicari debet Per Nominatas Notas seu cifras Multiplicatoris et Productum.

2do: Adsignari debet Modô consuetô cui Producto. 3tio: Una v. Plures Notæ Multiplicatoris addendæ et hinc factum erit id quod erat faciendum Ex gratia: Si velis Multiplicare 3879. cum 20 Multiplices datum hunc Numerum Per 2. et habebis 7758. cui adde a dextra unam Nullam Multiplicatoris et Prodibit Numerus quæsitus aut Productum desideratum 77580.

Ita est operandum tunc etiam cum datus Numerus Per 200 2000 3000 esset Multiplicandus Producto n. Per Notam significativam generato addi debent duæ tres quatuor Nullæ v. gra: Producto 7758. v2 v3 v. 4 Nullæ addi debent et habebimus Producta desiderativa aut 775800. aut 7756000 &. Demonstratio.

Si nulla

Casus 3

Si nulla una Nro alicui a dextris adjiciatur totus ille Nus decies major erit quam erat prius si duae Nullae adjiciantur centies, si tres Millies erit major ut erat dictum superius. consequenter si Numerus ille multiplicetur Per 2 aut 3 aut 4 et taliter duplicato quadruplicato adjiciantur v duae v. Plures Nullae intelligetur Nurus ille vigesies vigesies. centies ducenties. millies bis Millies major esse quam erat Prius hic intelligetur Multiplicationem rite Peractam esse consequenter qd erat faciendum factum esse.

Exempla alia Etiam videantur Exercitii Causa Ex. Gra. 1mo Quaesitum 23579 Floreni Rhenenses quot grassos comprehendunt; quorum unus comprehendit 20 grassos R. Si datus Numerus Multiplicetur Per 2. Prodibit Nurus 47158. cui adjicio Nullam Multiplicatoris 20 et habebo Nurum quaesitum 471580

2do Si quaeratur 1242. Flor Hungar quot cruciferos continent quorum unum comprehendit in se cruciferos 50.

R. Datus Nurus multiplicetur Per 5 significativam Notam Multiplicatoris et habebis Productum 6210 cui adjice Nullam unam Multiplicatoris et habebis Numerum quaesitum 62100.

3tio Si quaeratur Dux Exercitus Numerare debet 60000 singulis 13 Tal. quot erunt Numerandi Tal in summa?

R. Numerum significativum 6 multiplices per Multiplicatorem 13 et habebis 78 quibus adjice Nullas Multiplicandi et habebis Num quaesitum 780000 Flos numerandos

§ 12. Si certum Numerum Multiplicandum datum cum certo Multiplicare dato Multiplicatoris ut vero Multiplicatorem eundem in suas

Certo

certas Partes divident cum unaquaque Partium Multiplicandum datum Multiplicatori; et demum facta et Multiplicatione Partium addideris denique Factum seu Productum habebis. Ex gratia Esto Numerus datus 12 multiplicandus Numerus vero Multiplicans 8: Si multiplicandum 12 per Multiplicatorem 8 multiplicaveris Prodibit factum 96 Sed non aliud factum Prodibit si Multiplicaveris 5 per Multiplicatori 8 Partes aut 3 p 5 aut 4.+4 aut 7+1: aut 2+2+4. Nam et 3 p 5 facit 8. et 4.+4. et 7+1 aut 2+2+4. fiant Numeri dati

Multiplicatio per 3 et per 5 Si bis 3 dant 6 Semel 3 est. $\frac{12}{36}$ 5
et hoc suscribo pergo bis 5 dant 10. Nullam subscribo et decadem 1 mente teneo et dico semel 5 est. et addo illud 1. et prodibit 6 quod subscribo denique facta Partialia 36 et 60 addo et generatur illud idem factum 96. Non aliud factum habebis si 12 Multiplicaveris per 4+4. aut p 7.+1 aut p 2+2+4.

§ 13. Problema Quartum Numerum quemcunque datum cum alio aliquo dato ex notis seu cyfris significativis constante, Multiplicatore

12
24
24
48
96

2
2
4

Resolutio. Prima. Describo Numerum Multiplicandum et ad dextram Multiplicandi adsignes Multiplicatorem.

Secunda: Ducas Lineam sub Multiplicando ut Multiplicandus distinguatur a Numeris per Multiplicationem consignandis, et error in addendis Productis vitetur.

Tertia. Multiplica Multiplicandum cum unaquaque Nota Multiplicatori, hoc est cum ejusdem membris seu Partibus singulis et quidem secundum consuetudinem Primo Notam Unitatis in Multiplicando. Secundo Notam Decadis tertio

tertio Notam Centenarii Millenarii et sic porro:

Observandum tandem quod Productum Ciffrae seu Notae decadis ut in Locum Decadum Productum Ciffrarum Centenariae in Locum Centenariorum ita Productum Millinariorum in Locum Millenariorum debet Collocari incipiendo a Producto Unitatum quod etiam debet in Locum Unitatum poni.

2tio: Ducas Strictam aliquam sub Productis ne fiat Error seu Confusio occasione Additionis Productorum mox.

3tio Adde Producta omnia et singulis Partibus Membris Multiplicatoris in singulas Notas seu Cifras Multiplicandi et tunc fecisti quod erat faciendum Ex gratia: sit Multiplicandus 2315 sit Multiplicandus. Cujus ad dextram addo Multiplicatorem qui sit 432. tunc Lineola subducta cum ultima Nota Multiplicatoris 2. multiplica singulas notas multiplicandi et productum habebis 4630 subscribe mox cum 3 secunda Nota Multiplicatoris pariter multiplica singulas Notas multiplicandi et Productum 6945. redde suo Loco

Denique cum 4. tertia nota Multiplicatoris multiplica rursus singulas Notas Multiplicandi et productum subscribe ut prius, et tandem Producta Particularia subducta adde et habebis Productum Universale scilicet 6.

Notandum Multiplicatio incipit a dextra versus Sinistram ab ultima Nota Multiplicatoris in ultimam Multiplicandi sic porro.

Dem

Demonstratio. Productum factum Partiale A. 10856 comprehendit in se Multiplicandum toties quoties prima Nota seu Ciffra Multiplicatoris in se continet Unitates h. e. hic 8. decies Productum enim illud ortum est ex ductu hujus Numeri in notas Multiplicandi sed et secundum factum Partiale B. si eidem ad dextram in Locum vacuum Unitatis Nulla adjiciatur comprehendit in se Multiplicandum toties quoties secunda Nota Multiplicatoris e. ejus ductu in Nota Multiplicandi generatur continet in se juxta Locum suum Unitates Decadum hoc est 3. aut 3 ies.

Pari Modo et factum Partiale tertium C. si eidem ad dextram in Loco vacua Unitatum et Decadum duae 00 adjiciantur toties in se comprehendit Multiplicandum quot habet in se Unitates centenarias Nota Multiplicatoris tertia juxta locum suum 4. aut quadragesies ex ductu 4. h. e. juxta locum suum 3. et 4. 400 in Notas Multiplicandi exortum est si igitur facta Partialia ex omnib. ciffris seu Notis aut Partibus Multiplicatoris ductis in Notas Multiplicandis singulas addantur summa summarum factum Totale E. toties continet Multiplicandum quoties totus Multiplicator qui hic est 438. unitatem in se continet Unitatum Unitate Decadum Centenarior.

§ 14. Quae veritas ut appareat clarius multiplica datum

Multiplicand-

Mulpliandum primo per 6 mox per 30 denique per 400 addasque facta Partialia summa summarum seu factum universale generabunt illud idem quod erat prius Multipandum.

§ 15. Dixi ad finem § 12. Mulplionem incipere a dextra versus sinistram inchoando ab ultima Nota Multiplicatoris sed si Natura Mulplionis saltem in praemisso exemplo consideraretur ut par est sine magna dificultate intelligi pod illud ipsum dici non ex Natura rei sed ex certa consvetudine sine ullo compendio. Nam rem hanc ut par est considerantes intelligunt Mulipionem inchoari posse cum Nota quacunque Mulpotis Modo facta inde partialia ut debite addi possint in sua loca collocentur.

Unde intelligitur nihil referre quocunque enim modo facta partialia collocentur possunt loca vacua quando cum 4. aut 3. peragitur operatio aut Nullis aut Paucis notari ne aberretur sed possunt in loca illa vacua similiter, aut Punctis relato modo producta partialia ad addum debite collocentur Ex Patet in praemisso Exemplo aut taliter additis Nullis.

$$\begin{array}{r} 18856 \\ 70710 \\ \underline{942800} \\ \underline{1032366.} \end{array}$$

per nullas aut puncta addita cum Numerus locis suis redditus o facile abduxerit in errorem nunc hac Numerus ille nota Multiplicis multiplicans multiplicandum ut patet

§ 16 Problema Quintum. Numerum aliquem qui constat uno aut pluribus Numeris significativis nimirum 13 21 122 121 108. multiplicare

Resolutio 1ma: Quoniam liberum est cum qua nota exordiaris Multiplicationem dati alicujus Numeri causa compendii exordiaris cum 1. quae cumque locum occupet in Multiplicatore et quoniam 1 illud non multiplicat sed reservat datum multiplicandum pro Numero simplici suo locis reddit.

2do. Postea multiplica datum eundem Numerum per alias in significativas notas et facta partialia dextrorsum aut sinistrorsum scribe ut locus eorum desiderat. 3tio: adde facta partialia ut patet et summa seu aggregatum erit productum seu factum quaesitum Exemplo sit Multiplicandus 5897. cum 31 qui cum per illud 1 multiplicati non potest maneat pro producto partiali: tandem datum Numerum per 3 seu 3 decades Multiplica prodibit Numerus 17691 sed quia locus unitarius vacuus est nulla aut puncto occupare debet sed vacuus ille relictus productum illud partiale sinistrorsum debet scribi quod additum loco suo redditum cum multiplicando dat productum 182807. Si vero multiplicata fuissent 13 multiplicandus vero 5797, qui loco producti partialis mansisset et locus unitatis recepisset nullam ita ut jam Nus dans loco producti partialis cum 1 sit 58970; at per 3. multans multiplicandus produxisset factum partiale 17697 quibus inter se additis factum principale fuisset 76667. Huc refer Ex. causa et alia exempla Exempli gratia: Sit Multiplicandus 4387. cum Multiplicatore 251 pro unum manebit Nus Mdus qui idem multiplicanus per secundam Notam 5 Multiplicatoris loco Unitatis vacuo relicto dat 21935 quod subscribo Item idem Mlandus per 3. Mtoris notam Mlatus dat duobus locis vacuis relictis 877400 quod factum partiale iterum subscribo quibus 3bus partialibus additis factum principale prodibit 1101137.

Sit idem Nus 4387. cum 152 multiplicandus per tertia Mtoris nota hoc unum maneat Mlandus duobus locis vacuis relictis quia 1 hic 3. seu Centenariorum locum occupat: mox notae Mlandi multiplicent per 5. notam Mtoris secundam loco Unitatis vacuo relicto dat Num. 219350 quem subscribo: denique per ultimam Mtoris notam 2. multiplico notas multiplicandi et habeo 8774 quem subscribo, quibus factis partialibus additis prodit factum partiale 666824

4387	438700
21935	219350
877400	8774
1101137	666824

Sit idem Nrus 4387. Mandus p 201. pro Matione per 1. quia 1 non multiplicat manet datus Nrus. in secundo Loco nulla est qua praeter debet: Ergo cum 2. in 3 Loco centenarior Mo Mandum a prodit 8774. dub. locis vacuis relictis quo facto partiali addo et prodit factum principale 881787. Ex Prima

4387. | 201
8774
881787.

Sit Nrus Mandus 98 cum 101. Pro uno ultima Nota Matoris manet Mandus pro facto partiali in secundo Loco nulla est qua praetereo. pro 3. Nota 1. iterum manet Mandus pro facto partiali taliter 98 in secundo loco nulla est duobus locis vacuis relictis. 98. | 101
98..
9898

Sit denique ut multa praetercam Nrus 679. Mandus per 1001 pro Nota ultima manet Mandus 679 in secundo et 3tio Loco cum sit nulla praetereo ast in loco 4. Millenarior cum sit unum 1. quod non M, at manet pro facto partiali Mandus 679. 3 locis vacuis relictis et punctis Notatis quae facta partialia ut pat est descripta et addita generant factum Principale seu totale Ex Pra.

679. | 1001
679...
679679.

§17. Ex his intelligitur Tmo In similibus casib quales occurrunt in ultimis his duob. Exemplis ut Nrus quaesitus seu factum Principale habeatur Nihil aliud est faciendum quam dato Nro descripto eundem

post

post subscribere ut in penultimo Exemplo 9898 et ultimo 6796.
79. Nam hoc facto invenisti Nu[merum] quaesitum seu factum principale

2do: Quando in Medio Ma[iori]s certe Nulla reperiantur illae debent praeteriri Ma[n]do vero peragi cum Notis significativis taliter Ex[empli] gra[tia] Sic Multiplicandus 2357. Ma[i]or 403008 factum Partiale cum 8 erit 18856. et factum partiale cum 3 7071 ... 4. 9424. et erit factum Principale 94.989.9856

Ex[empli] gra[tia]:

2357	403008
18856	
7071...	
9424.....	
949889856	

3tio: Ex Praemisso Exemplo animadvertere po[tes] quod saepe compendiosius sit si pro Ma[i]ore summatur Maior Nu[meru]s ut factum in Exemplo praemisso Nam si minor Nu[meru]s 2357 summeretur pro Ma[i]ore et major ille 403008 pro M[ultiplic]ando idem quidem repertum fuisset Productum sed via longiori hinc n[am] propter 4. Notas Significativas in dicto Ma[i]ore facta Partialia 4. prodiissent cum ibi 3tia tantum prodierint Ergo in Mul[tiplic]atione semper dispiciendum est inter datos Nu[mer]os summatur pro Ma[i]ore et Mul[tiplic]ando ille, sed qui Mul[tiplic]ationem reddit compendiosam.

§ 18 Quando Ma[i]or aut M[ultiplic]andus nullam aut nullas habet ad dextram illae in operatione praeteriri debent quidem; sed demum producto per Notas significativas generato dicta nulla addi debet Ex gratia Si Multiplicator ponatur ex 23800 Multiplicandus vero 2357 neglectis nullis operatio peragitur per 3 notas significativas 438. in qua operatione productum ex 8. erit 18856. productum ex 3. erit 7071 productum ex 4. 9428. ex his productis productum erit 10323660 00 Ex gratia

2357. ⟌43800

Ita censendum si Multiplicandus habet 3 nullas, 2357000 et Multiplicator sit 438 nam et hic operatio peracta per 3 notas Multiplicatoris producto generali addi debent 3. nulla Multiplicandi taliter 1032,,36.6000 Non aliter productum est seu procedendum est quando et Multiplicandus & Multiplicator certas Nullas habent: tunc enim utriusque & Multiplicandi et Multiplicatoris Nullae producto Generali addi debent. Ex gratia 2357. vide superius

18856
7071
9428
1032366 00.

Horum omnium Veritas patescet in operib. clarius in Minoribus Numeris Ex gratia. Si Numerus Multiplicandus 122. per 20 multiplicem operatio peragi debet per 2. et producto 2441. addantur Nullae Multiplicatoris et habebis Numerum justum 2442 0. Ex gratia 122 ⟌20.

2440

Sic si 20 multiplicem per 4. praeterita nulla duco in 2 et habebo 8 cui addo nullam Multiplicandi et productum erit 80.

Si autem 200 per 40 multiplicem Notas duas significativas multiplico inter se et prodibit 8 cui addo et nullas duas Multiplicandi et unam Multiplicatoris et habebo productum 8000. Ex gratia 20 ⟌4.

80.

Ex gratia 200 ⟌40.

8000.

Adde Exempla alia Exempli Causa 1mo: Certa Pecuniæ summa in 3275 partes est divisa et unicuique partium successerunt floreni 509. Quæritur quanta debuit ista summa esse ut id possit sit Nrus multiplicandus 3275. partes æquales repræsentans Mator vero 509. florenos qui singulis partibus cesserunt repræsentans. productum enim ex his erit summa Pecuniæ quæsita. fit. 1666975. ... Ex Prax.

3275	509.
29475	
16375	
1666975	

2do: Campus aliquis 4 La„teribus cinctus juxta longitudinem, est pedum 573. juxta latitudinem 2430 quæritur quot pedes quadratos continet tota Campi capacitas idest quot exiguas partes continet in superficie quæ unaquæque longa sit pedum 1 et latitudinem pedum 1. Ut id possit Nrus datus longitudi„nem Campi exprimens Cum Nrô dato latitudinem exprimente mul„ per et productum erit Nrus quæsitus. fit. 246390

Ex Prax.

573	430.
17190	
229200	
246390	

3tio Vult aliquis quadratum sum Palacium seu Palacii sui pavimentum terris Lapidibus tegere quales La„pides juxta Palacii longitudinem deside„rantur 200. 230 totidem desiderantur juxta latitudinem quot quot similes desiderantur ut id fieri possit id solum restat ut 230 multiplicentur p 230. nam ex ultima nota significativa in notas Miandi ducta prodit

fac.

De Multiplicatione 61.

Factum Partiale 225 et secunda 50 hinc factum Totale prodit 62500. Ex. Grã. 250 C.250
1250
1250
62500

2do. Item vult quispiam suam Domum te,, gere coctis tegulis ad tectum partis dextræ late,, res tales desiderans juxta longitudinem 53 juxta latitudinem vero 39. totidem ad tectum partis in sinistræ quærit quot in Communi desiderans Lateres tales? Responsio para,, ta erit si 53. multiplices per 39 et Productum multiplices cum 2. Ex. Grã. 53 C.39
477
159
2067 Productum per 2
4134

Sed quoniam hic factores tres sunt scil. 53 39 & 2. qui possunt in semetipsum dici aliis etiam. Nam possunt 53. multiplicare per 2 et productum eorum per 39 possum 39 multiplicare per 2 et Productum ejus per 53 et semper idem erit productum seu factum Ergo duob. aliis in Modis reperiri potest responsio.

3tio: Annus Communis continet in se 365 dies certa minuta prima: quæritur quot sunt in Anno horæ et momenta prima: Rõ ad Quæstionis partem priorem parata erit si 365 dies multiplicem per 24. Sed ad partem posteriorem Quæstionis etiam parata erit Rõ si Productum Horarum multiplicem per 60 Minuta horis enim singulis tot minuta prima tribuuntur. . . . . . Ex Grã: 365 C.24
1460
730
8760 Productum per C.60.
525600

§ 19. Ad Naturam Multiplicationis pertinet Consideratio, et quadratorum Numerorum Cubicorum seu cuborum; Numerus enim quadratus seu quadratum vocatur Productum seu Factum illud quod oritur seu generatur ex Numero aliquo in se ducto. seu quando Numerus aliquis multiplicatur per se ipsum. Ex. Grã. Quando 4. multiplicatur per 4. Productum 16 est Numerus quadratus ex 4. & Ky

Nus 4. est Radix ejusdem quadrati; quia ex 4. in se ducto ceu ex Radice oritur. Ita 4 ex 2 9. ex 3. 25. ex 5 36 ex 6 49 ex 7 64. ex 8 81 ex 9 &c. Sunt Numeri quadrati, quorum Radices sunt. 2 3. 5. 6. 7. 8. 9. Radices vocantur. Vocantur autem Numeri dicti & similes quadrati quia repraesentant figuram 4. angulorum & laterum aequalium: Nam quando figura aliqua longa 4 pedes et pariter lata sit concipitur talis figura comprehendere quatuor species quarum unaquaeque unum pedem & longitudinem et latitudinem pariter unum pedem.

§20. Cubus seu Nus cubicus oritur quando quadratum per suam Radicem multiplicatur. seu Cubus in Numeris est productum quod oritur ex Multiplicatione radicis quadrati in Num quadratum. Exempli gratia 8 est Cubus quia oritur ex Multiplicatione radicis quadrati 2. in quadratum 4. ortum e sex duo in seipsum.

Sic 27. est cubus quia oritur ex Multiplicatione radicis 3 in 9. ut quodratum ex 3. in se ducti pariter 64. est Cubus quia oritur ex Multiplicatione radicis 4. in quadratum 16 et sic porro. Nus vero ex cujus Multiplicatione Cubus seu Nus generatur radix cubica nominatur. Nominantur autem Dicti Numeri Cubi seu Cubici quia possunt repraesentare in Cubo h.e. in Corpore quod 6 aequalibus quadratis uti est Taxillus v. Alea

§21. Ex praemissis intelligitur non Multiplicationem sed & Additionem & Divisionem: expedire absolaturus promptus debere esse in iis quae pertinent ad Nam Tabulae ut vocant Pythagoricae Si enim in illis Nris qui ibi collocantur & addendis & multiplicandis promptus quispiam non est in Arith,, operationib. tardus ut sit oportet & hinc scitur quare cogantur incipientes in Tabula Pithagorica se ipsos exercere ita ut eam maxime Producta Nuor simplicium qui ex 1 usque ad 9. ex memoria reddere possint. Esto Probl.

Problema 6tum: Abacum Pithagoricum = Tabulam construere in qua Facta seu Producta Nuor simplicium in singulos repraesentantur.

Resolutio. Primo: Construe aliquod quadratum. 2do: Latera quadrati illius singula in 9. partes aequales dividantur & per Lineas Laterib. quadrati parallelas in Areolas quadratas Area ejus resolvatur. 3tio: In serie horizontali summa et Laterali sinistrima scribantur 9. Notae Numericae ab uno usque ad 9. quas notas aliqui digitos vocant. tandem 2do aut addantur 2. et 2. aut 2 cum 2bus multiplicentur & aggregatum aut Productum 4 scribatur in Area secunda eidem 4. addantur 2. aut multiplicentur 2. cum 3. et habebis 6. ipsi 6. addantur 2. et habebis 8. quod idem habebimus si 4. cum 2. multiplicabitur. et sic formabitur series Ariolarum horizontalis et perpendicularis seu tertia series ariolarum tam horizontalis quam perpendicularis formabitur aut Additione 3. ad 3. aut Multiplicatione 2. cum 3. et habeo 6. cui aut addo 3. aut Multiplico 3. cum 3, et erit 9 et huic 9. aut item 3. addo aut Multiplico 3. cum 4. et erit 12 et sic ~~pro~~

5to: Si sic hac Additio ~~in quo quadrato Concipiuntur Latera singula~~ in 9 ~~partes~~ aequales aut Multiplicatio per reliquas Notas continuetur factum erit quod erat faciendum. In quo quadrato concipiuntur Latera singula in 9. partes in 9. Partes aequales divisa et alia quae in resolutione praecipue facta sunt.

Usus autem Tabulae hujus est cognoscere Producta Notarum simplicium inse invicem ductarum et in Lateribus summo et sinistrimo descriptarum. Ita si quaeritur Productum 2. in 2. illud habebitur in Area secunda seriei secundae Si quaeritur 3. in 3. quot dant illud habebitur in Loco 3. seriei tertiae si 4. quaeritur in 4. quot dant illud habebitur in 4to Loco seu ariola quartae seriei si quaeritur 9. in 9. quot dant illud habebitur in 9 loco seu 9. Ariola

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	15	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

§ 22. Quod Multiplicatio semper per primam Notam multiplicandi initium sumat: Ratio hujus est uti in tractatu de Additione dictum est ut Decades ex productis minorum Numerorum ortae majoribus unitatibus seu Notis addi possunt. Unde sia sinistra nota multiplicandi initium sumat Multiplicatio: et sic altiora loca multiplicentur prius Productum unius cujuscunque loci debet totum describi. et denique modo ut par est descripta addi: Unde scitur non in Natura fundatam esse istam Praxim

§ 23. Esto Problema 7mum Datum aliquem Numerum multiplicare et simul occasione Multiplicatoris datum aliquem Numerum Producto addere Exempli gratia sit Numerus 9057.632. Multiplicandus per 4. et simul addendus occasione Multiplicatoris datus alter Numerus 325. Dici debet 4 in 2 dant 8. cui Producto si addatur 5. Numeri addendi quod ad Locum signatus Numerus pertinebit 13 Loco suo subscribo 3. seu addo; 1 mente teneo quaero 4. in 3. quot dant invenio 12. cui addo quod mente tenebam 8. habebo 138 huic rursus addo Nri addendi Notam 2 & habebo 15 5. loco suo reddo & 1 mente teneo: quaero porro 4. in 3. quot dant et reperio 24. cui addo 1 quod mente tenebam & habebo 25 sed eidem addo Nri dati addendi Notam 3. & habebo 28. 8. reddo suo Loco et sic porro erit Productum quaesitum V. Gr. 362308 53.

Nota: Hoc ipsum Productum invenio si addam Num. A &. multiplicem per B & Productum addam Num datum D &c.

§ 24. Hoc idem Problema pari modo per m effectum deduci tunc etiam quando Notae multiplicatoris plures sunt una; modo Numerus summandus addatur eidem Facto Partiali ad quod exitu Numerus pertinet &c. V. Gr. 2357 multiplicandus 438. summandus 26 in hoc casu 8. primam Notam Maioris 5 duco in 2. habebo 56 cui simul addo primam Notam summandi 6 et habebo 62. 6. Mente teneo 2. subscribo. rursus 8. duco in 5 habebo 40 cui addo 6. quod Mente tenebam et prodibit 46. et huic addo Notam summandi 4. & habebo 50. 0 reddo suo Loco 5 Mente teneo. rursus 8. duco in 3 & prodibit 24. cui addo 5 & habebo 29. 9 subscribo & 2. Mente

teneo

teneo: rursus 8. duco in 2. et prodit 16 cui addo 2 quod mente tenebam et habebo 18 quos locis suis reddo. pariter cum 3 secunda Nota Miatoris mulplico singulas Notas Mandi et prodit factum secundum Partiale; et si taliter cum Nota Miatoris procedam habebo factum Partiale tertium et denique his additis habebo quod quaerebatur. sed commode fieri per 3. Mandum per Miatorem prius Multiplicat et tunc cum facta Partialia addentur summandus adsi et atim.

Ex Prāa.

§ 25 Est Problema 8vum. Datum aliquem alium Num cum alio aliquo simplici Nrō muplicare et Productum simul ex tertio Nrō dato subtrahere.

2357
18902
7071
9428
103221 2

438
Summandus
216

RESOLUTIO PRIMA. Quomodo MULTIPLICATIO peragatur jam dictum est et quae prius debeat peragi

2do: Incipiendo dictam Producti Subtractionem, a dextra subtrahatur Unitas ex subtrahendi Unitate; similiter Productum Decadis ex Decadibus. Productum centenarii ex centenariis Mandi etc. semper subscribatur subtrahendo. id quod restat, aut si nil restet nulla subserbatur

Sed III. Si in aliquo Loco Productum majus quàm Nota in eodem Loco subtrahendi; mutuo sumi debent & sequenti proximo altiori Loco tot Decades quot erunt necessariæ; & tunc sequenti Producto tot Unitates addas. & sic reperies seu invenies desideratum Residuum subtrahendi: Exempla Sibis 806923. Velis subtrahere ex 3590467. Colloca Commoditatis Num qui aliquoties subtrahere Velis subtrahendo á sinistra: Duco 2. in ultimam Notam Mandi scil. 3. & dabit 6. quod ex ultima Nota subtrahendi 7. subtractum dat Residuum 1. quod eidem Notæ subscribo: Duco 2. in secundam Mandi 7 quod dat 14 qui subtrahere ex 6 8 possum. igitur mutuo sumo ex Loco proximo altiori 1. & habebo 16 ex quo subductis 14 remanet 2. quod subscribo. Sed 1 mente ~~retenteo~~ sequenti producto addendo; rursum 2. in tertiam Mandi Notam 9. et prodit 18. cui 1 mente retentum addo prodit 19 quod quoniam neque ex 4. neque si tantum 1 mutuum ex 14 subtrahere possum Ergo mutuo sumo 2. ex loco altiori et dat 24. ex quo 19 subtraho & manent. 5. quod suo Loco reddo: duo vero mente retineo: rursus 2 in 6. in 4. Notam Mandi et prodit 10 cui addo 2. et fit 12 qui quoniam neque ex nulla neque si tantum 1 mutuam ex 10 subtrahere non possum ex altiori sequenti loco mutuo sumo 2. et habebo 20. ex quo

exempio

exempto 12 manent 6. quod subscribo 2. mente teneo, rursus 2. duco in Nullam & fit nil Ergo 2. mente retentum subtraho ex 9. et manent 7 quod subscribo: Post haec rursus 2. in 8. & dant 16 quem quoniam neque ex 5 neque ex 15 subducere possum sumo rursus 2. et prodit 25 ex quo 16 exempto remanent 9. quod subscribo. 2. mente teneo: Denique quia in Multandi Nota alia non reperitur 2. mente retentum subduco ex 3 et manet 1. quod subscribo. Ergo Nus datus, cum alio dato. v.g. 2. multiplicatus est, et simul Productum 806973. ex tertio dato 3590267. subtractum est.

	Ex Dat
A	806973 A
B	2 B
C	3590267
	1976521

CAPUT SEXTUM DE DIVISIONE

§ I. Dividere vocamus Operationem illam in qua datus aliquis Nus in tot Aequales Partes dividitur quot indicat datus aliquis Nus. invenitur Nus aliquis tertius quantitatem datae Partis exprimens unius. aut: Dividere Nihil aliud est qm in„venire Num aliquem qui exprimit quoties contineantur Nrus aliquis in alio aliquo dato: aut: Divisio est alicujus Nri inventio. ex duob. datis in quo toties continetur Unitas quoties datus unus in altero.

Exempla Sint Nri dati A 248. cum B. 12 tunc dividimus A. h.e. 248. si illud secemus in tot partes aequales quot indicat B. 12 vel alter h.e. si secemus 248. in 12 partes aequales quot requirit B. qui operationem si initiamus inveniemus Num. C. qui indicat in 12 partes Divisio A. uni Partium attribuendum esse 21. quod ipsum ita se habere intell. si per 21. multiplicabimus 12. prodibit Nrus 248. Nam quod Divisio separat Multiplicatio componit. Nrus A qui divisus est vulgo dr Dividendus. Nrus B. dr Divisor; quia exprimit id quod in partes sit secandus Dividendus. Nrus C. dicitur Quotus seu Quotiens in„dicat in quoties B. Divisor in A. Dividendo qualis hic est 21. Ergo in Divisione invenitur Nrus C. ex duob. datis. A.B. in quo toties con„tinetur unitas quoties datus alter B continetur in dato Nuo altero A.

§ 2. Uti in Additione & Subtractione Nri debent esse Homogenei: h. e. unius denominationis &. Nam ut in Multiplicatione & Divisione id ipsum non requiritur: Nam uti possunt & Homogenei ce

ita possunt

ita possunt & Heterogenei: Ergo si quaeram 12 Floreni quoties continentur in 48 Florenis; Numeri & Dividendus Divisor et Quotus sunt Homogenei. At si velim in 12 Personas dividere 48 Florenos. certum est Homogeneos esse Nos, Nam Dividendus & quotus sed Divisor Personas designat.

§ 3. Hoc tamen observari debet quod in Multiplicatione potest esse Numerus qui nunc erat Multiplicandus & multiplicator & vicissim Multiplicator Multiplicandus; at in Divisione ut invenias Quotientem promiscue Dividendus pro Diviso Divisor pro Dividendo haberi non potest: magna enim est Differentia si ducam 48 in 12 et in 12 in 48. Partes aequales Dividere quoties diversi reveniuntur ut per se patet Exemplo.

§ 4. Quoniam Quotiens indicat juxta Numerum unitatum quem in se continet quoties Divisor contineatur in Dividendo, intell. toties posse subtrahi Divisorem ex Dividendo quoties habet Quotiens unitates in se ipso: Exemplum Sit ut prius dividendus 48 Divisor 12. prima vice subtraho 12 ex 48 et remanet 36 ex quo residuo rursus subtraho 12 et remanet 24. inde tertia vice subtraho 12 manet 12. iterum subtraho 12 manet nil. Ergo in Divisione Divisor toties subtrahitur a Dividendo

Divid.	48	4
Divisor	12	
	36	
	12	1
	24	
	12	2
	12	
	12	3
	00	4

quoties

quoties pot. h.e. quot habet Unitates in seipso verus Quotiens

§ 5 Hinc intell. Divisorem in Divisione considerare posse ut certam quampiam Mensuram, per quam metimur dividendo; Quotientem vero esse talem Num. qui numerat quoties sit repetita mensura: Sic in Exemplo nominato per 12 metimur dividendo 48. et quoties indicat Mensuram quater esse repetitam &c. hinc Quotientem 4. vere esse Quotientem.

§ 6. Sed quoniam Quotientem per Subtractionem longum foret et molestum ideo 4ta haec Arithmeticae Species Divisio multo brevius docet quotientem reperire quaerit enim Num. aliquem qui toties habet unitatem in seipso quoties Divisor reperitur in Dividendo h.e. quaerit Num. talem qui si multiplicetur cum Divisore producat Dividendum totum qui Numerus celerrime per Multiplicationem inveniri potest Ex. gr. in toties memorato Exemplo per designari. Num 12 quinquies possit reperiri in 48. Nam si 5. ducam in 12. prodibit 60 quod superat 48. quo circa 5 pro quotiente habere non possum. pariter Si tentem num 12 3.ties contineatur in 48. experiri licet si 3. in 12 ducam productum erit 36. quod subductum ex 48. residuum erit 12 unde apparebit 3. non esse quotientem verum: Nam pro-

ducto

ducitur 3 in 12 Num non adaequat 28. cum igitur neque 5 neque 3, potest verus Quotiens esse, debet esse medius Nus inter 5 et 3 qui est 4. Verus Quotiens h.e. debet esse 4. qui in 12 ductus productum Num adaequat 28.

§ 7. Ergo in summa de Quotiente notandum est.

1mo: Quotientem debere esse tantum ut productum ejus si mult. cum Divisore productum ejus possit subtrahi ex Dividendo, Nam si Productum ejus majus sit Dividendo quotiens verus esse non potest.

2do Quotiens debet esse tantus ut Productum ejus in Divisorem si subtrahatur ex Dividendo aut nil residuum relinquat; aut saltem ne relinquat quantus est Divisor; hoc enim signum esset quotientem deberi esse majorem.

§ 8. In minoribus Divisionibus in quibus tam Divisor ac Quotiens Nus simplex est ab 1. usque ad 9. inclusive facile Quotiens reperitur ex Tabula Pythagorica; nam Dividendus erit Productum ex Nris simplicibus in se ductis: Divisor vero et Quotiens nunc hic nunc ille Nus simplex. Ex. gr. 2. in 3. ducanti dant 6. Productum 2 Nrorum simplicium in se ductorum. praesentat Dividendum quem si dividam in 3. Quotiens erit 2. si vero dividam in 2. Quotiens erit 3. Sic 3. in 4. ~~si vero dividam in~~ dant 12 Ergo Productum 12 erit Dividendus quem si dividam in

4. Sic si 9 in 8. Productum erit 72. si dividam in 9 Partes Quotiens erit 8. Si vero dividam in 8 Quotiens erit 9. Pariter cum Productum 56 generetur ex 7. in 8 dividendus erit 56 in quo 7. Octies & 8. continentur septies. ideoque si Divisor sit 7. Quotiens erit 8, si 8. erit Divisor 7. Quotiens.

§9 Haec jam dicta Veritas Locum habet non solum in Locis Unitatum simplicium ut statim dictum est sed etiam in Locis altioribus Decadum, scilicet Centenariorum millenariorum Decemmillenariorum &c. Ex. gra. Si dividendus non jam 56 in 7. sed 560 in 7. Partes, Quotiens erit non 8 tantum sed addita nulla 80. Sic si dividendus sit 5600, per 8. Quotiens erit non 7. tantum sed additis duabus nullis 700. Et sic porro.

§10 Ex his intelligitur quod si dividendi veniant Numeri non illi praecise qui sunt producta Numerorum dictorum simplicium sed illis majores iterum quos non indicasset Divisor metiri tunc in Quotiente idem quidem erunt sed semper supererit aliquid Ex. gra.

Ex. gra.
5600 | 8
700

Si Numerus non 56 praecise Productum scilicet ex 7 in 8 esset dividendus, sed 61. per 7. in Quotiente erit quidem 8 ut prius sed remanent 5.

Sic si non praecise 72. Productum scilicet ex 8 in 9. aut 9 in 8. esset dividendus sed paululum major scilicet 75. per 8. in Quotiente erit quidem 9.

9. sed remanent insuper 38 et sic porro in aliis etiam Productis Nu(mer)orum simplicium in Tabula Pythagorica expressis.

§ 11. Quando Unitates certi; Loci sui habita Ratione ita dividi non possunt ut Quotientem desideratum saltem semel in se met comprehendant; illae debent resolvi in Unitates Minores et tunc Quotientem oportet quaeri in illis. Ex. gr. quod 40 in 4. Dividendus est desideratam Divisionem per quispiam exequi in secundo Loco i. e. in Loco Decadum, 4. enim in 4. semel comprehenditur et tum 4. in Loco decadum 40. i. e. 4 per decem denotat consequenter Quotiens est 1. cum 0. i. e. 10. sed si 40 in 5 sit dividendus quoniam 5 in 4. neque semel continetur in minores unitates i. e. in quadecades seu in 40 Unitates debet illud 4. secundi Loci Numerus resolvi et sic quoniam 5 in 40 Unitatibus octies comprehenditur, Quotiens desideratus est 8. nam 8. in 5. dant 40 Unitates.

§ 12. Si datus aliquis Dividendus per alium aliquem Divisorem datum dividatur semel, et rursus idem ille dividendus in aliquot partes dispertitus per eundem illum Divisorem dividatur per partes, et modo Quotientes Particulares addantur, eque hic ac illic idem habebitur

Quotiens

Quotiens. E. Grat. si 36 simul dividatur per 4 Quotiens erit. 9
sed Quotiens idem ille erit si dictus dividendus aut in 20 +
16, aut in 12 + 16 + 8. dispertitus dividatur per 4. Quotiens 5.
+ 4. v. 3 + 4 + 2 idem erit qui erat prius si addantur Quoti-
entes illi Partiales.

