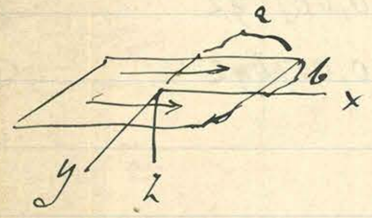
Ms 5104/10. Eötvös Loránd töredéke, mágnesi áramok hatása

Deklinométerrel (áramok hatása mérése

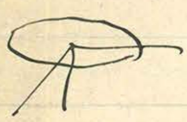
Zártkeretekben haladó áramok hatása 1910 Januárban megfigyelve Kohlrauschtól alakított Declinométerrel.

Horizontális intenzitás az észlelés helyén $H = 0{,}211$



Egyenlőszög esetében

$$y_e = i_x\,dc\,y_{e1} \qquad y_{e1} = 4\,\mathrm{arctg}\,\frac{ab}{(c-z)\sqrt{a^2+b^2+(c-z)^2}}$$



Körlap esetében

$$y_k = i_x\,dc\,y_{k1} \qquad y_{k1} = 2\pi\left\{1-\frac{c-z}{\sqrt{R^2+(c-z)^2}}\right\}$$

Eggzentricitás:

$a = 100$ c. $b = 32{,}5$ $\quad c - z = 13{,}0 \quad (y_e)_1 = +4{,}680 \quad i_x = 0{,}007769$ evvel

" $\quad$ " $\quad c - z = 20{,}0 \quad (y_e)_1 = +3{,}954 \quad i_x = 0{,}007692$

" $\quad$ " $\quad c - z = 30{,}0 \quad (y_e)_1 = +3{,}122 \quad i_x = 0{,}007692$

$R = 7{,}5$ c. sugarú kör[illegible]

$c - z = 13{,}0 \quad (y_k)_1 = +0{,}841$

$c - z = 20{,}0 \quad (y_k)_1 = +0{,}400$

$c - z = 30{,}0 \quad (y_k)_1 = +0{,}187$

tehát

$c - z = 13{,}0 \quad (y_e)_1 - (y_k)_1 = +3{,}839 \quad i_x = 0{,}007723$

$c - z = 20{,}0 \quad (y_e)_1 - (y_k)_1 = +3{,}554 \quad i_x = 0{,}007692$

$c - z = 30{,}0 \quad (y_e)_1 - (y_k)_1 = +2{,}935 \quad i_x = 0{,}007692$

ezzel $(y_e)_{\text{számított}} = 0{,}0364$ — $(y_e)_{\text{észlelt}} = 0{,}0365$

$(y_e)_{\text{számított}} = 0{,}0304$ — $(y_e)_{\text{észlelt}} = 0{,}0302$

$(y_e)_{\text{számított}} = 0{,}0240$ — $(y_e)_{\text{észlelt}} = 0{,}0243$

a lyukas ~~kö~~ lapon észlelt értékek

ezzel $y_e - y_k = 0{,}0296$ — $y = 0{,}0304$

$y_e - y_k = 0{,}0273$ — $y = 0{,}0282$

$y_e - y_k = 0{,}0226$ — $y = 0{,}0232$

Hengeres elektród

Egy síkban elterjedő áram!

~~elterjedő~~

Y erő x y z pontban

x, y, z a pontnak helye   abc az áramellátó áthegyi térfogatelem helye.

~~Y a pontnak egységes ható erő~~   i az elektródból kiáramló áram menny.

$\Big\}h$ Tér elem $dc\,r\,dr\,d\alpha$ $i_x = \frac{i}{2\pi r h}\cos\alpha$

Coordináták kezdőpontja az elektródpont.

$$Y_1 = dc\frac{i}{2\pi h}\iiint \frac{c-z}{\rho^3}\,dr\cos\alpha\,d\alpha$$

$$\rho^2 = (a-x)^2+(b-y)^2+(c-z)^2$$

$$a = r\cos\alpha$$
$$b = r\sin\alpha$$
$$y = 0$$

Coordinaták kezdőpontja a hengeres elektród tengelyében

$$\rho^2 = \left[x^2+(c-z)^2\right] - 2xr\cos\alpha + r^2$$
$$x^2+(c-z)^2 = l^2$$
$$\rho^2 = l^2 - 2xr\cos\alpha + r^2$$

I) $$Y_0 = dc\frac{i}{2\pi h}(c-z)\int_{\alpha=0}^{\alpha=2\pi}\int_{r=0}^{r=\infty}\frac{dr\cos\alpha\,d\alpha}{\left(l^2-2xr\cos\alpha+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$ x y z külső pont.

Térben elterjedő áram.

