Ms 5108/291–292. Tangl Károly kéziratai

…engl Kál…

Uhrmán fiuka.

Ábra

Bevezetés

1. A mérési hibákról. Ha ~~két~~ ~~kör~~ egymásután többször mérjük ugyanazt a fizikai mennyiséget pl. hosszat, az egyes mérési eredmények különböznek egymástól; minden egyes mérés bizonyos fokig hibás; a hibák a talált és valódi érték különbségével egyenlő.

~~Keresztes~~ A hiba lehet rendszeres vagy esetleges hiba. A rendszeres hibák folytán minden egyes mérés, ugyanolyan nagyságú s ugyanolyan irányú értékkel tér el a valódi értéktől; ezek a hibák többnyire a mérés módjából, vagy hibás módszerből vagy valamely körülmény számba nem vevéséből származnak. Az esetleges hibák folytán ~~nagy~~ a lemért érték hol nagyobb, hol kisebb a valódinál, s különböző meg nem ismert, ellenőrizhetlen okokból származnak. A rendszeres hibák kiküszöböléséről az egyes mérési módszerek tárgyalásában lesz szó. Az esetleges hibákat nem tudjuk kiküszöbölni s így felmerül az a kérdés az esetleges hibákkal terhelt mérésekből hogyan jutunk a lemérendő mennyiség legvalószínűbb értékéhez. Előbb természetesen meg kell állapodnunk abban hogy mi legyen a valószínűség mértéke. A legkisebb négyzetek minimuma legyen, ha ~~egymás~~ ~~után~~ $x_1\ x_2\ x_3 \dots x_n$ ~~egymás után~~ mind-az egymással mennyiség mérési eredményei, akkor azaz x ~~[illegible]~~ érték lesz a keresendő mennyiség legvalószínűbb értéke, melyből a hibanégyzetek összege a lehető legkisebb. ~~Ha~~ Ugyanis ha $x-x_1,\ x-x_2 \dots x-x_n$ rendre az egyes mérések értékek hibái, akkor

$$(x-x_1)^2+(x-x_2)^2+\dots+(x-x_n)^2=\sum(x-x_\nu)^2$$

lesz a ~~ti~~ hibanégyzetek összege. A legvalószínűbb az az x érték lesz, melyre ez összeg minimum, azaz melyre ez összeg x szerinti differenciálhányadosa zérus:

$$\cancel{\frac{d}{dx}\sum(x-x_\nu)^2}$$

$$\frac{d}{dx}\sum(x-x_\nu)^2=2\sum(x-x_\nu)=0.$$

Ebből

$$\sum(x-x_\nu)=nx-\sum x_\nu=nx-(x_1+x_2+\dots+x_n)=0$$

azaz

$$x=\frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n}$$

A legvalószínűbb érték tehát az egyes mérések ~~[illegible]~~ ~~értékének~~ középértéke.

2. ~~Ha~~ A mérési eredmény pontossága

Az elmélet megadja a középérték valószínű hibáját, ha a mérések száma nagy. Ha nincs elég nagy számú mérés, a középérték pontosságát jellemezhetjük azzal ~~legnagyobb eltéréssel, mellyel~~ a középértéknek legnagyobb eltérésével az egyes mérésektől; azaz ha az $x-x_1$, $x-x_2 \dots$ hibák közül $|x-x_m|=\delta_m$ a legnagyobb, akkor ismertetjük az x érték pontosságának legnagyobb δ_m, vagy a mennyiségben a pontosságot százalékokban szoktuk kifejezni: $\frac{\delta_m}{x}$.

3. Legtöbbször a ~~mérendő~~ meghatározandó mennyiségeket nem mérjük közvetlenül, hanem közvetlenül mért mennyiségekből számítjuk. Pl. ismerjük

Közvetett mérés

u, v ... jelentse a lemérendő mennyiségek pontos értékeit, $u+\Delta u$, $v+\Delta v$ ... a hibás értékeit; x értékét e hibás értékekkel számíthatjuk csak mert a pontosakat nem ismerjük; ~~ezért x értékét~~ x jelentse a pontos, $x+\Delta x$ az 1)ből számított hibás értékét.

$$x+\Delta x = f(u+\Delta u, v+\Delta v, \ldots) \quad \ldots 2)$$

a differenciál számítás szabályaiból ismeretes, hogy

$$f(u+\Delta u, v+\Delta v, \ldots) = f(u, v, \ldots) + \frac{\partial f}{\partial u}\Delta u + \frac{\partial f}{\partial v}\Delta v + \ldots$$

és

$$x+\Delta x = f(u, v, \ldots) + \frac{\partial f}{\partial u}\Delta u + \frac{\partial f}{\partial v}\Delta v + \ldots$$

és

$$\Delta x = \frac{\partial f}{\partial u}\Delta u + \frac{\partial f}{\partial v}\Delta v + \ldots \qquad 3).$$

3)ban $\frac{\partial f}{\partial u}\Delta u$ adja a Δx hibájának azt a részét, mely az u mérésében elkövetett Δu hibából származik, hasonlóan $\frac{\partial f}{\partial v}\Delta v$ azt mely Δv méréséből származik stb. ~~Ebből~~ x hibája tehát egyenlő az egyes mennyiségek ~~hibájából~~ méréséből származó hibák összegével.