Demonstratio: Theorema hoc licet sit per se clarum si,
tamen studeat quispiam veritatem hanc clarius percipere in-
telliget ex eo, quod uti prius tot Unit. comprehenditur Divisor in
Dividendo quot Unitates habet Quotiens, ita dividendo in plures Par-
tes diviso, partes illae toties continent Divisorem, quot sunt Unita-
tes in Quotiente. Ergo quoniam Partes illae simul constituunt totum
si totum in certas partes dividatur et illae per unum eundemque
Divisorem dividantur Quotientes Partium additi illum producunt Quo-
tientem qui erat totius per eundem Divisorem Divisi.

§ 13. Lectio Problema 1um Numerum aliquem Majorem per
Numerum aliquem simplicem dividere.

Resolutio: Describe primo Dividendum et simul Divisorem, et Di-
visorem colloces ad sinistram dividendi ubi tunc operatio incipit. 2do
Ducas Lineam sub Dividendo ne confundatur cum Quotiente, si id
collocetur sub dividendo. 3tio Quaeras quoties Divisor contineatur

Casus VI.

cum in prima Nota aut si illa minor sit Divisore in duab. primis
notis a sinistra dividendi existentib. juxta Ilum IImum & Num
illum qui hoc ipsum indicat aut declarat colloca infra lineam in
eo Loco in quo divisi Unitates reperiuntur, mox cum illa Nota multa
Divisorem Productumque ex Nro quem dividis subtrahe & residuum
si aliquod supersit teneas in Mente, sequenti Loco inferiori adden,,
dum ubi unaquaeque unitas talis residui Decadem denotat tandem 2do
Progrediaris ad sequentem Locum dividendi versus dextram & quo,,
ties tuties quoties contineatur Divisor in eodem Loco si quod mansit
notato Residuo una cum Nota, quae in eod. Loco dividendi reperitur
& fac ut prius i.e. describe Num, qui hoc ipsum indicat in suo loco, mul,
plices cum illo Divisorem Productum ex Nro quem dividis subtrahe
Residuum si sit mente tenendo et sic procedendum porro. Hoc modo
debes progredi ulterius ex loco anteriori, in proxime sequentem
locum inferiorem usque finem, si aut in aliquo loco dividendi aut
nulla sit aut Nrus quidem aliquis sed talis in quo non contineatur aut
contineri non possit Divisor tunc colloca infra Lineam in suo Lo,,
co 0. & Num illum cum quo Divisio non poterat fieri refer ad sequen,,
tem Locum inferiorem & operare uti dictum in resolutione Puncto 1mo

Cons

consequenter quaesitum Quotientem.

Ex. Gra. Sit Nrus Dividendus 3623062[8]. [?]4. Collocamo,, do sequenti ad sinistram subducta Linea incipe Divisionem a sinistra & quoniam Divisorem 4. in 3 neque semel potest reperire adjunge ei notam 6 sequentem & quoniam 4. in 36. continet 9es subscribe 9. infra lineam sub 6. in suo Loco. juxta Resolutionem mulplica 9. per 4. et prodibit 36 subtrachum hoc Productum relinquet nihil: Dum progrediaris ad sequentem Locum 2. in quo quoniam rursus Divisorem 4. non possum reperire subscribo ei Nullam loci conservandi Causa: mox 2. adjunge sequen,, ti 3.8 habebis 23. in quibus 4. reperies 5es si n 4 & 5. mulplices prodibit 20. Ergo 5 scribe sub 3. infra Lineam sub 0 subtracto aut 20 ex 23. remanent 3. Quoniam vero 3 hoc deberte, ferri ad Locum inferiorem & facit 0 cum 30. quaeras 4. Divisorem 30 et reperies sexies 6y & subscribe juxta 1. qui 7. multiplicatus cum 4. dat 28. quem subtrade ex 30 et remanent 2. quem sume rursus & refer ad sequen,, tem locum inferiorem 5. et habebis 25. in quo 4. reperi,, es 6es quem subscribe ipsi 5. juxta 6am multiplica 6. cum 4. et habebis 24. quo subducto ex 25 remanet 1.

quod

quod refer rursus in Locum inferiorem in quo 2. reperitur et ha,,
bebis 12 in quo deprehendes Divisorem 4. tribus vicibus G. 3 sub,
scribe juxta 6. infra Lineam. multiplica 3 cum 4. prodit 12 qui
ex superiori subtractum nihil relinquit. G. perge ulterius ad 8. in
quo 4. reperies bis subscribe igitur 2. ipsi 8. infra lineam multipli
ca 2. cum 4. et prodibit 8 qui subtractus ex 8. nil relinquit
G. Numerus infra lineam positus A. 905 7632. est Quotiens quae,,
situs idest exactissime $\frac{1}{4}$ Pars Numeri B. dividendi 36230528.

Demonstrat. Vi operationis unaquaeque inventa nota quoti Par,,
tialis indicat seriem Quotiens Divisor datus inveniatur in Notis seu
Partialibus dividendi juxta Naturam Loci V. gra. Millium Centum Mil
lium Decem Millium, Millium Centenarii Decadis & unitatis. Esse au
tem unamquamque Notam inventam Quoti Partialis verum quotum Notae divi,,
dendi inde cognoscitur quod semper sit reposita in verum locum Notae quae
dividebatur seu partis cujusvis dividendi sit v. Millionis v. Decem
Millium v. Centum Millium etc. Cum igitur totus dividendus nil constat
ex Partibus omnibus simul sumptis, ita Quotus Principalis in se summa quot
Partialium sequitur Quotum Principalem 905 7632. et verum esse,,
num dicto dividendi summae quod erat Demonstrandum

§ 12 Ut vero rei hujus Ideam clariorem nanciscantur Incip,,

Centys

entes dividendam summam 3623528 propo, A 36000000
no, in 6 partes dispertitam taliter 36000000 quod 200000
otum 6 partium summa erit dividendus A Centenig. 28000
nes singulas istas partes per 4. divisas Quotos suos 2400
partiales provideri me hec totus Dividendus 120
8
36230528
36230528. Quotum 9057632 prodit Principalem, quod exsurgit ex additis dictis Quotis partialibus ut per se patet Confer et supra sequentem summam totam divisam per 4. dictum Numerum habere pro vero Quoto scilicet 9057632. Haec est autem differentia inter praemissam totius dividendi separationem par,, tium actualem et operationem Divisionis Ordinariam quod in actuali separatione partium loca vacua Nullis representantur at in ordinaria operatione illa Loca vacua cogitentur, ideoque operatio est Compendiosior licet et ibi per partes successive fiat operatio.

§ 15 Pars aut Particula dividendi illa quae in ordinario Divisionis processu semel sumitur vocatur Dividuum ut in Exemplo prae,, denti 36230528. 36.23 et 8. quae dividua Valorem habent juxta loca quae in dividendo occupant Millionum Centum Millium quod vero ex dividuo aliquo supermanet semper refertur ad sequentem locum deteriorem proximum quemadmodum et Dividuus ille qui juxta unitates quas in se habet divisor neque semel comprehendit ut patet ex operatione.

Illud

Illud vero quod ex Dividuo supermanet cur connoteri necesse est. tum quia corps illo momento sequenti dividuo est addendum. tum quia tale Residuum unumquem excedit Num novenarium, qui consequenter mente teneri facile pot.

§ 16. Hinc intell. oē dividuum continere in se Divisorem semper infra 10 constat n ex simplicib. Nris ab uno usque 9. oy Dividui Quotiy ut in superiori Exemplo Nri dividui 36. 23. 30 25 12. 8 Divisorem 4. in se continent infra 10. v. 9. 9. 5 7 6 5 2.

§ 17. Ex his hoc m venit observandum quod post Notam inventi Quoti tot Notae aut Cifrae poni debent quot Dividuum in dividendo ad dextram loca; post se numerari ex gr in Exemplo praecedenti primum Dividuum 36. ad dextram sex loca habet, unde concludi debet post ejusdem Dividui Quotum scil 9. sex loca Notar Numericar sequi et sic quoq Principalis inventus ex 7. locis numericis constat, Unde iterum intell nullam esse necessitatem Notam cur inventum Quotum directe dividendo subscribamus; posse n et supra dividendum & ad dextram dividendi et ad sinistram collocari, modo id quod de locis Nucis diximus in descriptione Quotienti observetur.

§ 18 Sequuntur Exempla aliam Exercit causa Nro Primo. deu Nus in duas partes stacens 9207630. & quaerit quot in textos Nros conficit datus statim Nus 5? R. Cumiam duel Dividendo

part

Partes in Nro in duas Partes fracto continentur, certum est ut Quae,,
stioni responderi possit, Num datum A. dividi debere p 2 consequenter
Num qui erat in Quotiente dati Nri A. exhibere nobis integrum seu
totum, ita ut Quotiens in dicta Divisione responsionis loco haberi, possit
qui erit B. 603815. Nus ille qui totum seu integrum dator Nro
exhibebit: ut videas.

Hinc intell. quod toties quoties Partes non ut 2 sed 8.3.8.4.
8.10 100 et 1000 debent in integrum Num reduci Divisione utendum.
Ex. Vaa Cum denarii in Grossos, Grossi in Florenos, Floreni in
Talleros, hi in Ducatos debent reduci Divisio debet adhiberi
per se patet. 4 | 9207630

2do Quando datum Num 9207630 in duas Partes aequales volu-
mus dividere et quidem uni parti
quot debeant assignari eadem erit
operatio quae in praecedenti Nro: datus Nus. debet dividi p 2 Quo,,
tiens indicabit quot debeo cedere parti uni: 4603815. Nota 3tio
quando Nus aliquis ubi in 2. partes aequales dividitur Nus bipar,,
titi dr. Nro 3tio Si 1136621 Floreni in suum majorem Num v.
in suum integrum aliquem v. in Taleros Vtium Florenos debe-
rent reduci nihil aliud esse faciendum quam quod datus Nus 3i,,
videret p 3. ponuntur si Floreni 3. Florenos in se comprehendere
Quotiens enim indicabit Num Florenor quaesitum.

Nota 4to

Nota 2do Si Floreni partes 1232. in Ducatos deberent resolvi datus Nus dividi debebit p 5. si ducati valeant Florenos 5. et quotiens indicabit Num quaesitum ducato

Sic erit procedendum si minuta in horas horas in dies dies in septimanas hae in menses et menses in annos resolvi debeant.

§ 19 Si in Divisione demum in ultimo dividuo remanebit aliquid in quo non po integer divisor reperiri tanquam in Nro se minore illud ex divisione residuum nominatur ergo casu in illo dividendus in datum divisorem indivisibilis esse quoniam totus dividendus in tot partes aequales quot desiderat divisor pratione suae unitatum dividi o pot. uti in praecedenti. 2do dividendus 1232 p 5 esse indivisibilis et quia et ultimo dividuo supermanent 2. sq partes = 2 Floreni, quos quatenus Floreni sunt in 5. dividere o possumus. Ex opposito qdo divisione perfecta nil supermanet tunc dr. dividendus per divisorem esse divisibilis ut videre est exemplum in Modis proxime praecedentis articuli. Si igitur necesse est ut Quotiens explicetur tunc qd ad residuum in dividendo per suum Divisorem esse in indivisibili, tunc residuum illud sumi debet pro novo dividendo reducendo illud tanquam totum in suas partes minores & ita dividi debebit per Divisorem priorem.

§ 20 Problema 2dum: Residuum ex aliqua Divisione accurate dividere hoc ipsum fieri potest sine ulla operatione Residuum n. scribe super divisorem infra lineam ut solet fieri in fractione, nam fractio illa erit Residui ex divisione Quotiens ita ut si hanc eandem fractionem Quotienti reperto modo praemisso subscribes tunc habebis accuratum tot. Ex gra sit dividendus 36230531 accuratum habebis Quotientem $9057632\frac{1}{4}$.

Demonstratio Cogita si residuum aut novus ille dividendus aliquod integrum seu totum esset. et velles totam illam Unitatem in partes aequales partiri, tum unica ejusdem pars 4. pars vocatur: si aut ex 4 partib. duas partes partes sumeres diceres duas quartas partes; si 3 partes sumeres 3 ae 4tae partes diceretur et in ejusdem residui quoto scriberetur cons. in dicto casu residui quotiens est semper fractio cujus Numerator aequalis est residuo. et Nominator aequalis divisori

§ 21 Problema 3tium Residuum aliquod in divisione Principum in applicatis Natis, quando nimirum dividendus certam v. pecuniam v. sortem denotat, quae certas minores Unitates aliquas comprehendit, et quo in casu Quotiens in ejusdem eum dividendo scribitur sui nad unitates habet, certo alio aliquo modo dividere accuratissime Resolutio 1. Residuum datum per Multiplicationem debes resolvere in suas propias unitates minores. 2do expedias Divisionem per datum divisorem in unitatibus minorib. . C sit res aliqua Librar 3623051. quae librae exprimant Num dividendum p 4. Quoriens erit ut supra 905762 $\frac{3}{4}$ h.e. residuum est trium Librar; qui quoniam Libra una comprehendit in se sertones 32 multa 32 p. 3. et habebis productum 96. novum scilicet dividendum; quem rursus divide p 4. et prodibit Quotiens 24. quem Num adjunge Quotienti desiderato integros Nuos et habebis accurate Quotientem 905762 Lotos 24. Si vero datus Nus 96 230531. exprimat florenos hungaricales Quotiens pariter erit 905632 $\frac{3}{4}$ h.e. residuum ex divisione erit summa florenos hungar 3. quos p multiplicationem resolve in 300 denarios, et divide p 4 Quotiens residui erit denariu 75 quem adjunge Quotienti integros Nuos et habebis Quotientem accurate expressum 905632. Dr. 75.

§ 22. Hinc intell. quod quando in Nris applicatis Divisor nec major nec minor residui unitatibus minoribus, eo in casu Residuum nec multiplicari nec dividi debet sed post Quotientem simpliciter describi Nota tamen hoc quod de residuo dividendo dictum est referri debet ad integros dividendos quando Divisor major est Dividendo, et cum Dividendus per divisionem in divisibilis est. Ex gr si 1 in 2 deberet dividi illud 1 ita debet considerari acsi esset residuum ex divisione et ita procedendum uti dictum superius et Quotiens erit $\frac{1}{2}$ aut $\frac{5}{10}$ aut $\frac{20}{40}$ &c.

§ 23. Problema 2dum Datum aliquem Num p unitatem quae p nullas etiam dividere. v. gra. 10 100 1000 Divisio haec facillima est omnium earum quae occasione operationis emergere consueverunt

Nam nil aliud est faciendum quam separate virgula aut puncto inter-
veniente à dividendo tott notas Nucas ad dextram, quot unitas p. nullas
excrescens divisoris nullas numerat, v. unum v. plures et habebis Quo-
tientem ad sinistram dividende residuum ad dextram notam sec. vir-
gula aut nota separatam: Ex. gr. sit Nus. 3879. in 10. Lin-
ola inter 7 & 9 posita separo à reliqua parte dati Nri dividendi et
habebo Q. 387 ad sinistram residuum 9. ad dextram dati Nri.

Ut vero residuum quoq ad dictum Qtm adjici possit ita procedendum
dum cum eo ut diximus superius h.e. resolvi debet in unitates minores
et per datum Divisorem dividi.

Sic si Nus 470 dividendum habeam pro 10 nullam Li-
neolâ interjectâ separo & habeo 47 pro Q. et pro residuo 0, sic
si dividendum 470 in 1000 quoniam in Divisore duæ sunt nullæ
duas illas nullas separo in dividendo et rursus habeo Qm 47. Resid-
uum 0 quia separatæ illæ notæ non sunt significativæ. taliter si 47,,
000 in 1000 si dividendus est erit rursus erit 0. Sed pona-
mus dividendum 339575. in 100. partes æquales Nri in quoniam in
divisore 2. nullæ sunt 2 Notas separo à dextra dividendi à reliqua parte &
habebo Quotientem à sinistra sed. 3639 s. residuum vero à dextra 75 quod in
100 partes dividi possit. in suas minores unitates resolvi debet et in 100 par-,,
tes dividi.

6 Demonstratio: Quod Veritas hæc ita se habeat intell. pot. ex iis quæ
superius dicta sunt de diminutione Nri cujuscunque dati ostendimus n. si à certo
quopiam Nro una Nota quapiam auferatur Num illum 10es minorem eo qui erat
prius si vero 2. centies, si 3 millies esse minorem consequenter post abscissam
unam notam 10ma Pars post duas notas abscissas centesima post 3 notas abscis-
sas millesima manet h. e. ista Unides p. notam aut Notas crescentes aut

100es aut 100es aut 1000es comprehendi possunt in dato quopiam Nro conse, datus aliquis Nus per illas Unitates crescentes modo praemisso dividi potest.

§ 24. Quando datus aliquis Nus dividitur semel, & rursus Quotiens in Divisione praemissa ulterius dividitur demum prodit Quotiens qui prodit et si datus ille Nus in productum dicti Divisor semel divideretur. Aut, quod eodem redit, quando Nus aliquis datus in alium semel divideretur: aut vero in factores prioris Divisoris per partes idem erit quotiens. Exempl. Si datus Nus 24. semel in 8 dividatur Quotiens erit 3. sed idem prodibit Quotiens si datum eundem Num 24. dividamus per factores Divisoris 8 h.e aut semel in 4. & producentem Quotientem 6. in 2. aut prius in 2. et producentem Quotientem in 4. Nam utroque modo Quotiens verus est 3. Eadem erit Ratio si Nus aliquis dividatur 3 Quotiens bis et sed et ter Exempla Si 120 dividatur semel 24 Quotiens erit 5. sed idem prodibit Quotiens si idem ille Nus 120 dividatur per factores Nuti 24. sed semel in 2. mox ejus productum in 3 et hujus productum in 4; productum enim 2+3+4 qui sunt Nri 24 factores Nam si 2 ducam in 3. dant 6. & 6. si ducam in 4. dat 24. cujus veritatis fundamentum est quod productum factorib. idem est.

§ 25 Problema 5 Num aliquem datum dividere per Num per nullam aut nullas crescentes ut sunt Nri 20.30 40 400 5000 differt hoc problema a praecedente in eo quod in praecedente Divisor est Nus sed 1. hic vero Nus Divisor est Nus simplex

De Divisione 87

in eo aut conveniunt quod uti ibi 1. cet. p nullas additas ita hic Nus simplex crescit per easdem. **Resolutio**. Cum haec Divisio aequè facilis sit ac praecedentis problematis Divisio. ideo hic ad dextram dividendi hic etiam aequè ac in praecedenti Problemate factum tot Notae sunt separandae quot sunt nullae in Divisore ad dextram & hoc quidem hic etiam eaque ac ibi interposito aut puncto aliquo aut linea perpendiculari. 2do Notae dividendi quae remanent ad sinistram puncti aut lineolae debent dividi in Notas significativas Divisoris & tunc habebis Quotientem una cum Nota aut Notis separatis. Ex. Gra. sit datus Nus 98357 Dividendus in 240 Quoniam in Divisore 1a nota est pone punctum aut lineolam inter 7. & reliquas notas Dividendi & sit separata 7. á reliquis Partib. Dividendi tandem p 24. divide Num dividendi ad sinistram lineolae et habebis Quotientem desideratum 22|698. Cum supermansione 3. quae est unitas seu nota Numerica ex loco dividendi secundo qui est locus Decadum quod Consequenter una cum separata ultima Nota 7. conficit totum Residuum 37. Cons. Quotiens genuinus est 22|688. una cum $\frac{37}{40}$

: Si si idem ille Nus 98 03 57. dividatur non jam in 240 sed in 2400 quoniam in Divisore 2. sunt nullae 2. notas dividendi á dextra separa ut prius á reliquo Nro Dividendi ad sinistram tunc p 24. divide reliquum Num 9803. habebis in Quotiente 2405 & quoniam hic etiam supermanent 3. illud additum duab. notis separatis residuum erit 357. Divisibilis fit Numerus in 2400 Ergo Quotiens erit 23.65 una cum residuo $\frac{357}{2400}$

Qua

Quae restantia ut possit dividi in 2400 in minores unides debebis resolvi & mox juxta Regulas Divisionis dividi.

Pariter si Nus datus 999 dividatur in 240 inter 9 & 9 construe Lineam perpendicularem, tandem reliquum Num 99 divide in 4 & habebis Quotientem 24 sed restantia est 3, e secundo dividendi loco, quas una cum residuo, separata nota 9 facit 39 Ergo Percipimus Quotus est 24 cum 39 quadragesimis partibus; quae restantia ut possit in partes 40 dividi, si dividendus contineat Flor. Vulgo restantia dicta resolvatur in minores unides v. gra in Krassos vonas, restantia dicta resolvatur in minores unides qui quoniam singuli continent, 17 Krassos, 39 Flor. dant Krassos 663 qui in 40. divisi praebent Quotum 16. cum restantia 23 Krassos. quae rursus indivisibilis cum sit in 40 rursus 23 Krassi resolvantur in denarios quales dependuntur, 138 qui in 40 divisi dant Quot. 3 cum restantia 18 Ergo verus percipimus Quotus dicti Nri 999 sunt Flor 24. Krassi 16 Denar 3 restant. Den. 18. . . . . Ex. Pag.

$$\frac{99|9}{4|0} \quad 24\ \tfrac{39}{40}$$

Demonstratio: Quando ex dato aliquo Nro ad dextram 1. nota Numerica separatur tunc talis Nus dividitur in 10 & si 2 notae numerii Nus dividitur in 100. si, ce separantur datus Nus dividitur in 100. si 3 sint separatae Notae numerica datus Nus.

$$\text{Krassi. St.}\ \frac{66|3}{4|0} \quad 16\ \tfrac{23}{40}$$

$$\underline{23}\ \text{Krass. dant Den.}$$

$$\frac{13|8}{4|0} \quad 3\ \tfrac{18}{40}$$

dividi

dividitur in 1000. R.

Quam veritatem etiam in uno per nullas crescente documentis in §lo 23 atque eadem est Ratio aliarum etiam notarum per nullas crescentium Si enim datus Numerus dividatur in 20. datus Numerus concipitur divisus in bis 10 Si in 30. in ter 10. si in 2400 in 24ter 100 et sic porro Ergo bona est operatio si juxta Praemissas Regulas procedat.

§26. Si utrique Numeri aeque Divisor ac Dividendus nullas habeant ad dextram separes ex utroque nullas totidem, ex Divisore ac ex Dividendo quae nulla Ratio habeant utpote quae separatae nil Significant. Ex. gr. Sit Numerus 283000 in 40 dividendus separo ex dividendo 1. et ex Divisore alteram nullam et divido dividendum in 4. Si autem hunc eundem dividendum 283000 velim dividere 400. separo ex utroque 2 nullas et debeo dividere residuum in 4.

283000
4..0

283000
4.00

Similiter si dictum Numerum 283000 in 4000 velim dividere, abjectis 3 ab utroque nullis divido residuum 283. in 4 cujus etiam rei eadem est Ratio.

283|000
4|000.

§27 Problema 6tum. Datum aliquem Numerum in alium aliquem datum qui ex quibusdam Significativis notis constat brevissime et optima ratio dividere Resolutio 1mo: Divisorem ad Sinistram dividendi describe ideo quod operatio in 4 a Sinistra dividendi. 2do: Divisori describe pro Lineam aliquam subduc sub qua Quotiens emergens describi potest et commoditatis causa describi debet. 3tio: Accipe e dividendo pro Ratione divisoris dividuum

duum

Caium sufficientem e duabus dividendo notis constantem.

Tunc investiga quoties Divisor contineatur in tali dividuo, quod quidem taliter fit, quaeritur juxta Tabulam Pythagoricam quoties prima ad sinistram divisoris contineatur in nota dividendi in qua si non contineatur, quaere in duabus dividendi notis quoties prima nota divisoris contineatur, et examina apud te num cogitatus Quotiens si ducatur in divisorem productum eo possit e dividuo subtrahi, alias Quotiens paululum major debet sumi aut si tale productum excedat dividuum Quotiens minor debet sumi donec productum tale rite possit e dividuo subtrahi.

2do Si in dicta operatione invenies verum Quotientem describe eum infra Lineam sub divisore et productum Quotientis in divisorem subtrahe ex accepto dividuo, et si remanebit post subtractionem aliquid illud ut Residuum consigna quia dividuum, dividui tale residuum pot. hic ee ō ē. constans ex una sed etiam ex pluribus: ideoque potest mente tenere.

3tio: Procedatur in sequentem locum si qui sit ad dextram Dividendi ulterius in quem locum debet referri residuum ex praecedenti Dividuo, si sit aliquod et sic sequens Dividuus continuatur, quicum ut quae in praecedenti dividuo dictum est operatio debet peragi et sic si procedatur ulterius etiam donec per Divisorem omnes Loci dividendi examinentur. Quotiens praecipuus desideratus invenietur, divisori ut dictum est subscribendus.

Ex.

Ex. data est Numerus dividendus 2540361. dividendus in 439 juxta resolutionem adjicias divisorem a sinistra, divisori subtende lineam certam. Quoniam dividendi prima Nota 2. minor est quam divisoris prima nota 4. divisor vero ex trib. notis constat, ō erat pro divisore sufficiens dividuum, si tu tres cifras seu notas sumas ex dividuo; ita enim divisor major est dividuo. Ergo pro dividuo sumas notas 4. 2549. Quo circa Num in hoc dividuo ultimum 9 notes puncto quopiam, in signum quod illud sit ultima dividui cifra seu nota.

Tandem quaere 4. primam divisoris notam quoties potes habere in 25 duab. dividendi notis potes reperire ~~ter~~ subscribe igitur 5 infra lineam divisoris 439 residuum erit 354 quod subscribe ~~divido~~ divisorem igitur 5 sumptum h.e. per 5 multiplicatum, i. 2195 si subtrahas ex dividuo 2549. residuum erit 354. quod subscribe dividuo NB. primam divisoris notam 4 in primis dividendi notis 25 sexies etiam poteras invenire nihilominus 6. in quoto poni non poterat Nam sexies 4 quid i. 24 potest subtrahi ex 25 sed remanet 1. quod cum sequenti 4 facit 14 unde sequens divisoris nota 3 sexies sumpta h.e. 18 subtrahi non pot.

Taliter operatione cum primo peracta dividuo progrediaris ad sequentem dividendi locum ut vides positum 3. cui si annectas residuum ex primo dividuo ~~progrediaris~~ h.e. 354 habebis sequentem dividuum 3543 in dividuo nota puncto aliquo in sinistram quod illud sit ultima secundi dividui nota: hoc facto vides in dividuo hoc 3543. primam divisoris notam 4. ō posse quaeri in 36. sed in 35 in quo continetur 8ies. Nam 4 in 8 ducat. dat 32:

remanet

remanet 3 quod cum sequenti 4 facit 34. unde ter 8. h.e. 224 sub trahi potest. igitur tuto juxta 5. §. in Qte poni potest & subtrahe conse. 8^es sumptum Divisorem ex dicto dividuo seu multiplicatum 2439 per 8. ex divi- duo remanebit 35 quod rursus subscribe modo congruo dividendo.

Hinc perge ad locum sequentem ad dextram in quo positum est 6. quod puncto notes cumque residuum ex secundo dividuo facit 350. sed quia Divisor 2439. major est hoc dividuo 350. cons. neque semel continetur divi- sor in hoc dividuo, ideo juxta 8. in Qte scribe nullam infra lineam divi- sorij subtensam.

Denique perge ulterius & notes puncto ultimam ad dextram Notam primam & habebis ultimum dividuum cum Commisso 3501. h.e. tunc prima Divisoris 4 quaere quoties contineat in primis hujus dividui Notis = 35 et vi. debis contineri 7^es scribas igitur 7. juxta 9 in Qte & subtrahe 3p 7. mul- plicatum Divisorem e dividuo ultimo 3501. residuum erit 88. Ergo verus Quotiens erit 8807. cum residuo 88.

Demonstrao. Eadem est quae est Problematis 5 primi in §h 13 Nam vi operaonis unaquaeque nota inventi Quoti indicat quoties Divisor in unoquoque dividuo juxta Naam dividendi v. millionis v. 10 millium v. 100 millium millium v. Centenarios Decadum v. unorum comprehensus fuerit Q. E. D.

Quae ipsa veritas intell. clarius si dividua per partes considerentur. Nam 2195000 in 2439 divisus producit Qtem 8000. 351200 divisus 2439 Qtem dat 800 tertius Nus 3072 in 2439 divisus dat Qtem 7.

7 Ergo in summa 2549273. in 439 divisum dat Quotum 5807 Cons. Nus 2549273.+ 88. = 2549361. in 439 divisus dat Qtem 5807. Et hoc erat demonstrandum.

§ 28. Exempla alia etiam videamus Exercitii causa. Si certus Numerus Multiplicatus cum 2357. Productum ejus exciterit 1032366. quaeritur? quis nam certus ille Nus esse hactenus incognitus. Resp: Si in datum Num 2357. divi, datur Productum 1032366 Quotus erit certus ille Nus quaesitus = 4,, 38. qui si hic ut Quotus ducatur in Divisorem notum 2357. Productum erit ille idem Numerus.

Haec eadem veritas patet clarius in Minoribus Nris. Ex. Dat certus aliquis Nus Multiplicatus per 12. producit Factum 48. Quaeritur quis est cer,, tus ille Numerus. Responsio invenietur si productum 48. ut Nus. dividen,, dus dividatur in notum numerum 12. ut nunc Divisorem antea vero Multipli,, catorem Quotus enim 4. est Nus quaesitus; nam 12 4pex continetur in 48. unde si Quotus ducatur in Divisorem idem erit Productum ut 48.

§ 29. Ex his videmus tam Quotum, ita Divisorem in certis Casib. posse dici mensuras dividendi Consequenter et Partes ejusdem et quidem Partes aliquotas semper quando simul sunt et Mensurae.

Scholion. Mensurae vocantur illi integri Nri qui alium ali,, quem Numerum integre h.c. nil residui relinquendo minuunt. Sic Ex. gra

12 mensura

12 mensura est Numeri 48. quia integer Nus existens ita metitur cum ut nihil restet. Sic & 4 est mensura ejusdem Nuri 48. quia 12es sumptum adæquat 48. Præterea omnes mensuræ, si sint Minores ac sunt Nuri quos metiuntur considerantur ut eorundem Partes & quidem aliquotæ seu tales quæ aliquoties sumptæ datum aliquem Num integrè metiuntur ita ut nil super sit.

§ 30 Omnes Nuri mensuras habent 2plices nimirum Unitatem & certos integros Nuros Ex gratia longitudo 48. Pollicum potest mensurari & per 1 pollicem & longitudinem 48 pollicum & Quotiens in priori casu est ipsemet Nus in posteriori 1 est: sed præter 2 has mensuras habet plures alias mensuras Ex gratia Nus 48 metiri potest etiam per 2 3 6 12 16 24 ita ut nil super sit. Cum vero Nus aliquis plures Nuros metitur dicitur illa Nuorum Mensura communis Ex gratia Nus 3 numerorum 12 & 27 Communis Mensura vocatur quoniam utrosque hos metitur aut dividit; sed ex opposito Nuri 24 6 & 12 sunt Communis Mensura & Nuri 9 & 27 Mensura sunt solum 27 sed non sunt Communis utrosque 12 & 27. Primi inter se Nuri dicuntur qui nullum Nuum habent seu Communem Mensuram quando scilicet ad se invicem referuntur V. gratia 9. 8. & 27 sunt primi inter se Nuri quia nullum integrum Num communem habent Mensuram præter Unitatem.

§ 31. De Divisione sequentes ab initio Observationes sunt Notandæ; 1mo: Cum superius docuimus Divisionem

fed

scribendum esse ad sinistram dividendi hoc ipsum ideo tantum factum ut oculi commodius ~~de~~ Divisore in Dividendum possint moveri: alias ratio nulla est cur Divisor non possit scribi v. ad dextram dividendi v. superius v. inferius modo Quotiens Divisori subscribi possit ita ut inter duas Multiplicatio possit peragi. 2do: Quod vero docuerimus Divisionem semper a sinistra esse inchoandam ejus ratio est ut residuum ex primo dividuo accedat sequenti dividuo minori unitum & ejus residuum iterum sequenti. Unde sequitur quando numeri aut mixti quales sunt integri cum fractis aut divisores nominum quales sunt floreni grossi cruciferi simul sunt dividendi divisionem inchoandam esse in integris numeris & demum ita progrediendum ad fractos aut sortis minoris numeros.

Caput VII

De

Epitome Contemplationum circa quatuor Species

§ 1. Quando integer numerus integro numero additur aut ab integro subtrahitur in priori casu summa in posteriori casu residuum oportet esse integer numerus. Sic quoniam Multiplicatio non est nisi compendiosa Additio ubi nimirum factor alter toties sumitur seu additur quot unitates habet alter factor uti visum est ~~dicto~~ capite de Multiplicatione si factores integri numeri sunt productum in erit integer

numerus

Nus ne factio in illud ingredi pt quo circa omnis compositus Nus h.e. ex duob. aut plurib. factorib. ortus integer Nus; ponuntur n factores integri; ex opposito sequitur si Nus aliquis fractionem habeat ille non pot factum seu productum esse ex integris factorib. sed oportet ut alter saltem factor fractum habuerit Num

Hinc fluit **Theorema** sequens etiam: quando dividendus fractionem habet divisor vero integer Nus est Quotiens non pot esse integer Nus

Demonstratio Factum ex divisore & Qte semper aequale est dividendo ita ut quoties aut divisor in Quotientem aut Quotiens ducatur in divisorem factum erit dividendus ut supra de divisione dictum est Cons. quando dividendus seu productum fractionem habet debet ad minimum alter factor aut divisor aut dividens fractionem habere ponitur aut in Theoremate divisorem esse integrum Num ergo necessario sequitur Quotientem habere fractionem.

§ 2 Nus aliquis per Additionem Unitatis pot augeri & per Subtractionem Unitatis minui licet eadem Unitas neque Multiplicare neque dividere possit

Hinc intelligitur id quod Additio corrigit per Subtractio tollere

Ex duabus si tria & quinque addantur colligitur summa 8 sed si ab eadem summa subtrahantur 5. manebunt 3. & si tria subtrahantur manebunt 5. & sic porro: Et quod subtractio diriget seu differentiat fit Additio rursus per colligere sed quod Mcatio componit seu colligit in Divisione solvit seu dispergit v.gr. si 12 multiplicentur per 4. componitur productum seu Factum 48 sed si Factum illud dividatur aut in 12 aut 4 dispergatur Factum illud in priori casu in 4. in posteriori in 12.

Demonstratio In Mcatione Omnis Factor Socium Factorem toties addet sibi ipsi quot habet ipse Factor in se unitates uti dictum superius: sed quoties Contineatur Nus brevi in altiori Divisio indicat quotiens ut hoc etiam superius est dictum Et quando productum in alterum suorum Factorum dividitur necessario erit quotiens ejus Factor hic si productum quod est in hoc casu Nus dividendus per Quotientem dividatur Quotiens erit Divisor & si per Divisorem dividatur is Nus qui in priori casu erat divisor fiet Quotiens

§3. Hinc quod Divisio a semivicem divellit aut Solvit illud per rursus per Mcationem colligi si fiat Quotiens multiplicetur per Divisorem productum enim semper eo erit dividendus.

Unde intelligitur Additionem esse regressum ex Subtractione

ctione & ex opposito Subtractionem regressum ea Additionem Similiter Multiplicationem regressum esse ex Divisione & Divisionem ex opposito progressum seu reditum ex divisione ita ut per similes regressus semper redeant ad primum illum Num ex quo digressum factum erat: Consequenter intelligitur omnem Num Compositum qui fuit ortus ex Multiplicatione factorum suorum ut Nuos integros divisibilem esse in suos fa-ctores quoniam si dividatur in alterum factorem socius semper oritur socius ejus Factor & quidem sine Fractione seu residuo ponuntur in Factores integri ex Nuri.

Hinc rursus intelligitur Omnes Factores Nuorum Compositorum partes aliquotas aut eorum Mensuras esse

§ 4 Si summa Nuorum duorum inaequalium differentia eorum addatur summa illa quae exsurgit majoris Nuri dupla erit ex gratia sint duo dati Nri 5 & 8 inaequales quorum summa 13 addatur eorum differen-tia 3. & exsurget summa 16 quam duplam esse majoris 8 satis patet. Sic Minorum Nuorum inaequalium 10 & 8. summae hic 18 si addatur eorum dif-ferentia prodibit inde 20 quae dupla erit majoris Nuri 10 ut patet

Demonstratio Major Nus semper constat ex duabus Partibus minirum ex Minore Numero & ex differentia. Ergo summa datorum Nuorum inaequalium Constat ex bis sumpto Minore Nuo & semel sum-pta differentia. si igitur tali summae rursus addatur differentia summa quae exsurget constabit ex uni juxta id quod poni debit

bis Minore Nro & bis sumpta differentia cons: talis Summa Ma,
joris Nri dupla erit quia ut dictum Major constat ex minore
& ex differentia

Corollarium 1mum Si igitur ex Summa duor Numer inaequalium cor differentia subtrahatur remanebit Minoris duplum Ex gr. 30 & 20 Nor inaequalium Summa facit 50 et qua si subtraham differentiam 10 remanebit 40 Minoris 20 duplum. Sic si ex 10 & 8 Summa 18 differentiam 2. subtraham residuum 16 Minoris 8 duplum erit

Corollarium 2dum: Quando dimidia summa in aequa, lium Nror cor differentia aut additur aut demitur in priori casu praecise prodibit Major Numerus in posteriore casu remanebit praecise Minor Ex gr duor Nror inaequalium 30 & 20 dimidia summa 25 addatur differentiae dimidia h.e. 5 prodibit Major 30 & si eadem subtrahatur remanebit praecise Minor h.e 20

§ 5 Quando datus aliquis Nus per 2 Nuos inaequales seorsim multiplicatur productum quod ex factore Majore oritur majus est producto factoris minoris ita ut Minus hoc productum toties comprehendatur in producto factoris majoris quoties factor comprehenditur minor in factore Majori ex gr Nrus datus quicunque Nus semel per 2 mox per 6. productum hujus factoris 6. triplo erit majus producto illius: aut quod idem est productum factoris 2 est tertia pars producti factoris 6

Demonstratio Unusquisque factor datum Num toties sumit in Ma, ore quot ipse factor unitates continet, ut superius dictum ita ut si ita ut si factor A duas habeat in se unitates cum factor B unam in tum factor A datum Num bis sumit cum factor B semel si ille 4 habeat unitates cum hic duas ille quater sumit datum Num cum hic bis in, & productum illius majus erit producto hujus ita ut productum Minus toties contineatur in Majore producto quot factor Minoris continet in facto Majoris producti.