Tér elem $r^2\,dr\,d\alpha\cos\varphi\,d\varphi$ $i_x = \frac{i}{4\pi r^2}\cos\varphi\cos\alpha$

$$i_z = \frac{i}{4\pi r^2}\sin\varphi.$$

$$Y_t = \frac{i}{4\pi}\iiiint\left\{\frac{(c-z)\,dr\cos^2\varphi\,d\varphi\cos\alpha\,d\alpha}{\rho^3} - \frac{(a-x)\,dr\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi\,d\alpha}{\rho^3}\right\}$$

$$a = r\cos\varphi\cos\alpha$$
$$b = r\cos\varphi\sin\alpha$$
$$c = r\sin\varphi$$
$$y = 0$$

$$\rho^2 = (x^2+z^2) - 2(x\cos\varphi\cos\alpha + z\sin\varphi)r + r^2$$

II) $$Y_t = \frac{i}{4\pi}x\iiint\frac{dr\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi\,d\alpha}{\left((x^2+z^2)-2(x\cos\varphi\cos\alpha+z\sin\varphi)r+r^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{i}{4\pi}z\iiint\frac{dr\cos^2\varphi\,d\varphi\cos\alpha\,d\alpha}{\left((x^2+z^2)-2(x\cos\varphi\cos\alpha+z\sin\varphi)r+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

külső pont

I integrál:

$$\int_0 \frac{dr}{(l^2 - 2x\cos\lambda\, r + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \Bigg| \left(\frac{r - x\cos\lambda}{l^2 - x^2\cos^2\lambda} \frac{1}{\sqrt{l^2 - 2x\cos\lambda\, r + r^2}} \right.$$

r = 0 tól r = ∞ ig

$$\int_0^\infty \frac{dr}{(l^2 - 2x\cos\lambda\, r + r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{l(l - x\cos\lambda)}$$

tehát:

I egyenlet miatt:

$$y = dc \frac{i}{2\pi h} \left(\frac{c-z}{l}\right) \int_0^{2\pi} \frac{\cos\lambda\, d\lambda}{l - x\cos\lambda}$$

és

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos\lambda\, d\lambda}{l - x\cos\lambda} = 2 \int_0^{\pi} \frac{\cos\lambda\, d\lambda}{l - x\cos\lambda} = -\frac{2\pi}{x} + 2\frac{l}{x}\frac{\pi}{\sqrt{l^2 - x^2}}$$

$$y_s = \pm \frac{dc\, i}{h x}\left(1 \mp \frac{c-z}{\sqrt{x^2 + (c-z)^2}}\right)$$ felső jelek ha c − z positív, alsó jelek ha c − z negatív.

c − z akár positív akár negatív $$\frac{\partial y_s}{\partial z} = \frac{dc}{h}\frac{i}{x}\frac{1}{\sqrt{x^2 + (c-z)^2}}\left(1 - \frac{(c-z)^2}{(x^2 + (c-z)^2)}\right)$$ ha $c - z = 0$ $\frac{\partial y_s}{dz} = dc \frac{i}{x^2}$

$$\frac{\partial y_s}{\partial z} = \frac{dc}{h} i \frac{x}{(x^2 + (c-z)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

II Integrál.

$$\int \frac{dr}{\left((x^2+z^2) - 2(x\cos\varphi\cos\lambda + z\sin\varphi)r + r^2\right)^{\frac{3}{2}}} = \left| \frac{r - x\cos\varphi\cos\lambda - z\sin\varphi}{(x^2+z^2) - (x\cos\varphi\cos\lambda + z\sin\varphi)^2} \frac{1}{\sqrt{}} \right.$$

$r = 0$ tól $r = \infty$ ig

$$\int_0^\infty \frac{dr}{(\quad)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2+z^2} - (x\cos\varphi\cos\lambda + z\sin\varphi)}$$

$$y_t = \frac{i}{4\pi} \frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}} \int \sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi \int_0^{2\pi} \frac{d\lambda}{\sqrt{x^2+z^2} - (x\cos\varphi\cos\lambda + z\sin\varphi)} - \frac{i}{4\pi} \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}} \int \cos^2\varphi\, d\varphi \int_0^{2\pi} \frac{\cos\lambda\, d\lambda}{\sqrt{x^2+z^2} - (x\cos\varphi\cos\lambda + z\sin\varphi)}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\lambda}{n} = 2\int_0^{\pi} \frac{d\lambda}{n} = 2\pi \frac{1}{\sqrt{(\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi)^2 - x^2\cos^2\varphi}}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\lambda\cos\lambda}{n} = 2\int_0^{\pi} d\lambda\cos\lambda = -\frac{2\pi}{x\cos\varphi} + \frac{\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi}{x\cos\varphi} \frac{2\pi}{\sqrt{(\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi)^2 - x^2\cos^2\varphi}}$$

$$y_t = \frac{i}{2} \frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}} \int \frac{\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi}{\sqrt{(\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi)^2 - x^2\cos^2\varphi}} - \frac{i}{2} \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}} \int \frac{(\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi)\cos\varphi\, d\varphi}{x\sqrt{(\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi)^2 - x^2\cos^2\varphi}}$$

$$+ \frac{i}{2} \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}} \int \frac{\cos\varphi\, d\varphi}{x}$$

$$\sqrt{(\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi)^2 - x^2\cos^2\varphi} = \sqrt{x^2+z^2}\cdot\sin\varphi - z$$

$$y_t = \frac{i}{2} \frac{1}{x} \left(1 + \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}\right)$$

$$\frac{\partial y_t}{\partial z} = \frac{i}{2} \frac{1}{x} \frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}} \left(1 - \frac{z^2}{x^2+z^2}\right) = \frac{i}{2} \frac{x}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

III XZ síkban elterjedő áram

A térfogatelem . $r\,dr\,d\varphi\,db.$

$$i_x = \frac{i}{2\pi h r}\cos\varphi$$

$$i_z = \frac{i}{2\pi h r}\sin\varphi.$$

Coordináta kezdetnek a hegyes elektród legyen [illegible].