Például a tangensgalvanométerrel mérve az áram erősségét i-t, közvetlenül a kitérés szögét mérjük ϑ-t:

$$i = \frac{2\pi}{RH}\,tg\,\vartheta$$

(R: a kör sugara, H a földi mágneses tér vízszintes összetevője). A ϑ mérésében elkövetett $\Delta\vartheta$ hiba i értékében Δi-vel hamisítja a 3) szerint

$$\Delta i = \frac{\partial}{\partial\vartheta}\left(\frac{2\pi}{RH}\,tg\,\vartheta\right) = \frac{2\pi}{RH}\,\frac{1}{\cos^2\vartheta}\,\Delta\vartheta$$

és ~~Δi~~ i percentuális hibája

$$\frac{\Delta i}{i} = \frac{\Delta\vartheta}{tg\vartheta\cos^2\vartheta} = \frac{\Delta\vartheta}{\sin\vartheta\cos\vartheta} = 2\frac{\Delta\vartheta}{\sin 2\vartheta}$$

a percentuális hiba legkisebb ha $\vartheta = 45^\circ$ legkedvezőbb tehát a galvanométert úgy használni, hogy a kitérés 45° körül legyen.

Az R mérésében elkövetett hiba ΔR i értékét szintén megváltoztatja, és pedig ~~a~~ i-nek innen származó hibája 3) szerint

$$\Delta i = \frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{2\pi}{RH} tg\vartheta\right) = -\frac{2\pi}{R^2H} tg\vartheta \cdot \Delta R$$

s

$$\frac{\Delta i}{i} = -\frac{\Delta R}{R}$$

azaz i percentuális hibája ugyanakkora mint a R-é.

~~4.~~ A nehézségi gyorsulás mérésére használjuk az inga lengési idejét, T-t s ekkor

$$g = \frac{\pi^2 l}{T^2}$$

A lengési időben elkövetett ΔT hiba, g értékét Δg-val változtatja meg, 3) szerint

$$\Delta g = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\pi^2 l}{T^2}\right)\Delta T = -2\frac{\pi^2 l}{T^3}\Delta T = -2\frac{g}{T}\Delta T$$

azaz a g-nek percentuális hibája,

$$\frac{\Delta g}{g} = -2\frac{\Delta T}{T}$$

azaz g percentuális hibája kétszer akkora mint T percentuális hibája.

~~4.~~ Mérés előtt 3) alapján mindig tájékozódnunk kell, hogy mennyiség mérésére kell nagyobb gondot fordítani; a mely mennyiség mérésében elkövetett hiba nagyobb ~~befolyással~~ ~~van a számított x értékére,~~ hibát ad x-re, azt nagyobb gonddal is pontosabban kell mérni.

I. Tömeg- és sűrűségmérés

1. Elméleti rész.

5. A tömegmérés Borda-féle módszere.

Ezáltal, megközelítőleg mérleg egyensúlyi helyzetét nem kell ismernünk. A lemérendő M tömegű testet az egyik serpenyőbe tesszük; a másik csészébe addig rakunk súlyokat, míg a mérleg nyelve [?]-on lesz. Egyensúlyi helyzetét meghatározzuk (l. gyakorlati rész). Most M helyére ismert tömegű testeket rakunk a súlysorozatból, míg a mérleg egyensúlyi helyzete ugyanoda kerül, mint volt ezelőtt. A ~~[illegible]~~ ezek tömege legyen M_1. Ha légüres térben végeztük volna a mérést, $M = M_1$ volna. Levegőben azonban M és M_1 is veszít a súlyából; ha M ill. M_1 kiszorította levegő tömege legyen l ill. l_1, úgy akkor

$$M - l = M_1 - l_1 \quad \text{---} \quad 1/$$

Ha M és M_1 térfogata v és s ill. $v_1 s_1$, legyen a M ill. M_1 térfogata és sűrűsége, akkor

$$M = v s \qquad M_1 = v_1 s_1 \quad 2/$$

és

$$l = v\sigma \qquad l_1 = v_1\sigma \quad \text{---} \quad 3/$$

2/ből v értékét 3/ba téve

$$l = M\frac{\sigma}{s} \qquad l_1 = M_1\frac{\sigma}{s_1}$$

Ezt 1/be téve

$$M\left(1-\frac{\sigma}{s}\right) = M_1\left(1-\frac{\sigma}{s_1}\right)$$

vagy

$$M = M_1 \frac{1-\frac{\sigma}{s_1}}{1-\frac{\sigma}{s}}$$

A mikor σ kicsiny s és s_1-hez képest $\frac{1}{1-\frac{\sigma}{s}}$ sorba fejtetjük $\frac{\sigma}{s}$ hatványai szerint.

Ismeretes hogy

$$\frac{1}{1-\frac{\sigma}{s}} = 1+\frac{\sigma}{s}+\frac{\sigma^2}{s^2}+\dots$$

csak az első [illegible] tartva meg

$$M = M_1\left(1-\frac{\sigma}{s_1}\right)\left(1+\frac{\sigma}{s}\right)$$

Beszorozva s ~~[illegible]~~ elhanyagolva a ~~tagot~~ ~~[illegible]~~ $\frac{\sigma^2}{ss_1}$ tagot

$$M = M_1\left(1+\frac{\sigma}{s}-\frac{\sigma}{s_1}\right)$$

Rendesen [illegible] mérünk, ez esetben s_1 helyébe 8.4 teendő.