Corollarium I. Si Ergo productum ex dato quopiam Nro eo minus erit quo Minor est Nus seu factor ille quem quo datus Nus Multiplicand: & inter integros Nros Minimum sit productum si Mcetur per 1. tunc in datus Nus erit ipsum productum Ergo necessario hoc ipso producto minus adhuc erit productum si datus Nus non p 1 sed p uno minus h.c. p fractum multiplicetur Ex p $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$

Corollarium 2dum. Si in Calculo aliquo contingat quod Nri aliqui veniant inter se multiplicandi, ubi tamen productum ex Multiplicatione ortum bis 3 2ies Majus aut toties minus desideratur, tunc statim in initio ex datis illis Nris interse multiplicandis Consequenter factorib. aut hunc aut illum toties Majorem summam aut Minorem uti necessitas fert & tandem cum taliter aut in Minore factore datum Num multiplices productum orietur illud quod desideratur. Ex gr. si duo Nri 4 & 6. interse multiplicentur & ortum inde productum vg. 24 bis deberet sumi h.c. p 2 augeri factores solum auge aut aut 4 aut 6. per 2. h.c. sumatur bis & tandem hoc factore solum aucto factore multiplices alium factorem E.g. aut per 8. Multiplices 6. aut

p 12 Multiplicat 4 oritur productum desideratum 24
hoc e. duplum producti 24 ex 2 in 6 ducti. Sed si productum 24
ex 4 in sex ortum plus desideraret dimidia sua parte h.e. dividere in
2 deberent aut factorum alter aut hic aut ille pro lubitu & tunc cum
in Minimo Factore multiplicat Factor alter Ex gra. aut 2 pars dimidia ipsius
4. ducat in 6. aut 3. dimidia pars ipsius 6 ducat in 4. prodibit 12
Nus desideratus.

Corollarium III. Hinc consequitur quando loco datorum
duorum Numerorum alios Numeros sumimus quorum unus duobus tribus quatuorque vicib,
Major sit dato uno, alter vero una dimidia tertia quarta parte Minor
quam datorum alter h.e. quando factorem I pro lubitu augemus & alte-
rum in totidem ~~factorem~~ partes dividimus tuncque producta inter se mul-
tiplicentur illud novum productum oritur quod erat productum datorum Nume-
rorum quoniam quantum augetur dato Numero factor; alter, tantum
minuitur secundus Ex gra.

Sint Numeri dati 10 & 12 qui inter se multiplicati produnt
factum 120 sed juxta Theorema hoc sumamus Numerum alterum
quorum unus dato Numero altero hoc est 10 bis Numeris Major sit
hoc est Multiplicetur per 2. sed secundus sumptus minuatur seu
dividatur per 2. hoc est Numerus sumptus prior sit 20 secundus
sit 6 aut loco 10. summatur Nus Multiplicatus per 3 hoc est
30 seu ter 10 sed alter sumatur qui sit tertia pars ipsius 12
hoc est 4. aut sumatur 4. in 10 h.e. 40 sed alter sit 3tia pars

ipsius

ipsius 12 hoc est 3 qui si invicem Multiplicentur idem habebunt Productum quod Decem in 12 ducti hoc est 120.

Corollarium IV. Si igitur unus Factor non praecise toties augetur, quoties alter Factor imminuitur non possunt Producta inter se esse aequalia. Et vicissim si duo Producta ex inaequalibus Factoribus aequalia sint sequitur quantum Factor unus est auctus tantum debuit Factorum alter esse imminutus.

§ 96. Si autem loco duorum Numerorum invicem multiplicandorum duo alii sumantur Numeri E. gra. loco datorum Numerorum 10 & 12 sumantur 20 & 36 quorum unus 20 bis Major seu duplus est datorum uno 10 alter vero 36 triplus est alterius 12 qui si Multiplicentur invicem productum eorum sexies Major erit producto datorum 10 & 12 quoniam Numeri augmentum eorum indicantes 2 & 3 multiplicati dant 6. E. gra. productum Numerorum 10 in 12 est 120 sed productum 20 & 36 sumptorum est 720 qui sexies comprehendit in se productum datorum 10 & 12 scilicet 120.

Demonstratio: Si Factor aliquis duplo Major sumatur quam erat prius Productum etiam ejus duplo major erit ut visum superius pariter si Factor triplo Major sumatur productum ejus triplo Major erit jam autem Factores 2 & 3 invicem multiplicati producunt 6. Ergo & productum sumptorum Numerorum sexies Major erit.

Corollarium. Hinc intelligitur si loco datorum Numerorum invicem multiplicandorum: sint 10 & 12 sumantur duo alii 5 & 4 quod

ille Pars dimidia sit 10 hic vero Pars tertia 12 & tandem hi sim,,
pl inter se multiplicent^r oritur productum tale quod bis continebit datos,,
10 & 12 aut, quod idem est. erit una pars ^{2} ord: Ex. Gr. 4 in 5 dant
20 sed 20 una 6ta: Pars est 120. producti dant 10 & 12

§ 7. In Divisione non solum docet Quotiens Divisorem to,,
ties contineri in Dividendo quot Unitates habet in se Divisor. Demo.
Dividendus aequalis est Facto Divisoris & Quotienti ut vidim superius
Igitur unum quemq dividuum Numerum possumus considerare tan,,
quam factum aliquod seu productum cujus Factores sunt Divisor
& Qotiens. Atq omnes Factores docet suas Unitates quoties Conti,,
neantur Factor in Facto seu producto ambor. Ex. Gr. toties Continetur
Divisor in Dividendo quot Qotiens habet Unitates & Qotiens toties
continetur in Dividendo quot divisor habet Unitates.

Corollarium Hinc Sequitur si Dividendum per
Quotientem dividamus in Quotiente reperiatur divisor qui Conse,
ut nunc Quotiens indicat quoties contineatur prior Quotiens & nunc
Divisor in Dividendo. Ex. Gr. 36230528. in 4. Divisus. dant.
Quotientem 9057632 unde intell. simul quod si idem divi,,
dendus dividatur per dictum Quotientem prior Divisor 4. erit Qens

§ 8. Si 2 Numeri inaequales Major seu
& Minor in Nuos aequales dividantur Majoris Numeri Quoti,,
ens Major erit Quotiente Minoris Numeri ita ut Quotiens Minor
toties contineatur in Quotiente Majore quoties Dividendus M Minor

in

Caput VII

in dividendo Majore Ex^{a}. Si 20 & 10 in 4uor aequales dividantur Quotiens debet ex 20 duplus esse Quotientis ex 10 aut quod idem est debet Quotiens ex 10 pars esse dimidia Quotientis ex 20 quia dividendus 20 duplus est dividendi 10

Demonstratio. Si divisorem & Quotientem ut factores, dividendum vero consideraveris ut factum inde concludere ex premissis facile potest Quotientem unicum in altero toties contineri quoties dividendus unicus in altero.

Sed & ex natura divisionis illud ipsum intell potest; nam quo Major est quantitas quae in certum Num partium aequalium dividitur eo Majores seu plures sunt ejus partes ita ut si una quantitas dupla 3pla 4pla sit alterius & utraque in partes aequales dividantur seu eundem habeant divisorem necessario Cotiens etiam ejus duplus 3plus 4plus sit alterius Cotientis.

Corollarium 1mum. Scire quod ex certo Quotiente invento possit simul Cent invenire aut Majoris aut minoris dividendi Ex^{a}. Si invenisti 20 in 5 divisum in Q^{te} 4. habebis inde ulterius post condere 10 in 5 divisum in Q^{te} dividuum ipsius 4-3. c 2 habe quia 10 ipsius 20 dividuum est . . pariter 120 in 5 divisum in Q^{te} habet 24. h.e. Sexies 4. quia 120 etiam est 6 20

Corollarium 2um. Item si dividendum in certas suas partes secueris et Q^{em} primae partis inveneris, & modo premisso invento illo Q^{te} variarum etiam reliquarum Cotientes deduceris tandem Qentes inventos partiales addideris necessario debet prodire in parte Secta dividendi Cotiens principalis Ex^{a} gr. Sit dividendus

150 in 5. pot. Si ita videbis Nus ille secari in partes 20+120.
+10 & hic 20 in 5 divisum dabit Qentem 4 hinc juxta premissa poterit con,
cludi sequentis partis 120 Quotientem esse bis 2. h.e. 24: Et demum tertia par,
tis seu 10 in 5 divisae Quotientem esse dimidium ipsius 4. h.e. 2. Quo facto si
Quotientes 4+ 24 + 2 addideris habebis Qtm principalem desideratum
30. §9 Si duos aequales Nos primum in Majorem alium in Mi,
norem divisorem diviseris: debet quidem, ut supra dictum, Minor Qens
toties continere 2 in Majore quoties continet Minor in Majori Divisor. Sed in
hoc casu hoc notandum quod Quotiens Majoris Divisoris Minor sit Qte Mi,
noris Divisoris. Ex. Gratia: Si certus aliquis Nus in 20 & seorsim
ille idem Nus dividatur in 10 prioris quotiens debet esse pars dimidia alteri,
us quia divisor 20 duplus est divisoris 10.

Demonstratio. Si hic rursus Divisorem & Quotientem
consideraberis ut Factores & dividendum ut factum seu productum
intelliges veritatem hujus Theorematis. Nam quoniam utraque Facta
seu Nus divisi ponuntur esse aequales & Divisor aut Factor in una
divisione duplus quadruplus sit divisoris in alia divisione debet ne,
cessario Quotiens tanquam Factor alter in priori divisione dimidia
tertia quarta pars esse Quotientis in posteriori divisione

Sed hoc ipsum patet ex Natura divisionis etiam; Nam quo plu,
res constituunt partes ex certa Unitate seu formant eo minus cedit
unicuique parti: Si igitur divisor duplus est alterius dividendus in 10,
tidem partes debet dividi Cons: in bis tantas partes quam sit in alia
divisione & quoniam dividendus in utraque divisione aequalis ponitur
debet omnino Quotiens in priori divisione dimidia pars esse

Quotiens

Quotiens in posteriori Divisione 106

§ 10. Quoniam igitur Quotiens certi cujusdam dati dividendi semper eo Major est, quo Divisor est Minor eo Maximus Quotiens est in integris Numeris quando divisor est unum & omnium Minimus est Quotiens in integris Numeris Quando Divisor dividendo est aequalis quia hic posito in priori casu in Quotiente ipse dividendus est & in posteriori casu semper unum est in Quotiente.

Unde Sequitur Quotientem Majorem esse dividendo quando divisor Minor est uno h.e. fractus est numerus seu pars aliqua unius ex opposito Quotientem Minorem esse uno quando divisor Major est dividendo.

Corollarium. Si igitur in aliquo calculo contingat quod certus aliquis Nus in alium aliquem Num dividat ubi Quotiens 2. 3. 4. etc. Major aut dimidia, 3tia. quarta parte Minor etc. fieri debet statim in initio aut dividendus bis ter quater multiplicari etc. aut Minui & taliter auctus aut imminutus dividendus in datum divisorem Minui aut divisor ut tantum dimidiaria ipso. seu potius augeri aut imminui.

Ex. Sit datum dividendum in taliter auctum aut imminutum divisorem dividere. Ex gra dividam 48 in 6. cujus Quotientis 8 duplum desideratur quod ipsum consequi licebit aut Multiplicando per 2. dividendum 48 ipsum illud 64 summendo quod est 96 et illud in 6. datum divisorem dividendo, aut datum dividendum 48 in dimidiam partem Nri 6. h.e. in 3tia dividendo. Nam

Nam utroque modo Quotientem habebimus 16. duplum scilicet dati 8. Quotientis, si vero sit idem Quotiens dimidia sua parte esset minuendus h.e. in 2 dividendus, id consequitur aut dimidia sui parte datum 48. imminuendo h.e. 24. sumendo & in datum divisorem 6 dividendo aut datum dividendum 48. non jam in 6. sed in ejus duplum h.e. in 12 dividendo, Nam utroque modo prodit Quotiens dimidia sui parte imminutus scilicet 2.

§ 11 Hinc poterit observari quod si in aliquo Calculo divisor est ad dividendum et 3. aliquis Numerus per quem post Quotiens multiplicari datus sit certum inde oriens productum, sed idem productum oriens si loco dati illius dividendi datus tertius Numerus in datum divisorem dividatur & hinc ortus Quotiens cum dato dividendo multiplicabitur Ex. gr. Sit datus Numerus 48 in 6 dividendus & 3. 12 per quem Quotiens 8 multiplicetur inde oriens productum 96: Sed idem oriens si loco dati dividendi 48 summatur tertius 12 in illum productum, & per Quotientem hujus divisionis datus dividendus 48 multiplicetur 6 dividendus.

Demonstratio. Vi praecedentium Theorematum datus aliquis dividendus, 48 statim in initio cum dato Numero 12 post multiplicari & inde ortum productum in datum divisorem dividi sed & statim nominato casu ubi 2 Numeri invicem multiplicati sunt & ortum inde productum in certum divisorem dividendum venit possumus unum ex factoribus multiplicatum pro lubitu sumere & in datum divisorem dividere & tandem Quotientem cum altero factore multiplicare. Unde sequitur in praecedenti casu etiam loco dividendi possumus certum datum Numerum 12 sumere, eundem datum dividere & Quotientem cum dato Numero multiplicare.

§ 12 Eodem modo demonstrari potest si prodeat Calculus aliquis in 2 Numeri invicem multiplicandi sunt & productum inde ortum dividendum veniat.

ni 3 aliquem Num: & Quotiens ejus multicandus sit p 4tum aliquem, & hinc or-
tum productum iterum ni 5 dividendum sit & sic. Nam si omnes multatores invi-
& seorsim omnes divisores invice multiplicent illiusq productum per hujus pro-
ductum dividant Quotiens desideratus prodibit Ex gr. Venn 2 Nui 6 & 8 ad
multiplicandum productum est 48. dividatur ni 4. Quotiens hinc prodiens 12 rur-
sus multiplicet per 10 hinc ortum productum 120 ulterius dividatur ni 15 &c. Idem quis praes[tat]
omnes multatores invice & seorsim omnes divisores multiplicare & productum multipli-
catoris 480 productum divisorum 60 dependenter dico si 480 ni 60 dividatur
prodibit Quotiens desideratus.

Nota Multiplicatores invice multicandi sunt 6. 8. 10 multiplicam
aut sic 6. ni 8 ductum dat 48 & hoc ni 10 ductum dat 480: Divisores sunt
4. 15 qui invice ducti dant 60

Hinc rursus patescit & quod si divisor & dividendus aequalib. Nui
mulcent seu augeant aut vero dividant seu minimuant aequalib. Nui
& tandem diviso ni auctis aut minutis Nuis absolute prodire debet ille
Quotiens qui ex ipsis datis Nuis invice divisis prodibat Ex gr. Si datur Nus
48 ni 6 dividendus ubi Quotiens erit 8 sed juxta theorema idem ille Quoti[ens]
prodibit si dati illi Nui aequaliter v. mlcent v. dividant h.e. si bis 48 ni
bis 6 i.e. 96 ni 12: aut 3tie 48 ni 3 6 i.e. 144 ni 18 aut dimidi-
um ipsius 48 ni dimidium ipsius 6 i.e. 24 ni 3ia aut $\frac{1}{3}$ pars ipsi-
48 ni unam tertiam partem ipsius 6 i.e. 16 ni 2 dividant semper idem
erit Quotiens id est 8

Demonstratio Quando dividendum solum bis ter quater aut majo-
rem aut Multiplicatum sumimus Quotientem quidem taliter aucti dividendi
bis ter quater augeri juxta superiora: & si divisor solus bis ter aut quater
multiplicetur Quotiens bis ter quater &c minuetur consequenter Q. immutabili-
ter idem est si dividendum aeque ac divisorem augebimus aut Multi-
plicabimus

plicabimus quoniam in his casibus quantum ex una parte Q crescit et ab altera parte decrescit eadem est ratio si dati Numeri dividendus seu. & divisor in numeros aequales dividantur seu aequaliter imminuantur

Corollarium Hinc intell. doctrina de abscissione nullius aut nullarum tam ex dividendo quam ex divisore aequaliter fienda, nam si tam ex dividendo quam ex divisore una nulla abscinditur utrique numeri dividentur in 10. & si duae 00. abscinduntur dividuntur in 100 si vero 000 abscinduntur dividuntur in 1000. ut superius dictum.

Quoniam igitur tali modo tam dividendus quam divisor in Numeros aequales dividuntur et Residui et Numeri post abscissionem invicem dividantur debet illi eadem Q. resurgere quae resultabant ante abscissionem quantum enim ex una parte crescit Q. seu ex parte divisoris imminuit et, ex altera parte seu dividendi imminuit decrescit

Artic. VIII
De
Regula Proportionum Quae vulgo Regula Detri nominatur.

§ 1. De hac Regula Speciali multi multa loquuntur sed hujus regulae originem & fundamentum ut & specialem ejus proprietatem pauci ut par est intelligunt, Quaerunt quidem aliqui Arithmeticae scriptores fundamentum hujus Regulae secundum Euclidem demonstrare per Lineas & figuras quasdam Geometricas in quem finem potest etiam quasdam geometricas proferunt; sed Tyronibus Arithmeticae illud ipsum peregrinum & ad comprehendendum difficile est ut plurium enim.

Caput VIII De Regula Proportionum

~~...~~ neq de Geometria neq de Geometricis figuris sunt instructi sed alias etiam inversa docendi Methodus esse videtur si prout Arithmetica ex Geometria demonstrentur Arithmetica enim est pars Matheseos prima quam excipit geometria, nec aliqua cogit nos necessitas ut quam debeamus Arithmeticas prout ex Geometria demonstrare quoniam Arithmetica sufficiens est ad se Regulam Detri utilem arithmeticam fundamentaliter demonstrare ut patebit ex sequ.

Quod ipsum antequam experiamur non erit alienum in antecessum agere de Ratione & proportione magnitudinumque proprietatibus precipuis.

§ 2. Quando duae magnitudines ejusdem Rationis quoad magnitudinem inter se comparantur aut componuntur relatio unius ad aliam duobus modis potest tractari & determinari; aut primo per Subtractionem inquiritur quantum una magnitudo excedat aliam: aut investigatur per Divisionem quoties una Magnitudo contineatur in alia: ut si ex gr flor. cum flor. comparent cum flor, quoniam sunt eadem Rat. Magnitudines ideo inter se comparari aut comparari possunt, & dicamus flo. 6. superare flo 4. flor 2. differentiam per subtractionem cognitam intuemur; sed si dicamus flo 6. ter continere in se flo. 2. tunc Q per divisionem cognitam explicamus

§ 3 Quando modo premisso duae magnitudines inter se compar. relatio seu habitudo unius ad aliam vocatur Ratio & quidem Arithmetica si intueamur differentiam inter magnitudines illam quae cognoscitur per Subtractionem. Ast geometrica dr Ratio si intueamur Qentem per Divisionem cognitam Quotiens qui indicat quoties una Magnitudo continea-

Quae Vulgo rrr Regula Detri vocat.

in alia dr nomen raonis aut exponentis.

Itaque intell. idem est seu dicat Num. hunc subtrahendum ex illo seu dicat quaerendam esse raonem Arithmeticam. Idem est pariter seu dicat Num. hunc in alium esse dividendum aut quaerendam inter Nuos raonem geometricam. Ergo omne illud quod de subtraone docuimus pot accomodare ad raonem Arithmeticam, et quod de Divisione pot nadi ad raonem geometricam.

§ 4. Itaque intell ad unam quamque raoni duas Magnitudines aut duo membra pertinere quarum prius quod refertur ad aliud Antecedens aliud vero ad quod refertur Antecedens consequens vocari.

Ubi si antecedens consequente majus est ut est 6 ad 2. dicitur Rao Majoris aequalitatis: Si quens Antecedens minus est Consequente vocatur Rao Minoris in aequalitatis ut si 2 ad 6, est Rao Minoris in aequalitatis si denique Magnitudines et in Antecedente et in Consequente sint aequales dicitur Rao aequalitatis ut est 10 ad 10 rao aequalitatis.

§ 5 Quoniam omnis Rao in consideratione v. Majori datis v Minoris dati rei habet locum, aut consistit in eo quod aut plus aut Minus aut aequale est Sequitur illas in res habere raonem admirivicam quae augeri et minui possunt ita ut dici possit, ut si res minor in tantum v tantum auge, ad rei Majori v. aequalis v. in Major erit.

Si sit Ergo Magnitudines illae quae adserviriem referunt unius ejusdem debent esse Nat. v. g. numeri ad Num, pecunia ad pecuniam, Mensura ad Mensuram, pondus ad pondus. Tempus ad tempus possunt referri et cons. pot reperiri rao unius ad aliud. Ex opposito res diversae Nat. ut duo flor. ad 6 ulnas 6. Libras 6 Annos, non possunt referri neque Rao unius ad alium reperiri pot. Nam quomodocunque augeam 2 flor. aut minimam nunquam ex adverso Major aut Minor 6. ulnis 6. Libris 6 annis &c.

§ 6. Interim etiam vel diversæ Naæ ut flor. ad ulnas ad pondus ad Annos possunt dici habere raom; sed tunc tantum quando non est respectus ad Nam illa[?] rer sed solum ad Numerum, et tantum faci ac si Mag referri dicerentur ad Numeros.

§ 7 Quando duæ aut plures raões Arithmetico differentias membrorum seu partium Geometricæ raões vero nomina raonum seu exponentes habuerint æquales, et quidem juxta ordinem quo se excipiunt, similes aut æquales dr. similitudo vero illa v. differentiarum in reb. Arithmeticis v. exponentium raob geometricis proportio vocatur ita ut Proportio sit duar v. plurium etiam raonum æqualitas v. similitudo Ex. gra. Numi 2. 6. 5 & 9. ad se invicem relati habent Proportionem Arithmeticam; quoniam differentia per Subtractionem cognita inter 2 & 6 æqualis est differentiæ inter 5 & 9. Si enim 2 a 6. Subtrahatur remanebit 4: sed illa idem remanebit si 5 ex 9. Subtrahatur 2. ad 6 = 5. 9. Sed Numi 2 & 6 4 & 12 habent inter se proportionem geometricam; Nam si uniuscujusque antecedens dividatur in Con. Quotientes seu exponentes erunt æquales: quod ipsum si convertamus etiam dicendo 6 ad 2. 12 ad 4. ita procedit Verum in hoc casu consequentes Nuos dicimus dividendos in Antecedentes ut in alio casu Antecedentes in Consequentes Quam Proportionem seu Arithmeticam seu Geometricam sic exprimimus: ut se habet prima Magnitudo ad secundam ita se habet, 3. ad 4. h.e. in Arithmetica proportione quantum prima Magnitudo major est secunda tantum, 3a major est quarta: aut si Antecedens minor est Consequenti: quantum prima Magnitudo minor est 2da tantum tertia minor est quarta. At in Geometrica

Proportione

De Quae Vulgo YY3 Regula Detri vocatur.

Proportione dicimus quoties prima magnitudo in se comprehendit secundam toties tertia quartam. Aut si antecedentes sint Minores quoties prima Magnitudo comprehenditur in secunda toties tertia comprehenditur in 4ta.

Hinc scitur in proportione si primum Membrum Majus sit secunda etiam tertium debet Majus esse quarto & si primum Membrum Minus est secundo tertium etiam Minus erit quarto Unde Exemplum superius propositum Convertendo etiam proportionatum erit v. gr directe 2. ad 6 ut 4 ad 12 & invertendo 6. ad 2. ut 12 ad 4.

§ 8 Si tamen in aliqua Ratione antecedens in altera vero Consequens fuerit Major, quantitas seu Magnitudo Ex gr. 6 & 2. iterum 8 & 3. aut 6 & 2. 4 & 12 Numeri jam illi non dicerentur similiter sed reciproce proportionales quoniam Nempe primus ad secundum non est juxta descriptum ordinem ut 3. ad 4um sed reciproce ut 4. ad 3um.

Sic juxta doctrinam superius in Cap 6 pro explicatam dixi: Quotientes cum dividendis et Geometrice proportionales; nam quot vicibus comprehendit dividendus unus alterum toties Q. Majoris dividendi Comprehendit Q.em Minoris dividendi. At ex opposito idem Q.entes cum divisoribus non sunt Geometrice simul et simi,, liter proportionales; nam quot vicibus divisor unus major altero divisore tot vicib. Q. Majoris divisor 1 Minor est altero Q.ente. Ergo ut divisor 1 Major ad divisorem alterum non est ita Major Q. ad Q. Minoris dividendi. Sed reciproce ut Q Minoris divisoris ad Q. majoris & talis proportio reciproca vocatur. Quae reciproca proportio si in,, vertatur ita ut utraque antecedentia Majora sint Consequentibus censetur reduci in ordi,, nem

§. 9. Interea intell ex Praemissa doctrina Proportione in omni proportione debent adesse Membra 4. scilicet Antecedens primum &

Res Multis partib. Constantes per partes facilius possimus contemplari Ergo Idea Composita facilius pot. per Abstractionem. Probo Con.

ASVL VIII RY4 Regula Proportionum.

Conseq. deinde Antecedens alterius ad illius Consequens. Quando vero ille idem Nus qui est membrum 2 seu cons. prioris antecedentis simul est membrum 3. seu antecedens rationis posterioris Ex gra. In arithmetica proportione 2. 6. ut 6. ad 10. in Geometrica 2 ad 6. ut 6. ad 18 scribitur taliter 2 6 10. 2. 6. 18.

Qualis proportio videtur quidem 3. membra habere sed constat ex 4 Membris & talis proportio dicitur Continua seu non interrupta. Membrum aut. Medium quale est in exemplis vocatur medium proportionale, & quidem v. Arithmeticum ut in Ex. priori 2. 6 10. v Geometricum 2 6 18

§ 10 Quando aut series Magnitudinum Continuatur non interrupta ut fit in quocontinuo proportione v. g. in Arithmetica proportione 2. 6. 10 14 18 22 & in Geometrica proportione 2. 6 18. 54. 162 nominatur progressio in priori casu Arithmetica, in posteriori Geometrica

§ 11. Quoniam in praesenti doctrina intendimus praecipue illustrare Regulam detri & erit incongruum si in omni Rae Antecedens semper scribatur ad sinistram ut divisor & ad dextram ut dividendus et tracta illa divisione oritur Q. Nomen rationis seu exponentem nominare Ex. si 6. ad 2 nominatur Ratio 3pla, quia antecedens 6. Consequentem Num ter Continet, ex opposito 2 ad 6. ubi Antecedens Minor est & Ra, cujque Major Consequenti, at rationem dr. habere sub triplam

§ 12 Quoniam dividendus semper aequalis est facto ex Divisore & Quotiente ut superius dictum Cons. Consequens in rae si modo praemisso collocet debet considerari ut factum seu productum cujus factores sunt Ant. & Com. sequitur quod ex dato Ant. & ~~Consequente~~ Exponente

Idea Composita est quae plures in se partes habet. Abstractio, qua per partes Composita, tum Abstracti facilius per contemplari per Abstractionem. Constantes per partes facilius possumus considerare illas, Ergo si res multis partib.

per Mationem mutuam Consequens inveniatur:
non secus sequitur quod si datus Conse. per Exponentem dividatur Q.tiens ejusmodi Divisionis erit Antecedens. Ex. gra. detur antecedens raonis 6 cujus Exponens sit 2. Consequens illius raonis si exponens ducatur in datum Antecedentem sed. 12; duo enim in 6. ductum dant 12: sed dato Consequente 12 & Exponente 2. antecedens invenietur si datus Consequens 12 dividatur in Exponentem 2. quia 2. in 12 sexies reperitur. Consequenter Q.tiens erit 6. h.e. Antecedens raonis quaesitus prodibit

§ 123 Si dati Nueri unusquisq seorsim per Nros aequales multiplicentur; aut in Nuos aequales dividantur; in priori casu ambo producta, & in posteriori casu ambo Quotientes, eandem habebunt raonem ad invicem quam habent dati Numeri, & hoc modo orti Nuri seu producta seu Q.tientes qualescunque inmutabiliter Raonem priorem tenebunt, Ex. gra. dati Nuri 2 & 6. cum 4. multiplicati dabunt producta 8. & 24. quae eandem habebunt raonem ad seinvicem quam dati habent Nuri 2 ad 6. ita ut possim dicere ut 2 ad 6 ita 8. ad 24. Item si dati Nuri 2 & 6 in 2 dividantur prodibunt Quotientes 1 & 3. ita ut possim dicere ut 2 ad 6. ita 1 ad 3.

Demonstrao Si dati Nuri cum aequalib Nuris augeantur aut in Numeros aequales minuantur producta & quotientes eandem Raonem habebunt ad invicem quam habent dati Nuri; Nam si divisio certa in auctis talitur v. in minutis dissolvatur illa idem Q. prodire debet qui ex ipsis datis prodiret Numeris Ergo verum est Theorema Confer Cap. 7. § 13.

§ 124 Quando de duobus Numeris Raonem eandem habentib.

Caput VIII tio Regula Proportionum

dt quod illor rao debeat augeri nil aliud est faciendum quam loco duor illor Numeror substituantur alii raom eandem habentes & auct quod Continget si utrique cum aequalib multiplicentur Ex gratia si 2 & 6 cum 5 multiplicent pro ducta erunt 10 & 30. qui Numeri eandem cum Nro 6 habent Raom & scri bitur taliter 2 ad 6. ut 10 ad 30

Sic si de duobus Nuris eandem Raom habentib. dicatur quod illor rao debeat minimui nihil aliud est faciendum, quam loco duor illor Numeror substitu antur alii duo eandem raom habentes sed minimui, quod Consequemur si utrosq illos Nuos per communem eor Mensuram dividemus Q. cum eor erunt in eadem raoe cum datis Numeris & minimui Ex gratia quando Membra raois Numer 8. & 24. dividemus in eor Communem Mensuram in 2. 4 aut etiam 8; Nam si divi seremus 8. & 24 in 2. prodibunt 4. & 12 si divisserimus in 4. prodibunt 2 & 6: si divisserimus in 8. prodibunt 1. & 3. et dicemus ut est 8. ad 24. ita 4 ad 12 ita 2 ad 6. ita unum ad 3.

Ami intell. Illos tantum Numeros integros posse modo praemisso minimui qui in Numeris integris Communem Mensuram habent; Nam illi qui Communem Mensuram non habent primi inter se sunt Cons. minimi in sua raoe id proponi ad minimuendum non possunt. Ex gratia 8. ad 15; 4 ad 21 proponi non possunt ad minimuendum per minores integros Nos nam Communi Mensura deficiuntur Cons. Minimi sunt in sua Ratione

Hinc sciturus illud ut si intendamus Minores Nos integros in Certa quapiam rae invenire in dub datis Nuris eandem Raciom habentib. si illi habe ant divisores Communes Mensuras ut diximus 8. & 24 habere, aut per Maximam Communem Mensuram datos Nos minimuemus seu dividemus, aut per Minores Communes Mensuras

tam d.

tam diu quam donec quaesitum Minimum Numerum in data Ratione inveniemus qui producunt eo Minores quo Communis Mensura eo Major erit ut videmus in Cap de Divisione

§ 15. Quando duae Rationes tertiae Rationi sunt aequales dico illas inter se etiam esse aequales quae enim conveniunt Uni tertio ea etiam inter se conveniunt Ex gra 2 ad 4. ut 6. ad 12 sed 2 ad 4 est etiam ut 5 ad 10 Ergo 6 ad 12 ut 5 ad 10 sunt aequales.

§ 16 Quando 4 Magnitudines inter se sunt proportionales per mutando etiam 1. Magnitudo erit ad 3am sicut 2. ad Quartam Ex causa in pro„ portione 2 ad 4. ut 6 ad 12 est etiam permutando 2 ad 6 ut 4 ad 12

Demonstrao secundum Membrum prodit ex Mliatione primi Membri cum eodem exponente: sed & 4. Membrum prodit ex Mliatione 3tii Membri cum eodem exponente ut dictum in §lo 12. Ergo 2 & 4 Membrum sunt 2 Producta quae ex duob. diversis Nris + ex primo & tertio Membro in eodem exponente constant. Atqui producta omnia eandem habent ad se invicem Rationem quam habent Nri per aliquem eundem Numerum Mlicati Ergo secundum Membrum est ad 4. ut 1. ad 3tium. h.e ut 4. ad 12 ita 2 ad 6.

Hinc intell. si primum Membrum aut Majus aut Minus aut aequale est 3tio secundum etiam similiter aut Majus aut Minus aut aequale est Quarto.

§ 17. Quando 4. Magnitudines sunt inter se proportionales Produ„ ctum primi Membri cum 4. Multiplicati aequale est producto secundi Membri cum 3tio Multiplicati Ex gra. In proportione 2 ad 6. ut 4. ad 12 productum ex 2 in 12

aequali

aequale est producto 6 in 4. Nam bis 12 dant 24. & quater sex paro dant 24. **Demonstratio.** secundum Membrum est factum seu productum Exponentis cum primo Membri & 24. est productum seu factum ejusdem exponentis cum 3tio Membro. ut 6. at secundum si cum tertio multiplicet prodibit factum cujus factores sunt: Exponens primum Membrum & tertium etiam; Nam Exponens 3tia si multiplicet per primum Membrum 2 dat 6 qui 6 iterum si multiplicet per tertium Membrum 4 dat 24. Sic etiam si 4. Membrum 12 per primum multiplicet pariter prodibit factum cujus factores sunt illo idem Exponens, 3tium & primum Membrum etiam; Nam in dicto Exemplo Exponens 3tia si ducatur in tertium Membrum 4. dat 12 & hic 12 si in primum ducatur dat 24 porro quoniam factores in hoc casu sunt iidem producta etiam non possunt non producere eadem. Et vera est thesis intell. Ratio hic in hac Proportione producta extremorum ~~cum sint~~ reg. aequalia ~~sunt~~ producti extremorum

Hoc ipsum Theorema pot demonstrari ex eo etiam quod in Proportione ut se habet 1. Membrum ad secundum ita 3tium ad 4tum et in Majus Membrum in prioritate ita se habet ad suum Minus Membrum h. e. in ties est majus suo Minore Membro quoties Minus Membrum in posteriori Ratione Minus est suo Membro Majore. Ergo si Majus Membrum et priori ratio in Minore et posteriori Ratione multiplicet debet necessario prodire illud idem prod quod prodiret si Minus Membrum hujus cum Majore ipsius multiplicaretur. Nam quantum in parte una Membrum 1. aut tum conciperetur, tantum in altera conciperetur aliud imminutum.

Quae Vulgo [illegible] Regula Detri Vocatur.

§ 18 Hinc sequitur quando ex 4. Numeris productum extremorum primi & 4ti Nri aequale est producto Mediorum secundi scilicet & tertii, debent 4. isti Nri esse proportionales. Pariter quando proportio constat seu exprimitur 3. Nris, ita ut Membrum secundum sit simul & tertium, sequitur ut si productum Extremorum aequale sit quadrato Nri proportionalis Medii, ~~et~~ isti Numeri habent Proportionem continuam.

19 Problema: Datis 3b. Nris quartum Num Proportionalem invenire.

Resolutio: scribe primo datos 3 Numeros Modo ordinario a sinistra ad dexteram juxta se invicem ut possit dici: ut se habet 1 Membrum ad 2um ita se habet 3. Membrum ad 4. desideratum. 2do. Multiplica 1 Membrum & 3. inter se. Et Div Productum ex Multiplicatione eorum divide in primum Membrum & quotus divisionis Qui erit 4 Numerus 3ib. datis Numeris proportionalis. Ex. gr. Pro primo Notatur est Ratio data Numerorum 2. ad 6 & desideratur in simili ratione ad Minorem Magnitudinem datam 4 alter aliquis Nus ad quem ita se habeat datus Numerus 4. uti 2. ad 6. & consequenter sit quartus Proportionalis Ergo Constitue sic 2 ad 6 sicut 4. ad Nrum & dicatur uti se habet Magnitudo Minor 2. ad Magnitudinem 6. in data Ratione ita se habet in simili Ratione Magnitudo Minor 4. ad desideratam suam Magnitudinem Majorem. Post hoc multiplica 6. cum 4. & productum ejus 24. divide in duo Minorem Numerum datae Rationis & habebis desideratum 4. Proportionalem 12 dicendo taliter, uti 2. 6 ita 4 ad 12

Numero 2do. si vero datae Rationi 6 ad 2. detur in simili ratione Magnitudo Major 12 & desideretur inveniendus in simili ratione Minor Magnitudo ad

Caput VIII n. 20. Regula Propositionum

Majorem datam scribe taliter 6 ad 12 ita ut dici possit uti se habet 6. ad 2. ita sehabet 12 Magnitudo Major ad quaesitam suam Minorem,

Praeterea procedas sicut prius Numerum dato Nuo trium postremo scd. 12 & 2. Mplices & productum eorum 24 dividas in 6. Quotiens erit 4. quaesitus quartus Proportionalis. ita ut jam dici possit 6. ad 2. ut 12 ad 4.

Demonstrae. si Membra v. Nuri dati Modo praemisso sunt propositi illi una cum 4to Nro sunt inter se Proportionales Consequenter. productum ex secundo & 3tio una cum 4to Membro aequale est producto ex primo & quarto ut patet ex § 10 18. si Ergo tale productum per primium Membrum dividatur Necessario 4. Membrum debet prodire ut patet ex Cap. 7. § 2. quia si productum aliquod dividatur per alterum factorem in Quotiente semper factor eius solus prodit.