$$a = r\cos\varphi$$

$$c = r\sin\varphi.$$

$$Y_3 = db\frac{i}{2\pi h}\iint\frac{(c-z)\,dr\cos\varphi\,d\varphi}{\rho^3} - db\frac{i}{2\pi h}\iint\frac{(a-x)\,dr\sin\varphi\,d\varphi}{\rho^3}$$

$$\rho^2 = (a-x)^2+(b-y)^2+(c-z)^2 = [(x^2+y^2+z^2+b^2-2by) - 2(x\cos\varphi+z\sin\varphi)r + r^2$$

$$Y_3 = db\frac{i}{2\pi h}\int_{\varphi=0}^{\varphi=+\pi}\int_{r=0}^{r=\infty}\frac{x\sin\varphi\,d\varphi\,dr}{\rho^3} - db\frac{i}{2\pi h}\iint\frac{z\cos\varphi\,d\varphi\,dr}{\rho^3}$$

$$Y_3 = db\frac{i}{2\pi h}\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2+(b-y)^2}}\log\frac{\sqrt{x^2+z^2+(b-y)^2}+x}{\sqrt{x^2+z^2+(b-y)^2}-x}$$

$$\frac{\partial Y_3}{\partial z} = -db\frac{i}{2\pi h}\left\{\frac{z}{(x^2+(b-y)^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\log\frac{\sqrt{x^2+z^2+(b-y)^2}+x}{\sqrt{x^2+z^2+(b-y)^2}-x} + \frac{2xz}{(x^2+(b-y)^2+z^2)((b-y)^2+z^2)}\right\}$$

$$\frac{166}{27556+3249}$$

3249

30805

$$\frac{166 \cdot 0{,}025}{(30805)^{\frac{3}{2}}}$$

27556

4096

31652

4,488621
2,244311
6,732933

2,220108
0,397940 − 2
0,618048
6,732933
0,885115 − 7

166

$$i_x = \frac{i}{4\pi}(0{,}0000362\cancel{9}$$

2948

6577

4,500401
2,250201
6,750603

2,220108
6750603
0,469505 − 5

6196x
2948
9144
6577
2567

$$-\frac{i}{2}\left(\frac{18}{\sqrt{64+324}}+\frac{32}{\sqrt{64+1024}}\right)$$

$\sqrt{388}$ $\sqrt{1088}$

0,025000
27556

$$i\,\frac{18}{\sqrt{388}}+\frac{16}{\sqrt{272}}$$

$$-\frac{i}{2}\left(\frac{18}{19{,}6977}+\frac{16}{16{,}4924}\right)0{,}00006577$$

57

$$57\left(\frac{1}{166^3}-\frac{1}{}\right.$$

0,9138
0,9701
18839
0,9420

$$-\frac{166}{(30805)^{\frac{3}{2}}}+\frac{1}{27556}$$

$\frac{1}{6}$, $\frac{3}{9^2}$ 57 $\frac{3}{2}$ $\frac{1}{3}$

$$-\frac{166}{540}$$ −3

$$\frac{1}{166^2}-\frac{16}{166^2}(1-$$ 15.

$$= \frac{1 \quad (x \sin\varphi - z\cos\varphi)\, d\varphi}{\sqrt{x^2+y^2+z^2+b^2-2by}\left(\sqrt{} - x\cos\varphi - z\sin\varphi\right)}$$

A

$$-x\cos\varphi + z\sin\varphi = u$$

$$(x \sin\varphi - z\cos\varphi)\, d\varphi = du$$

$$y_3 = db\,\frac{i}{\omega h}\,\frac{1}{\sqrt{A}}\int_{-x}^{+x}\frac{du}{\sqrt{A}+u} \overset{\text{ab.}}{=} \frac{1}{\sqrt{A}}\log\left(\frac{\sqrt{A}+z}{\sqrt{A}+z}\right)$$

$$y_B = db\,\frac{i}{\omega h}\,\frac{1}{\sqrt{A}}\log\frac{\sqrt{A}+x}{\sqrt{A}-x}$$