Pontos méréseknél a korrekció [illegible] nem elhanyagolható. Pl. [illegible] $s=1$ $\sigma=0.0012$ [illegible] M [illegible] lesz

$$1+0.0012-0.0012\times\frac{1}{8.4}=1.0011$$

tehát [illegible] a korrekció több mint a [illegible] 1/1000 része; [illegible] több mint 1 mg. *

* A legjobb [illegible] is mérni kell σ-t [illegible] [illegible] [illegible] (l. [illegible]) [illegible] pontos méréseknél [illegible].

6. Gauss módszere. Megfigyeljük a megterheletlen mérleg egyensúlyi helyzetét. Ebben a mérlegrudra s a csészékre ható ~~[illegible]~~ összes forgatómomentum zérus. A baloldali [illegible] a lemérendő M tömegű testet, [illegible] a [illegible] annyi [illegible], míg a mérleg egyensúlyi helyzete ugyanaz lesz mint megterheletlen állapotban; ez a tömeg legyen M_1. Ekkor a rúdra s a csészékre ható forgató momentum most is zérus; [illegible] Mg s M_1g súlyok forgató momentuma: Mgl_b ill M_1gl_j [illegible] l_b ill. l_j [illegible] [illegible] M. [illegible] az erő karja. [illegible] [illegible] ügyeljünk, hogy a mérleg középső éle [illegible], a két szélső él, [illegible] a [illegible] [illegible], a középsővel [illegible]. [illegible] a [illegible]

él egy síkban fekszik. Feltesszük, hogy az üres mérleg egyensúlyi helyzetében a sík vízszintes vagy attól csak kevéssé tér el. Az [illegible] L_b ill. L_j jelentse a bal ill. jobb él távolságát a középéltől, a mint a mérleg bal ill. jobb karjának nevezzük. A kis forgatónyomatékot [illegible] egyensúly [illegible] ezzel

$$M g L_b = M_1 g L_j \text{ és}$$

$$M L_b = M_1 L_j \quad \text{--- --- --- } 1)$$

Ha $\frac{L_j}{L_b}$ nem ismeretes, az egyenletből M tömegét nem kapjuk meg. ~~[illegible]~~ Felcseréljük a [illegible] testet és [illegible] a jobb csészébe rakjuk M-et, a bal csészébe ~~[illegible]~~ annyi súlyt rakunk — M_2 — míg a mérleg egyensúlyi helyzete ugyanaz lesz mint terheletlen állapotban. Ezből

$$M_2 L_b = M L_j \quad \text{--- --- --- } 2).$$

1) és 2) ből

$$M = \sqrt{M_1 M_2} \quad \text{és} \quad \frac{L_b}{L_j} = \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \quad \text{--- } 3)$$

Az egyensúlyi helyzetet lengésekből határozzuk meg (l. gyakorlat [illegible]). Ahol hogy a mérleget [illegible] egyensúlyi helyzetét [illegible] a meghatározott mérleg egyensúlyi helyzetébe visszavinni. Pl. mutasson a mérleg meg terheletlen állapotban N_1 skálarészre. Tegyük most a balcsészébe M-et, a jobb csészébe pl. M_1-et ~~[illegible]~~ a ~~mérleg~~ mutatója mutasson N_2 skálarészre, [illegible] a [illegible] [illegible]

álló súly. ~~M+μ~~ M, nagyobb lesz M+μ
a mérleg egyensúlyi helyzete (N_1) mint kilengése
N_0-ál, azaz M' kevés, M+μ már sok
egyensúlyba hozni, tehát egy közbeeső súlyt kellene
tenni, mely M' és M+μ közé esik.
Egyszerű számítással meghatározhatjuk, mennyi
kellett volna a jobb oldalra tenni
hogy a mérleg egyensúlya N_0 legyen, ezt
...tegyük az egyensúlyi helyzetet. N_1-től
...a μ hatása a mérleg egyensú-
lyi helyzetét N_2-N_1 skálarésszel
változtatta meg; ha μ-t milligrammok-
ban fejezzük ki, akkor 1 mg súlytöbblet
$\frac{N_1-N_2}{\mu}=\alpha$ skálarésszel változtatja meg a
egyensúlyi helyzetet. α-t a mérleg érzé-
kenységének nevezzük. Az egyensú-
lyi egyensúlyi helyzetet N_1-ről N_0-ra
vigyük, $M_1+\frac{N_1-N_0}{\alpha}$ súlyt kellett
volna a mérlegre rakni. Pontos
mérésnél tehát ismernünk kell a mér-
leg érzékenységét α-t.