§ 20 Qui fundamentum hujus rei intell potest postquam datos 3. Nuos Modo praemisso collocaverit 4. Num Proportionalem alio etiam Modo inveniet si scd. primo secundum Membrum per 1. diviserit & Q. ex illa divisione ortum cum 3. Membro multiplicaverit, productum enim ejus Mlicationis erit Nus quartus proportionalis Ex. Grā in Exemplo Nominato 2. ad 6. ut 4. ad quaesitum Divide 6. in 2. Quotiens erit 3. quem Num multiplica cum 4. productum 12 quartus erit proportionalis & scribe taliter 2. ad 6 ut 4. ad 12.

Aut secundo si 3. Membrum diviserit per 1. & cum Quotiente Membrum secundum multiplicaverit, Nam & hic productum erit Nus quaesitus. Ut in toties nominato Exemplo divide 4 in 2 hujus divisionis

Quae Vulgo 121 Regula Detri Vocatur.

Quotiens prodit 2. quem multa cum 6 productum seu factum erit 24tus Proportionalis Dividum 12 &c. se hab ut 2.6. ut 4.12

Si 3 dati Numeri sint inversi non ut 2. ad 6. sed ut 6 ad 2. ita 12 Divide 12 in sex h.e. tertium Membrum in primum 2. erit duo quem mlca cum duo Membro secundo productum erit quatuor Numerus quaesitus & dic 6. ad 2. ut 12 ad 4.6 Demonstrac Prioris Modi in quo Membrum secundum dividitur per primum & per Quotientem Membrum 3. mlcatur productum erit Nus quaesitus si secundum Membrum ut conse. per suum Antecedens h.e. pe primum Membrum dividatur rationis illius Exponens erit Quotiens ut dictum superius. Jam aut si cum tali Exponente antecedens similis rationis, h.e. Membrum 3. multiplicetur productum erit ejusdem Antecedentis Consequens h.e. 24. Proportionalis ut dictum. Nam in Proportione conse. consideratur ut productum factum qui hic sunt Exponens Communis & Antecedens vid Cap. 8. & 12.

6. Demonstrao Posterioris Modi ubi 3. Membrum dividitur per primum & per 2. hujus divisionis secundum Membrum mlcatur; Nam & hic productum est Nus quaesitus. Hic respectus est ad rationem permutationem, in qua primum Membrum ad 3. ita se habet ut secundum ad 24um, alias Demonstrao processus hujus eadem est cum prioris Modi Demonstraoe. Nam per divisionem 3tii Membri per primum reperitur 2. h.e. exponens Membri primi ad tertium, & quoniam secundum Membrum ad 24. eandem habet raonem quam habet primum Membrum ad tertium sequitur ut si secundum Membrum mlcetur per Exponentem productum sit Membrum 24. h.e. Nus quaesitus. Quoties enim Exponens Communis

in proportione Multiplicatur per Antecedentem toties prodit Numerus Consequens Confer § 8. Cap. huius . . .

Caput IX

De Regula Detri

§ 1 Regula illa per quam datis 3. Magnitudinibus quartus proportionalis invenitur de qua in Cap. 4. egimus Communiter vocatur Regula Detri, hoc de tribus Numeris; unde scire ratio denominationis huius. Sed haec eadem Regula vocatur etiam regula proportionum, quoniam illa fundamentum habet in proportione quidam vocant Regulam auream ob usum illum eximium seu utilitatem, quam praebet hominibus eadem regula peritis & in vitae Communicatione & in disciplinis. Numerus autem quartus proportionalis nominatur Vulgo facit; quia in omnibus responsionibus huc pertinentibus ad problemata Arithmetica faciendum venit id quod . . . betur aut desideratur.

§ 2 Ergo per Regulam detri procedit ille intell. & suo vero principio, de quo egimus in Cap. 4. § 19, & qui Communiter inter alios Modos quartum proportionalem inveniendi de quibus in Cap. 4. § 20 egimus Specialis Modus est.

Verificatur intell. ex Cap. 4. § 19

& Communis huius

§ 3. Interea ex dictis elucescit Regulam Detri nuspiam locum habere nisi ubi ex rebus Consideratis patescit inter illas posse reperiri proportionem Geometricam, quemadmodum . . . in precio rerum, nisi ex arbitrio aliter aliter desiderium exciterit, res ipse iuxta suam Magnitudinem

sibi invicem sint proportionales nam quo plures in commercio existe-
nt quispiam acceperit eo plus pendendum est, ita ut si duplum acceperit ac-
ceperit duplum debebit solvere. &c. Ulnae et rei. precium ex precio rei ejusq
quantitas potest determinari, Nam 1mo: Si sex Ulnas certae rei in commercio
existentes flor. 8. consequi possum nunc ejusdem rei ulnas 15 si velim mercari quot
flor. pendendos habeam. quoniam enim & Ulnae Mensura est aequalis, & precii quanda pro 15 est aequ
Ulnis toties pendendi sunt flor. 8. quoties 6. Ulnae continentur in 15 Ulnis - - -
ita ut dici possit: uti se habent 6. Ulnae ad 15 ulnas; ita ita se habent 8 flor. ad
faciet quaesitum florenos. Quo circa facit illud per regulam Detri inveniri ita,
liter dicendo, uti se habent 6. ad 15 uti 6. flor. ad faciet flor.
Nimirum Ulnas 15 cum 8. productum habebis 120 quod ipsum di-
vides in 6. habebis in Q 20 flor. & Rest hinc est quartus proportionalis aut pre-
cium rei ~~quartae~~ 15 proportionalis
2do Si vero problema ita exciteris propositum, Ulnas flor. 8 possum
mercari Ulnas 6. certae Mercis quot Ulnas possum mercari ejusdem Mercis flor 20.
hinc etiam clarum est quod quoties precium 6 Ulnarum nimirum 8. continentur in pre-
cio quaesitarum Ulnarum flor. 20. toties debent contineri 6. Ulnae in Ulnis quaesitis Ergo
Ulnis quaesita p. Regulam Detri inveniri possunt. taliter dicendo ut sunt 8. flor
ad 20 ita 6. Ulnae ad faciet Ulnas. nimirum multiplices 20 cum 6
& productum 120. divides in 8. Q. erit 15 quartus proportionalis quaesita Ulnarum
Summa §4. In permutationibus rerum v. Mercium cum reb. v Mer-
cib. eadem omnino est ratio: aut si pecuniae hujus generis permutentur
cum pecuniis alterius generis, Nam utrisque omnib. & in similib. Magnitudo rei

qm accepi confertur cum Magnitudini aut rei aut pecuniæ quando &c gra. si confer. flor. Renenses Magnitudinis cum flor. hungaricis & proponam taliter: pro 12 R. acceptis dedi flor hungaricos 12 quæro quot debeo dare pro hungaricos p 100 R. acceptis R hoc reperio per Regulam Detri taliter: uti se habent R 10 ad 12 hungaricos ita se habent 100 R. Hun facit; nam si 12 cum 10 Mco & productum ~~12~~ Mille ducenta per 10 divido & erit 120 flor. Hun. quæsitus seu facit quæsitum Ergo 10 est ad 12 ut 100 ad 120

Pariter proportionati sunt Census Capitalium dati cum Censu fuit esse Capitalis alterius ubi & tempor rã habere debet Exgra si post Capitale 100 flor per ann. dedi Census seu ivit esse 6 flor & quæro quot flor Census debeat pendi sub eodem tempore post capitale flor 650 R. Hic quoniam ut se habet capital. 100 flor ~~ita~~ ad aliud capitale 6~~..~~50 flor. ita debet se habere Census flor 6. ad quæsitum Census dicti Capitalis, ita Collocari debent data Capitalia & Census datus ut sequitur. 100 flor. ad 6~~..~~50 flor ut 6 flor Census ad facit Censum. Nam si 6. cum 650 Mco & productum 3900 ~~..~~ in 100 dividam m̃. habebo 39. Divisio vero quia 1. nec dividit nec Mcat fit per abscissionem duarum Nullarum & producto 3900 Dico Ergo 100 ad 650 ita se habent ut 6 flor Census ad 39. Censum quæsitum & inventum.

Si secundo problema modo sequenti Constituam —

fit Census flor 6 debet pendi Certo tempore post 100 flor quæro quantum debeat esse Capitale illud post quod eodem tempore acquiratur census flor. 39. R.

Hic itaque quoniam uti se habet Census 6 flor ad Census 39 flor ita se debet habere Capitale census illius 100 flor. ad quaesitam Capitalem Census 39 flor. ideo per regulam Detri collocari debet taliter 6 ad 39 uti 100 ad facit, h.e. quaesitam summam capitalem.

Hoc posito Mco 100 cum 39. & productum 3900 divido in 6. Quotiens erit 650 summa Capitalis quaesita. Dico ergo uti 6 se habet Census ad 39. censum ita 100 flor ad 650

3tio Certa summa Capitalis pro anno censum 6. flor importet. Hic queritur quantus erit Census ejusdem aut aequalis Capitalis pro annis 8. Hic etiam propositio intellectu patet; Nam, uti se habet tempus unius anni ad tempus annorum 8vo, ita debet se habere census unius anni ad censum quaesitum annorum 8. cens. desideratum facit per regulam Detri invenietur sic, uti annus 1. ad 8. ita 6 flor census ad censum facit. Mco igitur 8. cum 6 & productum 48 juxta regulam 48 dividerem per 1. sed quia 1. non dividit Manet 48 pro Nro 4. proportionali seu pro facit Census annorum 8.

4. Si problema propositum sit sic: pro certo Capitale in anno Census 6. flor acquiritur. queritur quot annis debet illud idem capitale extra dare ut censum 48 flor consequamur? Hic etiam uti se habet Census 6 flor ad censum 48. flor ita debet se habere tempus illius sit anni unius ad tempus quaesitum in quo consequi licet certum Capitale Census 48 fl. Dico ergo uti census ad censum h.e. 6 ad 48 ita annus ad annum quaesitum h.e. unum ad facit Igitur Mcatum 1 cum 48. sed quia 1 non Mcat divido 48. in 6 Q. erit 8. h.e. facit annus seu quaesitus ergo haec est propositio 6 ad 48 uti 1 ad 8.

§ 22 Eodem Modo procedi pot cum Censu seu Mercede Domus seu Cubiculi locati homi alicujus, operarii, aut alicujus rei Conducta quoniam idem est seu pecuniam meam seu rem meam quancumque aliam aut etiam Meipsum si ad certum tempus pro certa Mercede alicui ad serviendum obligem Nam in omnibus hisce casib Merces seu Census semper est proportionalis Magnitudini aut Multitudini rei locatae, posito quod tempora ad quae res locant sint aequalia: aut vero Merces seu Census proportionant Magnitudini temporis quo sr. res aequales sunt v. aeque multae, quo circa sequentia per Regulam De tri solvi possunt. Numero primo: Si Cubiculum aliquod aut Domus aut res alia quaecunque, aut ipsemet etiam homo quispiam alicui ad serviendum ad certum tempus v. ita ad 6 Menses per facta conventa pro flor 34 elocatus extiterit & quaeritur quan flor numeramus expectare possit juxta similia in 9. Menses, potest R. per Regulam De tri taliter: ut sunt Menses ad Menses h.e. 6 ad 9 ita flor ad flor. h.e. 34. flor ad facit flor.

Quod ut consequar 9. Mco per 34. & productum 306 divido per 6 Quotiens est 51 qui est facit flor & dico ut 6 ad 9. ita 34 ad 51

2do Si problema ita proponatur: Res aliqua locata est ad tempus 6 Mensium pro flor 34. Quaer. quanto tempore debet res illa locata in servitio conductoris manere pro censu 51 flor, in quem finem dico ut 34. fl ad 51 ita 6 Menses ad facit Menses. Mco 6 cum 51 productum 306 divido in 34 Quotiens erit 9. qui exprimit facit Menses est igitur ut 34. ad 51 ita 6. ad 9. Ergo 9. Mensib debet res locata apud Conductorem ei ut locato censum flor. 51

Consig

Consequatur. Nro. 3tio Quidam homo conduxit 24 operarios tali modo ut illis in communi singulis septimanis pro opere illorum numeraret 60 flor. sed cor 10 abdicavit, jam quaeritur quantum debeat conductor iis relictis operariis 14 juxta praecedens factum septimanatim numerare? R. Hic dicam ut operarii ad operarios h. e. 24 ad 14 ita flor. ad flor. h. e. 60 flor. ad facit flor. in quem ad operarios h. e. 24 ad 14 ita flor. ad flor. h. e. 60 flor. ad facit flor. in quem finem multiplico 14 cum 60, productum 840 divido in 24. Quotiens h. c. facit erunt 35. Et dico ut 24 ad 14 ita 60 ad 35. Ergo conductor ille 14 juxta pactum dictum debet numerare 35 flor.

Nro 2. Si vero quaestio haec sit 60 flor. 24 operarii septimanatim conducti sunt quot operarii desiderantur secundum illam conventionem ad recipiendos flor. 35. R. uti sunt flor. ad flor. h. e. 60 ad 35. ita operarii ad operarios h. e. 24 ad facit. in quem finem multiplico 24 cum 35. et productum 840 divido in 60 Quotiens erit 14. Ergo tot operarii debent manere ad recipiendos flor. 35.

§ 5 Interdum operarii conducuntur non ad certum aliquod tempus sed ad magnitudinem certam operis perficiendi, in quo casu merces proportionatur magnitudini seu quantitati perficiendi aut perfecti operis. E. gr. Dux exercitus paciscitur cum sartore ut praeparet vestes uni formas vulgo Montura dictas in rationem unius compagniae, in qua sunt homines 125 in et pro flor. 472. quaeritur si velit velle pro duab. comp. vestes parare juxtam conventionem quot flor. habebit pendendos?

R.

Juxta Regulam Detri ut se habent hominis ad homines 125. 250 ita flor. ad flor. h.e. flor dati 472 ad facit flor.

Si quæstio proponatur taliter pro flor 472. Vestis Uniformia præparantur 125 hominib. quær quot tales vestes parabuntur secundum præmissam Conventionem in cerlis 944 R. juxta Regulam Detri Inter flor cum flor. conf. h.e. 472 cum 944. Nam uti 472 habet se ad 944 ita se habebit vestis ad vestem h.e. 125 vestes ad facit vestes

§ 6. Non minus proportionata est Magnitudo operis Nro operariorum quando unus tn operatur ac alter: aut quando tempus venit in considerationem sub quo unus tn operatur ac alter, Unde juxta R. Detri Exempla fieri possunt. Ex. data Offerunt se ipsos Calceorum sutores 6. Certo tempore 500 paria calceorum præparare quær 21 Sutores calceorum quando illi æqualiter operantur, sub eodem tempore quot paria calceorum possunt reparare? R. uti se habent 6 Sutores ad 21 sutores ita 500 Calceorum paria ad facit paria calceorum. Ubi ut quæstus Nus inveniatur Nro posteremus & productum 10500 divid in 6. Q. erit 1750 Ergo 21 Sutores possunt dicto tempore paria Calceorum 1750 pro parare

Si aut alter proponeret quæstio sic: si 6 Sutores 500 paria Calceorum præparant quot similes sutores calceorum desiderantur, ut præparent 1750 paria calceorum eodem tempore? R. tunc uti se habent 500 paria calceorum ad 1750 paria calceorum ita 6 Sutores ad facit sutores

§ 7. In illa proce exempli Regulæ detri, in qua intendimus præcipue quærere 4. Num proportionalem, idem est seu 3tia Modo data secundum Modum præscriptum dictum Ter proportionati Collocentur

Collocentur

Collocem uti factum hactenus seu vero secundum Membrum cum tertio Com-
mutem ita ut hic scilicet tertium collocem in locum illius.

Priori modo fit in quo Ulnae cum ulnis flo. cum flo. comparavi & ita collocavi 49.
6 Ulnae ad 15 Ulnas ut 8 flo ad Facit flo. Posteriori modo fit si posteriores
Numeri 15 et 8 permutem taliter 6 Ulnae ad Facit & flo. uti 15 Ulnae ad Facit
flo. & in hoc casu respectus est ad Proportionem reciprocam ita ut hic respectus Numerorum
tantum sit dicendo 6 ad 8 ut 15 ad quaesitum Num. 20 Nec obstant Regulae
superius nominatae quae praecipiunt secundum & tertium Membrum inter
se multiplicanda aut eorum unum prius dividendum nam in hunc finem
non differt quemcunque locum duo illa Membra occupent priorem sive
hoc posteriorem illum aut vice versa

Alias notandum est quod Modus hic Posterior vulgo priore est usi-
tatior, ita enim vulgo dicitur si 6 Ulnae constant 8 flo. ergo 15 quot constant
Quo circa nos etiam in posterum modum hunc usitatiorem sequemur, Etenim
in Resolutione Exempli Regulae Detri in mercibus Numeros non differt si
quaeratur Ex. Gra. 6 Ulnae constant 15 flor. quanti igitur 8. Ulnae constabunt

Et quoniam in utraque quaestione unum idemque est Facit pone una quae-
stio loco alterius sumi & modo hoc observato saepe Compendium consequi-
mur.

8 Esto igitur Problema. Exemplum Regulae Detri modo consue-
to expedire Collocare aut describere Resolutio: Quoniam saepe in mundo vulgo
quaestiones intricata proponuntur ne aberremus sequentes Regulas erit observandum
1ma Colloca Numerum in quo quaestio fundatur qualis est in exemplo supe-

rius

rius Proposito Numerus 15 Unar, in tertium Locum ad dextram et 2do Numerum illum qui cum Nuo Quaestionis realiter & juxta altas etiam datas circumstantias nexum habet qualis est Numerus 6 talium Unar Colloces in locum primum ad sinistram, Tertio Scribe Magnitudinem Residuam seu Numerum residuum qui cum quarta Magnitudine seu Numero talis est connexus qualis primus jam dictus cum 3tio qualis erat Numerus Florenor & Colloces in secundo Loco in Medio

Quae tria Membra aut per lineolas quasdam aut per Puncta quaepiam aut saltem per pura spacia distinguantur inter se. Ex gra. quispiam pro Flor. 100 antiquor Nummor consequitur Fl. 105 Flor sed deterior Nummor quaerito & pro Florenis 9215 pariter antiquor Nummor Numerum Novor Nummor dictis similes quos poterit consequi.

Ut responderi possit 9215 Fl. antiquiores quaestionem continentes collocam in Loco 3tio Nume juxta demonstraom Nummi quidem sunt similes quoniam oes sunt Flor. verum juxta datas circumstantias Flor. 105 nam sunt quidem quidem Nae cum Flo. 1215 qui hi antiquos Nummos illi Novos denotant. Ergo in primo loco Flo. 100 Collocandi sunt qui Nummos antiquos seque ac 9215 denotant consequ in medio dator numeror Collocandi sunt 105 taliter & dicendum sit 105 ita 9215 ad Faciet & sic si juxta regulas procedant Nus quartus proportionalis Novor Numeror prodibit qualium mentio est in medio etiam utrium posito Membro

Notandum: quod quatuor Membra in Regula Detri necessaria Proponi & possunt & debent per quatuor literas primas Alph. A. B. C. d. & quidem

ita

ita ut A. designet Primum Numerum ad Sinistram. B. secundum aut inter tres datos Numeros Medium. C. vero tertium ad dextram, ut D. numerum 2tum Proportionalem quesitum Dico uti A. ad B. ita C. ad D. aut permutando B. cum C. uti A. ad C. ita B. ad D. § 9 Pro conclusione Regulæ Detri sequentes Meditationes veniunt observandæ 1mo: secundum naturam Regulæ Detri B. cum C. semper debet multiplicari & Productum in A. dividi, unde illud vulgare: Posteriores auge per primum divide factum quoniam vero unitas seu 1 neque multiplicat neque dividit ideo omnia Exempla Regulæ Detri in quibus A. immutabilis seu irresolubilis unitas est in per multiplicationem. Pariter in quibus aut B. aut C. similis naturæ unitas est solvuntur tantum per Divisionem. Unde Exempla Regulæ Detri in tres classes dividuntur. Prima Classis est A. Exemplum multiplicationis in quo A est unitas cons. per multiplicationem Posteriores reperitur desideratum facit secunda est divisionum in quo aut B. aut C. est unitas con. Posteriores Numeri non possunt multiplicari sed tantum dividi in Primum datum. Tertia Classis est Exemplum Proportionum in quo & A & B & C. Numeri sunt non unum. Nota. Unitatis Nomine talem intelligimus unitatem quæ in calculo seu computatione Numerorum manet semper unitas nec in partes minores frangitur aut dividitur. 2do Illud quod de collocatione aut descriptione Exempli in Regula Detri superius est inculcatum in § 8. inservit quidem commoditati quoad ordinem verum alias nulla naturalis urget necessitas quod Numeri secundum morem ibidem præscriptum semper & diligenter ante operationem describantur nam si quispiam fundamentum rei intelligit & Numeros datos optime novit qui seorsim v. multiplicari debeant v. vero uter datorum sit dividendus & divisor dicto ipsius ordine cur alligeretur ratio est nulla. Ergo in praxi sine necessitate sit ut multiplicationum & divisionum exempla prius juxta Regulam præscriptam describantur & ita mox.

max peragant operationes. Saepe etiam Facit quaesitum aut per Multiplicationem solam aut per Divisionem reperiri potest. Exempla Numero primo quispiam emit Libras 13 certae Mercis flo. 78.8. quaeritur quanti constat Libra una? Hic nihil aliud desideratur quam ut dividas 78. in 13. & prodibit in Quotiente Facit quaesitum 6. Similiter Numero Emit quispiam certam mercem ita ut Libra una constaret 6 flo. quaeritur flo. 78 quot libras potest sibi acquirere? Hic etiam divide 78. in 6 & quotiens indicabit numerum quaesitum 13. hoc ipsum locum habet in Exemplis Proportionum etiam in quibus Membra Propositionum omnia sunt Numeri & non unum. Nam in illis casibus etiam Arithmeticus exercitatus non sinit se alligatum ordini consueto & superius explicato nam potest quaestionem ordinarie in 3tio Membro Propositam secundo Membro ~~supponere~~ & vice versa taliter 15 sub 8 cum 15 ~~multiplicetur~~ ~~aut~~ sub 15. fit 15 8 15 Mult. & productum in 6 dividatur Numerus tamen quaesitus idem semper prodibit 20 Ergo Regula Detri etiam non consueto modo taliter satis bene observatur.

Numero Tertio in Propositionibus seu Problematibus observandum venit quod cujus Naturae sit & si hoc ipsum habetur nihil refert. Cujus demum Naturae sint res de quibus quaeritur nam Proportio eadem est & Facit similiter idem seu conferam Ulnam cum Ulnis seu Pondera cum Ponderibus seu Homines cum Hominibus seu Dies cum diebus. Exempla Ulnae certae Mercis 6 valent 8 fl. ergo 15 ejus quot flo. aut Librae 6. 8. floren. valent ergo 15 Librae quot. Homines 6 periciunt 8 flo. ergo 15 Homines quot? aut pro 6 dieb. solvuntur 8 flo. ergo pro 15 quot. Operatio in his casibus eadem est Facit idem florenorum 20. Hic intelligitur quoniam A. & C. res debent esse unius ejusdem Naturae. Cur notetur res illa aut supra aut infra necessitas nulla est. Cum ex opposito Nomen et Natura ipsius B. ut v. supra v. infra v. ad latus notetur. Necessitas sit; ut sciri possit de quali re est quaestio, & quidem A. Nam quod inveniri debet in C. scilicet v. florenus. v. grossus v. Ducatus &. Quo-

riam.

niam B & D. unius ejusdemq naturæ debent semper esse.

10 Quando certum facit juxta Regulam Detri h.e. quartum proportionalem inve-
nisti inde alterius facit quæstionem potes deducere quæ in data prius Ratione
fundatur et taliter eque prodit quæsitum verum facit ac si illud ex data
prius Ratione deduxisses Ex. Gra. quærebam cum Ulnæ 6 constant 8. flo. 15 quot
constabunt et inventum est Ulnas 15 constare 20 flo. sed hoc posito potes iterum
quærere 15 Ulnæ valent 20 flo. ergo 10 quot? et illud ipsum
ex priori invento facit deducere potes taliter Ulnæ 15 valent 20 fl. ergo
10 quot? Et sic prodibit illa eadem responsio quæ prodiisset ex priori
data Ratione v. g. Ulnæ 6. valent 8. flo. ergo 10 quot valent.

Resolutio v. Demonstratio Ratio data secundum priorem calculum 6 ad 8
qualis est rationi quam prima quæstio de 15 ad suum facit habet. Atqui hæc
eadem est quæstio scilicet de 15 ad suum facit h.e. 20 eodem modo se habet
uti nova quæstio de 10 ad suum facit ergo Ratio quæstionis secundæ ita se
habet ad suum facit uti ratio quæstionis primæ ad suum facit Nam,
uti superius est dictum quando duæ Rationes conveniunt 3tiæ illæ etiam
inter se conveniunt.

CAPUT X

De Communi Proba quatuor Specierum et Regulæ Detri

§ 1.

§ 1. Nomine Probae hic talis intell. investigatio per quam inventus quod vulgo facit dicitur ita habere pro vero et genuino invento Numero si error aliquis in Computatione commissus non fuit tunc cum Numerus ille quaereretur quod ipsum Proba ipsa demonstrat. ergo differt Proba haec á demonstratione ingenuitatis Regular. juxta quas in inventione Numeri cujuscunque est procedendum Proba enim investigat num in Computatione seu Numeratione observatae fuit Regulae ita quod multitatab. erratum at demonstratio procedit ex veris Principiis Regulas illas genuinas seu veras esse quas Arithmeticus in observatione observare debet.

§ 2. Quoniam vero Computationis quatuor Species et Regula de tri Canones seu Regulae ut ex fundamentalib. demonstrationib. patet tam certae sunt ut si illae in Computationib. fuerint observatae h.e. si error aliquis commissus non sit de inventorum Numerorum ingenuitate seu veritate dubitari non possit ideo aut ipse qui operatus est operationem repetit aut simul per alterum aliquem computationis Peritum repeti facit, quae operationes si inter se conveniunt probabiliter colligitur á Regulis aberratum non fuisse cons. num inventum esse genuinum.

§ 3. Si tamen quispiam dubitet num inter duas aut plures operationes commissi similes errores. Potest experiri seu probare per regressum seu reductionem illa via quâ operatio Computationis processit si enim regrediendo seu reducendo inciderit in illum eundemque Num. unde digressum erat ratio nulla est cur dubitet errorem commissum fuisse in operatione regressus enim diversus est et contrarius semper digressui ut copiosius intell. ex sequentib. Resolve super trahe ex ista summa per Additionem inventa illum Num. qui placuerit et qui erat sum.

mandorum alter Residuum in hac Subtractione erit æqualis summæ reliquorum summandorum Nod
& hoc modo probatur additio per Subtractionem E. g. dato Numero 5. addo 3 & summa erit 8 quæ
genuina esse summa cognoscitur ex eo quod si ex 8 subtraham 3 residuum ejus æquale erit
summando scilicet 3. Hoc ipsum in omnibus Additionibus tam Majoribus quam Minoribus pro-
cedit E. g. sint Numeri summandi. A. hoc est 3597. B. 154. C. 9068. D. 85
ipsa summa erit E 12904. quam summam genuinam intell. ex eo quod si ex
hac summa quiscunque summandorum qui ita videbitur subtrahatur Residuum æqua-
le erit summæ reliquorum summandorum E. g. subtrahe C. h. e. 9068 residuum erit
3836 cui residuo si bona est operatio æqualis erit summa reliquorum sum-
mandorum A. B. & D.

5 Problema esto Inventum in Subtractione residuum modo vul-
gari seu communi probare num sit verum seu genuinum. **Resolutio** Adde re-
siduum inventum subtractori si summa ex residuo & subtractore æqualis sit sub-
trahendo residuum esse genuinum dubitare nequis. Nam partes simul sumptæ æqua-
les sunt Toti. Atqui Subtractor & Residuum sunt partes subtrahendi ut & per se
patet & superius dictum est Ergo si summa Residui & Subtractoris subtrahen-
do est æqualis genuina est operatio & residuum est genuinum Ergo sub-
tractio erit probata per Additionem ut patet per suum vigeat. Ex. g. Sit

Subtrahendus	12904
Subtractor	9068
Residuum	3836
prodibit Subtrahendus	12904.

6 Problema esto Productum seu fa-
ctum ex Multiplicatione certo Numero modo communi seu vulgari pro-
bare. **Resolutio**: dividatur productum per Multiplica-
tionem inventum in alterum factorem si
in hac operatione Quotiens æqualis erit alteri factori proba est Multiplicatio h. e. genuinum
Nam quod Multiplicatio componit illud divisio separat, seu dispergit & quidem
ita

ita ut Q. ostendat semper quoties Factor alter sumptus sit cum Mcatione agere & consequenter quoties Mcandus contineat Factorem per quem Mcando est per acta. Ergo si productum per alterum Factorem dividam semper in quo to Factor alter prodibit. Ex. si 12 Mlicem per 4. productum erit 48 quod genuinum esse productum intelliges si illud alterum in Factorem dividam & Q. erit equalis Factoris alteri nam si productum dividam 48. in Factorem scilicet in 12. Q. erit 4. hoc est alter Factor si vero dividam illud idem in 4. Q. erit 12. socius Factor 140.

7. Problema est valentem in divisione inventum modo vulgari seu communi probare h.e. intelliges num bene peracta sit divisio.

Resolutio. Mca divisorem cum Q. & si hic quotiens habuerit residuum aliquod adde illud residuum dicto producto divisoris & quoti & si productum nunc idem sit cum dividendo quotiens repertus seu inventus genuinus est seu intelliges divisionem rite peractam. Nam si Factor unus in Mcaor ducam in alterum Factor Mcao censeri proba esse si prodeat Mcandus h.e. si productum idem sit cum Mcando. Atque dividendus est semper productum ex Mcaoe divisoris & quoti ut ostensum est superius. Ergo si divisor & quotus inter se Mcentur & productum idem sit cum dividendo intelligitur seu divisionem esse genuinam. Hinc intelligitur: quod Mcao componit divisio dispergit & quod divisio dispergit Mcao colligit.

Exemplum: sit Numerus 3623052 & in 4. dividendus quotiens erit 905763. qui si Mcetur cum 4. productum idem erit cum dividendo conseq. intelligemus bene peractam esse divisionem. Pariter sit Numerus 2249361 dividendus scilicet in 2.39 Quotiens erit 5805 cum residuo indiviso 48. ut cognoscat hic probam esse ops tabor rationem Multiplicationis Quotum 5807. cum Divisore 2139. et Producto ex hac operatione, to addas residuum in divisum 88. et idem erit productum cum dividendo.

Si in minori Numero sit dividendus 218. in 12. quotus erit 4. quem genuinum esse intell. si quotum 4. cum divisore 12. multiplices productum enim erit 218. idem qui dividendus.

8. Problema est: Per Regulam de tri Factum inventum modo Communi seu vulgari probare h.e. num proba sit operatio demonstrare.

Resolutio: Assume Factum inventum una cum duob. datis Numeris uti volueris, et habebis 3. data et nota membra, et tum quaere ad hos numeros quartum Numerum proportionalem juxta Regulam de tri debet, si prius illud Factum verum fuit, et si quatuor Numeri fuerint inter se proportionales, in novo Facto reliquum 3tium Membrum uti fuit prius proportionale prodire. E. g. dum erat 8 Ulnas 6 constare Flo. 8. et quaerebam quot Flo. constarent Ulnae 15 et prodierat Factum 20, Num ut constet Factum hoc esse genuinum primo Colloca invertendo 8 Flor. potest emere 6 Ulnas. Ergo 20 Flo. quot? reperitur Factum 15 quartum Membrum datis proportionale. Secundo Colloca si 15 Ulnae constant 20 Flor. 6 Ulnae invenitur Factum 8. Membrum prius datum nunc quartum proportionale. aut 3tio Colloca invertendo secundum illud taliter 20 Flo. possum emere 15 Ulnas quot possum 8 Flor.? juxta Regulam de tri invenitur Factum 6. datum prius Membrum nunc quartum proportionale. Unde intell. quod omne Regulae de tri exemplum juxta nostrum Nam. trium Membrorum terpotest inverti?

9. Praeter hunc Modum vulgarem probandi inventum Factum est etiam alius quod petendum est ex superius explicatis fundamentis geometricorum proportionum juxta quas demonstrare quatuor Numeros A. B. C. et D. inter se esse proportionales, unde sequens Factum inventum est genuinum. Proba autem talis tribus modis potest haberi in petitionibus per inquirere num nomen rationis seu exponens. A ad C. sit aequalis Nominis seu Exponenti rationis B ad D. Nam si illi exponentes sunt aequales 4. illi numeri erunt proportionales ut ostensum superius.

Tria

Sic si detur ut superius ima 6 constante 8 Ito quot 15 facit sit 20 quaerimus num numeri dati A, B, C & D. sint proportionales. Adeo proportionales esse patet si si A & D. in B diviseris nam 2tes erunt aequales quot alias nomina seu expo nentes rationum dicemus. Secundo: Rursus per divisionem investiga, debet uti prius num nomen rationis C & B namsi nomina sint aequalia tursus securi esse possumus quatuor illos datos Nros esse proportionales & facit inventum genuinum. Nam si B h.e. 8 dividatur in A h.e. 6 & D h.e. 20 dividatur in 15 quotientes facie inventum genuinum. 3tio potest per mltaom in, vestigare illud ipsum namsi producta mediorum Numerorum B & C sint aequa, lia productis extremorum A & D. debent illi Numeri esse proportionales ut su perius ostensum cons. facit inventum genuinum atqui sunt aequales nam si mlem B. cum C productum erit 120 sed illud prodibit si mlcem A cum D h.e. 6 cum 20 Ergo dicti Numeri sunt proportionales & facit inventum genuinum.

Art. XI. De partibus totius alicujus Rei & simul etiam de mixtis de diversorum Nominum Numeris h.e. de fractione aut Nris fractis

§ 1. Fractus Numerus dicitur ille qui exprimit partes numeri integri minores aut du as aut tres aut quatuor &c. v. subinde etiam partium partes minores. Hinc intell. fractionem esse duplicem. v. illam cujus partes sumuntur ex uno integro v. etiam ex pluribus integris Numeris & dicitur simplex fractio aut fractio per excellenti am talis. aut illam cujus partes sumuntur immediate non ex integris Numeris sed ex partib. & dicitur fractionis fractio aut fractio ex fractione

§ 2. Quando igitur fractio proponitur necessario mentio debet in jici magnitudinis totius cujus partes fractio explicat h.e. scribi debet num.

mum Partes illæ quas Fractio proponit sint Partes alicujus Talleri v. Floreni v. Ponderis v. Ulnæ. Iterum quoniam in Numeris integris minor non est u, no toto & id quod non assurgit ad id ut non Unum totum seu integrum constituat Fractio est. ideo quoties Fractio proponitur absq explicatione totius, totius cogitatur Fractio esse ex uno toto seu integro Ex. gra. per unam ¼. Flor. intelligo quartam partem Flo. per unam ⅕. quintam partem ponderis 5ta partem unius totius ponderis intelligo. & sic porro. Si ergo aut ex pluribus integris aut ex paucioribus quam est unum integrum sumatur Fractio declarari debet magnitudo illa cujus partes proponuntur in Fractione.

§ 3 Quoniam vero in Fractione totum seu unitas aut certa quædam magnitudo frangitur aut distribuitur in partes ex quibus aut singulæ partes sumuntur aut aliquæ tantum partes. Aliquotæ quæ uti per certum aliquem Numerum denominantur ita per aliquem Num. numerantur unde hic qui numerat partes totius dicitur Numerator, ille vero qui explicat v. denominat partes totius Nominator aut denominator.

Hinc Fractiones per duos Numeros exprimuntur quorum alter alteri interjecta Lineola superscribitur quorum inferior dicitur Denominator qui indicat unitatem seu totum in certas partes divisum. Superior vero dicitur Numerator qui numerat partes in certo casu proposito datas. Ex. g. duæ partes tertiæ unius hiccæ ita scribuntur; ubi Denominator 3. indicat unicam

am

am esse in tres partes aequales esse divisam Numerator vero 2. dicit istarum trium partium duas esse sumendas. Subscribuntur sibi ipsi taliter duo Numeri ut appareat facile, quot partes et denominatis partib. sint sumendae

§ 4. Hinc intell. si Numerator et denominator aequales sint tunc indicari in numerando omnes partes simul esse sumendas et tunc fractio et totum identificari Ex. gr. $\frac{2}{2}$ $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$. $\frac{5}{5}$ $\frac{10}{10}$ $\frac{100}{100}$ etc.

Si vero Numerator duplus triplus quadruplus sit etc. denominatoris tum indicari fractionem duplam triplam quadruplam esse quam est totum et quod duplo triplo plus desideratur quam est totum in dictas partes divisum. Ex. gr. $\frac{4}{2}$ $\frac{6}{3}$ $\frac{8}{4}$. innuunt fractionem integri duplam esse

At $\frac{6}{2}$ $\frac{9}{3}$. $\frac{8}{4}$ innuunt fractionem integri ~~duplam~~ triplam esse ubi quoties Denominator continetur in Numeratore tot unitates designat fractio

Verum si Numerator minor sit denominatore tunc fractio minor est integro seu toto in partes diviso ita ut si Numerator dimidium sit Denominatoris tunc fractio dimidium est integri. Ex. gr. $\frac{2}{4}$. $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$

Ast si numerator triplus sit Denominatoris aut quadruplus tunc fractio 3tiam aut 4tam partem integri denotat Ex. gr. $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{4}{12}$. denotat haec fractio tertiam partem et sic porro

Nota fractiones integro aequales v. eodem majores dicuntur vulgo spurias quia proprie loquendo fractiones non sunt nisi integro sint minores, Numerus enim fractus refertur ad unitatem seu pars ad totum

§ 5

§ 5 Quaeritur jam de Magnitudine Fractionum; Cognoscitur autem Magnitudo illa ex Ratione v habitudine quam habent ad se invicem Numerator & Denominator; Nam quo pluries continetur Denominator in suo Numeratore eo Majorem partem totius Fractio continet in se & quo pluries Numerator continetur in suo Denominatore Fractio eo Minorem partem totius continet in se

§ 6 Hinc Intell. Fractiones illas omnes quorum Numeratores aequalem habent Rationem ad suos Denominatores sunt inter se aequales ut $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{8}{16}$ $\frac{12}{24}$ sunt aequales Item $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{9}$ $\frac{15}{45}$.