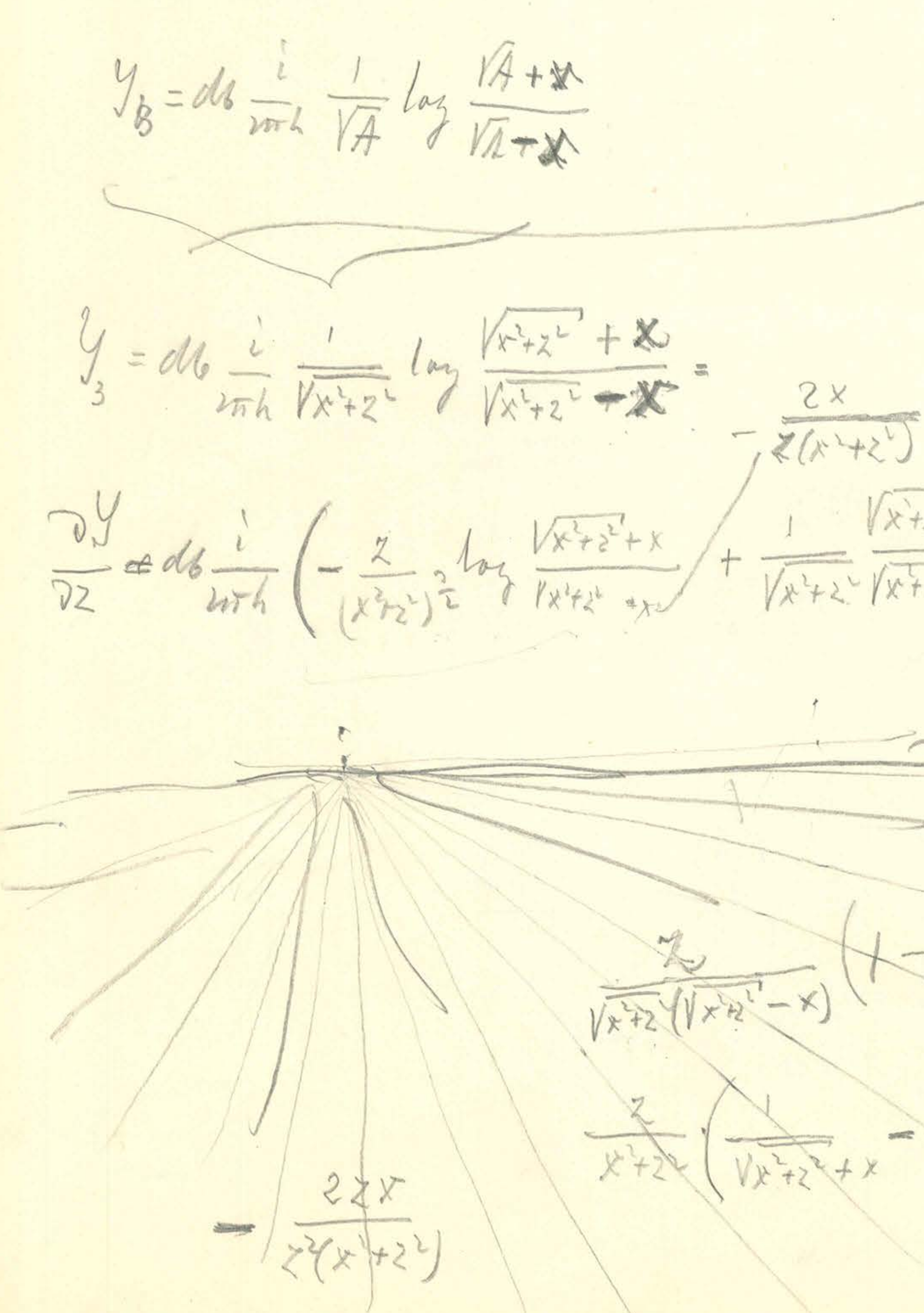
$y = 0 \qquad b = 0$

$$y_3 = db\,\frac{i}{\omega h}\,\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\log\frac{\sqrt{x^2+z^2}+x}{\sqrt{x^2+z^2}-x} =$$

$$-\frac{2x}{z(x^2+z^2)}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial z} = db\,\frac{i}{\omega h}\left(-\frac{z}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\log\frac{\sqrt{x^2+z^2}+x}{\sqrt{x^2+z^2}-x} + \frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\,\frac{\sqrt{x^2+z^2}-x}{\sqrt{x^2+z^2}+x}\left(\frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}\left(\sqrt{x^2+z^2}-x\right)}\right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{\left(\sqrt{x^2+z^2}+x\right)z}{\left(\sqrt{x^2+z^2}-x\right)^2 (x^2+z^2)^{\frac{1}{2}}}\right)\right)$$



$$\frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}\left(\sqrt{x^2+z^2}-x\right)}\left(1 - \frac{\sqrt{x^2+z^2}+x}{\sqrt{x^2+z^2}-x}\right)$$

$$\frac{z}{x^2+z^2}\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}+x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}-x}\right)$$