7. Gauss egyszerű módszere.

A meghatározott mérleg egyensúlyi
helyzetét nem kell ismernünk,
a mutató a skála valamely N_0 osztá- Tnem ismert.
sára mutasson. A bal oldalon
legyen ~~M~~ a keresendő M tömeg
a másik oldalon M' tömeg, mely-
nek a mérleg egyensúlyi helyzete N_1
skálarésszel legyen. Felcseréljük a
két testet, ... a ... között ... M' T M jobb bal, M
bal tányérra vagy tölteni ... jobb oldalra
valamit, a mérleg egyensúlyi helyzete

mint N_2 legyen. Az első esetben, a mérleg jobb serpenyőjére M-hez még $M\left(\frac{N_1-N_0}{\alpha}\right)$ tömeget kellett volna rakni hogy a mérleg egyensúlyi helyzete N_0 legyen s így az előbbi pont szerint

$$M L_b = \left(M' + \frac{N_1-N_0}{\alpha}\right) L_j$$

ugyanígy a ~~...~~ második felcserélésnél

$$M' L_b = \left(M + \frac{N_2-N_0}{\alpha}\right) L_j$$

E kettő egyenletből

$$M L_b - M' L_b = M' L_j - M L_j + \frac{N_1-N_2}{\alpha} L_j$$

vagy

$$M(L_b + L_j) = M'(L_b + L_j) + L_j \frac{N_1-N_2}{\alpha}$$

$$M = M' + \frac{L_j}{L_b+L_j} \frac{N_1-N_2}{\alpha} \quad --- \quad 1)$$

A mérlegkarok közel egyformák, ~~közti~~ úgy hogy $\frac{L_j}{L_b+L_j}$ keveset különbözik $\frac{1}{2}$-től, s mivel úgy vigyázunk hogy $\frac{N_2-N_1}{\alpha}$ maga kicsiny ~~...~~ s így a mérleg pontosságot mérve a kicsinységben $\frac{L_j}{L_b+L_j}$ helyébe $\frac{1}{2}$-et írhatunk, vagyis

$$M = M' + \frac{1}{2} \frac{N_1-N_2}{\alpha}$$

18. – l. Bal.

Sűrűség mérés

1 A) Szilárd testekre vonatkozók.

9. §. ~~...~~ Sűrűségmérés Archimedes elve alapján. A szilárd test tömege M, (vízben látszólag veszít súlyából $m g$) ugyanakkora lesz egy akkor, ~~mint~~ mint a kiszorított folyadék tömege a szilárd test sűrűsége

$$s = \frac{M}{m} s_0 \quad --- \quad 1)$$

(s_0 a víz sűrűsége). A víz ~~sűrűségét~~ t_0 ~~táblázatban vesszük, ismernünk kell~~ hő a víz) hőmérséklete. Ezeket mérjük s a víz tartozó sűrűségét táblázatból vesszük 1) után a szilárd test sűrűségét t_0 fokon egyszerű tehát azt nézzük azon, hogy levegőben is vesztett súlyából. Ha l a mért test [illegible] kiszorította levegő mennyisége akkor 5 szerint

$$M - l = M'\left(1 - \frac{\sigma}{s_{t}^{*}}\right) \quad - - - 1)$$

hol M a test tömege, M' pedig a levegőben talált l. tömege, míg egyúttal a súlyrozsáktól a mérlegre rakott ~~[illegible]~~ darabok tömege. Vegye most a test látszólagos ~~tömege~~ súlya $M_1 g$ legyen, míg ~~[illegible]~~ a mérleg egyensúlyozására a mérlegre $M_1'\left(1 - \frac{\sigma}{s_1}\right)$ tömeget kellett rakni a súlyrozsákból azaz

$$M_1 = M_1'\left(1 - \frac{\sigma}{s_1}\right)$$

a két egyenletből

$$M - M_1 = (M' - M_1')\left(1 - \frac{\sigma}{s_1}\right)$$

De $(M - M_1)g$ nem egyéb mint a test súlyveszteség vízben, ha légüres térből került volna a vízbe, $M' - M_1'$ pedig látszólagos súlyveszteség a ~~mint légüres térben~~ mikor levegőből jutott vízbe, tehát a látszólagos súlyveszteség, mely a mérlegen mutatkozott. Legyen $M - M_1 = m$ és $M' - M_1' = m'$ akkor

$$m - l = m'\left(1 - \frac{\sigma}{s_1}\right) \quad - - - 2)$$

1) és 2) ből

$$\frac{M - l}{m - l} = \frac{M'}{m'} \quad - - - 3)$$

Ez egyenletből a keresett s sűrűség kiszámítható; látszik hogy a mérő edények redukciója légüres térre az egyenletből kiesett; a sűrűség mérésben tehát a test mérőedényeit nem is kell légüres térre redukálni.

v jelentse a mért test s [illegible]ben a kiszorított víz [illegible].

illetve

$$M^{*} = sv \quad m = s_0 v \quad l = v\sigma$$

ezt 3)-ba téve

$$\frac{s-\sigma}{s_0-\sigma} = \frac{M'}{m'} \text{ és } s = \frac{M'}{m'}(s_0-\sigma)+\sigma$$

vagy

$$s = \frac{M'}{m'}s_0 + \left(1-\frac{M'}{m'}\right)\sigma.$$

10. Piknométer. Ha a vizsgálandó anyagból csak apró szemek, kisebb kristályok állanak rendelkezésre a piknométernek nevezett üveget használjuk (l. Kísérleti fizika, gyakorlati rész). M legyen a vizsgálandó test tömege; M' pedig látszólagos tömege a mint az a légüres mérésből adódik. (A ~~piknométer [illegible]~~ Ha a V a test térfogata