Et Vicissim quae Fractiones sunt inter se aequales earum Numeratores & Denominatores mutuo ad se invicem eandem debent habere Rationem Ex. gra. $\frac{2}{4}$ $\frac{8}{16}$ $\frac{12}{24}$. ita ut Proportio possit proponi taliter: $2 \cdot 4 = 8 = 16 = 12 = 24$. & sic Numeratores ad suos Denominatores eandem intell habere Rationem

§ 7. Fractiones igitur aequales permissas rationes permutando etiam sunt in se proportionales Numerum Numeratores etiam ad invicem ita debent se habere uti se habent ad invicem Denominatores Ex gra quoniam Fractiones $\frac{2}{4}$ $\frac{8}{16}$. sunt aequales h.e. possum dicere ut $2:4$ ita $8 \cdot 16$ sequitur ut permutando etiam sint inter se proportionales h.e. ut $2 \cdot 8$ ita $4 \cdot 16$ h.e. Numeratores ita se habent ad se invicem uti Denominatores.

Et Vicissim: quae Fractiones hanc habent Rationem illae sunt aequales

§ 8 Si Numeratores & Denominatores Fractionum cum aequalibus Numeris multiplicentur, aut per Numeros aequales dividantur h.e. aut augeantur aut minuantur orta inde Fractio est ipsa data datæ Fractioni est æqualis nam novi Nominatores aut Denominatores per multiplicationem aut Divisionem prodeuntes antiquam seu priorem rationem retinent. V. g. fr. $\frac{15}{24}$. aut dividantur in 3 aut Multiplicentur cum 3. æqui seorsim 15 et 24. formabunt inde novi Numeri aut 5 & 8 aut 45 & 72 novam Fractionem aut $\frac{5}{8}$ $\frac{45}{72}$ & erunt hæ Fractiones quo ad rei veritatem æque Magnæ ac data Fractio

Cujus aut similis Fractionis aut minimationis ea est quod Frac in Minoribus Numeris Magis intelligi seu comprehendi possit. Quo ipsum in Minoribus Fractio Minima est illa cujus numerator & Denominator se Minoribus Numeris integris exprimi non potest quo in casu Numerator & Denominator sunt ~~integri~~ primi qui non habent Communem Mensuram

§ 9. Si quidam Fract. Certi cujusdam totius Denominatores quidem habuerint æquales sed Numeratores inæquales illa Frac erit re ipsa Major quæ Numeratorem habuerit Majorem. Nam quo niam Denominator in unaquaque ponitur æqualis & Consequenter partes illæ æque Magnæ debet ipsa Frac esse Major quæ plures Comprehendit ex ipsis partibus hæ cujus Numerator major est nam quo Major est Numerator eo plures partes sumendas testatur. Ergo omnis Fract. quarum Denominatores sunt æquales ita se habent ad se invicem uti Numeratores. Minimum quo in aliqua Frac Numerator bis vel 2. Major est Numero alterius Frac etiam illa Major est Frac altera $\frac{6}{13}$ se habent $\frac{8}{13}$ ut 6 ad 8.

§ 10

§ 10 Quo plures Partes aequales ex una aliqua Magnitudine formantur Partes illae debent esse eo Minores possunt aut tot partes formare in Magnitudine quot libuerit consequenter quando Fractiones certae Magnitudinis Numeratores habuerint aequales sed Denominatores inaequales tunc illa Fractio est Major quae Minorem Partem totius. Nam in eo casu Majorem partem sumit totius.

Hinc ita se habent Fractiones quae Numeratores inaequales ut Denominatores reciproci ita ut si Denominator duarum v.g. 24 Partium sit Minor ac alter hoc ipso declarant Fractionem illam non esse adaequam duarum v.g. quatuor Partium Majorem directe sed inverse tantum E.g. duae Fractiones $\frac{2}{8}$ Partes ita se habent $\frac{2}{12}$ non ut directe 8 ad 12 sed inverse ut 12 ad 8.

§ 11. Si Fractiones quaedam, quae ex totis seu Magnitudinibus inaequalibus sumuntur aequales habuerint et Numeratores et Denominatores illae erunt inter se ut sua tota. E.g. duae $\frac{1}{4}$ ex 100 ad unam $\frac{1}{4}$ ex 200 aut etiam $\frac{3}{4}$ ex 100 ad $\frac{3}{4}$ ex 200 ita se habent adinvicem ut illae Magnitudines 100 scilicet ad 200. Et sic $\frac{1}{4}$ ex 200 dupla est $\frac{1}{4}$ partis ex 100. Pariter in $\frac{3}{4}$ ex 200 dupla est $\frac{3}{4}$ partis ex 100

Demonstratio Quando ex aliquo toto aut Magnitudine volo Partem certam sumere nil aliud est faciendum quam dividenda est illa Magnitudo in desideratae Partis denominatorem Nam Quotiens erit quod quaerimus seu erit Pars quam ex toto sumere desidero ut superius dictum

Si igitur Ex. gra. $\frac{1}{4}$ parte ex 100 sequerim & iterum eandem partem ex 200 desumenda venit, debent & 100 & 200 dividi in 4. partes, in qua divisione quotientes aequalium divisorum se habebunt ad se invicem ut dividendus ad dividendum: quocirca ita se habebit $\frac{1}{4}$ ad 100 h.e. Quotiens qui prodit si 100 in 4 dividatur ad $\frac{1}{4}$ ex 200 h.e. ad Quotientem, qui prodit cum 200 ad 4 dividuntur ut dividendum 100 ad dividendum 200

Amplius ulterius quod etiam $\frac{3}{4}$ ex 100 ad $\frac{3}{4}$ ex 200 ita erunt ad invicem uti 100 ad 200; Nam vi praecedentium $\frac{1}{4}$ ex 100 est ad $\frac{1}{4}$ ex 200 uti 100 ad 200. Jam autem $\frac{3}{4}$ etiam ex 100 sunt ad $\frac{3}{4}$ ex 200 sunt ut 100 ad 200 Ergo verum est quod dicitur

§ 12. Ut vero Tractatum Fractionum eo clariorem possimus formare Ideam Consideremus Ex. gra. Ulnam in 2 aequales Partes divisam & rursus Ulnam quamcunque istarum Partium in 4 aequales Partes divisam 4 haec Pars Minima dicitur $\frac{1}{4}$ ex dimidia Ulna. Est igitur hoc Modo Ulna dimidia in 4. tota autem Ulna in bis 4. hoc est in 8 Partes aequales divisa. Quocirca $\frac{1}{4}$ ex dimidia Ulna nihil aliud est quam $\frac{1}{8}$ ex integra Ulna.

Sic etiam si tota Ulna prius dividatur in 4. aequales Partes, & unaquaeque Partium in 2 aequales Partes Pars haec dimidia Partis 4tae dicitur dimidia ex 4. Re ipsa autem non est aliud quam $\frac{1}{8}$ ex integra seu tota Ulna Ergo dimidia ex $\frac{1}{4}$ aut $\frac{1}{4}$ ex dimidia nihil aliud est quam $\frac{1}{8}$ ex tota Ulna

Eadem est Ratio si plures quam duae sint Fractionum Fractiones Ex. gra. si Ulna in 30 Partes aequales dividatur & haec rursus in 3. Partes aequales, & rursus haec in 6 Partes aequales deinde Particula Minima & Ultima $\frac{1}{6}$ ex $\frac{1}{3}$ ex $\frac{1}{30}$

$\frac{1}{6}$ ex $\frac{1}{3}$ ex $\frac{1}{30}$ Floreni Partib & revera nihil aliud est quam $\frac{1}{540}$ Partium Floreni

Quoniam modo hoc per aliam divisionem in qua 300 partes unius Floreni singulae in 3 partes dividunt Consequenter totus Florenus in ter 30 h.c. in 90 partes & tandem per ultimam divisionem 90 partes in 6 Partes scilicet in 540 & hic hoc Modo si Fractiones Consideremus $\frac{1}{30}$ ex $\frac{1}{3}$ ex $\frac{1}{6}$ aut $\frac{1}{3}$ ex $\frac{1}{30}$ ex $\frac{1}{6}$ nihil aliud denotaret quam 540 Partem ex uno toto Floreno Finis

Praelegente & dictante in his Viro Celeberrimo ac omnium S. Sophiae Professore Stephano Agh de S. Ch: Kiralli Calamo excepi Stephanus Ahol de S. Haromszek Comitis R.

Quisquis es ô faveas tantisq; laboris adsis!

ELEMENTORUM
Geometriae
LIBER I.

§ 1. Geometria est Scientia quantitatum seu de quantitatibus. § 2. Scientiae proprium munus est ex notionibus quibusdam simplicissimis Rationali naturae á Conditore Deo impressis elicere aliquid quod [illegible] ignorabat atque inde rursum aliud & ex hoc iterum aliud ita ut prior cognitio semper ad ulteriorem sit gradus.
Hanc veritatem v. Methodum Rationemque Scientiae Ita, omnibus amplexae sunt Ex disciplinae quae in quantitatis contemplatione versantur quas disciplinas vocamus Geometricas aut Mathematicas.

§ 3. In his disciplinis statuuntur simplicissima facilimaque quaedam Principia, quibus nemo Ratione praeditus contradicere potest & consequenter nihil asseritur v. admittitur in his disciplinis quod ex iis Principiis infallibili Ratiocinio non sit deductum atque ita demum admiranda Theoremata quae Prae,

ab omni

Incepi capere in Anno D. 1722. Die 2ima Aprilis.

ab omni humano sensu & cognitione remota visa incredibili cer-
titudine hac evidentia minores sunt.

§ 4. Principia autem seu Fundamenta ex quib. Geometria omnis derivatur sunt Tria Definitiones scil. Postulata & Axiomata.

§ 5. Definitiones sunt vocum in Geometria usitatissimarum Explicationes. Postulata sunt Petitiones ab omni sanae Mentis concedendae. Axiomata verò sunt illae Propositiones clarissimae quib. Natura ac Ratione duce non possunt omnes non assentiri.

§ 6. Definitiones ad Geometriam pertinentes sunt sequentes.

Primo Punctum est Signum in Magnitudine individuum h.e. tale quod ne cogitatione quidem dividi potest seu: Est illud cujus Pars nulla

2do Linea est Magnitudo tantum longa, h.e. neque lata neque Profunda.

3tio Lineae Termini sunt Puncta cons. Linea concipitur generari ex fluxu Puncti.

4to Linea recta est minima Linearum eosdem Terminos habentium 5to Superficies est Magnitudo longa tantum & lata h.e. quae non habet nisi duas tantum dimensiones & concipitur posse generari Motu Lineae. Ergo

6to Uti Lineae extrema erant Puncta ita Superficiei extrema sunt Lineae.

7mo Planum sive Plana Superficies est Magnitudo quae ex aequo inter suas extremas Lineas jacet seu quae

omni

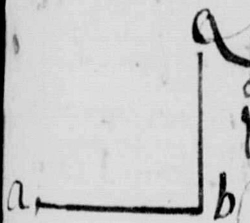
omnib[us] partibus recta linea accommodari potest.

8vo Angulus planus est duarum linearum in plano se mutuo tan-
gentium et non in directum jacentium alterius ad alteram
inclinatio.

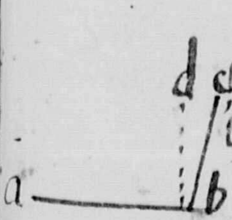
9no Latera seu crura anguli sunt lineae quae angulum
efficiunt. 10mo Vertex anguli est punctum in quo crura sibi
mutuo occurrunt.

Nota: Angulus designatur aut una litera in ver-
tice anguli posita aut tribus literis quarum media est
ad verticem.

11mo Anguli aequales dicuntur si cum sibi invicem ver-
tices imponuntur latera unius congruant lateribus alterius.

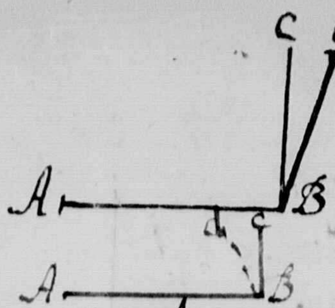
12. Inaequales contra anguli dicuntur cum vertice et uno

latere congruentibus alterum non congruit et ille major dicitur
cujus latus cadit extra: Ergo angulus non augetur v. minuitur
licet crura minuas vel augeas.

13tio Angulus rectilineus quem rectae lineae efficiunt.
Curvilineus quem curvae efficiunt. Mixtus quem recta et cur-
va efficit.

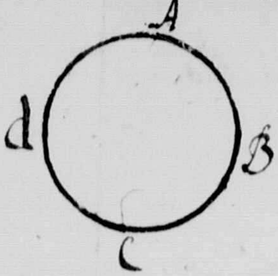
14to Rectus angulus est cum recta linea super recta

cita consistit ut in neutram partem magis inclinans angulos
utrimque facit aequales.

Angulus rectus sic etiam potest definiri quod
rectus angulus sit is cui a parte altera aequa-
lis oritur si unum latus produxeris

15

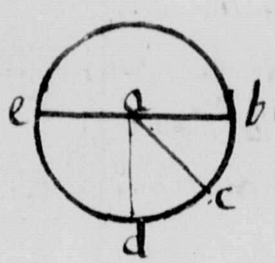


15 Obtusus angulus est omnis angulus qui recto Major e[st]
16 Acutus angulus est omnis qui recto Minor est
17. Figura Plana est illa superficies Plana quae v. u-
na v. Pluribus Lineis undique terminatur.

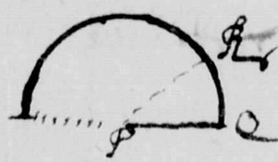


18. Circulus est Plana superficies unius Lineae Cir-
cuitu comprehensa quae Linea circumferentia seu
Periferia dicitur.

Hujus Circuli Punctum e quo ad Circumferenti-
am seu Peripheriam ductae rectae aequales sunt Cen-
trum Circuli appellatur, ubi Rectae illae e Centro ad Peri-
pheriam ductae aequales Radii Circuli dicuntur.



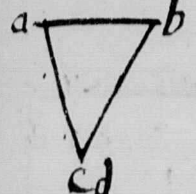
Diameter vero Circuli est recta per Centrum duc-
ta ad Circumferentiam utrinque terminata et circulum
bifariam dividens; seu sunt duo Radii sibi invicem
in directum jacentes. Unde intelligitur Semi Diame-
trum esse radicem circuli omnium.

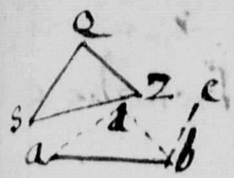


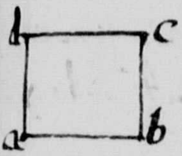
Semicirculum dicimus esse Figuram comprehen-
sam a diametro et dimidia circuli circumferentia.

Circulus generatur per rectam Lineam uno sui
extremo fixam et in orbem circumactam. Recta
enim ipsa taliter circumacta circulum, extremum
vero recto Peripheriam ejus describit.

19. Rectilineae Figurae est superficies Plana rec-
tis lineis undique terminata cujus species sunt

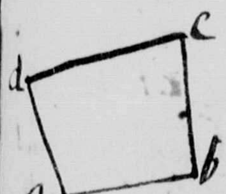






Primo Triangula. 2do Quadrilatera 3tio Polygona
Triangulum aequilaterum quod tria tantum Latera habet
aequalia. Aliud Triangulum est Triangulum Isosceles
seu aequicrurum quod duo tantum Latera habet aequalia
Aliud est Triangulum Scalenum quod tria Latera habet
inaequalia. Triangulum rectangulum est quod unum angulum
habet Rectum. Obtusangulum Triangulum quod unum
angulum habet obtusum.

Figura Quadrilatera est superficies Plana qua-
tuor Lateribus undique terminata cujus Species sunt: Rectan-
gulum quod quatuor Angulos habet rectos adeoque aequa-
les sive Latera aequalia sint sive non sint.



Quadratum est et aequilaterum et rectangulum adeo-
que et aequiangulum in quo Latera sunt aequalia et
Anguli recti et aequales. unde intelligitur: Omne
Quadratum esse rectangulum sed non omne Rectan-
gulum Quadratum.

Rombus est Figura Quadrilatera aequilatera
quidem sed non aequi-angula

Romboides est Figura Quadrilatera in qua oppo-
sita Latera et anguli aequales sunt sed non est aequi-
angula.

Parallelogrammum est Figura quadrilatera cujus

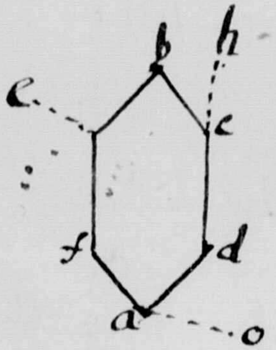
bina

Omnia opposita Latera sunt Paralela. Tale est Rectangulum & quadratum unde sequitur omne rectangulum esse Paralelogrammum. sed non contra omne Paralelogrammum est Quadratum & Rectangulum

Nota Rectae Lineae Paralelae sunt quae in eodem Plano existentes utrinque in infinitum Protractae aequalibus semper Intervallis inter se distant.

6 Diameter Paralelogrammi & cujusvis quadrilaterae Figurae sicut illi est recta ex Angulo opposito in Angulum oppositum ducta

6 Diametri vocantur alias diagonales etiam



Tertio: Polygona sunt Multangulae Figurae sunt illae quae Pluribus Lateribus quam quatuor comprehenduntur Pluresque quam quatuor Angulos habent.

7 Angulus externus Figurae rectilineae est ille qui Latere producto extra Figuram constituitur Ergo quot sunt Latera tot Anguli extremi formari possunt.

7. Postulatum est petitio quae ab omnibus Sanae Mentis concedi potest & facile fieri posse per se est manifestum et Tria. Primo A quovis Puncto ad quodvis Punctum Rectam Lineam ducere

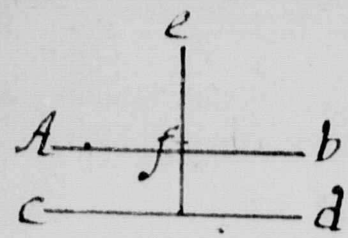
Secundo Rectam Lineam terminatam in directum & continuum terminare 3tio quovis centro

dato

dato ad quodvis Intervallum datum Circulum describere

8. Axioma est Sententia per se manifesta. Seu: Est Propositio Clarissima cui Natura ac Ratio ducit non possumus non assentire. Ut sunt Primo Quae eidem sunt aequalia & inter se sunt aequalia. Et quod uno quovis aequalium Majus aut Minus est Majus quoque ac Minus est altero aequali
2do: Si aequalib addas aequalia tota, seu quae inde fiunt exurgunt erunt aequalia 3tio Si ab aequalib demas aequalia quae remanebunt erunt aequalia 4to Si inaequalib addas aequalia tota erunt inaequalia 5to Si ab Inaequalibus tollunt aequalia quae remanent erunt inaequalia 6to Quae ejusdem v. aequalium dimidia sunt inter se sunt aequalia. Et quae ejusdem v. aequalium dupla tripla inter se sunt aequalia 7mo: Quae mutuo sibi congruunt aequalia sunt. 8vo Si Rectae lineae aequales fuerint sibi mutuo congruent. Hoc ipsum de Circulis Arcubus Figuris omnib aequalib pariter dici potest 9no: Totum ista hac v. illa parte majus est. Et: Partes omnes simul sumptae aequales sunt toti seu constituunt totum
10. Omnes Anguli Recti sunt inter se aequales

Patnon

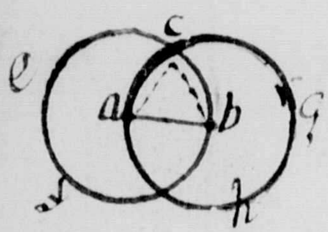


at non item acuti & obtusi. 11mo Recta quae ad Paralelas unam est perpendicularis, est quoque ad alteram pariter perpendicularis. Unde 12mo Perpendicula tam ex Paralelis aequales utrimque accipiunt partes.

13tio duae Rectae lineae spacium non comprehendunt, adhuc enim opus est ad minimum tribus

14to duae Rectae lineae se intersecantes non habent segmentum commune quia omnes rectae se punctualiter intersecant.

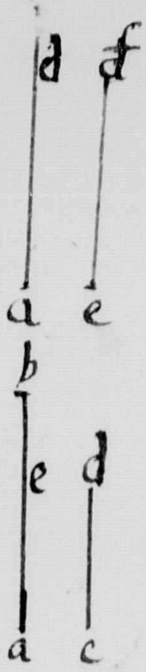
§ 9 Problemata sunt propositiones quae aliquid faciendum proponunt. Theoremata sunt propositiones quae in sola contemplatione consistunt



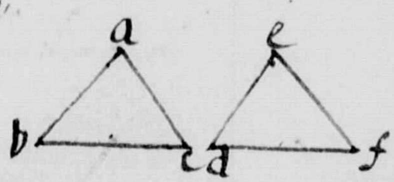
Propositio prima seu Problema super data recta triangulum aequilaterum constituere. Liceat ex dato centro A intervallo A B circulum C F, F E describere, pariter ex centro dato B intervallo B A eodem alium circulum A C G H describere, qui circuli possunt se invicem non secare in puncto C ex quo ducantur ad datae rectae A B puncta extrema A et B rectae C A, C B, dico Triangulum A C B esse aequilaterum; nam rectae A B, A C sunt aequales tanquam ejusdem circuli C B, F E radii. Sed rectae etiam C B, B A sunt inter se aequales qui sunt pariter radii ejusdem circuli [illegible] A C, G H.

G A, Ergo A C & B C. sunt æquales interse quia juxta Axioma primum quæ eidem sunt æqualia & inter, se sunt æqualia ac proinde omnia Latera Trianguli sunt æqualia. Ergo Triangulum A C B æquilaterum est & super data recta est constitutum q. e. d.

Propositio Secunda Ad datum punctum datæ rectæ æqualem ponere. Sit datum punctum A datæ re,, ctæ E F, accipe circino Intervallum E F, & transfer ex A in D erit recta A D, par datæ E F. per Postulatum 3um



Propositio 3tia datis duab rectis inæqualib de majore minori partem auferre. Sint datæ rectæ inæqua,, les A B & C D. accipe circino Intervallum minoris C D. & transfer in majorem ex A in E & habet de majori A, B minori C D. partem A C. per postulatum 3um

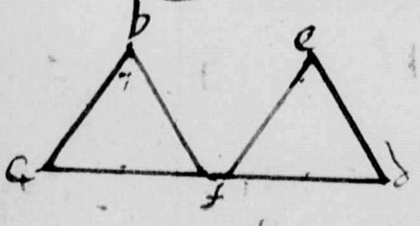


Propositio 4ta Si duor Triangulor Latus u,, num uni & alterum alteri sit æquale anguliq ab illis Laterib facti sint æquales æquabuntur & bases & tota triangula & reliqui ad basim anguli quib la, terib æqualib opponuntur. Sint duo triangula A. B C & D E F. quor Latus unum A B Lateri u, ni D E. & Latus alterum A C. Lateri alteri E F sit æquale Anguliq ab iisdem Laterib æqualib

Comprehensi

Comprehensi ad A. C. æqualis dico & basim BC æqua-
lem esse basi D F. & angulos ad B & C. æquales
ad E & F nam si anguli ad A & E ut æquales
ex Hypothesi & Latera AB. AC. ED EF. ex
eadem hypothesi æqualia sibi invicem impo-
nantur congruent & anguli & Latera inter se Cons: 8.
extrema Lateris æqualium h.e. Puncta A B C cum
Punctis E D F vi Axiomatis Ergo bases etiam
BC DF. ut Lineæ rectæ inter Puncta æqualiter à
se invicem debent congruere ut & anguli ad B. ad
C. ad D. & F. nam aliàs & Latera contra hypothesim
non essent æqualia quod est absurdum Ergo
vera est Propositio quod E.D.

Scholion Si duorum triangulorum Latus unum Lateri uni æquale
erit & Anguli illis Lateribus adjacientes æqualis
omnia reliqua etiam Latera & Angulus reliquus
reliquo & tota Triangula æqualia erunt

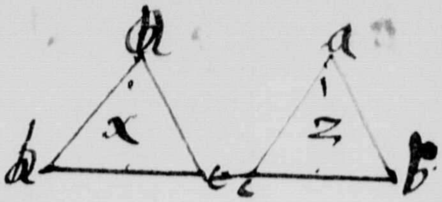


Nam si Latus BC Lateri EF. æqualis erit an-
guli quo utris adjacentes æqualis Angulus scilicet ad B
angulo ad E. angulus ad C Angulo ad F æqua-
les non possunt. non & reliqua esse æqualia & an-
gulus reliquus æqualis si enim illa Latera ponantur
inæqualia h.e. si ponantur si non congruere an-

guli

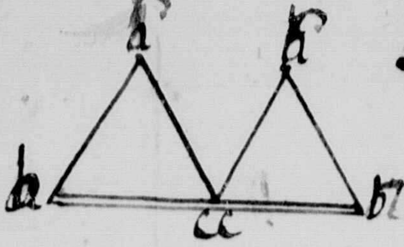
guli Nominati Sibi ad jacentis cequales esse non poterunt quod est contra Hypothesim de Laterum ad se invicem Inclinationem Ergo vera est Propositio q. e. d.

Propositio 2da: Trianguli Isosceles anguli ad basim sunt cequales: Cogitetur Triangulum x bis positum ser situ inverso habebimus duo Triangula x & z quorum duo Latera singula sin,, gulis ex Hypothesi sunt cequalia Angulus qui iis,, dem comprehensus cequalis h. e. Latus AB cequale est Lateri AC. Latus a.c cequale La,, teri AB. & Angulus BAC cequalis an,, gulo CAB Ergo juxta Propositionem 1mam & bases cequales erunt & reliqui ad basim anguli cequa,, buntur h. e. Angulus ad B. erit cequalis angulo ad C. qui sunt anguli ad basim, Anguli Tri,, anguli Isoscelis Ergo Trianguli Isoscelis ad basim sunt cequales q. e. d.



Corollarium Aequilaterum Ergo Triangulum est etiam cequiangulum quia cequalia Latera Angulis cequalibus subtendunt.

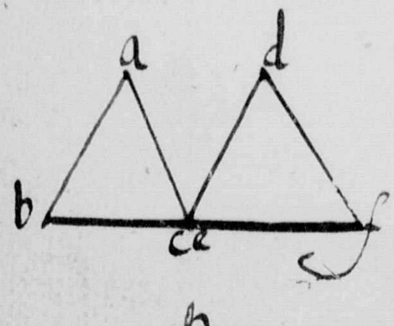
Prop. 3



Propositio 6ta Si in Triangulo duo anguli æquales fuerint etiam Latera iisdem opposita æqualia erunt. Intell. ABC bis positum et situ converso scilt ABC quoniam in his triangulis duo æqualiter Latus unum AC. uni Lateri CA. erunt et anguli illis adjacentib æquales h.e. angulus ad A erit æqualis angulo ad A et angulus ad C erit angulo ad C. Ergo per Scholiem Propositionis 4tæ reliqua etiam Latera et Angulus reliquus erunt æqualia h.e. Si in triangulo duo anguli æquales fuerint etiam ii opposita Latera erunt æqualia

Corollarium Aequiangulum Q triangulum erit etiam æquilaterum

Propo Propositio 7ma Hæc propo 7ma ab Euclide posita est propter 8vam, anguli illa fecit in posita potest demonstrari ista quidem Propoe neglecta erit. Propo 8va: Si duo trianguli habuerint omnia Latera sibi mutuo æqualia etiam angulos omnes æqualib Laterib oppositos habebunt æquales

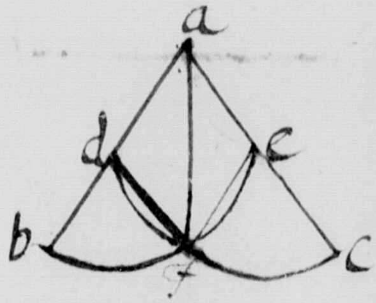


Ponamus enim duo triangula ACB, et D Latera sibi mutuo habere

habere æqualia scilicet AB ipsi Ed. AC ipsi Ef & BC. ipsi DF. tum Latera ex Axiomate ~~duo~~ sibi invicem congruent consequenter extrema Laterum etiam h.e puncta ABC. & EdF. congruent hoc autem fieri nequit nisi simul & anguli quibus æqualia Latera congruunt sint æqualia Ergo si duo tr. Q.E.D.

PROPOSITIO IX

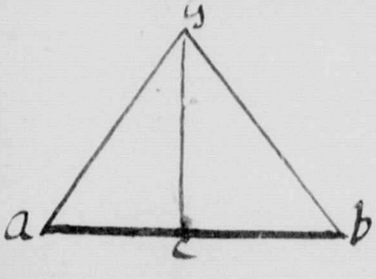
Datum Angulum Rectilineum bifariam secari. h.e. sit angulus BAC. bifariam, h.e. in duas æquales partes secandus ex Laterib. AB AC. mediante circino accipe partes æquales AD. AE. centris E & D describe duos æquales circulos se secantes in F ducaturque recta F. A. illa Angulum datum disseca, bit nam si ducantur BF. & EF formabuntur duo triangula FAD FAE. sibi mutuo æquilatera nam Latera AE Ad. ex constitutione sunt æqualia A Latere simul & Latera FD. FE ut æqualium circulorum semi diametri sunt æqualia AF vero utrique trianguli communi Illam autem per 8vam Propositionem Libri hujus triangula æquilatera angulos etiam æqualiter oppositos



oppositos habebunt i.e. Angulos etiam BAF
aequalis et angulo CAF. Consequenter angulus
datus bifariam est secatus Q.E.D.

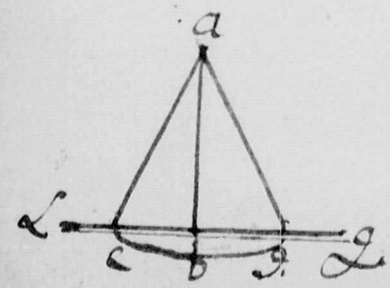
PROPOSITIO Decima

Datam Rectam finitam bifariam secare. Super data recta
AB fac triangulum aequilaterum per primam Prop.
Libri huius Primi sitq. AGB, angulus ejus G
per praecedentem biseca per rectam GC dico
eandem bisecare rectam AB Nam in triangulis
X & Z Latus GC est commune & per constru-
ctionem GB, GA sunt aequalia anguli quoque his
contenti AGC. BGC aequalis Ergo bases
AC BC etiam aequantur per quartam Prop. li.
Primi bisecta est ergo data Recta AB. Q.E.F.



PROPOSITIO 11

Ex dato puncto in data Recta Perpendicularem excitare
Sit data recta L.Q. datum Punctum in eadem A.
mediante circino cape ex data recta aequales AC
AF. Centris C F. describe duos aequales circulos
se secantes in B tandem ex B duc rectam in
A. dico rectam illam perpendicularem



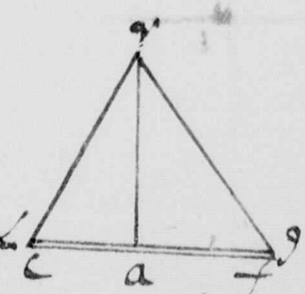
Nam

Nam si ducas ex b. in C. ut & ex eodem. b. in f. rectas b C b f. habebis duo Triangula x & z aequilatera datur enim c a est aequale ipsi. a f. ex Constructione, Latera etiam c b f b aequalia sunt cum aequalium Circulorum Semi Diametri, Latus autem A b. est Commune Ergo per 8vam Lib. huius 1. Propositionem anguli etiam singuli singulis sunt aequales cum b. ac. b. af. etiam sunt aequales, h.e. sunt recti si, b a ad rectam L.g. datam & datum punctum A ex erecta perpendicularis.

PROPOSITIO 12

Ex dato extra rectam infinitam puncto perpendicularem ducere.

Sit data recta infinita L g punctum extra rectam datum sit a ex quo puncto cum ex Centro describe Circulum qui secet datam rectam in c & g. tandem rectam c g. biseca per Propositionem 10mam Libri Primi per rectam ex A. in b ductam dico rectam illam perpendicularem desideratam. Nam enim ex A. ducantur recta A c. A g. formabuntur duo Triangula x & z sibi mutuo aequilatera; Nam c b aequalis est ipsi b g ex Constructione c A. aequale ipsi A g. ut



pridem.

eiusdem circuli Radii ab vero est Latus commune ergo per 8vam Libri primi anguli anguli singulis sunt aequales cons. angulus, cb a, aequalis est ipsi b da. Ergo recti sunt Ergo recta ab ex puncto, a, dato ab rectam datam in b. ducta est perpendicularis per propositionem 12tam

PROPOSITIO 13.

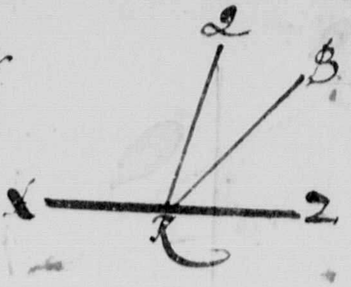
Recta super rectam consistens, aut duos rectos angulos facit aut duobus rectis aequales.

Sint recta cf, ba, quarum altera ab in recta cf ita insistat ut ad utramque partem aequales facias per definitionem 12. anguli illi erunt recti. Si vero ba, recte cf oblique insistat excitetur perpendicularis per 11mam Libri primi AL quia tunc anguli inaequales cab, et ab. eundem Locum occupant quam recti, caL, L, af. ac proinde iis congruunt erunt aequales rectis Ergo vera est Propositio q. e. d.

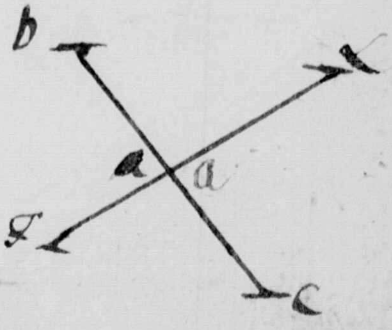
Propositio 14ta Si duae rectae ad idem utrimque punctum alicuius rectae faciant angulos duos rectis aequales unam rectam efficiant

Sint

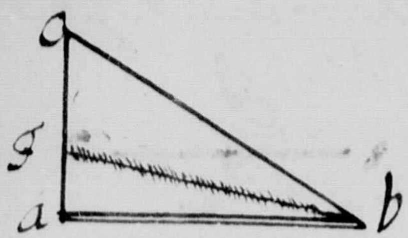
Sint duae rectae xz rz quae concurrentes in alterius recta gx puncto R efficiunt angulos xR g, gRz aequales duob. rectis dico rectas illas duas xR, Rz unam rectam xz constituere si negas faciant zR, Rb unam rectam tam xzc crb per propositionem 13tiam Libri primi duos angulos duob. rectis aequales efficiunt et angulus totus crz. erit aequalis parti c rb quod est absurdum. totum enim majus est qualibet parte sua et simul est contra hypothesim posuimus enim xzg grz constituere duos angulos duob. rectis aequales



Propositio 15ta Si duae rectae se secuerint anguli ad verticem oppositi aequales. Sint duae rectae bc lf se secantes in a anguli vero ad verticem sibi oppositi bal lac et bal fac dico hos angulos ad verticem oppositos aequales esse quoniam recta ca ita insistit rectae lf. ut anguli lac. et caf. aequales sint duob. rectis pariter etiam r.a. recta ita insistit rectae cb ut duo anguli caf fab duob. rectis sint aequales juxta 13tiam lib. primi Ergo duo anguli lac, c af. aequales sunt duob. caf. fab et ex quib. aequalib. si communem angulum caf deemam quae remanebunt.



18 Roo



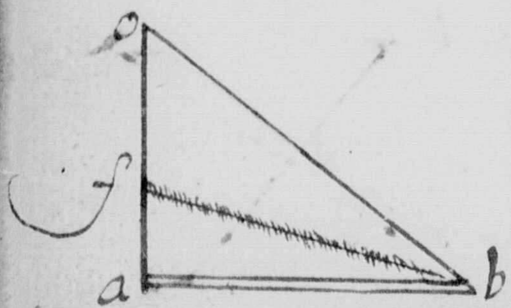
manebunt ∠ AC b af sibi ad verticem oppo-
siti erunt aequales juxta Axioma 3um.

Pariter demonstratur Angulos c af & b al ad verticem sibi oppositos esse aequales. Nam duo anguli c af f ab aequales sunt duob. f ab b al ex quib. si commune b al demantur reliqui f ac b al erunt aequales Q.E.D.

Propositio 16 & 17 continentur in Roe 132da et in eiusdem Propositionis Corollarii demonstrantur neque autem illam exhibemus.

Propositio 18 In omni Triangulo angulus major est qui majori Lateri opponitur Minor qui Minori.

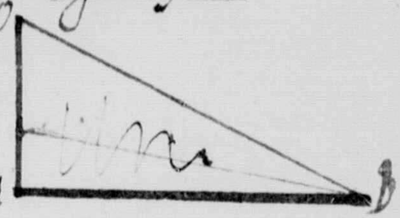
Sit Triangulum abc Latus bc majus Latere ac dico angulum ad a qui opponitur Lateri Majori bc majorem esse angulo ad b qui Minori Lateri ac opponitur. Dem. Nam si non erit major erit v. aequalis v. Minor. Atqui neque aequalis neque Minor esse potest. non aequalis quia per 6tam Libri Primi Latera Trianguli deberent esse aequalia angulis aequalib. opposita adeoque esse aequalia & sumimus enim Latus ac Minus Latere bc. non Minor, Nam si angulus ad a



Minor

Minor est Angulus ad B Major erit Ergo, Poterit intra Angulum
ad b. per rectam bf formari abf cequalis ipsi A ex 23 Pro,,
blam Libri Primi cequales erunt rectae Angulis cequalibus oppo,,
sitae quibus cequalibus si addas communem fo erunt bf fo cequa,,
les ipsi Ao, sed Ao per Hypothesim Minor est ipse bo Ergo
etiam bf fo minores erunt ipso ao quod est absurdum. Nam
non possunt rectae bf fo cequales etiam esse ipsi fo & Mi,,
nores Ergo vera est Propo q.e.d.