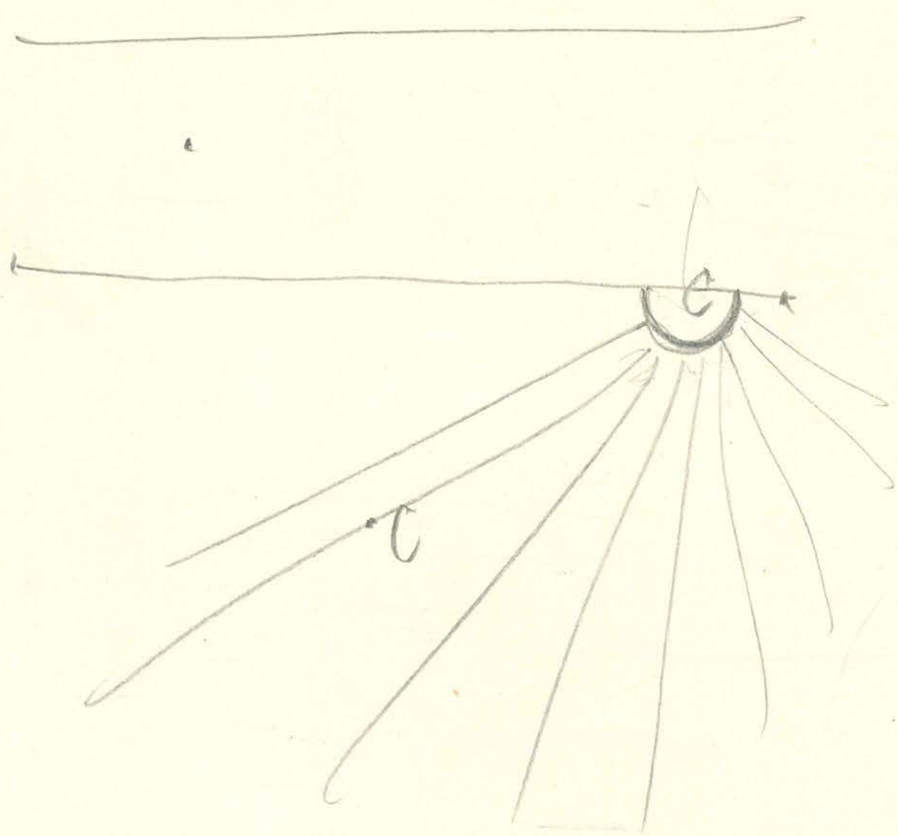
$$-\frac{2zx}{z^2(x^2+z^2)}$$

$$\frac{2xz}{\left(z^2+(b-y)^2\right)\left(x^2+(b-y)^2+z^2\right)}$$

$$1 + \frac{c-z}{x}$$

$$Y_t = \pm \frac{dci}{x}\left(1 \mp \frac{c-z}{\sqrt{x^2+(c-z)^2}}\right)$$

felső jel ha $c-z$ pozitív
alsó jel ha $c-z$ negatív



$$y = d\sigma\, i\, \frac{c-z}{z}\left(-\frac{1}{x} \pm \frac{c}{x\sqrt{c^2-x^2}}\right)$$

$$\frac{1}{x(c-z)}$$

$$\sqrt{c^2-x^2} = \pm(c-z)$$

$$\frac{1}{x}\,\frac{c-z}{\sqrt{x^2+(c-z)^2}}\left(-1+\sqrt{\frac{x^2+z^2}{(c-z)^2}}\right)$$

$c\ c = +z \quad z = 1$

$x = 10$

$c = +z \quad z = 3$

$$\frac{1}{x^2}\,\frac{z-c}{\sqrt{x^2+(z-c)^2}}\left(1-\sqrt{\frac{x^2+z^2}{(z-c)^2}}\right)$$

$$y = d\sigma\, i\,\frac{(c-z)}{x^2}\left(-\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}+\frac{1}{\sqrt{(c-z)^2}}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{101}}\left(-\frac{1}{10}+\frac{\sqrt{101}}{10}\right) \qquad -\frac{1}{10\sqrt{101}}+\frac{1}{10}$$

$$\frac{-1}{\sqrt{101}}\left(-\frac{1}{10}+\frac{\sqrt{101}}{10\sqrt{101}}\right) \qquad +\frac{1}{10\sqrt{101}}-\frac{1}{10}$$

$$\frac{1}{10}\left(1-\frac{1}{\sqrt{101}}\right) \qquad \frac{1}{10}\left(1+\frac{1}{\sqrt{101}}\right)$$

$$\frac{1}{r} - \frac{z^2}{r^{3/2}}$$

$$\cancel{\frac{c-z}{x}\,\frac{1}{\sqrt{x^2+(c-z)^2}}}$$

$$\frac{x^2}{(x^2+z^2)^{3/2}}$$

$$\frac{1}{x^2}\,\frac{1}{\sqrt{x^2+(z-c)^2}}\left(1-\sqrt{\frac{x^2+z^2}{(z-c)^2}}\right) + \frac{1}{x}\,\frac{z-c}{\sqrt{x^2+(z-c)^2}}\,\frac{\sqrt{x^2+z^2}}{(z-c)^2}$$

$$\frac{1}{x}\,\frac{-1}{\sqrt{x^2+(z-c)^2}}\left(1-\sqrt{\frac{x^2+z^2}{(z-c)^2}}\right)$$

$$\xi_y = \frac{i}{4\pi r^2} \cos\psi \sin\lambda .$$

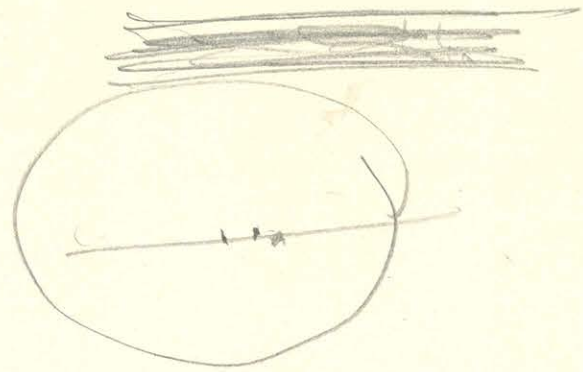
$$-\;(b-y)\, dr \cos^2\varphi\, d\varphi \cos\lambda\, d\lambda \;+\; (a-x^2) \cos^2\psi\, d\psi \sin\lambda\, d\lambda .$$

$$\cdot\, y \int \frac{dr \cos^2\psi\, d\psi \cos\lambda\, d\lambda}{\rho^3} \;-\; x^2 \int dr \cos^2\psi\, d\psi \sin\lambda\, d\lambda .$$