$$M - V\sigma = M'\left(1-\frac{\sigma}{s'}\right) \quad \text{--- 1)}$$

A piknométert megtöltjük vízzel, tömege vízzel együtt legyen M_1, látszólagos tömege legyen M_1'; azután a vízzel telt piknométerbe bele tesszük az M tömegű vizsgált testet, ez kiszorít a piknométerből (~~V térfogatú~~ vizet, ~~[illegible]~~ FVs_0 ~~[illegible]~~) az kiszorított víz van a piknométerben. Most legyen M_2 a piknométer + víz + vizsgált test együttes tömege, M_2' pedig a látszólagos tömege. Nyilvánvaló, hogy

$$M_2 = M_1 + M - Vs_0$$

azaz

$$m = Vs_0 = M_1 - M_2 + M \quad \text{------ 2).}$$

Ez vele egyforma térfogatú víz, melynek tömege $m = Vs_0$.

$m = Vs_0$ = a vizsgált testtel egyforma térfogatú víz tömege

A ~~[illegible]~~ a folyadékkal telt piknométer kiszorít bizonyos ~~[illegible]~~ térfogatú levegőt; ez a térfogat legyen V_p, akkor nyilvánvaló, hogy

$$M_1 - \sigma V_p = M_1'\left(1-\frac{\sigma}{s'}\right)$$

$$M_2 - \sigma V_p = M_2'\left(1-\frac{\sigma}{s'}\right)$$

E kettő egyenletből

$$M_1 - M_2 = (M_1' - M_2')\left(1 - \frac{\sigma}{s'}\right) \quad --- \; 3)$$ 12.

2/-be téve 1/-és 3/-at

$$m = (M_1'-M_2')\left(1-\frac{\sigma}{s'}\right) + M'\left(1-\frac{\sigma}{s'}\right) - \cancel{V\sigma} - V\sigma.$$

azaz

$$m - V\sigma = (M_1'-M_2'+M')\left(1-\frac{\sigma}{s'}\right) \quad -- 4/$$

1/s 4/ből

$$\frac{M - V\sigma}{m - v\sigma} = \frac{M'}{M_1'-M_2'+M'}$$

a nyomásnak korrekciója tehát éppen úgy viszik s épp úgy mint az előbbi pontban láttuk

$$s = \frac{M'}{M_1'-M_2'+M'}(s_0 - \sigma) + \sigma \quad -- \; 5/$$

$$s = \frac{M'}{M_1'-M_2'+M'} s_0 + \left(1-\frac{M'}{M_1'-M_2'+M'}\right)\sigma. \quad 6).$$

b/ Folyadék sűrűsége

11. Sűrűségmérés Archimedes elve alapján. Valamely szilárd test súlyveszteségét a mérendő folyadékban legyen $m'g$, a vízben $m_0'g$, akkor úgy mint a 8. pontban

$$m - v\sigma = m'\left(1-\frac{\sigma}{s'}\right)$$
$$m_0 - v\sigma = m_0\left(1-\frac{\sigma}{s'}\right)$$

s ezekből u. m. e.

$$s = \frac{m}{m_0} s_0 + \left(1-\frac{m}{m_0}\right)\sigma.$$

E módszerrel minden nehézség alkalmas, ha két mérni bármilyen szilárd test súlyveszteségét a mérendő folyadékban és vízben. E mérést könnyebben és gyorsan s kellő esetben elegendő pontossággal végezhetjük a Mohr-Westphal-féle mérleggel (l. gyakorlati rész).

12. Piknométer. A piknométert megtöltjük a vizsgálandó folyadékkal.

A fenti formulákból következik:

$$\frac{s}{s_0} = \frac{M'}{\cancel{M_1'}} + \left(1-\frac{M'}{m'}\right)\frac{\sigma}{s_0}.$$

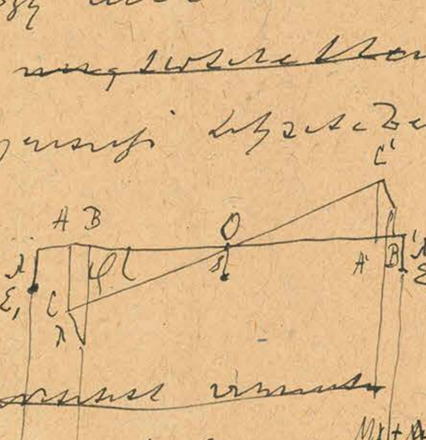
$$\frac{s}{s_0} = \frac{M'}{M_1'-M_2'+M'} + \left(1-\frac{M'}{M_1'-M_2'+M'}\right)\frac{\sigma}{s_0}.$$

s_0 ismeretében szükséges a víz sűrűségének ismerete; ezért tehát ha két mérni, ~~[illegible]~~. Ha ezt nem ismerjük a vízre vonatkoztatott sűrűséget $\frac{s}{s_0}$-at, a mi értékét a mint az továbbiakban látni mérés által határozzuk. Így meg a nyomósággal kell végezni jutunk az előbbi folyamatba.