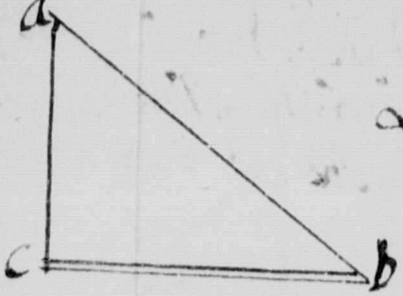
Propositio 19 In omni Triangulo Latus majus quod
opponitur Angulo majori minus quod minori.



Haec propo est ut satis patet praecedentis conversa, et posset sine demonstratione prae,,
terire nisi eam ut nihil desideret. Ponamus Latus
b, o quod Angulo majori opponitur A. minus esse
a, o tum per 18 Prop Lib 1. angulus A minor es,,
set Angulo b quod est contra hypothesim neque b, o
cequale est ipsi a, o alias ut trianguli Isosce,,
lis per 5tam Prop Lib 1. angulus A cequalis
esset ipsi b sed hoc etiam est contra hypothesim
cum ergo Latus quod majori angulo opponitur neque
minus, neque cequale possit ei quod minori an,,
gulo opponitur sequitur esse illud majus.

Prop

Propositio: 20 Omnis Trianguli duo quælibet Latera reliquo majora sunt.



Hæc Propositio Archimedi est instar Axiomatis ejusque veritas intelligitur ex definitione Archimedia in qua tribuitur Linea recta esse minima Linearum eosdem terminos habentium sive omnium brevissima quæ inter duo puncta duci possunt. Certe si duo Latera ac cb trianguli abc non essent majora tertio ab sed essent aut minora aut æqualia absurdum sequitur, nam si ponantur æqualia congruent ipsi ab ex axiomate 7mo si congruent tunc duæ rectæ erunt ductæ ex a in b omnium brevissimæ quod est contra definitionem Lineæ rectæ a puncto a in punctum b ducæ erunt rectæ ductæ minima quod rursum est contra definitionem in qua dicitur Lineam rectam minimam esse earum Linearum quæ ex uno puncto in aliud duci possunt.

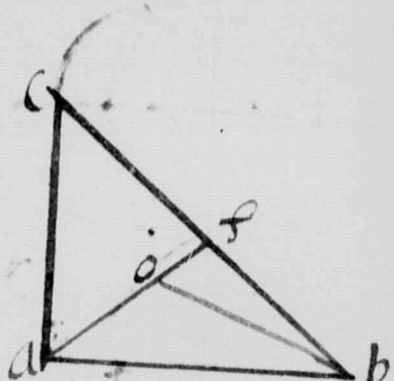
Propositio 21. Si a terminis unius Lateris intra triangulum duæ rectæ jungantur hæ Lateribus trianguli minores sunt, majorem vero angulum comprehendunt.

Duo proponuntur in hac propositione Unum

quod

quod duae rectae intra triangulum junctae minores sunt Lateribus ejusdem trianguli alterum quod istae rectae majorem angulum comprehendant sed hoc posterius in Corollario demonstrabitur & quia hoc ipso Iterum non utimur demonstrandum tantum illud primum est.

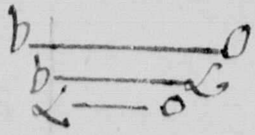
Sit Ergo triangulum abc intra quem ad extremitates Lateris ab sint junctae ao, ob dico rectas ao ob minores esse Lateribus trianguli dati scilicet ac cb nam si ao producatur in f Latera ac cf majora sunt 3tio af. per 20mam propositionem Libri 1. Item addito communi fb. Latera ac cb majora sunt quam af. fb rursum of fb. duo Latera majora sunt 3tio ob per dictam propositionem addito Item communi ao erunt af fb majora quam ao ob Ergo & trianguli dati Latera ac cb multo majora sunt quam datae rectae ao ob intra triangulum junctae

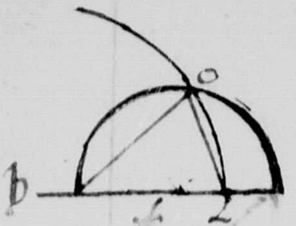


Propositio 22da Ex datis tribus rectis quarum duae quaelibet reliqua sunt majores, triangulum constituere.

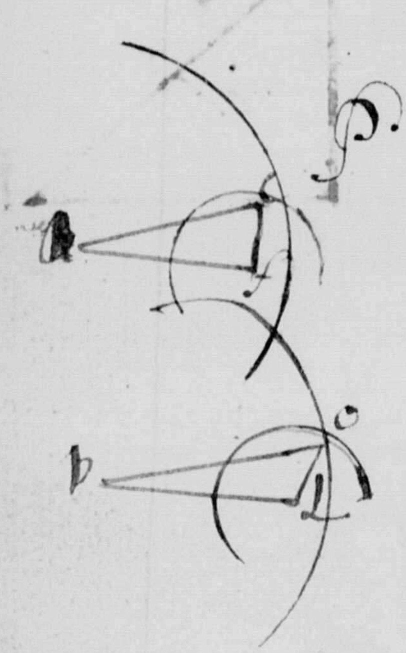
Sint datae rectae bo bl lo quarum duae quelibet reliqua lo. sint majores triangulum constituent, sint datae bo bl lo quarum duae quelibet

b.o.





b o l o reliquo l o sint majores ex quib. constituen-
dum est triangulum ut fiat assumat. datarum una sci-
licet b l. atq. una ejus extremitate b pro
centro describat. arcus, deinde accepta pro cen-
tro extremitate altera l intervallo tertiae L o
describat. arcus, priores secans in o ducantq.
recta b o l o dico factum cujus demonstratio
patet ex constructione



Propositio 23.

Ad datum in recta punctum angulum efficere aequa-
lem dato.

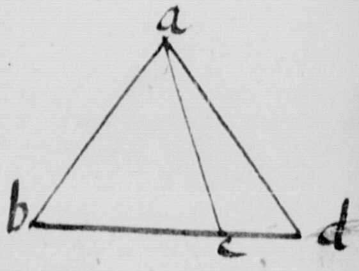
Sit datus angulus c a f cui in data recta b L
ad punctum b datum debemus angulum aequalem
efficere, hoc ut consequamur ducat. ut jungi c f. recta
latera dati anguli a c a f secans in data re-
cta b L ex b accipe parem ipsi a f. scilicet b L
centro b intervallo a c. describe circulum. Item a-
lium centro L intervallo f c qui priorem seca-
bit in o. tamen ex o ad b & L duc rectas
erit angulus L b O paritu per dato ad a, nam
per constructionem triangula f c a L o b sibi mu-
tuo sunt aequilatera, quia a f. aequale est ipsi b L
a c, ipsi o b. & c f ipsi o L. ergo & singul

aequal

æqualibus Lateribus oppositi sunt æquales Conseq. dato angulo c a f æqualis angulus factus est d b L. quod erat demonstrandum.

Propositio 24 & 25ta

Si duo triangula duo Latera duobus alterum alteri æqualia habuerint unum vero triangulum angulum illis Lateribus contentum majorem habeat altero habebit quoque basim majorem basi. Et si basim majorem habuerit habebit etiam angulum majorem.

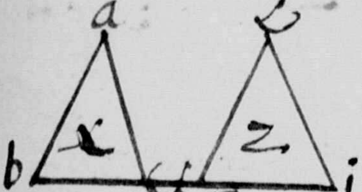


Sint duo triangula abc & bad quorum duo Latera ab & bd sint æqualia, quæ si imaginemur sibi invicem imposita Latera ab & ad iisdem Literis designata per communi axiomate quia quæ æqualia sunt sibi mutuo congruunt: sed alterum triangulum illis Lateribus contentum angulum bad habeat majorem angulo bac dico primo basim etiam bd majorem esse basi bc si enim ponamus aut quod basis bd sit æqualis basi bc aut quod sit minus absurdum inde sequeretur scilicet quod angulus bad vel sit æqualis angulo bac vel minus atque utrumque est absurdum & contra Hypothesin

Contra Hypothesim posuimus enim angulum b a d majorem esse angulo b a c. duo 2do Si basis erit major angulus etiam cui opponitur erit major, majus enim latus semper opponitur angulo majori ex Propositione 19 q. e. d.

PROPOSITIO 26

Si duo triangula duos angulos duobus aequales habuerint alterum alteri & unum latus uni lateri aequale seu illud quod inter angulos aequales existit seu quod uni aequalium angulorum opponitur reliqua etiam omnia erunt aequalia.



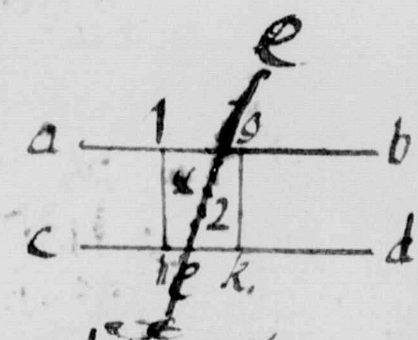
Sint duo triangula x & z. quae duos angulos habeant aequales b ipsi f. c ipsi g. latusque unum seu b c ipsi f g. quod inter angulos aequales existit seu latera a c L g aut a b L f. sint aequalia dico reliqua etiam omnia esse aequalia. Nam si ponamus primo latera b c f g inter angulos aequales esse posita esse aequalia tum reliqua etiam omnia aequalia erunt per 4tam Propositionem. Verita si ponamus a c L g aequalia quae angulis ad f & b aequalibus opponuntur aut

aut b a L F. æqualia quæ angulis ad C & G. æ-
qualib. opponunt. non possunt non & reliqua ea
esse æqualia ut patet è 32. Proonis Corollario

PROPOSITIO XXIX

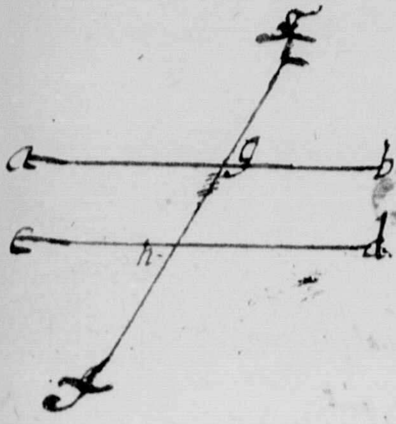
Si duas rectas paralelas secuerit recta aliqua erunt primo æquales alterni anguli, Secundo Externus etiam æqualis interno ad eam partem constituto 3tio duo vero ad eandem partem interni simul duob. rectis æquales.

Sint duæ rectæ Paralelæ ab cd quas secet recta eF dico primo alternos angulos esse æquales, nempe angulum aGH æqualem angulo GHd. nam si ex L in H et ex G. educantur perpendiculares LH. GK. ad cd. illæ erunt perpendiculares ad ab etiam æquales quoque et paralelis auferens partes æquales LG. HK, cons. triangula 1 & 2. sibi mutuo erunt æquilatera; nam HL commune; LG. GK ips. LH. GH sibi erunt æqualia, igitur per Proonem 8vam Libri primi anguli etiam Laterib. æqualib. oppositi erunt æquales, cons: angulus LGH erit æqualis angulo GHK. sed illi sunt anguli alterni q. e. d. pro primo.



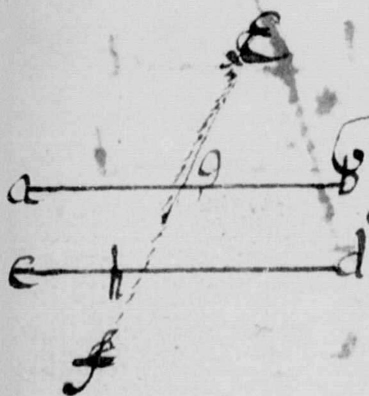
dico 2do Externum etiam æqualem interno ad eandem

partem



partem constituto, h.e. angulum egb externum æqualem angulo interno ghd ad eandem partem constituto nam angulus egb est æqualis angulo agh sibi ad verticem opposito per primi. Tram. sed angulus agh est æqualis angulo ghd ut alterni per primam partem hujus propositionis Ergo externus egb æqualis est interno ghd quæ enim uni tertio sunt æqualia illa etiam inter se sunt æqualia

Pari modo potest demonstrari angulum externum age esse æqualem angulo ghc interno ad eandem partem constituto.



Dico 3tio Quod duo ad eandem partem interni simul sint æquales duobus rectis h.e. bgh. et ghd ut et gh. chg. simul sint æquales duobus rectis nam agh. æqualis est ipsi ghd. ut alterni anguli per primam partem sed ghd cum ghc sunt æquales duobus rectis per 13tiam libri primi Ergo agh. etiam cum ghc interni anguli ad eandem partem positi sunt æquales duobus rectis

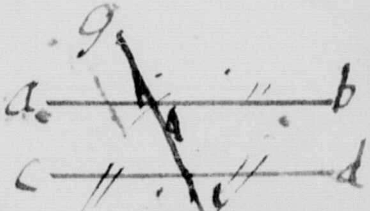
Pari modo potest demonstrari duos alios angulos internos ad eandem partem bgh. et ghd. esse æqua-

les

les duob rectis nam g h d. est æqualis angulo a g h. ut alterni Sed a g h cum h g b æquales sunt duob rectis Ergo b g h. etiam cum g h d æ,,quales sunt duob rectis q. e. d.

PROPOSITIO 28

Si duas rectas secans recta alternos an,,gulos æquales fecerit erunt illæ duæ rectæ inter se paralelæ.

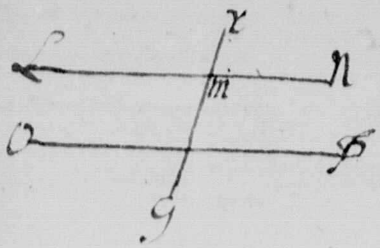


Duæ rectæ a b c d per rectam g h. Sectæ si alternos angulos æquales fecerint dico easdem rectas esse paralelas nam si non sint paralelæ constituatur recta e f. ipsi c d para,,lela angulus e i k. erit æqualis angulo d k i. ut alterno quod est contra Hypothesim posuimus enim a i k esse æqualem a k i ut alternos q. e. d

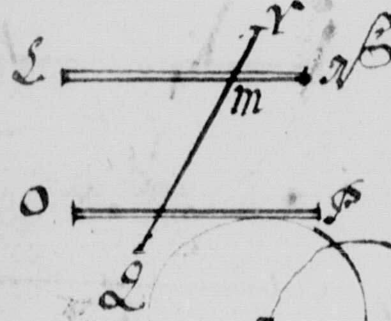
PROPOSITIO 29

Si duas rectas secans recta fecerit externum angulum æqualem opposito interno, v duos ad easdem partes inter,,nos pares duob rectis. erunt duæ istæ rectæ paralelæ

Duas rectas L n, O P. secans recta R Q si faciat primo externum angulum r m n æqualem interno & opposito M Q P. erunt duæ istæ rectæ paralelæ. Nampe is probem libri 1. R M N æqualis



æqualis est ipsi ∠ Lmg ad verticem sibi opposito sed ∠ Lmg æqualis angulus est ipsi mgp ut alterno oposito: Jam autem per præcedentem, alterni anguli rectas constituunt paralelas ergo Externus etiam cum Interno sibi oposito. Sed 2do: Si duas etiam ad easdem partes internos fecerit æquales duob rectis ipsæ duæ rectæ erunt paralelæ; Nam dico internos ad easdem partem positos, nempe nmg & mgp æquales sunt



angulis mgo, & mgp. Sed illi idem sunt alterni nam mgp est æqualis Lmg & nmg æqualis mgo alternis alterni aut in hoc casu constituunt paralelas, Ergo etiam anguli ad easdem partes positi.

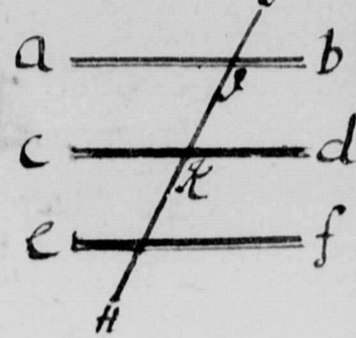
Proprositio 30

Si duæ rectæ sint paralelæ ad eandem rectam erunt inter se etiam paralelæ. Quia quæ sunt eidem uni tertio sunt etiam eadem inter se, Sed si duæ rectæ sint paralelæ ad eandem rectam illæ sunt eædem uni tertio. Ergo sunt illæ eædem inter se etiam h.e. sint paralalæ inter se.

Quæ veritas patet & ex præcedentib. nam si omnes illæ tres. rectæ mittuntur ab cd ef secentur a recta gh erit angulus externus gib æqualis interno & opposito gkd est

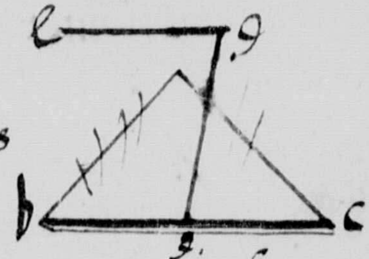
ve

vero g c d externis respectu e H f. ac proinde aequalis per 27 Libri primi ergo etiam g g b. est aequalis ipsi g h f. ergo recta a b. non tantum ad c d sed etiam ad e f est paralela.



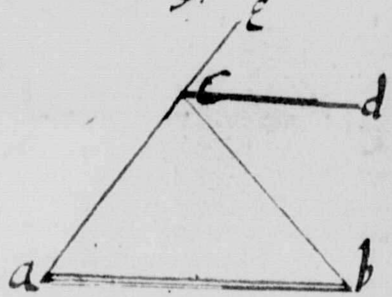
Propositio 31.

Per datum punctum paralelam ducere ad rectam datam.



Sit datum punctum g ex quo ducatur utcunque g g secans datam rectam b c et constituatur ad g angulus e g g aequalis angulo g g c per praecedentia sed illi alterni sunt et aequales ergo datae rectae b c ad datum punctum g paralela constituta est e g

Propositio 32.



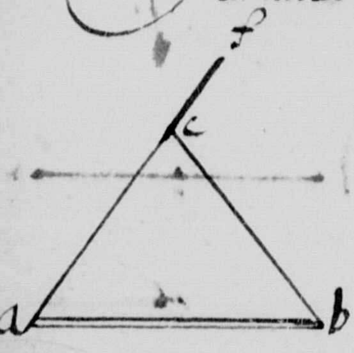
Omnis trianguli externus quivis angulus duobus internis oppositis aequalis est et omnis trianguli tres simul anguli aequales sunt duobus rectis.

Ut pars prior demonstretur producatur trianguli a, b c, Latus a c in e et formabitur externus angulus e c b quem dico aequalem esse oppositis sibi angulis ad a et b in dicto triangulo; ducta enim ad a b. paralela c d rectas c d et a b secans e a et per 27 Libri primi efficit ut externus angulus

e c d.

e c d sit æqualis interno & opposito ad a; pariter per eandem propom. paralelas easdem e d ab secans recta c b facit æquales alternos d c b. & c b a æquales Ergo totus externus e c b. æqualis est trianguli dicti angulis ad a & b. oppositis q.e.

Similiter ut pars hujus propositionis posterior demonstretur producatur



trianguli c a b latus a e in f. tunc angulus externus f c b. deprehendetur esse æqualis duobus trianguli angulis ad a & b oppositis sed ille idem externus cum tertio angulo trianguli ad c constituit angulos duobus rectis æquales per 13. Lib. 1 Ergo anguli etiam iidem a & b qui æquales sunt externo per priorem partem cum eodem angulo ad c debent facere angulos duobus rectis æquales q.e.

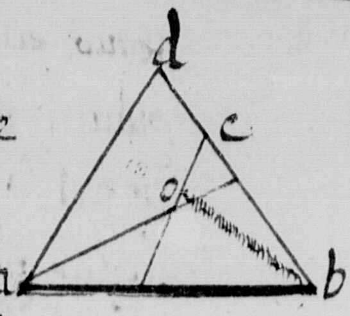
Aliter per c ducatur recta de parallela ad a b. dico trianguli a c b tres angulos ad a ad b ad c erunt æquales duobus rectis. Quia tres anguli o g h. per 13 Lib. 1 æquales sunt duobus rectis sed angulus h æqualis est angulo n ut alter. per 27 Lib. 1 pariter angulus o ipsi p. Ang. g sibi est æqualis Ergo trianguli etiam tres anguli simul ad p. ad n

ad

Singuli singulis
sint paralle q.e.d.

g h æquales duob Rectis

Hinc Intelliguntur Corollaria sequentia Primo



In triangulis externus quivis angulus quolibet interno angulo et opposito Majorem est.

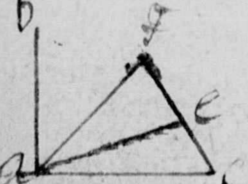
2do In triangulis angulorum eandem basim habentium um major est qui intra cadit.

Nam Trianguli a o b major est quam o c b ut Externus interno ex praecedentib sed o c b eodem fundamento major est quam c d a ergo multo major est a o b quam c d a seu a d b

3tio. Tres simul anguli cujusvis trianguli æquales sunt tribus simul cujuscunque alterius trianguli angulis. 4to Si in triangulo unus rectus est reliqui debent esse acuti 5to Si in triangulo unus est rectus reliqui duo simul constituunt rectum 6to In triangulo angulus qui æquatur duob rectis debet esse rectus 7mo Cum scitur quot graduum sit unus angulus in triangulo scitur etiam quos gradus faciant duo reliqui simul et cum scitur quot gradus faciunt duo anguli aut quae sit eorum summa scitur etiam quot gradus efficiat tertius 8vo Cum in uno triangulo duo anguli aut singuli aut simul æquales sunt duob angulis aut singulis aut simul in altero triangulo etiam tertius

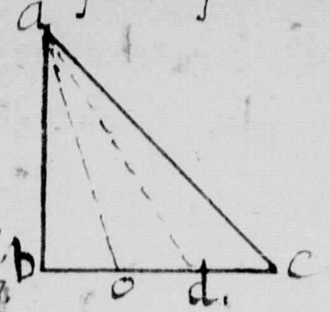
tertio æ.

tertio erit æqualis 9na Cum duo triangula unum angulum uni trianguli ~~est~~ habent æqualem etiam reliquorum angulorum summæ æquantur. 10. Cum in Isoscele anguli æquales fuerint contentus est rectus reliqui ad basim sunt semirecti & Isoscelis ad basim anguli semper sunt acuti. 11 Trianguli æquilateri, angulus facit duas tertias, unius recti; facit enim tertiam partem duorum rectorum, Ergo duas tertias unius recti; cum enim duo recti faciunt gradus 180 erit tertia pars duorum rectorum cui trianguli æquilateri graduum unus 60 & proinde continebit duas tertias anguli recti sive graduum 90 12. Anguli Recti trisectio facillima si super rectam constituatur triangulum æquilaterum; nam cum angulus unus trianguli æquilateri juxta præcedens Coroll. constituat duas tertias unius Recti reliquus angulus una tertia m est recti. Sit enim angulus Rectus bac sup ac constituatur triangulum æquilaterum 2. Intell. quod cum alter angulus trianguli æquilateri constituat duas tertias unius Recti sequitur angulum ad Rectum residuum ~~facit~~ ab Recti anguli esse partem tertiam Ita ut nihil aliud restet ad bisectionem Recti bac quam ut angulus fac secetur in duas partes æquales fae, eac



13. mo

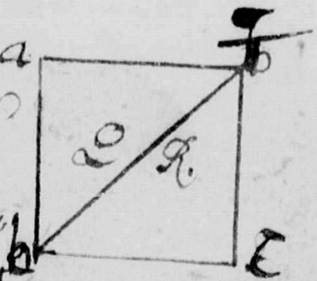
13tio Perpendicularis est brevissima omnium quae ex puncto aliquo ad Rectam aliquam duci possunt.



Sit punctum A Recta vero bc dico multas quidem Rectas duci posse ex puncto a ad Rectam bc sola tamen perpendicularis est brevissima, quoniam enim angulus aob acutus per Corollarium 2um Ergo Ab minor quam utique recta quaelibet ex a ad rectam bc ductae Axiomate 12mo Intelligitur ex uno puncto ad unam rectam una tantum perpendicularis cadit.

Propositio 33

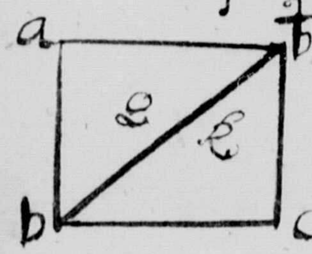
Si duas Rectas aequales et Parallelas jungant duae aliae erunt etiam illae aequales et parallelae:



Sint duae Rectae ab ef aequales, et paralelae junganturque illas duae Rectae af bc dico eas jungentes inter se et parallelas, Primo: Aequales sunt quia bases sunt triangulorum Q et R aequalium; si enim cogites parallelas af bc secari per bf. ~~est comune angulusque ideo inter~~ ceptus dicta triangula oriuntur Latus enim fc ...

anguli

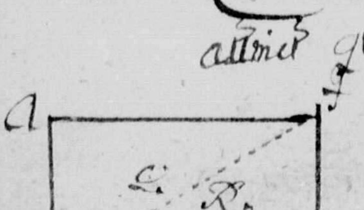
anguli R aequale est Lateri ab Trianguli Q ex Hypothe=
si & Latus bf. est Commune Anguluseq; iisdem interceptus est
aequalis angulus scilicet bfc angulo fba quia sunt al=
terni anguli per 27 Lib. 1. jam aut 2. tam Libri i ratia Tri=
angula sunt aequalia cum & bases aequales Se af.
aequalis erit Ipsi bc. q e d Primo



Secundo: Sed Illae Rectae sunt & paralelae
enim cogitentur Recta bf. secare Rectas af bc
videmus angulum fbc esse aequalem angulo
bfa ut alternos quo facto concludi debet
rectas af. bc esse & paralelas

Propositio 32

Paralelogrammi opposita & Latera & anguli aequantur
Ipsumq; a diametro bisecatur, duo dico, Primo Quod para=
lelogrammi opposita & Latera & anguli aequantur 2do
Quod Parallelogramma diametro bisecetur, Quod primum
attinet quoniam ab cf. sunt paralelae ex Definitione
paralelogrammi quas secat puncta fb erunt
alterni anguli afb fbc aequales per 27 Lib.
1 Item quia af etiam & bc ex dicta Defini=
tione sunt parallelae in casq; incidit recta
bf.



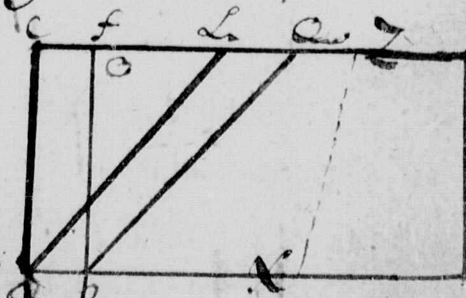
bf erunt Anguli bfc & fba ut alterni aequales Ergo totus angulus afb aequalis est toti abc opposito. Sed & Latera opposita sunt aequalia nam triangula quae unum Latus bf commune habent Angulos etiam eidem Lateri adjacentes aequales v.g. afb ipsi fbc & bfc ipsi fba non possunt non & Latera habere aequalia utpote quae Angulis aequalib. opponuntur nempe ab ipsi fc & af ipsi bc per propositionem 26 Lib. 1. cons. erunt.

Hinc quod attinet posterius intelligitur scilicet quod per Diametrum paralelogrammum bisecetur; dividitur enim in duo Triangula aequalia.

Propositio 35 & 36

Paralelogramma super basim eadem vel aequali vel inter easdem Paralelas constituta sunt aequalia.

Sint duo paralelogramma cabf & algb inter duas paralelas cq ax constituta super eadem basi ab. dico haec paralelogramma esse aequalia nam constructis ita paralelogrammis formantur duo Triangula alg & bgf aequalia quia singula Latera



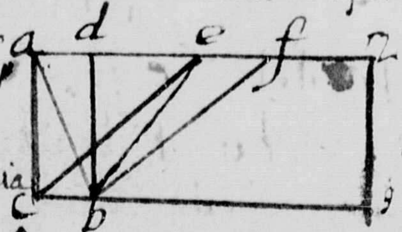
singulis habent

singulis singula habent aequalia; Nam Latus el aequale fg quia aequalib. cf & lq addit Commune fl. la vero aequale est Ipsi lg quia sunt Latera opposita ejusdem paralelogrammi. Pariter & ac bf sunt ejusdem paralelogrammi Latera opposita sunt aequalia sed & angulum unum cla habent aequalem uni fgb ex prop 8. & 27ma Ergo erunt Illa Triangula aequalia, quib aequalib si demas f.o.l plana fo ac & lob g remanebunt aequalia quib si addas Commune a ob exsurgent paralelogramma lagb c abf.

Propositio XXXVII & XXXVIII

Triangula super basi eandem vel aequali & inter easdem parallelas constituta sunt aequalia.

Sint duae parallelae az ci interquas constituantur super basi eandem ab duo Triangula ab.ca & afb super basi ab dico duo, Triangula abc afb esse aequalia quia si Lateribus ac af ducas paralelas bl. bi Paralellogramma ac lb af ib erunt aequalia per praecedentem Proom; sed

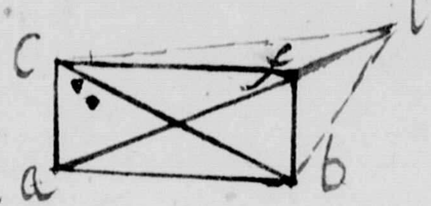


horum Triangula data sunt dimidia per 22 Libri 1 Ergo triangula data sunt æqualia per axioma 6tum quia quæ æqualium sunt dimidia illa etiam inter se sunt æqualia.

PROPOSITIO XXXIX & XL

Triangula æqualia super eadem basi vel æqualibus ad easdem partes constituta sunt inter easdem Parallelas

Si negas sit cl paralela ad ab & ducatur bl. igitur alb triangulum æquale erit ipsi acb; nam super eadem basi & inter easdem Paralelas ponuntur constituta per præcedentem propositionem sed ex Hypothesi etiam afb ~~& alb~~ æqualia erunt ~~h. e. totum æqua~~ le ipsi acb si sic Ergo alb & afb æqualia erunt, h. e. totum æquale erit parti quod est absurdum Ergo manebit Propositionis veritas.



PROPOSITIO XLI

Si triangulum sit in iisdem Parallelis cum Parallelogrammo & basim eandem habeat vel æqualem ipsius parallelogrammi dimidium erit.

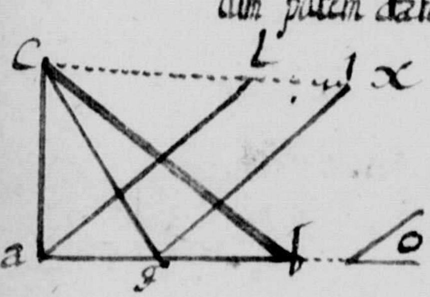
Sit triangulum afb in iisdem paralelis cum Paralelogrammo al seu cl ba super basi eadem ab dico: triangulum afb dimidium esse Paralelogrammi al ut demonstretur duc rectam cb forma

bin

Erit Triangulum acb est dimidium Parallelogrammi al per 34. Lib. 1. nam parallelogrammum per diagonalem bisecatur. Ergo etiam afb dimidium est ejusdem al h.e. bl ca q.e.d.

PROPOSITIO 42

Dato triangulo aequale Parallelogrammum facere habens angulum parem dato.



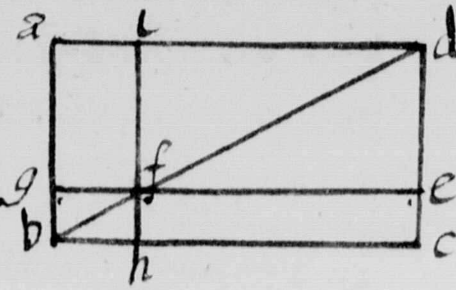
Sit triangulum acb. cui aequale Parallelogrammum faciendum est quod habet angulum parem dato, o basim ab biseca in g per c duc parallelam cx. ipsi ab per 31 prop. Li. primi. fac angulum bal parem. duc fg. parallelam ipsi al, eritque al,gf. quod quaeritur ducatur enim fx. parallelogrammum ai angulum laf habet parem dato o et est aequale triangulo acb cum tam triangulum acb per 36 Lib. 1. quam parallelogrammum ai per praecedentem dupla sint ejusdem trianguli acf q.e. faciendum

PROPOSITIO 43

In Parallelogrammo complementa eorum quae circa Diametrum existunt sunt aequalia.

Sit Parallelogrammum ac & complementa af fc Parallelogramma item circa Diametrum ~~existentium~~ g.h.

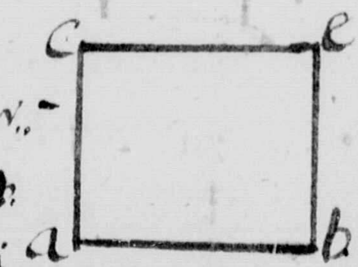
g.h. i.e. ita ut totum Paralellogrammum ac dividatur in quator Paralellogramma a quorum duo i e g h. sunt circa diame,, trum b d dico complementa paralelogram,, morum circa diametrum existentium scilicet a f. f c esse aequalia. Quod ut intelligatur Concipiamus totum paralellogramum per di,, agonalem d b dissectum comprehendere in se duo triangula ae,, qualia d b a & b d c per propositionem 32. Libri primi si vero ex his aequalib demas aequalia hinc d f e & b f h inde d f g & g f b quae remanebunt erunt aequalia juxta axioma atqui tan,, tum complementa remanebunt a f f c ergo illa erunt aequalia Q. e. d.



PROPOSITIO 2/2.

A data recta quadratum describere. 236

Sit recta a b data ad quam erige perpendiculare per 29 Libri primi duas perpendiculares c a & e b datae a b aequales & junge per c e: dico factum: Cum enim anguli ad a & b sint recti per constructionem erunt a c. b e per 29 Libri primi paralelae sunt vero etiam per constructionem Ergo per 33 Lib. idem c e a b sunt paralelae & aequales et fi,, gura a e est paralelogramma & aequilatera angulique

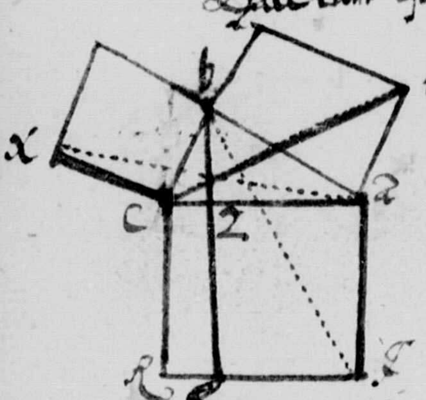


Omnes

Omnes sunt recti, cum enim a & b sint recti etiam recti e-
runt ipsis oppositi ad e & ad c per 34. Lib. 1. ergo fi-
gura ae est quadratum.

PROPOSITIO 47.

In omni triangulo rectangulo quadratum lateris quod rectangulo opponitur aequale est duobus simul reliquorum laterum quadratis.



Sit triangulum rectangulum cba. aut cab in quo latus ca opponitur recto angulo cba. Dico quadratum lateris ca angulo cba recto oppositi aequale esse quadratis reliquorum laterum ab & bc constructis ut pat est quadratis quadratum lateris scilicet est recto angulo oppositi aequale est duorum reliquorum laterum quadratis ab, bc ducantur enim ic bf. & be parallela ad af. Triangulis gab & fac rectis ae proinde aequalibus addatur communis bac erunt toti iac fab aequales. Sunt vero in triangulis iac & fab latera etiam quae aequales illos angulos continent inter se aequalia nempe ia ca ipsis ba fa alterum alteri ex definitione Quadrati ergo triangula iac fab per 4 Libri aequalia sunt. Quae quia cum paralelogrammis abli & zafe consistunt in basi aequali æqualib af, ac & in iisdem paralelis ia lbc & af ezb per 41 Lib primi eor[um] sunt dimidia. Ergo Paralelogramma abli & zafe utpote æqualium dupla sunt æqualia inter se: Eodem discursu ductis rectis ax br. ostendit[ur] paralelogramma ecbx æqualia esse. Totum igit[ur] quadratum zr Hypotenusæ reliquor[um] laterum quadratis ib dx. q. e. d.

Assumptum fuit, rectam lbc paralelam esse ipsi ia aliaq[ue] duæ rectæ lb, bc constituere unam rectam. Cujus veritas patet ex prop. 14. Lib. 1. anguli enim lba abc ex constructione recti sunt ideoq[ue] æquales.

Hoc Theorema Pythagoricum vulgo apellat[ur] ab inventore Pythagora qui ut referunt Proclus Vitruvius aliiq[ue] musis victimas immolavit quod se in tam præclaro invento ab iis adjutum putaret.

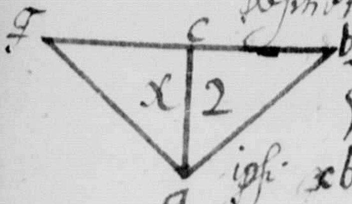
PROPOSITIO 48

Si Quadratum ab uno trianguli latere descriptum sit æquale duobus reliquorum laterum quadratis, Angulus quem reliqua latera continent Rectus erit.

Sit Quadratum Lateris ac, æquale Quadratis reliquorum Laterum ab. bc, simul, Dico Angulum, abc, rectum esse,

Dico

Dec Latera comprehendunt Rectum esse; nam si aut
Recto major, aut Recto minor erit quadratum ac minor
erit aequale quadratis ab, bc, ut demonstrabitur in pro-
positione 12. Lib. 2di.



Atqui dec ipsum, contra hypothesin.