$$\log \frac{\sqrt{x^2+(b-y)^2} + x \;+\; \frac{1}{2}\frac{z^2}{\sqrt{x^2+(b-y)^2}}}{-x}$$

$$\frac{1}{l^2-x^2\cos^2\lambda} + \frac{x\cos\lambda}{l^2-x^2\cos^2\lambda}\,\frac{1}{l}.$$

$$\frac{1}{l}\,\frac{(l+x\cos\lambda)}{(l^2-x^2\cos^2\lambda)}$$



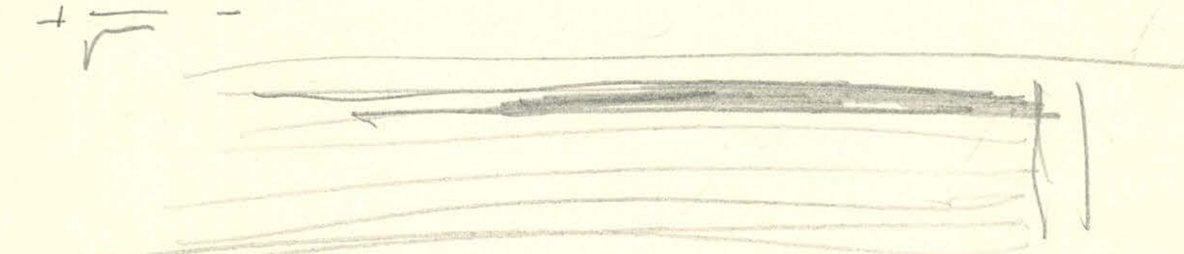
$$\int\frac{dx}{a+b\cos x} = \frac{2}{a\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}} = \frac{2}{\sqrt{a^2-b^2}}\,\mathrm{arc\,tg}\left\{\mathrm{tg}\tfrac{1}{2}\ \ \mathrm{tg}\tfrac{1}{2}x\right\}$$

$$y = dci\,\frac{c-z}{l}\left(-\frac{1}{x} + \frac{l}{x\sqrt{l^2-x^2}}\right)$$

$$\frac{dci}{x^2}\left(-\frac{c-z}{l} + \frac{c-z}{\sqrt{l^2-x^2}}\right.$$

$$\frac{dci}{l}\left(-\frac{c-z}{\sqrt{x^2+(c-z)^2}} + \frac{c-z}{c-z}\right)$$

$$+\frac{1}{r} \quad -$$



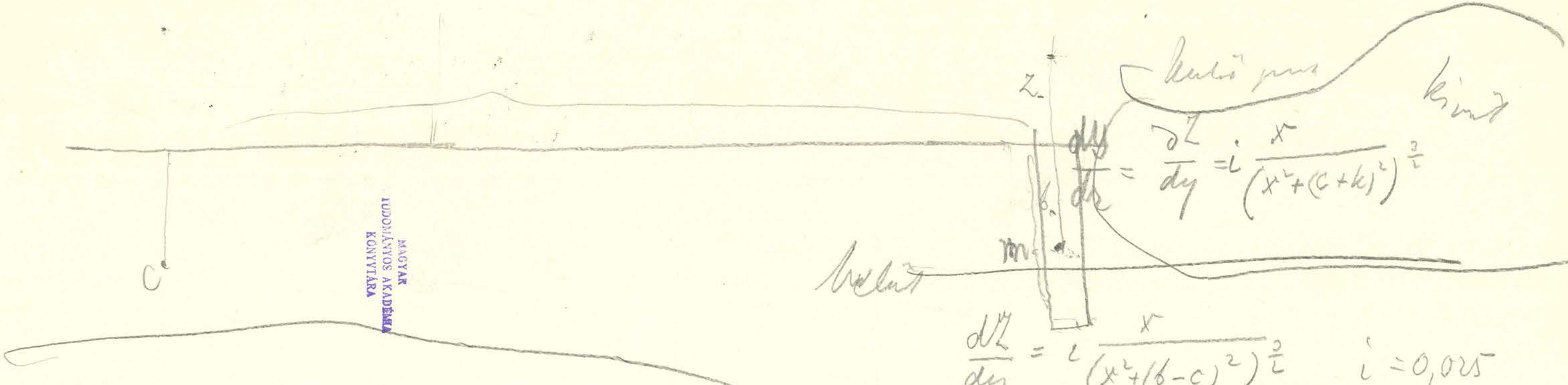
$$\cancel{x^2} + z^2 - 2z\sqrt{x^2+z^2}\sin\varphi + z^2\sin^2\varphi - \cancel{x^2\cos^2\varphi}$$
$$+ x^2\sin^2\varphi\,.$$

$$\frac{\left(\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi\right)}{\sqrt{x^2+z^2}\sin\varphi - z} - 1 \quad \sqrt{x^2+z^2}\sin \ldots - z$$

$$\sqrt{x^2+z^2} - z\sin\varphi - \sqrt{x^2+z^2}\sin\varphi + z \qquad \frac{\left(\sqrt{x^2+z^2}+z\right)(1-\sin\varphi)}{\sqrt{x^2+z^2}\sin\varphi - z}$$

$z=-k$

$z=+b.$



$$\frac{dy}{dr} = \frac{\partial Z}{dy} = i\frac{x}{(x^2+(c+k)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{dZ}{dy} = i\frac{x}{(x^2+(b-c)^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad i=0{,}025$$

belül $$i_x = \frac{i}{4\pi}\frac{x}{(x^2+(b-c)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{i}{4\pi}\frac{x}{(x^2+(b+c)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{dy}{dr} = \frac{dZ}{dy} - 4\pi i_x$$