ezután vízzel. M a piknométer és hoza-
dék együttes tömege légüres térre re-
dukció nélkül, m' a piknométer
és benne levő víz együttes tömege, s_0
a víz sűrűsége akkor, azonnal ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ visszatérve mint ezelőtt

$$s = \frac{M'}{m'} s_0 + \left(1 - \frac{M'}{m'}\right)\sigma.$$

§. 8. A mérleg érzékenysége. Hogy mitől
függ a mérleg érzékenysége, megtudjuk
ha számítjuk: ~~[illegible]~~ mihez [illegible] mér-
get fog el a mérleg ha az egyik serpenyő-
be pl. [illegible] teszünk; [illegible]
[illegible] [illegible]. Számításunk [illegible]-
[illegible] a két mérlegkar egyforma,
a három él egymással párhuzamos
de nem fekszik egy síkban. Ekkor
~~[illegible]~~ a két külső élen elfek-
vő [illegible] nem megy át a kö-
zépső élen; ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ legyen [illegible] egy [illegible]
[illegible] síkban [illegible]
a ~~[illegible]~~ mérleg ~~[illegible]~~
[illegible] helyzetben van, ~~[illegible]~~ [illegible]



O a mérleg [illegible]
[illegible], a [illegible]
[illegible] O-n át $\perp$ Σ_1 a Σ_2
[illegible] sík

~~[illegible]~~
[illegible] a [illegible]. A mérleg [illegible]
[illegible] legyen M nyugalmas, a
~~[illegible]~~ mérleg [illegible]; [illegible]
tömege legyen m. Egyensúly [illegible]
a mérleg súlypontja ~~[illegible]~~
az O [illegible] alatt van, s legyen távol-
sága O-tól. A [illegible] [illegible] legyen pl. [illegible].

a mérleg kitérésnek φ szöggel. Az egyensúly helyzetében a forgatónyomatékoknak összege zérus.

A $(M+\mu)g$ erő karja $= BO$; Mg erőé OB' ~~tehát~~ az erők forgató momentuma tehát

$$(M+\mu)g\cdot BO = (M+\mu)g(AO-AB) = (M+\mu)g(h\cos\varphi - l\sin\varphi)$$

$$Mg\cdot OB' = Mg(OA'+A'B') = Mg(h\cos\varphi + l\sin\varphi).$$

a mérlegrudra is hat még egy külön forgató momentum $= mgs\sin\varphi$. (l. később fizika - - -). Egyensúly esetén tehát

$$(M+\mu)g(h\cos\varphi - l\sin\varphi) = Mg[h\cos\varphi + l\sin\varphi] + mgs\sin\varphi \quad \text{-- } 1)$$

Ha μ kicsiny φ is kicsiny lesz; az esetben $\sin\varphi$ helyett φ-t és $\cos\varphi$ helyett 1-et írhatunk és 1)ből nyerjük

$$\mu h = (2Ml + \mu l + ms)\varphi$$

A μl általában olyan kicsiny mint s, míg μ sm-nek kicsiny tört része fenn ki; így azt elhanyagolhatjuk ms mellett; ezt téve

$$\mu h = (2Ml + ms)\varphi \quad s\text{-t}$$

és a mérleg érzékenységét a $\frac{\varphi}{\mu}$ hányadossal mérjük

$$\alpha = \frac{\varphi}{\mu} = \frac{h}{2Ml+ms} \quad \text{-- } 1)$$

ebből látszik

1) az érzékenység arányos a mérleg karjával

2) az érzékenység független a megterheléstől M-től, ha $l=0$; az esetben az érzékenység fordítva arányos a mérlegrúd és serpenyő együttes tömegével, fordítva arányos a súlypont távolságával a forgástengelytől. Ezekből következik felismerhetjük azt, hogy a mérleg érzékenységét változtassuk, vagy a

a mérésekre vonatkozik fő a be tolható zátyt, hogy a mérőgyűrűk az él felé vo- zatnak és ezáltal ... le járó ...

3) Ha λ nem állandó az érzékenység változik a megterheléssel s pedig

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{mS}{4} + \frac{2\lambda}{4} M \quad --- \quad 2)$$

az érzékenység reciproka lineáris függ a megterheléstől.

A mérések szerint megterheléssel kissé változik, úgy hogy λ ~~...~~ maga is függ a megterheléstől, és pedig közelítőleg

$$\lambda = \lambda_0 + kM \quad --- \quad 3).$$

hol λ_0 jelenti a megterheletlen mérleg ... értékét. Ha ezt 3)-at 2)-be téve

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{mS}{4} + \frac{2\lambda_0}{4} M + \frac{2k}{4} M^2$$

az érzékenység reciproka tehát a megterhelésnek kvadratikus függvénye.

---

c) Gőzsűrűségmérés.

13. Gőzsűrűség. A gőzök a telítettségi állapottól nagy megközelítéssel követik a

$$\frac{pv}{T} = \frac{m}{M} R \quad --- \quad 1)$$

alapegyenletet, melyben m a gőz tömege, M a molekulasúlya, R pedig minden anyagra egyenlő állandó szám. Egy grammmolekulára ... ha m = M

$$\frac{pv}{T} = R$$

ha p-t atmoszférákban, v-t litereckben mérjük

$$R = 0{,}0821 \text{ liter atmoszféra}$$

R értékét abszolút egységekben kapjuk, ha a liter atmoszféra értékét abszolút egységekben fejezzük ki. 1 liter = 1000 cm³

1 atmoszféra = 76 × 13,596 × 981 $\frac{din}{cm^2}$ ...