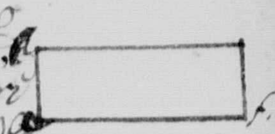
Vel sic: Duc fc perpendicularem ad ac, aequalem
ipsi cb. & junge af. Dico quadratum ipsius af aequale
esse quadratis duorum Laterum reliquorum fc, ca, d.e. quadratis
ac, cb per 47. Lib. 1. d.e. quadrato ab. per 15. Axioma.
Rectae af, ab, aequales sunt. Quoniam igitur Trigona x, 2
sunt sibi aequilatera Anguli ad c sunt aequales, Conseq.
Rect. & acb Rectus Angulus. Q.E.D.

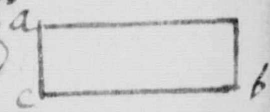
ELEMENTORUM Geometriae LIBER II

Parallelogrammum Rectangulum quod simpliciter rectangulum appellari
solet Contineri dicitur sub duabus Rectis Rectum Angulum comprehendentib.

Nam.

Nam earum altera ac altitudinem Rectanguli, alia verò af latitudinem determinat. Et si intelligatur latus ac ferri perpendiculariter per totam af. aut, af per totam ac, producetur eo motu area Rectanguli. Quare merito rectan,, gulum dicitur ex ductu seu multiplicatione laterum contigu,, orum. Quando igitur dicitur Ex Pra Rectangulum sub acc b v. brevitatis causa sub abc designatur Rectangulum ac cb ad rectum angulum constitutis. Similiter cum dicitur rectangulum sub ab cb. v rectangulum abc designatur rectangulum contentum sub rectis ab bc rectum angulum comprehenderit.





Rectangulum porro aliud est oblongum aliud Quadratum

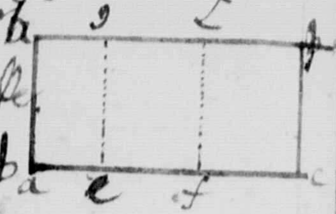
Oblongum est quod latera contigua habet in,, aequalia, sive quod continetur sub duab re,, ctis inaequalib.

Quadratum Rectangulum est quod sub duab. rectis aequalib continetur.

PROPOSITIO Ima

Si fuerint duae Rectae ab & ac quarum altera secta sit in quot,, cunque cunq; partes ut ae ef fc & sic porro erit Rectangulum sub illis duab. ab. & ac comprehensum æquale Rectangulis quæ sub insecta ab & singulis secta partib. continentur.

Statue ab. perpendicularem ad ac pe



be due infinitam b,v perpendicularem ad ab ex e,f,c. erige perpendiculares ei fl. cg. erit be Rectangulum sub ab ~~ef. erit ab~~ fc & ac. et est æquale rectangulis be if. lc hæc rectangulis sub ab ef sub ab fc quia totum be æquale est partib. omnib. simul sumptis hoc est be if. lc Q.E.D.

SCHOLIUM.

Quoniam in prima hujus Libri Theoremata vera &c demonstrari possunt in numeris si numeri uti lineæ dividantur in partes ideo sequentia Theoremata demonstrabuntur in Numeris.

Rectangula vero Numerica procreantur ex multiplicatione duor. Numeror. inæqualium Quadrata aut Numerica ex multiplicatione numeri per seipsum.

Sit primum hoc Theorema demonstratur taliter.

Sit

Sit numerus insectus 9. quem repraesentat recta ab sectus vero Numerus sit 12. quem repraesentat a e qui dividatur in partes tres scilicet in 3.4.5 Erit Rectangulum ex 9 12 108 Et hoc aequale Rectangulis tribus ex 9 in 3 et 9 in 4. et 9. in 5 hoc est 27. 36 et 45.

a — e — b

9 x 3 27
9 x 4 36
9 x 5 45
108

Vel sit Numerus 2432. tanquam multiplicandus in 2400 et 30 et 2. et numerus tanquam Multiplicans insectus erit et multiplicatus Numerus aequalis in 2432

a — 8 — c — 2432 — b

8 x 2432 ... 3456
8 x 2400 ... 3200
8 x 30 ... 240
8 x 2 ... 16
3456

PROPOSITIO II.

Si recta ab secta sit utcunque in c duo Rectangula sub tota ab et partibus ac, cb comprehensa quadrato totius aequalia sunt.

Demonstratio. In Numeris sit 8. repraesentans ab in 5 et 3 sectus quadratum totius h.e. si 8. ducatur in 8. aequale est 64. quod quadratum aequale est Rectangulis 24. et Iterum si in 5. ducatur hoc est aequale 40 in 40 una cum 24. dant 64.

a — 8 — f — b

8 x 8 64
8 x 3 24
8 x 5 40
64

PROPOSITIO III.

Sit Recta ab utcunque secta in c erit Rectangulum sub tota ab et partium altera bc comprehensum aequale Rectangulo sub partibus ac cb una cum quadrato praedictae partis bc vel cb.

Demonstratio: Sit Numerus 7. in partes 3 et 4.

sectus

a 4 c 3 b
7 x 4 ... 28
3 x 4 ... 12
4 x 4 ... 16
------
qui repraesentatur per ab in partes ac 3 & cb 4 sectas. Dico rectangulum ex multiplicatione 7 in 3 esse aequale 21 aequale esse Rectangulo sub 3 et 4. datur 12 & quadrato ternarii 3.9 pariter Rectangulum 7 multiplicatum per 4. h.e. datur 28 aequale est Rectangulo sub 3 in 4. ducatur aequale est 12 & quadrato 4 16.

7 x 3	21
4 x 3	12
3 x 3	9
	21

PROPOSITIO 4ta

Si recta fl. utcunq secta in o erit quadratum totius fl. aequale quadratis partium fo ol & bis Rectangulo sub partibus fo ol contento.

Demonstratio: Sit numerus 10 in partes 7. 3 sectus quadratum 10 in 10 h.e. 100 aequale erit quadratis partium 7 in 7 i.e. 49 & 3 in 3 i.e. 9 ut & duob. rectangulis 7. in 3 & bis Rectangulo partib. fo ol contento

Vel sit numerus 12 in partes 10 & 2. divisus quadratum totius 12 in 12 aequale est 144. quadratis partium 10 in 10 quod aequale est 100 & 2. in 2 unà cum bis rectangulo 10 in 2. hoc est in 20.

f 7 o 3 l	
10 x 10	100
7 x 7	49
3 x 3	9
7 x 3	21
3 x 7	21
	100

PROPOSITIO 5ta

Si recta Q.X secta fuerit aequaliter in R et inaequaliter in S in S erit Rectangulum sub Inæqualibus Partibus 9 S. S X, Contentum una cum quadrato Partis intermediæ R S. æquale quadrato Dimidiæ 9 R.

Demonstratio. Sit Numerus 8 per 9 X designatus sectus æqualiter in 4 et 4. atq; inæqualiter in 5 et 3. erit rectangulum 5 in 3 hoc est 15 una cum quadrato 1 x 1 R S scilicet æquale quadrato 4 hoc est 16

9 4	R 1 S 3 X	8 4
4 x 4	. . . .	16
5 x 3	. . . . .	15
1 x 1	. . . . .	1
		16

PROPOSITIO 6ta

Si recta A B fuerit bifariam secta in C eique recta quædam adjiciatur B F erit Rectangulum sub tota composita A F et adjecta B F contentum una cum quadrato Dimidiæ C B æquale quadrato C F Compositæ ex dimidia et adjecta.

Demonstratio. Sit Numerus 6 sectus æqualiter in 3 et 3. qui representatur per A B sectam æqualiter in C eique addatur Nus 2 representatus per adjectam B F erunt Rectangulum 8 multiplicatum in 2. quod representatur sub tota composita A F. et quadratum 3 multiplicatum in 3 æqualia quadrato

A 6 C 5 B 2 F		
8	3 3	
8 x 2	. . .	16
3 x 3	. . .	9
5 x 5	. . .	25
		25

quadrato 5 per 5 multiplicato hoc 25 quod per rectam et sedecim bf repraesentatur

PROPOSITIO 7ma

Si recta AB fuerit utcunque secta in c erunt quadrata totius ab segmenti alterius ac aequalia bis Rectangulo Contento sub tota ab et segmento dicto ac cum quadrato segmenti alterius, cb.

Demonstratio Sit numerus 13 ut cunque sectus in 9 et 4 repraesentatus per ab utcunque sectam in ac Erunt quadrata totius 13 in 13 id est 169 et 9 in 9 id est 81 si 13 in 9 id est 117 et quadrato 4 in 4 hoc est 16 ducantur et bis rectangulo 117 id est si 9 ducatur in 13.

A 13 — c — B
9 4

13 x 13 - 169
9 x 9 - 81
9 x 13 - 117
13 x 9 - 117
4 x 4 - 16
Summa 250

PROPOSITIO 8va

Si recta LF fuerit secta bifariam in I et eique recta quaedam adjiciatur F O erit Rectangulum LI IO quod sub LI dimidia et adjecta FO continetur quater sumptum una cum quadrato ~~totius~~ adjectae FO aequale quadrato totius Compositae id est LO

Demonstratio. Sit numerus 16 LF sectus in 8 et 8 eique addatur numerus 4 erunt quatuor rectangula 16 multiplicando per 6 id est 240 et quadratum 4 adjectae Partis 4 in 4. 16 aequalia quadrato 16 in 16 id est 256

Prop 9na Si Recta ab sit divisa bifariam in c et non bifariam in d erunt quadrata Partium inaequalium ad db dupla quadratorum dimidiae ac et Partis intermediae cd a 32 20 f 24 12 b

16x16 - - - 256
4x4 - - - 16
272

20x20 - - - 400
12x20 - - - 144
544

272
272
544

Demonstratio. Sit Numerus 32 divisus æqualiter in 16 et 16 et inæquali-ter in 20 et 12 erunt quadrata 20 in 20 scilicet 400 et 12 in 12 144 dupla sibi 16x16 256 una cum quadrato partis mediæ 4x4 scilicet 16.

PROPOSITIO 10ma

Si Recta f 40 sit divisa in 2 cui quædam Recta adjici-atur 90 erunt quadrata totius compositæ 20 et adjectæ 90 dupla quadrati quæ describuntur super dimidia f 2 et super 2 0 composita et dimidia et adjecta.

Demonstratio. Si Numerus 40 dividens æqua-liter in 20 et 20 cui quidam Numerus 14. erunt quadrata 34 in 54. æqualia 2916 et 14.14 æqualia simul 196 dupla quadrati 20 in 20 = 400 et 34 in 34 quod est æquale 1156

f 40 20 20 9 14

14x54 - - - 29..
14x14 - - - 19..
20x20 - - - 40..
34 34 - - - 11..
15..

Et Hæc de Libro Secundo

LIBER III

ELEMENTORUM GEOMETRIÆ ... in hoc

In hoc Libro Theoremata illustriora sunt 16 20 21 22 31
32 35 & 36.

Continet hic Liber Circuli Proprietates: Lineasque plurimas & mira quidem periferiam & extra ad eandem ductas inter se Comparat: Angulos etiam sive ad centrum sive ad circumferentiam positos inter se comparat.

Definitiones Primo Circuli aequales sunt quorum diametri aut Semidiametri sunt aequales 2do Recta Circulum tangere dicitur quae circulo sic occurrit, ut producta circulum non secet. 3tio Circuli tangere se dicuntur cum sibi sic occurrunt ut tamen non secent. 4to In circulo aequaliter a Centro distare aequaliter dicuntur Rectae cum perpendiculares quae ex Centro in ipsas ducuntur sunt aequales Et si perpendiculares in Rectas venisse sunt aequales magis a Centro distare dicitur ea Recta in quam Cadit major perpendicularis

5to Segmenta seu Portiones Circuli sunt partes in quas Circulum dividit Recta Circulum secans quae Segmenti utriusque basis est

6to Angulus in Segmento est qui continetur sub Rectis Lineis quae ad unum circumferentiae punctum ex Segmenti terminis ducuntur

7mo Angulus insistere dicitur periphaeriae quae illi

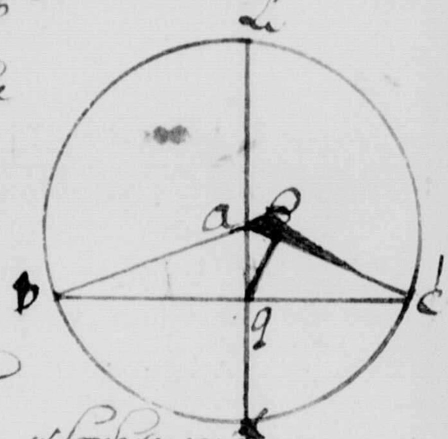
opponit

opponitur. XVI. Sector est pars circuli a duabus semidiametris & arcu, quem semidiametri intercipiunt comprehensa

PROPOSITIO Prima

Dati circuli centrum invenire.

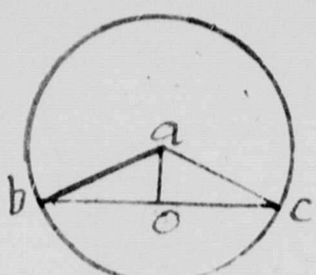
Ducatur in circulo recta b c utcunque quam bisseca in g per g duc perpendicularem f L. hanc bisseca in a dico punctum a esse centrum. Si negas constitue centrum extra rectam f L in o. Nam in f esse, non poterit cum ubilibet extra punctum a debet dividi inaequaliter. Quoniam vis o centrum esse duc b o, o c quae utique radii aequales erunt: triangula consequenter b o g, c o g sibi mutuo aequilatera sunt cum ex constructione etiam b g & g c sint pares & g o communis. Ergo per 8vam Lib. primi angulus o g c aequalis est angulo o g b consequenter per definitionem 12. Lib. primi o g c rectus est ac proinde angulo L g c per constructionem aequalis; posuimus enim L g perpendicularem ad b c atque hoc absurdum totus enim angulus L g c parti o g c aequalis esse nequit. Ergo in o non est centrum sed a



PROPOSITIO II

Si in circuli ambitu duo puncta sumantur recta quæ per illum ducitur intra circulum cadet.

De. Accipiatur in recta b c quodvis punctum o & ex centro a ducantur rectæ ao ab ac quoniam rectæ ab ac uti eiusdem circuli radii æquantur etiam anguli ad b & ad c per 5 lib. primi æquantur ut anguli ad basim isoscelis.



Quoniam igitur externus a o c maior est interno b ita maior erit etiam angulo ad c per col. primum propositionis 32 libri primi. In triangulo igitur o a c latus a c subtendens maiorem angulum a o c maius est latere a o subtendente minorem angulum c. cum igitur a c tantum pertingat a centro ad circumferentiam a o non pertinget ergo punctum o intra circulum cadet: idem istud ostendetur de quovis etiam alio puncto rectæ b c tota ergo b c cadit intra circulum

PROPOSITIO III

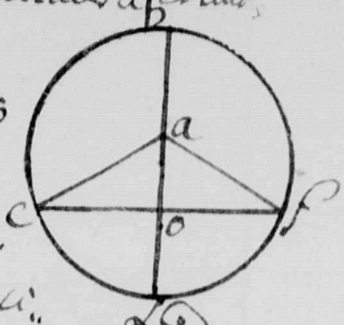
Si in circulo recta per centrum ducta aliam non per centrum ductam secet bifariam secabit quoque perpendiculariter.

Et si secet perpendiculariter secabit bifariam

Demonstratio. Sit b l per centrum a ducta seceturque e f rectam non per centrum ductam in o dico secare illam perpendiculariter, ducantur enim ex a centro a e

af.

af Rectæ tum duo triangula Z & X æquilatera erunt;
Nam co, fo ex Hypothesi, & ac af quia
ex centro æquales sunt, ao vero communis
est. Ergo anguli aoc aof æquales
sunt per 8vam Lib. 1 Ergo Recti per de..
finitionem 10 Lib. 1 Cons. Recta bd perpendiculari..
ter secat Rectam cf quod erat prius demonstrandum.

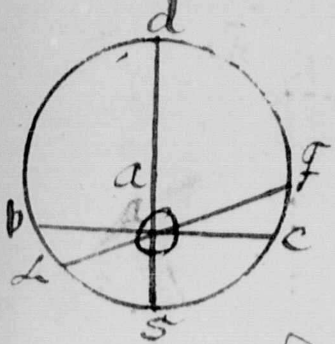


Dico sicut perpendiculariter secabit bifa..
riam quia ex Hypothesi anguli aoc aof sunt Re..
cti Ergo quadratum Rectæ ac per 47 Lib. primi æquale
est quadratis ao co & quadratum af æquale est qua..
dratis ao fo; cum igitur quadrata ac af æqualia sint per
Axioma 1. etiam duo simul quadrata Rectar aoco du..
ob simul aofo æqualia erunt. Quare ablato utrique com..
muni quadrato ao remanent quadrata co fo æqualia
Ergo Rectæ etiam co, fo sunt æquales

PROPOSITIO 4ta

Si in circulo duæ Rectæ bc & df. ambæ non per centrum
ductæ se secent non secabunt se mutuo bifariam

Demonstratio Nam si una b.c. transeat
per centrum a' patet hanc non bisecari ab altera abe

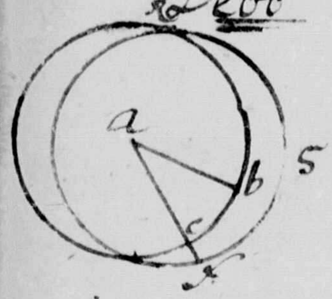


quae ex Hypothesi per centrum a o transit
si vero neutra per centrum transeat ex a centro
duc a o si jam ambae b c essent bisectae in o
essent bisectae perpendiculariter per praecedentem
Prop.em h.e. anguli a o c & a o f Recti essent
ac proinde aequales totum scilicet & pars atqui hoc nequit
ergo manet theorema

PROPOSITIO 5ta & 6ta

Circuli se mutuo secantes aut interius tangentes non habent eundem centrum

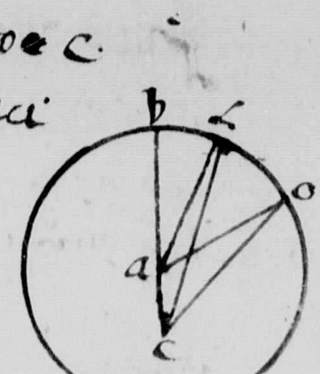
Demo.z Ponamus enim a esse centrum commune duorum Rectas ab ae essent ac af pars & totum aequales quia ponuntur ambae aequales eidem ab



PROPOSITIO 7ma

Si in circulo quodvis aliud a centro a accipiatur punctum scilicet c ex quo Rectae plures cb cL co in circumferentiam cadant dico primo maxima erit quae per centrum transit scilicet cb 2do Reliqua diametri pars est minima 3tio Aliarum vero major est ea quae maximae cb

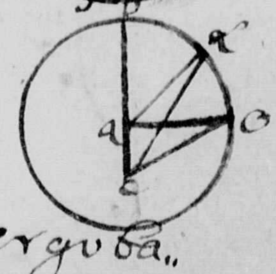
Propositio 2/to Neque plures quam duae ex puncto c quod a centro diversum est ad circumferentiam duci possunt aequales



Sit centrum a diametri aliud c quodvis

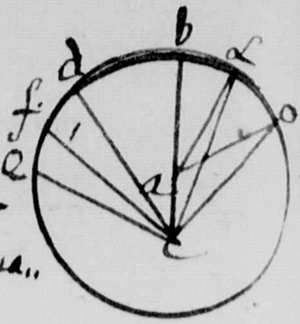
Pars prima ducantur al ao quoniam al ab aequales sunt ut Radii eiusdem circuli addita communi ac erunt La cum ac & bc aequales sed La, ac sunt majores quam Lc quia duo per 20.1. ergo etiam bc quae ex puncto extra centrum ducitur ad Periferiam major erit quam Lc eodem modo ostendetur bc major quavis alia

Pars secunda Reliqua diametri pars Ex centro duc ao Rectam: ao h.e. af quia eiusdem circuli Radii sunt aequales, est minor quam ac co ablata igitur communi ac remanet cf minor quam co eodem modo erit minor cf quavis alia



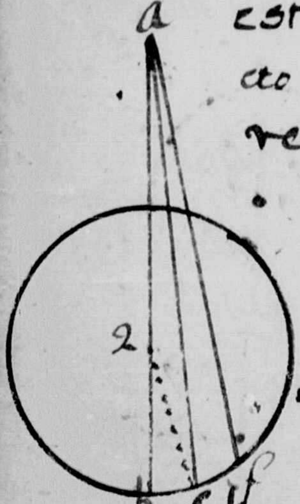
Pars tertia In triangulo coa cLa Latera La, ac, aequantur lateribus oa ac angulus vero Lac major est angulo oac ergo basis Lc major est basi oc per 24.1. Primi Propositionis

Pars 4ta Patet ex praecedentib: Namsi tres duci possent aequales eo ei eg forent duae eg ei ad eandem partem ita se aequa.. les quod repugnat Parti tertiae



PROPOSITIO 8va

Si a puncto extra Circulum accepto ad Circulum ducantur plures Rectae, Primi Ea quae in Cavam periferiam incidunt maxima est transiens in Centrum 2do Aliorum major est ea quae maximae propior. 3tio Extra Circulum minima est quae producta per Centrum transit 4to Quae minimae propior minor est remotiore 5to Non plures quam duae ex dicto puncto in periferiam duci possunt aequales sive intra sive extra Circulum



Pars Prima Sit punctum extra Circulum acceptum nempe a sint Rectae in Circulum ductae usque ad Cavam periferiam ab ac af ut pars prima probetur ex Centro z duc ze quia aequantur z e zb ut Radii ejusdem Circuli addita communi az. erunt az ze ipsi ab aequa.. les sed az ze majores sunt quam ac per 20am Primi Ergo etiam ab major est ipso ac. Eodem modo erit ab quavis alia major.

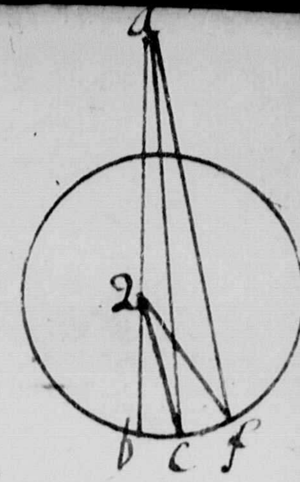
Pars secunda

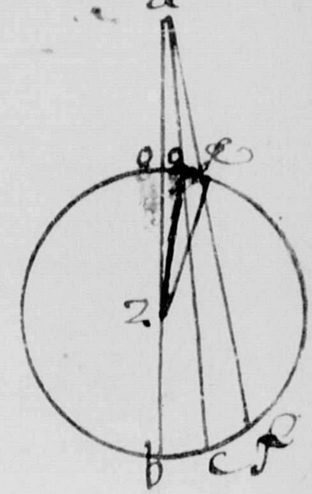
Pars secunda: Duc zf: Latera cz, za aequantur
Lateribus fz za angulus vero cza fza major,
est, ergo per 22 tam Libri primi basis ca major
est basi fa.

Pars 3tia Duc zg: duc ag gz per
22 Libri majores sunt quam az ablatis igitur
aequalibus zg, zo remanet ao minor quam ag
eodem modo ao minor erit quavis alia

Pars quarta Duc zR Rectae ag.
sunt quam aR Rz per 20.
gz minores ablatis aequalibus zg zR remanet
ag minor quam aR

Pars 5ta Patet ex quatuor praecedentibus.





Propositio 9na

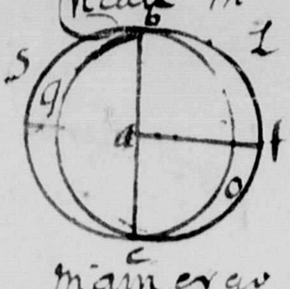
Si ab aliquo intra circulum puncto plures quam duae aequales ad ambitum duci possint illud punctum centrum erit

Demonstratio Patet ex 1ta parte propositionis 7mae & ex
Centri definitione centrum enim est punctum
illud in quo centrum acceptum ex quo non tantum duae
sed etiam plures Rectae aequales duci possunt extra
quod in circulo nullo puncto plures Rectae aequales quam duae
tantum duci possunt

Prop.

Propositio X^ma

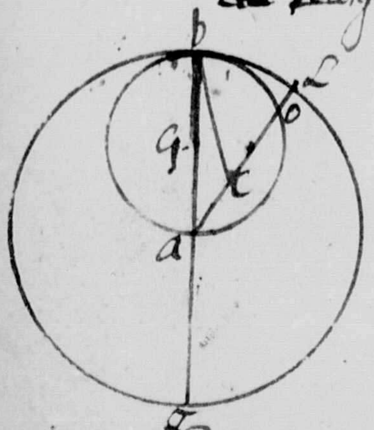
Circuli in duobus tantum punctis se mutuo secant



Secent enim, si fieri potest, in pluribus v.g. in b c f. ex a centro circuli L g ducantur ad puncta b c f Rectae ab ac af erunt hae aequales. Quoniam ergo est aliquo intra circulum o s punctum, a quo ducuntur tres aequales ad eius peripheriam abcaf, erit a circuli o s etiam centrum ergo circuli L q et o s se secantes habent idem centrum quod repugnat Propositioni 5ta et 6ta

Propositio 11

Si duo circuli se intus tangant, Recta per eorum Centra ducta transibit per contactum



Si negas habeant, si fieri potest, Centra [illegible] ita ut Recta per illum transiens cadat extra contactum b secans circulos in o & L, sintque Centra ipsa a & c, tum junge ab cb. Quoniam igitur cb co aequantur, addita communi ac, etiam ac cb aequales erunt ipsi ao. Sed per 20am Lib. primi ac cb sunt majores quam ab h.e. quam aL per definitionem circuli ergo etiam ao major est a l pars toto quod est absurdum

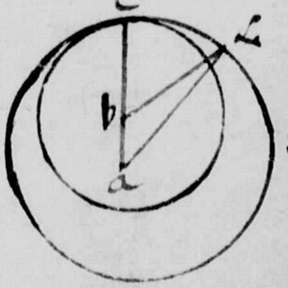
PROPOSITIO XII^da

Si Circuli tangant se exterius Recta coniungens cen=
na per contactum transibit

Demonstrãtio. Si negas sunt si fieri potest
Centra ita posita ut Recta per illa transiens per contactum s non incedat sed Circulos secet in o & q iunganturque a s b s erunt igitur a s s b per 20 Lib. 1 maiores quam ab sed a s est par ipsi a o & b s par ipsi b q ergo etiam a o b q sunt ma=
iores quam tota a b pars toto quod fieri nequit.

Pro 13

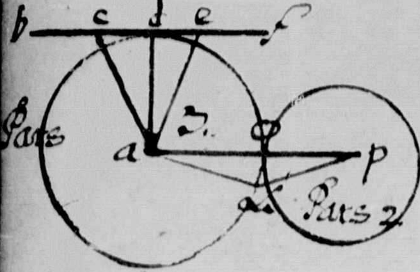
Circuli a sese intimo & Lineam Rectam punctualiter tangunt.



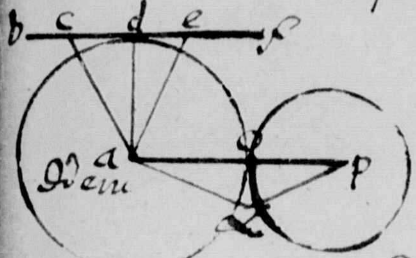
Demostrãtio Tangant enim se intra si fieri potest duo Circuli in parte Circumferentia c L per centra a & b ducta Recta per 11 Lib 3 transi=
bit per Contactum puta in c ducantur insuper a L b L quoniam igitur b L b c aequantur quia sunt Radii e Centro addita Communi a b erunt a b b L aequales ipsi a c sed a c est par ipsi a L sunt enim e Centro a Circuli ergo etiam a b b L sunt aequales ipsi a L Contra 21 Lib

Pars

20ª Libri Primi Prop^m.



Tangant deinde se exterius duo Circuli sibi, cui potest in altera ob Recta ab jungens centra a & p per 12 Lib 3 transibit per contactum o erunt igitur duo trianguli Latera a L p L aequalia ipsi a o p o seu toti ap quod est contra 20 Lib 1 Pro.

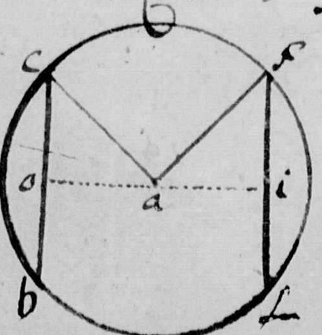


Deniq; Recta b f & Circulus tangant se si fieri pot in parte aliqua c e ducantur ad Centrum Rectae c a e a erunt igitur c a e a aequales ac proinde triangulum c a e est Isosceles, quare anguli a c e & a e c acuti sunt per Cor 11 Lib 1 Pr. 3 -- ergo perpendicularis ad b f ducta est ex centro a cadet inter c & e puta in d per Cor 3 Prop 19 ~~Lib~~ 2 Lib 1 -- erunt igitur tam ac quam ae aequales perpendiculari a d quod absurdum & contra Coro 19 Propositionis Lib Primi

Pro 14

In Circulo aequales Rectae v g b c L f aequaliter distant a Centro: & quae a Centro aequaliter distant sunt aequales

Demonstratiõ



E Centro a ducantur a c a f item a o a i ad angulos Rectos ipsis b c f L: erunt per 3 Lib 3 b c & f L bisectae in o & i, cum ergo totae b c f L ponantur aequales, L[illegible] dimidiae

oe if. adeoq; & quadrata ipsar aequantur per Axioma IV.
Jam vero quadratum a c aequale est quadratis o e o a &
quadratum a f quadratis f i i a per 47 Lib 1. Cum igitur quad..
rata a c a f aequalia sint ex definitione circuli, Itemque duo
Quadrata o e o a duobus quadratis i f i a aequalia erunt. ab-
latis igitur quadratis o e i f. quae remanent Quadrata o-
I A aequalia erunt ergo per Praecedens Axioma seu
perpendiculares o a i a sint aequales. Ergo si b e &
f L aequales sint distant aequaliter a centro per Definitionem
4. Lib 3.

E Converso si distantiae o a i a po-
nantur aequales tunc ablatis quadratis o a o a
eodem discursu ostenderes Reliqua Quadrata
o e i f. aequalia esse quorum sint semisse
Rectae b e f L etiam illae aequales erunt.

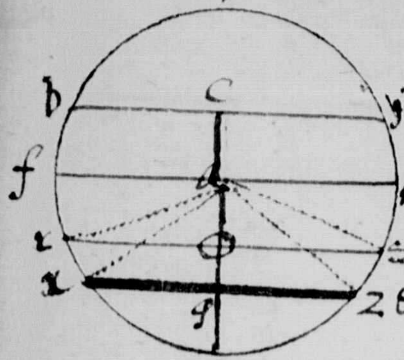
PROPOSITIO IV.

Rectarum Circulo inscriptarum maxima est Diameter
Ceterarum ea major quae Centro propior

Sit quaevis recta alia a Diametro f L
extra centrum a duc a r a s. Ita a r a s ae-
quantur Diametro f L quia sunt semi di-

et sunt

& sunt maiores quam rs per 20 lib. 1 ergo
fl etiam maior est quam rs



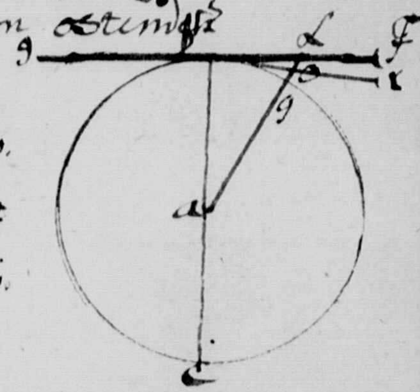
Sint deinde bi propriori centro quam xz & ex centro ad illas duc perpendiculares ac, ag erit ag maior quam ac per quartam definitionem lib 3. accipe igitur ao parem ipsi ac z & per o duc rs perpendicularem ad ao quae par erit ipsi bi per praecedentem iunganturque ar as ax az. quia igitur ostensum est erunt latera ar as aequalia ax az. angulus autem ras maior est ang. xaz ergo basis rs h.e. bi maior est basi xz.

PROPOSITIO 16

Recta quae per b extremitatem cb perpendicularis est tota cadit extra circulum eumque tangit in b neque inter ipsam & circulum alia recta ad contactum duci potest quin circulum secet.

Pars prior accipiatur in recta if quodvis punctum l ad quod ex centro a duc rectam al in trigono lab quoniam ang. abl rectus est per hypothesim erit alb acutus per cor. 1 prop. 32. ergo al opposita angulo

maiori abl maior est quam ab quae minor est al.
opponitur sed ab terminatur et ipsi circumferentiae utpote
item Diameter circuli & al ultra circumferentiam porrigitur
ac proinde punctum l extra circulum est. Idem ostendetur



de alio quovis puncto rectae ab. diversum

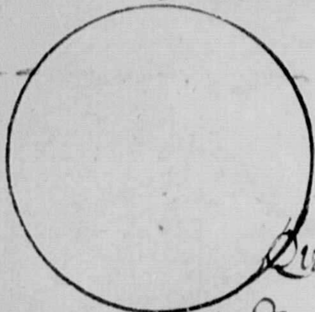
Quare cum recta if ita circulo
occurrat in uno puncto e utcumque non secet
tota if. extra circulum cadit eumque per Defini-
tionem Euclidis lib 3. tangit in b

Pars posterior

Infra bf. si fieri potest cadat rb tota extra
circulum quoniam fba rectus est per
Hypothesim erit rba acutus ac proinde
ab non est perpendicularis ad br du-
catur igitur ex a centro perpendicularis ad ao
quae cadet versus r per cor. 3. propositionis 32 lib
1 & secabit circulum in g igitur ab opposita maiori an-
gulo nempe aob recto maior est quam ao quae
opponitur minori nempe acuto oba sed ab par est
ipsi ag ergo ag etiam maior est quam ao hoc est
pars ag maior est toto

Propositum

PROPOSITIO 16



Euclides hanc Propositionem sic effert: Recta in Diametro Circuli ab extremitate ad Rectos angulos ducta cadit extra Circulum: et in locum qui inter Rectam Lineam fb et circumferentiam gb interjicitur alia Recta non cadet qualis est rb: et semicirculi angulus abg major est quam Recta Linea Angulo Acuto reliquus gbf minor.

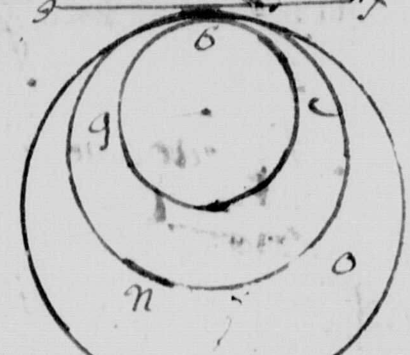
Quae Propositio vera est; si enim dari posset angulus quivis Rectilineus Acutus ut abr angulo Recto ab minor qui tamen major esset angulo semicirculi abg: vel siquis angulus Rectilineus dari posset ut fbr inter tangentem fb et circulum gb ad punctum b constitutus sequeretur Rectam et circulum dari posse quae tamen non se inter tangentem et circulum caderet contra partem Propositionis hujus secundam

Corollarium Primum

Arne inquis patet contactum Rectae Lineae et circularem esse punctualem. Resp.; Si centris in eadem Linea protracta acceptis describantur per punctum contactus per b infiniti circuli primo minores mox majores, omnes tangent Rectam in eodem uno puncto scilicet b ... Circuli igitur in amplitudinem quacunque data majorem excrescentis cons: in amplitudinem quacunque data majorem excrescentis propius semper ac propius in infinitum tangenti appropinquantes

quantas nunquam tamen ei praeterquam in unico Contactus
puncto adjungentur quod est admirabile

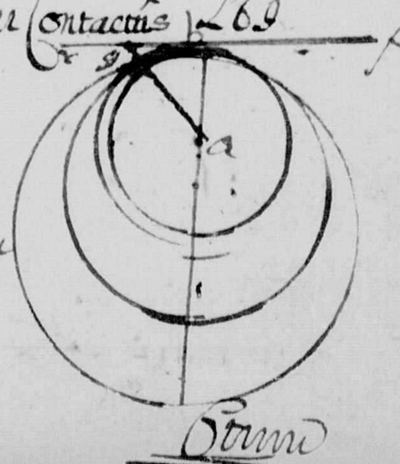
2dum Ex his manifestum est Lineam quam- g f
cunque in infinitum esse divisibilem.



Ducantur enim ab aliquo Diametri
puncto ad tangentem Recta a g infini-
ti circuli centra habentes in Recta b a
sine termine producta qui circuli Re-
ctam g f. & semutuo tangant in uno
eodemque puncto per Coroll. 2dum praecedentem & per propositionem 2
13 Lib 3 ac proinde nusquam vel universe vel cum Recta con-
jungentur praeterquam in uno b Ergo necesse est ut Rectam
a g dividant in partes infinitas, hoc est non in tot partes
quin adhuc plures existant vel concipiantur

Hinc deinde Quantitatis etiam Corporeae seu
Corporis divisibilitas in infinitum

3tium Angulum Contingentiae seu Contactus L b g
cum nempe qui tangente et peripheria
continetur nulla Recta Linea posse dividen-
te; quia inter tangentem & circulum
alia Recta ad contactum duci non potest quin
Circulum secet

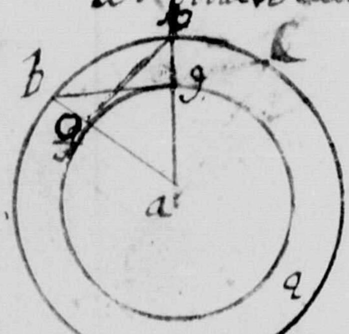


4tum

Coroll. Angulus tamen ille per circumferentias variorum circulorum eodem in puncto se invicem tangentes secari potest deminui in infinitum.