$x=166$

$k=25$

$b=c=32$

$m=50.$

belső $$\frac{dy}{dr} = -i\frac{x}{(x^2+(b+c)^2)^{\frac{3}{2}}} \mp 2\pi\frac{(m\pm b)}{\sqrt{R^2+(m-b)^2}}\,i_x \mp 2\pi\frac{b}{\sqrt{R^2+b^2}}\,i_x + 4\pi i_x$$

külső $$\frac{dy}{dr} = +i\frac{x}{(x^2+(c+k)^2)^{\frac{3}{2}}} = \pm 767\cdot 10^{-9}$$

$i=0{,}025$

$$i_x = 0{,}00006577\frac{i}{4\pi}$$

$$\frac{\partial y}{\partial r} = -i\cdot 0{,}00002948 + 0{,}00006577\,i - 0{,}00006196\,i = -0{,}00002567\,i = -642\cdot 10^{-9}$$

$+\frac{1}{166^2}\,i$

$$-\frac{i}{2}\frac{z}{x\sqrt{x^2+z^2}}\left(\sqrt{x^2+z^2}+z\right)\int\frac{(1-\sin\varphi)\cos\varphi\, d\varphi}{\sqrt{x^2+z^2}\sin\varphi-z}$$

$$+\frac{i}{2}\frac{x}{\sqrt{x^2+z^2}}\int\frac{\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi}{\sqrt{x^2+z^2}\sin\varphi-z}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\left(\frac{z}{x}\sqrt{x^2+z^2}+\frac{z^2}{x}+x\right)$$

$$1+\frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}$$

$$-\frac{i}{2}\left(\frac{z}{x}+\frac{z^2}{x\sqrt{x^2+z^2}}\right.$$

$$\frac{1}{x\sqrt{x^2+z^2}}\left(z\sqrt{x^2+z^2}+(x^2+z^2)\right)$$

$$y_t=-\frac{i}{2}\frac{z}{x}\left(1+\frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}\right)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos\varphi\, d\varphi}{\sqrt{x^2+z^2}\sin\varphi-z}$$

$$\frac{z}{x}+\frac{\sqrt{x^2+z^2}}{x}$$

$$+\frac{i}{2}\frac{z}{x}\left(1+\frac{\sqrt{x^2+z^2}}{z}\right)\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin\varphi\cos\varphi\, d\varphi}{\sqrt{x^2+z^2}\sin\varphi-z}$$

$$\frac{i}{2}\frac{1}{x}$$

$$\sqrt{x^2+z^2}-z \qquad \sqrt{x^2+z^2-2z\sin\varphi} \qquad x\cos\varphi$$

$$\sin\varphi=u \qquad \cos\varphi\, d\varphi=du$$

$$x^2+z^2+z^2\sin\varphi\cdot-2\sqrt{x^2+z^2}\,z\sin\varphi.$$

$$\int_0^1\frac{du}{\sqrt{x^2+z^2}\cdot u-z} \qquad \int_0^1\frac{u\,du}{\sqrt{x^2+z^2}\cdot u-z} \qquad -x^2u \qquad x^2\sin \qquad (x^2+z^2)\sin^2\varphi$$

$$\left|\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\log\left(\sqrt{x^2+z^2}\,u-z\right)\right. \qquad \left|\frac{u}{\sqrt{x^2+z^2}}+\frac{z}{(x^2+z^2)}\log\left(\sqrt{x^2+z^2}\cdot u-z\right)\right.$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}+\frac{z}{(x^2+z^2)}\log\frac{\sqrt{x^2+z^2}-z}{-z}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\log\frac{\sqrt{x^2+z^2}-z}{-z}$$

$$y_t=\frac{i}{2}\frac{z}{x}\left\{\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}+\frac{1}{z}\right)+\frac{z}{x^2+z^2}\log+\cancel{\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\log}-\cancel{\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\log}-\cancel{\frac{z}{x^2+z^2}\log}\right.$$

$$y_t=+\frac{i}{2}\frac{z}{x}\left(1+\frac{\sqrt{x^2+z^2}}{z}\right)\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}$$

$$y_t=\frac{i}{2}\frac{1}{x}\left(1+\frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}\right)$$

$$\frac{i}{4\pi}\frac{x}{(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{i\,x\,e\,i\,T}{z}$$

$$i_x = \frac{i}{4\pi r^2}\cos\varphi\cos\lambda \qquad i_y = \frac{i}{4\pi r^2}\cos\varphi\sin\lambda$$

$$\mathfrak{Z}_t = \frac{i}{4\pi}\iint\frac{(a-x)\,dr\,\cos^2\varphi\,d\varphi\,\sin\lambda\,d\lambda}{\varrho^3} - \frac{i}{4\pi}\iint\frac{(b-y)\,dr\cos^2\varphi\,d\varphi\cos\lambda\,d\lambda}{\varrho^3}.$$