1 liter atmoszféra = 1033 × 981 × 1000 din cm

De 1 din cm, ~~=~~ 1 erg, munka egység. R ezért munkafajta mennyiség; és

$$R = 0,0821 \times 1033 \cdot 981 \times 1000 \text{ erg}$$

$$R = 8,3198 \cdot 10^7 \text{ erg}$$

De $4,187 \, 10^7$ erg egyenértékű 1 kalóriával ezért R értékét kalóriákban is fejezhetjük ki így

$$R = \frac{8.320 \cdot 10^7}{4.187 \cdot 10^7} \text{ kalória} = 1,98 \text{ kalória}$$

Elemeinkben gőzsűrűségen mindig más gázra vonatkoztatott sűrűséget értünk, így hidrogénre vagy levegőre vonatkoztatjuk, értve ezen a gőz sűrűségének és ugyanazon nyomású és hőmérsékletű hidrogén vagy levegő sűrűségének hányadosát. Ha σ jelenti a gőz sűrűségét - mondjuk abszolút sűrűségnek, ... $\sigma = \frac{m}{v}$ lévén p-t így írhatjuk

$$p = \frac{\sigma}{M} RT$$

~~...~~ M_1 legyen egy más gáz molekulasúlya, σ_1 a sűrűsége ugyanazon p nyomáson és T fokon, úgy

$$p = \frac{\sigma_1}{M_1} RT$$

a kettőből

$$\frac{\sigma}{\sigma_1} = \frac{M}{M_1}$$

vagy a viszonyított gázra vonatkoztatott gőzsűrűség arányos a molekulasúllyal

Vonatkoztassuk hidrogénre, ahol a molekulasúly 2.016; σ_H hidrogén sűrűsége esetén a hidrogénre vonatkoztatott gőzsűrűség $\frac{\sigma}{\sigma_H}$ és

$$\frac{\sigma}{\sigma_H} = \frac{M}{2.016} \quad \text{és} \quad M = 2.016 \cdot \frac{\sigma}{\sigma_H}$$

azaz a ~~hidrogénre vonatkoztatott gőz~~ ~~sűrűség~~ a kérdéses gőz molekulasúlya egyenlő a hidrogénre vonatkoztatott gőzsűrűség 2.016-szorosával.

Vonatkoztassuk ~~levegőre, ahol~~ oxigénre ahol sűrűségét jelölje σ_O és $\frac{\sigma}{\sigma_O}$ lesz az oxigénre vonatkoztatott sűrűség

$$\frac{\sigma}{\sigma_O} = \frac{M}{32}$$

De ha σ_l jelenti az ugyanazon körülmények között és gázban levő sűrűséget

$$\frac{\sigma}{\sigma_O} = \frac{\sigma}{\sigma_l}\left(\frac{\sigma_l}{\sigma_O}\right) = \frac{M}{32} \quad ; \quad \frac{\sigma}{\sigma_l} = \frac{\sigma_O}{\sigma_l} \cdot \frac{M}{32}$$

$\frac{\sigma_l}{\sigma_O}$ = a levegő sűrűsége [illegible] az ugyanazon körülmények közt ugyanazon ~~levegő~~ oxigén sűrűségéhez és ez viszony független a [illegible] tehát mindig kiszámíthatjuk a sűrűségek 0°; [illegible] ugyanazon [illegible] adatokból

$$\frac{\sigma_O}{\sigma_l} = \cancel{\frac{0.001293}{0.001428}} \; \frac{0.001428}{0.001293}.$$

és így

$$\frac{\sigma}{\sigma_l} = \frac{0.001428}{0.001293} \cdot \frac{M}{32} = \frac{M}{28.98}.$$

$$M = 28.98 \cdot \frac{\sigma}{\sigma_l}$$

azaz a molekulasúly egyenlő a levegőre vonatkoztatott gőzsűrűség 28.98-szorosával.

A hidrogénre vagy levegőre vonatkoztatott sűrűség független a nyomástól és hőmérséklettől, amíg a gőz molekulasúlya [illegible] változatlan

14. Dalton törvénye. Gázkeverékben levő ~~az~~ bármely alkatrész egy parciális nyomásán értjük az alkatrész nyomását melyet az gázkeveréknek ha ez egyedül ugyanazon térfogaton (egészen) magában töltené be a keverék térfogatát. Ennek ~~...~~ Dalton törvénye szerint a keverék nyomása egyenlő a parciális nyomások összegével. Ha v a keverék térfogata, T a hőmérséklete s $p_1\, p_2 \ldots p_n$ az egyes alkatrészek parciális nyomásai, $m_1\, m_2 \ldots m_n$ a tömegük, $M_1\, M_2 \ldots M_n$ a molekulasúlyuk

$$p_1 v = \frac{m_1}{M_1} RT \quad p_2 v = \frac{m_2}{M_2} RT \ldots \quad p_n v = \frac{m_n}{M_n} RT \ldots 1/$$

s Dalton szerint a keverék nyomása p,

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_n$$

az 1/ egyenleteket összeadva

$$(p_1 + p_2 + \ldots + p_n) v = pv = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \ldots + \frac{m_n}{M_n}\right) RT \ldots 2/.$$