Propositio 17ma

A puncto dato Rectam ducere quæ datum circulum tangat

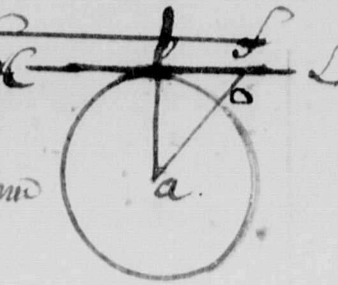


Ex a dati circuli centro ducatur ad datum punctum b Recta ab secans peripheriam in o: centro a describe circulum per b alium scilicet bc & ex o duc oc perpendicularem ad ab quæ occurrat circulo majori in c duc ca occurrentem circulo in i ex b ad i ducta Recta tangit circulum datum og, quia latera ba ia æqualia lateribus ca oa ang. a communis in trigonis iab, oac, cons: per 4. Libri 1. etiam anguli aoc aib æquales sunt, sed aoc Rectus est ex constructione Ergo etiam aib Rectus Ergo per 16 Lib 3 Recta bi tangit circulum datum og

Propositio 18va

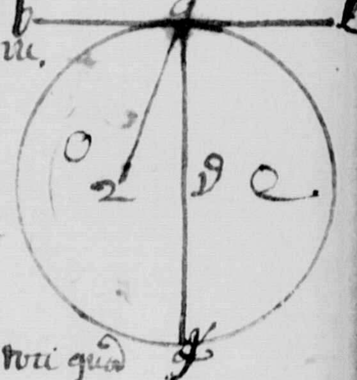
Si circulum tangat Recta linea, quæ ex centro ad contactum ducatur tangenti perpendicularis est

Si negas sit ex a centro alia quædam perpendicularis af secabit ea circulum in o. Quia ergo ang-af t Rectus ponitur erit abf acutus per Coroll. 5 Propositionis 32 Lib. 1. ergo ab hoc est ad major est quam af Pars toto quod absurdum



PROPOSITIO 19

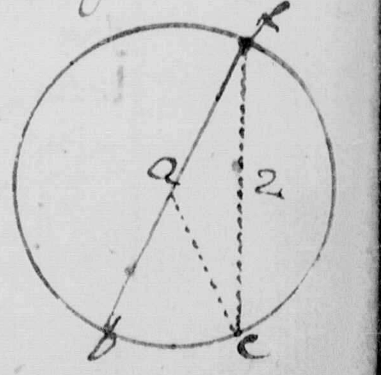
Si Recta be Circulum tangat & ex contactu a tangenti perpendicularis excitetur ai erit in ea centrum



Si negas sit be Circulum o g tangens in a dico si ex contactu tangenti perpendicularis excitetur ai erit in ea centrum d sit enim Centrum extra ai in 2. & ab eo in contactum ducatur 2a erit ang 2ac Rectus per praecedentem Propositionem 18 ac proinde par ang iac per Hypothesim Recto h.e. Pars toti quod absurdum

PROPOSITIO 20ma

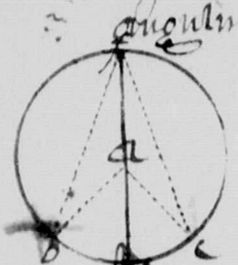
Angulus ad Centrum bac duplus est anguli bef ad Periferiam cum idem Arcus est basis angulorum



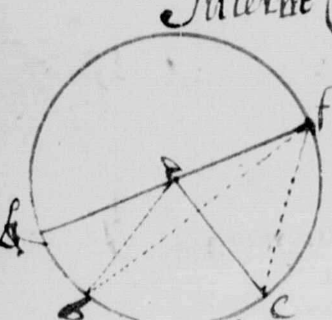
Triplex est casus in Primo Latera ba bf. coincidunt seu unam Rectam Constituunt tum vero quia af ac ex Centro a ducta aequantur: ducta fc erunt in triangulo 2. anguli ad f & c aequales per 5tam Libri 1. sed bac per 32 Lib. 1. ut angulus

alter

externus aequalis est duob. int. m.s & oppositis ad f & e
Ergo bac duplus est unius ad f. Ergo in hoc casu primo
angulus est ad periferiam

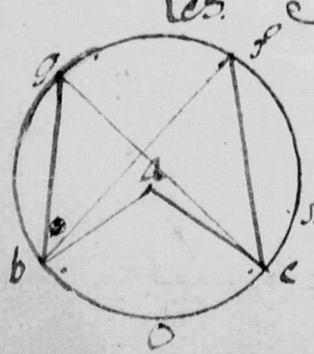


In secundo casu b a c cadunt intra b f c
tum vero ducta f a x per casum primum ∠ a b
duplus est anguli a f b v. x f c & ∠ a c duplus
∠ f c ergo totus b a c duplus est totius b f c
In tertio casu b f secat rectam ac & anguli b f c & b a c
sunt extra invicem ducatur f a per casum pri-
mum totus ∠ a c duplus est totius ∠ f c & alte-
rum totus ∠ a b duplus est ablati ∠ f b ergo & reliquus
tus ∠ a b duplus est ablati ∠ f b ergo & reliquus
b a c duplus est reliqui b f c



PROPOSITIO 21ma

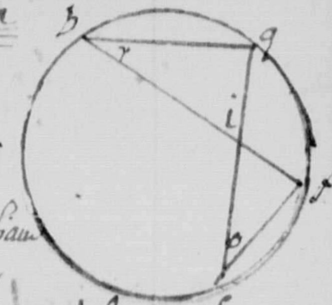
Anguli qui in circulo insistunt eidem arcui sive
qui in eodem segmento existunt omnes sunt aequa
les. Sint in circulo g f c b anguli b g c b f c eidem
arcui b o c insistentes dico hos & similes omnes
inter se aequales. Sit primo segmentum b g f c
maius semicirculo ex centro a duc ab ac per praecedentem
propositionem erit b a c ad centrum duplus singulorum b g c
b f c ergo hi uterque per Axioma 6 sunt aequales



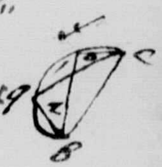
gul

qua enim unius diuidia sunt rite se sint æqualia ead est Recto & alior angulo qui ex punctis b & e ad periferiam duci passunt

PROPOSITIO 22da



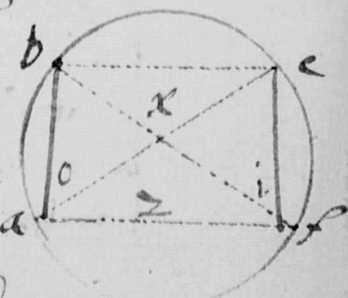
Sit deinde segmentum bgfe aut æquale aut minus semicirculo in triangulis bgi & efi quia anguli ad verticem i oppositi sunt æquales & siam summa reliquor ad g & r summæ reliquor ad o f per cor 10 Prop 32. Lib æqualis erit quare si ab his æqualib sum̄tis auferantur r & o. qui per primam partem huius Prop mis æquales sunt utpote eidem arcui insistentes g f qui remanent ad g & f æquales erunt quod erat demonstrandum



Hinc Colligunt Optici lineam be seu magnitudinem quamcunq qualis est be oculo ubivis in circumferentia circuli cuius Recta habet post procenda constituta eiusdem magnitudinis apponere quia scilt sub ang æqualib apparet hoc idem de aliis periferiæ punctis bge ofe apparet hoc idem de aliis periferiæ punctis dici potest.

Prop 22da

Quadrilateri circulo inscripti abcf oppositi ang duos Rectos constituunt.



Ducantur enim bf ca angulus abc cum duob o & x facit duos Rectos per 32 Lib 1; Sed o per 21. Lib 3 æqualis est angulo ad i quia insistunt eidem arcui be & x per eandem æqualis est ipsi z.

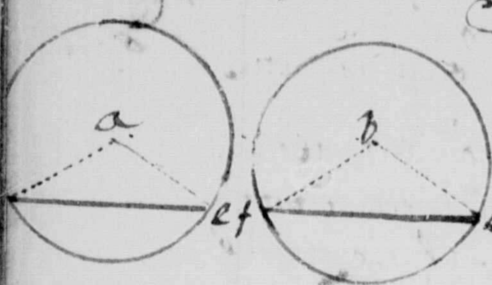
quia

quia insistunt eidem arcui ab. ergo abe cum duob i d.
2 hoc est cum tot opposito angulo a f. e facit duos Rectos
quod erat.

Pars vindo ostendetur angulos oppositos b a f b e f. duob
Rectis ee equales

Pro 26 & 27.

In circulis equalib Recta equales e e f L subtendunt
arcus equales & si arcus sint equales etiam subtensæ
equales erunt

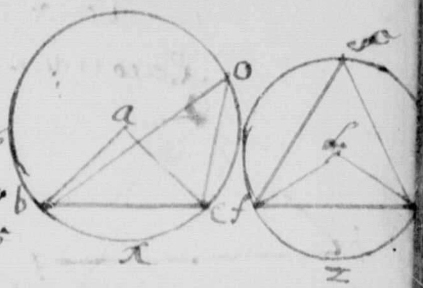


Sint duo circuli g h i d. & Recta e e b L equales dico arcus quos subtendunt equales
esse, tamen ad centra a & b ducantur e a e a
& f b, L b Recta illae erunt sibi mutuo equales
utpote quae erunt Radii equalium circulor. Ergo
quia triangula e a b & f b L sibi mutuo e-
quilatera sunt erunt sibi mutuo equiangula pe & L
i ergo cum circuli hi equales sibi mutuo componentur ...
angulum f b L e a i congruet alproinde centrum a ...
det ad centrum b & puncta f L in puncta e & e cum ...
qui circuli sint equales etiam arcus f m L necessario con-
gruet arcui e u e & arcus f a L arcui e s e ac proinde
equales erunt etiam hi ipsi

Pars secunda Quoniam circulorum aequalium arcus f L m & e g e ponuntur aequales sibi invicem impositi per Axioma 7. congruent punctaque f l m incident in e & e ergo & subtensa f L congruet subtensae e e ergo si arcus sint aequales subtensae etiam f L e e sunt aequales.

PROPOSITIO 28 & 29

Si in circulis aequalibus anguli sive ad centra b a c f L i sive ad ambitum b o c f s i sint aequales etiam arcus b x c f z i quibus insistunt sunt aequales. Et si arcus sint aequales etiam anguli aequales erunt

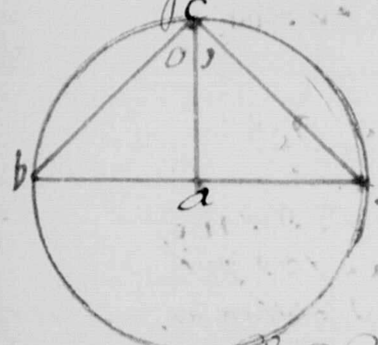


Pars prima Quoniam latera ab ac aequantur lateribus f L, L i sunt enim aequalium circulorum semidiametri & anguli ad a & L ponuntur aequales erunt per 4 Lib 1 bases etiam bc f i aequales ergo arcus etiam b x c f z i per 26 Lib 3 sunt aequales ponantur jam anguli b o c f s i ad ambitum aequales quia igitur horum dupli sunt anguli ad centrum b a c f L i etiam illi aequales erunt bases etiam bc f i aequales ac proinde per dictam Prop. 26 superius Lib etiam arcus b x c f z i sunt aequales

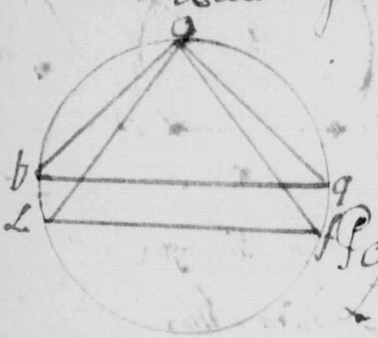
Pars secunda Ex aequalitate arcuum b x c & f z i habetur per 23 Lib 3 aequalitas subtensarum b c f i ergo quia in b a, a c per 20 Lib 3 aequantur ipsis f L, L i erunt per 8 Lib 1 anguli ad a & L aequales & quia anguli ad o & s per eandem Prop. Lib 3 horum dimidii sunt erunt etiam ipsi aequales

Pro. 31.

Angulus bcf in Semicirculo Rectus est in Segmento majore minor Recto: in Segmento minore Recto major



Ex centro a duc ac: quia aequales sunt ab, ac anguli ad ocb v. cb aequales erunt per 5. Lib. primi in Isoscelis ob eandem causam aequales erunt ang. ad i cf. ergo totus bcf utrique ad bcf aequalis est cum igitur tres simul conficiunt duos Rectos per 32 Lib. 1. Semissis enim scilicet bcf unus Rectus est, Sed angulus in Segmento majore Recto major.



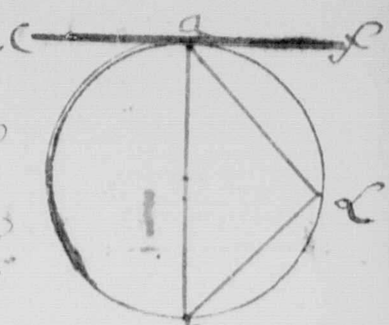
Pars secunda: Si Segmentum Lobf majus fol. angulus duc angulus fe in eo fol. angulus ducatur ob angulus fe minor est angulo bol qui per primam Rectus ergo ang. in Segmento majore minor est Recto

Pars 3tia Esto Segmentum Lol Semicirculo ang. col erit hic major Re. Lob minus in eo ang. col erit hic major Rectis ubi bos

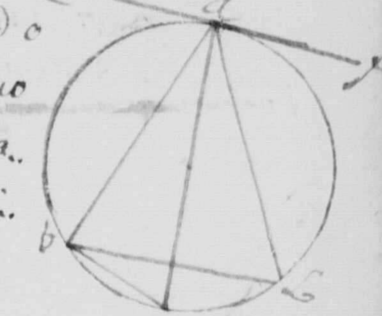
Propositio 32

Si Recta cf circulum tangat & alia a Contactu ducta ab eundem circulum secet erit ang. a tangente & Secante factus par angulo qui fit in Segmento alterno, nimirum abc & angulus fao par angulo aob qui fit in Segmento alterno boa

Transeat primo ab secans per centrum per 16 Lib 3 e ab Rectus est pariter per 31 Lib 3 Rectus est alb inse-
mi circulo constitutus ergo e ab & alb equales
sunt transeat deinde secans ab non per centrum
ducatur per centrum Recta a g & jungatur gb; quia
ab g in semicirculo est Rectus faciet b g a cum
b a g unum Rectum per 32 Lib 1. sed etiam e a g
b a g unum Rectum per 16 Lib 3 ergo b g a cum b a g
Rectus est per 16 Lib 3 ergo b g a cum b a g
equalis est e a g ablato igitur communi b a g erit b g a hoc est b L a,
per 21 Lib 3 quia in eodem Segmento eidem Arcui a b ad
periferiam constituti sunt equalis ipsi e a b quod erat primum



Deinde f a b e a b faciunt duos Rectos per 13 Lib 1.
& in quadrilatero b o a L duo oppositi ad L & ad o
pariter faciunt duos Rectos per 22 Lib 3 ergo duo
f a b e a b equantur duos simul ad o & ad L ablatis
his hinc e a b inde angulo ad L quem jam ostendi-
mus equales erunt reliqui f a b, a o b equales
quod erat alterum.

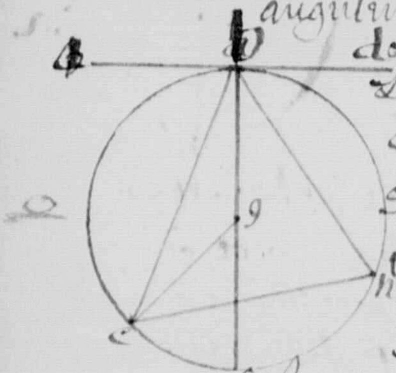


PROPOSITIO 33

Super data Recta b e segmentum circuli construere
capiens angulum parem dato.

Si datus angulus Acutus ab f. erit ducenda L
perpendicularem ad ab & ad terminum e datae
Recta b e fac angulo e b L parem per 23 Lib.

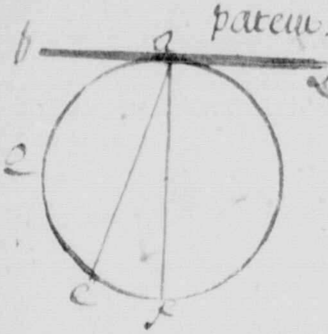
Lib. 1. scilt bci cujus latus secabit bl in i. Centro i per b describe Circulum m n hic transibit per c, quia ab ae qualitatem angulorum ad b & c etiam latera ei ib aequalia sunt per 6 Libri primi capietq. segmentum b n, l c angulum parem dato, a b f. &



Nam quia ab diametro bl perpendicularis est ab tanget Circulum per 16 Lib. 3 quem secat bc ergo per praecedentem prop. angulus in segmento b n c aequatur ang. dato a b f.

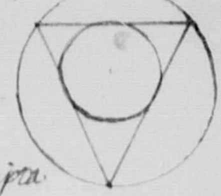
PROPOSITIO 34

A dato Circulo segmentum auferre capiens dato ang. parem. Ad Circuli diametrum fa due perpendicularem bal ducatur item ac quae per 23 Lib. 1. faciat angulum bac parem dato, haec Recta auferet segmentum agc capiens angulum parem dato ut patet ex 32 Lib. 3.



Hic Liber totus est Problematib. doceatq. quo arti ficio figurae praesertim ordinatae Circulo v. inscribantur v. circumscribantur.

Definitiones. Figura Rectilinea Circulo inscripta est, v. Circulus Figurae Rectilineae circumscriptus est cum singuli ang. vertices in circumferentia existunt

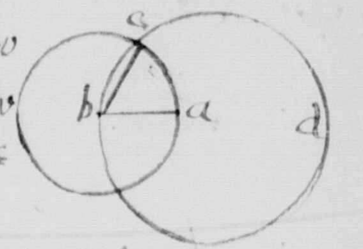


Secunda. Figura Rectilinea circulo circumscripta est v. Circulus figurae inscriptus est cum singula latera circulum tangunt. 3tia Figura ordinata seu Regularis est quae aequilatera & aequiangula est

PROPOSITIO Prima

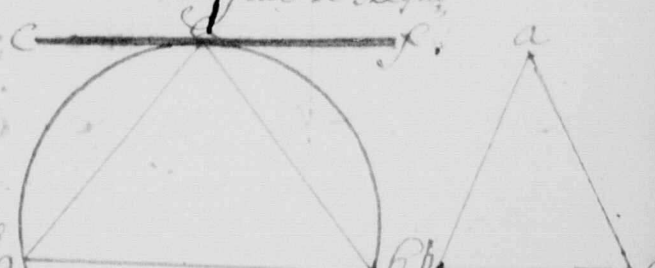
Circulo bd Rectam datam a Diametro non majorem inscribere

Accipe in periferia quodvis punctum, b centro b intervallo recta a describe arcum circulo occurrentem in c rectam bc dico factum. arrea



PROPOSITIO Secunda.

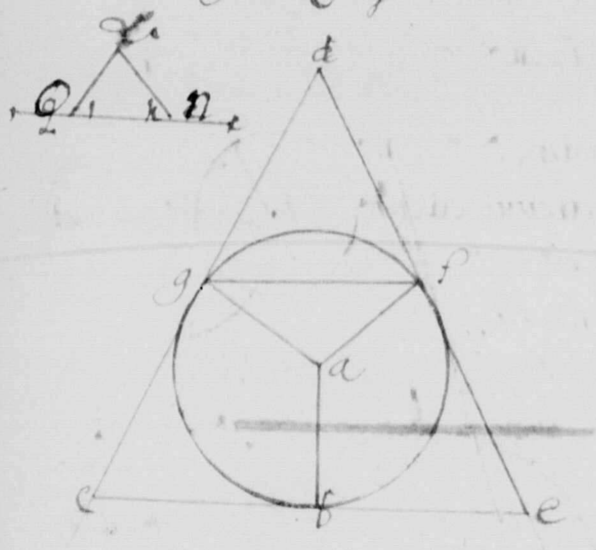
Circulo Triangulum inscribere dato triangulo aequiangulum.



Circulum tangat ef in d fiat Angulus edg per 23 Libri 1. Angulo ac c aequalis et f d h par ipsi b jungantur gh dico factum. Nam Angulus ad h aequatur Angulo edg per 32 Libri 3 h. e. Angulo ad c per Constructionem: Et Angulus ad g aequatur Angulo f d b per 32 Lib. 3. i. e. ipsi D ex Constructione. Ergo Etiam g d h per Coroll 9 Prop. 32 Lib. i. quando enim Angulo ad a aequalis erit in duobus Triangulis duo Anguli singulis singuli sint aequales Tertius etiam Tertio erit aequalis.

PROPOSITIO Tertia.

Circulo circumscribere Triangulum aequiangulum ILK aequale.



In Triangulo dato LIK Latus IK utrinque producatur ut fiant externi Anguli O, N. Fac in centro a per 21. Lib i. Angulos gab et baf pares Angulis O et N deinde in Punctis g. b. f. Circulum tangant tres Rectae coeuntes in c. e. d. Dico Triangulum ced esse Circulo Circumscriptum dato LIK Nam in Quadrilatero cgab Anguli ad g et b constituunt duos Rectos per 28 Lib. 3 ut et reliqui gab et beg. ac proinde aequantur duobus

simul

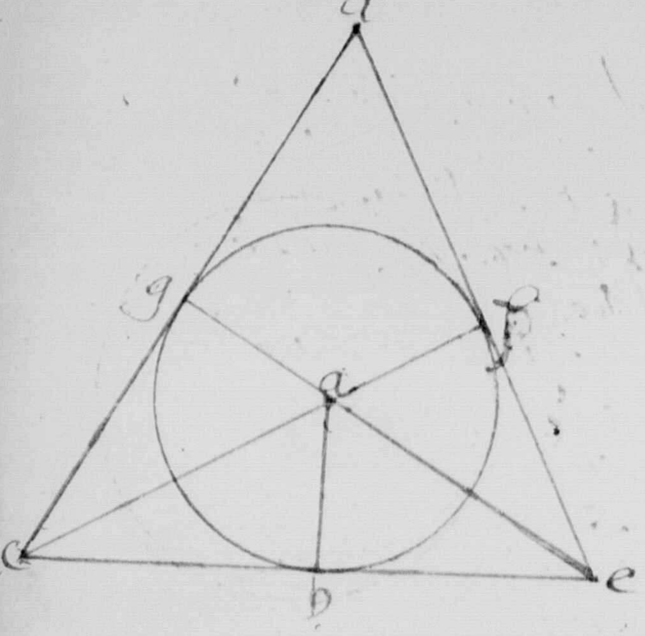
simul r et i Ablatis, igitur gab et v aequalibus per Con-
structionem remanent aequales c et i eodem modo osten-
ditur e. aequalem esse Angulo ad K G Reliquus Angulus
ad d et L etiam per 9 Coroll. Lib i. Prop. 32 aequales sunt.
Factum est igitur, quod petebatur.

Quod autem Tangentes concurrant sic ostenditur An-
guli in dato Triangulo oi et En.
sunt aequales 4 Rectis per 13 Lib i.
I vero et 6 sunt minores duobus Re-
ctis per Coroll. 17 Prop. 32 Lib i. G o
et M. S. e. per Constructionem gab et
baf sunt majores duobus Retis. G
gaf est minor duobus Retis per 13 Lib i.
G Arcus gbf est semicircumferentia
major et Arcus oppositus est semi-
circumferentia minor. Unde Recta
gf supra Centrum A h. e. inter a et b
consistit. G cum adg et afd ambo
sint unus Rectus erunt rgf et cfg duobus Rectis mi-
nores G Rectae cgd et Afd concurrunt versus D simi-
li ratione demonstrabis concurrere reliquas.

PROPOSITIO Quarta.

Triangulo Circulum inscribere.

Dato e



Datos Angulos c et e bisseca Rectis ca et ea coëuntibus in A ex A duc Perpendiculares ab af ag circulus centro A per b descriptus transibit etiam per g et f transibitque per tria Latera Trianguli. In Triangulis enim cag et cab ut Recti formati Perpendicularibus, itemque gca et bca per constructionem aequantur Latus quoque ac est commune, ideo Bases etiam ag ab aquales sunt per 26 Lib i Prop. modo ostendam paria esse ab af. Circulus ergo descriptus Centro A transit per f et g etiam et quia Anguli ad b g f sunt Recti per 16 Lib. 3. tangit omnia Trianguli Latera et hoc erat faciendum.

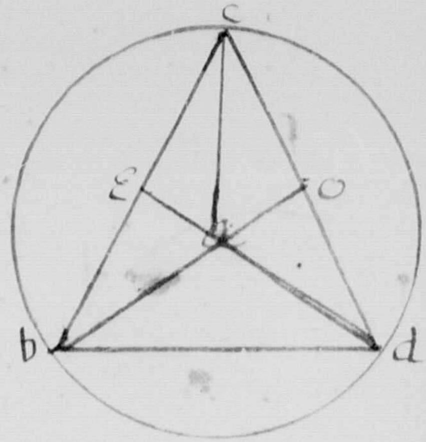
PROPOSITIO 5ta

Triangulo Circulum circumscribere; sive: per 3ia data puncta b c d non ad unam Rectam posita Circulum describere

Puncta b c d binis Rectis bc cd connecte

quas

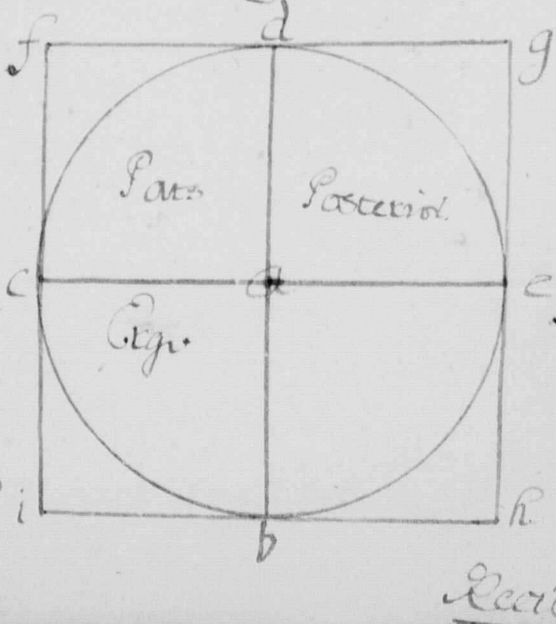
quas rectas biseca perpendicularib. oa
ea concurrentib. in a dico hoc punctum
erit centrum circuli transeuntis per b. c. d
intelligatur enim ducte ac ad ab: per 4 cam
Lateraque ao, ao equantur lateribus eo ao
& Anguli ad o sunt recti Et ad equatur
ipsi ac per 4 libri. Eodem modo ab
equatur ipsi ac Et etiam ad ipsi ab
per Axioma primum sunt equales Et
Circulus centro a descriptus per b transibit per d & c etiam



PROPOSITIO 6 & 7.

Circulo quadratum inscribere & circumscribere

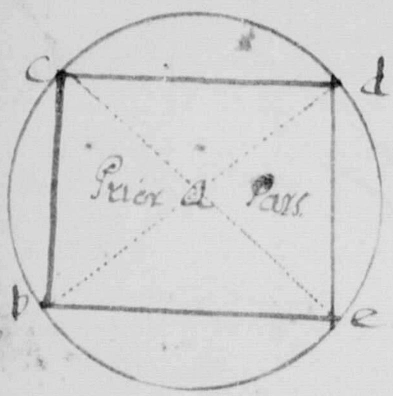
Demonstratio Patet ex 4 propositione Libi. Nam in triangulo c ad
dae ob angulos equales ad
a rectos & Latera circa illos
respective equalia bases in
cbde.... equales erunt
per 4 Libi propositionem. Et eodem modo
do omnia Latera Eb, dbc
Figure inscripte sibi invicem equari patebit & quia ce circuli
Diameter est angulus cde per
31 Lib 3 equalis & ob eandem
rationem anguli dbe ebe bed



Recti sunt

Recti sunt quadrilaterum ergo inscriptum æquilaterum & quadratum & rectangulum per Definitionem 32. Lib 1.

Pars posterior: Ducantur deinde 4. tangentes circulum in b, c, d, e, concurrentes in i f g h dico figuram i f g h quadratum esse circulo circumscriptum. Et patet ex 18 Lib 3. & 28. 30 34. Lib primi quia enim Rectæ h i, i f, f g, g h circulum tangunt in extremitatibus Diametrorum b d c e cum Diametris istis efficient per 18 Lib 3 Angulos Rectos ad b, c, d e & propter angulos etiam Rectos ad centrum a æquales erunt alterni anguli c a b a b h & Rectæ c e i h per 28. Lib 1 erunt parallelæ: eodem modo constabit c e f g esse parallelas ergo f g i h per 30 Lib parallelæ sunt. pari modo probabitur Rectas f i g h tum Rectæ d b tum



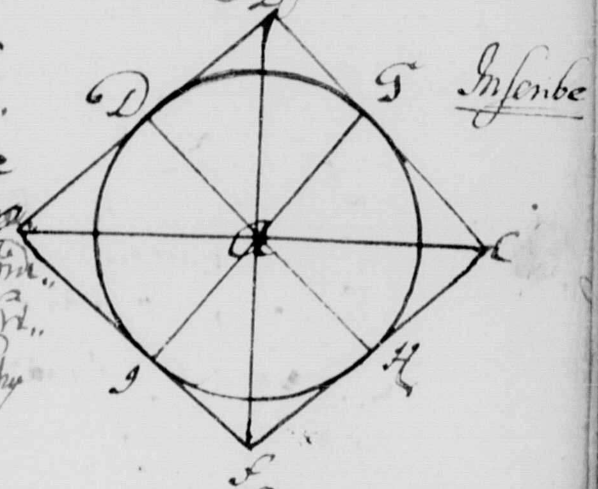
Parallelogramum igitur i f g h & Latera opposita 34 opposita per 30 Libi æqualia f i æquale est ipsi g h & f g ipsi i h sed ob Parallelogrammum f g e, d g b Latera f g, g h Parallelogrammi f g h i æqualia sunt Circuli Diametris c e d b ac proinde omnia Latera i f f g g h h i sibi invicem æqualia sunt porro in Paral. ... angulus ad a rectus est ergo angulus ad f etiam rectus erit parimodo anguli ad g ad h ad i recti erunt ergo i f g h est Parallelogrammum æquilaterum & rectangulum sive Quadratum cujus etia

Latera

Latera Circulum tangunt Ergo est Quadratum Circulo cir-
cumscriptum.

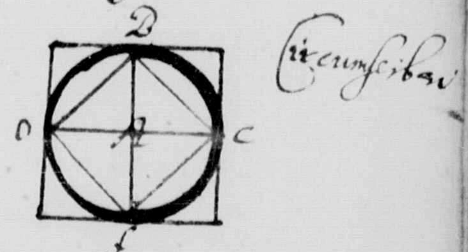
PROPOSITIO 8 & 9.

Quadrato dato Circulum & inscribere & Circumscri-
bere. Ducantur Diametri in Quadrato
sesecantes in a centro a per b de-
scriptus circulus transibit per e f & c
hoc est circulus quadrato dato circum-
scribetur. Deinde ex a duc a, d perpendi-
cularem ad eb centro a descriptus Cir-
culus tanget omnia latera i.e. circulus
quadrato erit inscriptus.



Pars Posterior

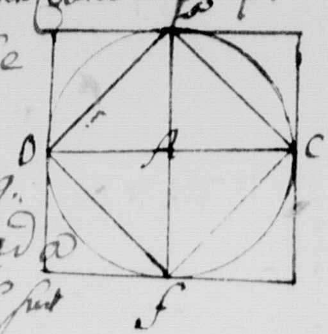
Quia ex Hypotesi eb be Latera
simul sunt equalia erunt anguli
bec ~~ut et~~ bce erunt equales
Ergo sunt etiam Semirecti per 32 L. 1.



Eodem modo ostendantur ecf efb ut et reliquos esse
Semirectos adeoque equales inter se Ergo in Triangulo bac
cum duo sunt equales anguli cba & bca erunt ab
ac per 6tam Lib 1. equales Recta Eodem Ratione
ab ac

ab ac af æquales erunt Circulus igitur Centro a per b

~~[illegible]~~ descriptus transibit etiam per e f



Pars posterior.

Ex a sint perpendiculares insuper ag. ah ai quoniam in Triangulis gba adb anguli ad g et b. itemque adb recti sunt æquales Latusque ab commune Latera etiam ad ag per 26 Lib. i. æqualia erunt. Eadem ratione æqualia erunt ag ad ai Circulus Ergo Centro a per b transiens transibit etiam per g d i tangetque Latera omnia quadrati per 26. Lib. 3. quia anguli ad d g h i sunt Recti

His de propositionibus Lib. 4ti visis transimus ad Lib. 5ti et Sexti propositiones quasdam in Physicis etiam Propositionibus necessarias in quem finem Definitiones afferrantur sequentes.

1ma Pars aliquota a Magnitudinis est, quæ aliquoties repetita Magnitudinem metitur seu adæquat Pars aliquanta quæ non metitur Sic Longitudo unius Pedis est pars aliquota Longitudinis 10 pedum quia illam decies repetita metitur Longitudo 4tuor pedum est pars aliquanta Lineæ 10 pedum quia aliquoties repetita nempe bis illam non adæquat repetita vero ter excedit.

ter excedit.

2 Magnitudo magnitudinis multiplex est cum minor metitur Majorem ac pro inde Pars aliquota est: sive cum major minorem aliquoties continet praecise

3tia RATIO sive Proportio est duarum quantitatum ejusdem generis Magnitudinum mutua quaedam secundum quantitatem habitudo Ergo in omni Proportione seu Ratione sunt duo Termini quorum Antecedens dicitur ille qui 1mo loco nominatur seu qui nominandi casu effertur

Notabene Cum Antecedens & Consequens sunt aequales proportio aequalitatis dicitur:

Cum inaequales sunt dicitur esse proportio inaequalitatis & quidem majoris inaequalitatis si Terminus Antecedens sit consequente major, minoris si minor.

Definitio 4ta Ratio seu Proportio Rationalis est quae existit inter Magnitudines commensurabiles consequenter Numeris exprimi potest.

Sed proportio Irrationalis est quae existit inter magnitudines incommensurabiles & nullis Numeris explicari potest Sic proportio 2 ad 1 rationalis est sed quadratum 2 ad 1 est proportio irrationalis Ratio quadratorum Numeris, Diagonali nullis Numeris exprimi potest

Finis.

Porro Commensurabiles Quantitates sunt quas ali-
qua Communis Mensura metitur. Incommensurabiles
quas nulla mensura Communis metitur.

Definitio 6ta Duæ Rationes sunt similes
æquales & eædem cum unius Antecedens æque
seu eodem modo hoc est nec magis nec minus
continet suum Consequens quo alterius Antece-
dens continet suum Consequens. V. quando uni-
us Antecedens eodem modo continetur in suo
Consequente quo Antecedens alterius in suo.
Itaque quantitates eandem habentes Rationem dicun-
tur proportionales.

Definitio 6ta Duæ Rationes sunt dissi-
miles sive una Ratio est major altera quando
unius Antecedens magis continet suum Con-
sequens quam Alterius Antecedens conti-
neat suum Consequens.
Vel Quando Antecedens minus continetur in suo Consequente
quam Antecedens alterius contineatur in Consequente
suo. Definitio 7ma

Similes Partes sunt quæ in suis to-
tis eæq seu eodem modo continentur ut

quali

qualis Pars sue Totius est una talis Pars sui Totius ~~est una~~ sit altera

Similes vero Partes aliquotæ sunt quæ sua Tota æqualiter metiuntur ut si utraq sit sui Totius ipsa tertia una 10ma Pars.

Definitio 8va

Magnitudines Continuæ proportionales dicuntur cum Medii Terminii bis sumuntur hoc est cum sunt Consequens sui Præcedentis & Antecedens respectu Consequentis sui.

Definitio 9na

Magnitudines discretæ proportionales sunt cum nullus Terminus bis accipitur cum vero plures sunt Proportionales magnitudines quam tres si illæ dicantur proportionales semper intelligendæ discretim proportionales.

Definitio 10ma

Cum Magnitudines tres sint Continuæ proportionales prima ad 3iam habere dicitur Rationem duplicatam ejus Rationis quam eadem prima habet ad secundam.

Et prima

Inceptum tempore Anno 1775 Die 2 Januarii

Et Prima ad 3tiam Rationem habere dicitur triplica-
tam ejus quam eadem Prima habet ad Secundam &
sic porro. Definitio 11ma

Homologae seu similes Ratione Magnitu-
dines dicuntur Antecedentes Antecedentib
Consequentes Consequentib vg. si a sit ad
b & c f Homologae erunt a ad c b ad f.

Axioma Datis tribus quantitibus a, b, c dabilis est 4ta
z ad quam c eandem rationem quam a habet ad b

PROPOSITIO 7ma

Si quantitates a & b fuerint aequales & alia quaepi-
am detur z. erit a ad z ut b est ad illud idem z. Et z
erit ad a ut illud idem z est ad b.

Haec Propositio per se intelligitur cons: pro Axiomate
haberi potest neque demonstratione indiget

Eodem modo aequales ad aequales eandem habent Rationem h.e. si
detur alia quantitas ipsi z aequalis erit a ad x ut b ad z
& vice versa. Hinc etiam Propositionum 3tiam seq. patebit veritas
si loco quantitatis z ubique ponantur duae aequales x & z.

PROPOSITIO 8va

Si quantitates e & f fuerint inaequales major e

ad 3tiam

ad Briam 2 majorem habebi

habeat ad eandem 2. Item minor

2 quam habet major, c ad eand

norem Rationem habet quam c

Et 2 ad minorem f majorem

eadem 2. ad c majorem

PROPOS

Si a & b ad 2 eandem habe

a & b: & si eadem 2. ad a & b

utrumque a & b cognoscentur aeq

PROPO

Si c ad 2 majorem Rationem

dem 2 erit c major quam f.

Rationem habeat quam habet

erit quam c. Et si 2 ad f

quam eadem 2 ad c erit f

habeat minorem Rationem quam ha

jor quam f. PROPOS

Rationes quae eidem Rationi

les sunt aequales eadem simil

Ut sit a Ratio a ad b