~~[illegible]~~. A gáz keverék össztömege $m = m_1 + m_2 + \ldots + m_n$; a keveréknek a látszólagos molekulasúlyát M-t, azt mondván hogy a keverék állapotegyenlete ... ezekre legyenek:

$$pv = \frac{m}{M} RT \ldots \quad 3)$$

Ezt összehasonlítva 2/-vel kapjuk

$$\frac{m}{M} = \frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \ldots + \frac{m_n}{M_n}$$

s

$$M = \frac{m}{\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} + \ldots + \frac{m_n}{M_n}} \ldots \quad 4).$$

15. Disszociáció. ~~A gázok alkatrészei~~ ~~A gázok~~ A molekuláris hipotézis alapján a gázokat diszkrét molekulákból állóknak gondoljuk. Ha legyen egy molekula tömege μ, N legyen a vizsgált

gázmennyiségben foglalt, N_0 pedig a grammmolekulában vagy mol-ban foglalt molekulák száma, akkor

$$m = N\mu \quad \text{és} \quad M = N_0\mu$$

s az áll. egyenlet így is írható:

$$pv = \frac{N}{N_0} RT.$$

Avogadro ~~törvénye~~ tétele szerint a grammmolekulában foglalt molekulák száma minden gázból ugyanaz, ezért N_0 minden gázra egyenlő állandó érték. A legkülönfélébb módszerekkel végzett mérések alapján, ~~N_0~~

$$N_0 = 6.19\cdot 10^{23}.$$

N_0 független a gáz minőségétől s ezért ha $N_1, N_2 \dots N_n$ a gázkeverékben levő különböző fajú molekulák száma, a keverék állapotegyenlete

$$pv = \frac{N_1+N_2+\dots N_n}{N_0}RT. \quad \dots 1/$$

~~[illegible]~~ ~~Ha~~ A gőz sűrűsége sokszor kisebb mint molekulasúlyának megfelelő számított megfelel; ezt úgy magyarázzuk, hogy a molekulák ~~száma~~ kettő vagy nagyobb számú kisebb egyszerű molekulákra. Pl. az ammonium-chlorid (NH_4Cl) gőz sűrűsége 350°-on csak 13,2 ami fele akkora csak mint az NH_4Cl-ből számított érték ~~[illegible]~~ 26.3-~~[illegible]~~nak. A gőz sűrűség ilyen értékből megállapíthatjuk a disszociáció fokát. Ha a gőz nem volna disszociálva, akkor térfogata v_0, ~~[illegible]~~ ~~sűrűsége~~ δ_0. ebből normális ~~sűrűség~~-térfogatunk ~~[illegible]~~ normálisnak ~~[illegible]~~, a következőkép számítható

$$\cancel{p}\, v_0 = \frac{1}{p}\frac{N}{N_0}RT = \frac{1}{p}\frac{m}{M}RT. \quad 2/$$

ha azonban dissociál, akkor a az m tömegű gázban levő molekulák száma megszaporodik, ezz N értéke megváltozik. Legyenek N' a szétesö molekulák száma; s minden szétesö molekula esik szét n számú új molekulára; N' molekulából lesz nN' ~~…~~ új molekula lett, változatlanul maradt N-N' molekula; a dissociació beálltával az összes molekulák száma lesz

$$N-N'+nN' = N+(n-1)N'$$

s így ~~…~~ a gáz térfogata T hőmérsékleten és p nyomáson

$$v = \frac{1}{p}\frac{N+(\alpha-1)N'}{N_0}RT \qquad 3/$$

De $\frac{v}{v_0} = \frac{\sigma_0}{\sigma}$, σ_0 és σ a v_0 és v térfogathoz tartozó sűrűséget jelölvén.

2/ és 3/ ból

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} = \frac{N+(n-1)N'}{N} = 1+(n-1)\frac{N'}{N}$$

Az $\frac{N'}{N}$ hányadossal jellemezhetjük azt ~~dissociatiofokát, legyen $\alpha = \frac{N'}{N}$~~, hogy mily mértékben dissociál a gáz ez $\alpha = \frac{N'}{N}$ a dissociatió fokának nevezzük, e szám megmondja, hogy a dissociált gázban a dissociált molekulák hányadrészével lesz kisebb a molekulák számánál, mely a gázban volna ha nem dissociál volna.

$$\frac{\sigma_0}{\sigma} = 1+(n-1)\alpha$$

s

$$\alpha = \frac{1}{n-1}\frac{\sigma_0}{\sigma}$$

α pozitív lévén $\sigma_0 > \sigma$, azaz a dissociáló folytán a gázsűrűség csökkenni kisebbedik.

1. A „kísérleti fizika" előadás anyagát feltüntető jegyzetek ~~hallgatói [illegible]~~ ~~megjelent~~ hallgatói kezdemé-nyére magam írása és Német József könyvkiadó cég kiadásában könyvalakban 2 részben [illegible] jelent [illegible] ára 30 korona. Elegendő példányszám áll rendelkezésre.

2. Elméleti fizikából jegyzet van [illegible] könyv-nyes. ~~[illegible]~~ hanem [illegible] ~~[illegible]~~ ~~jegyzet alakjában~~. Jegyzet [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] együtt [illegible] adni. Egyet [illegible]. 21x34-es ívekkel kb. 200 oldal. [illegible]-gos példányszám 2 ára kb. 300-400. Egyenkénti [illegible] [illegible] [illegible].