$a = r\cos\varphi\cos\lambda$

$b = r\cos\varphi\sin\lambda$

$c = r\sin\varphi$

$y = y$

$$\cancel{\varrho^2 = x^2+z^2+(b-y)^2}$$

$$\varrho^2 = \underbrace{x^2+z^2+y^2}_{l^2} + r^2 - 2(x\cos\varphi\cos\lambda + y\cos\varphi\sin\lambda + z\sin\varphi)\,r.$$

$$\mathfrak{Z}_t = \frac{i}{4\pi}\iint\frac{\cos^2\varphi\,d\varphi\,(y\cos\lambda - x\sin\lambda)\,d\lambda\,dr}{(l^2 - 2(x\cos\varphi\cos\lambda + y\cos\varphi\sin\lambda + z\sin\varphi)r + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\int_0^\infty \frac{dr}{(\quad)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{l(l - x\cos\varphi\cos\lambda - y\cos\varphi\sin\lambda - z\sin\varphi}$$

$u = + x\cos\lambda + y\sin\lambda$

$$\mathfrak{Z}_t = \frac{i}{4\pi}\int\frac{\cos^2\varphi\,d\varphi}{l}\Bigg|\frac{du}{l - z\sin\varphi - u\cos\varphi}$$

$$\mathfrak{Z}_t = \frac{i}{4\pi}\int\frac{\cos^2\varphi\,d\varphi}{l}\Bigg| -\frac{1}{\cos\varphi}\log(l - z\sin\varphi - u\cos\varphi)$$

$$\log(l - z\sin\varphi - x\cos\varphi\cos\lambda - y\cos\varphi\sin\lambda)$$

$$0 - \frac{\pi}{2} \qquad \log\frac{l - z\sin\varphi - y\cos\varphi}{l - z\sin\varphi - x\cos\varphi}$$

$$\frac{\partial h}{\partial y} = -x = i - \frac{x}{(z^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

$$\mathcal{Y}_t = \frac{i}{2}\left(\frac{z}{x\sqrt{x^2+z^2}} + \frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{d\mathcal{X}}{dy} - \frac{d\mathcal{Y}}{dx} = 4\pi i_x$$

$$\frac{\partial \mathcal{Y}_t}{\partial z} = \frac{i}{2}\ \frac{1}{x\sqrt{x^2+z^2}} - \frac{z^2}{x^2(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{d\mathcal{Y}}{dx} = \frac{d\mathcal{X}}{dy} - 4\pi\ldots$$

$$\frac{i}{2}\ \frac{x^2}{x^2(x^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{1}{(x^2+z^2) - (x\cos\varphi\cos\alpha + z\sin\varphi)^2} + \frac{x\cos\varphi\cos\alpha + z\sin\varphi}{(x^2+z^2) - (x\cos\varphi\cos\alpha + z\sin\varphi)}\,\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}\left(1 + \frac{z}{\sqrt{x^2+z^2}}\right)$$

$$+\frac{z}{(x^2+z^2)}\left(1 + \frac{\sqrt{x^2+z^2}}{z}\right)$$

$$\frac{d\mathcal{Y}}{dx} - \frac{d\mathcal{X}}{dy} = 0$$

$$\frac{d\mathcal{Y}}{dx} - \frac{d\mathcal{X}}{dy} = 4\pi i_z$$

$$\mathcal{Y}_t = \frac{i}{2}\ \frac{z}{x}\left(1 + \frac{\sqrt{x^2+z^2}}{z}\right)\frac{1}{\sqrt{x^2+z^2}}$$

$$\frac{d\mathcal{X}}{dy} = i\,\frac{x}{(\sqrt{x^2+z^2})^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{d\mathcal{X}}{dy} = -i\,\frac{(a-x)}{(\sqrt{(a-x)^2+(c-z)^2})^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{y}{(y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{d\mathcal{X}}{dy} = -i\,3\,\frac{(a-x)(b-y)\ d\cancel{f}}{((a-x)^2+(b-y)^2+(c-z)^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{d\mathcal{X}}{dy} = i\,\frac{(a-x)}{(\qquad)^{\frac{3}{2}}}$$

Magasság m= 30 cm.

190·0	67·0	5·00	123·0
190·0	67·4	5·00	122·5
189·7	66·8	5·00	123·1
			122·9
1900			

1910. febr 3.

200 X 65 cm. Zinklemez közepén ~~1~~5 X 15 cm. négyzet alakú lemezt kivágva. – Oldalai parallelek a zinklemez oldalaival. Magnetometer (Kohlrausch) e nyílás felett.

Magasság m = 13 cm.

Egyensúlyhelyzet	Kitérített h.	Áramerősség	Kitérés
190.4			
	42.9	5.01	147.8
190.4			
	42.3	5.02	147.9
190.0			
	42.1	5.02	147.9
190.0			
	42.1	5.03	148.0
		5.02	147.9
190.2			

Magasság m = 20 cm.

190.1			
	44.2	5.00	145.7
189.7			
	44.0	5.03	145.8
189.9	45.3	5.01	144.8
190.2			
	44.3	5.03	145.8
		5.02	145.5
190.0			

Magasság m = 30 cm

190·0	65·0	5·02	124·9
189·9	66·7	4·96	123·4
190·3	66·3	4·99	124·0
190·2	66·9	5·00	123·3
190·0		4·99	123·9

1910 febr. 5

~~Ugyanaz~~ 200×65 cm. Zinklemez közepén 15×15 cm. négyzet ferdén kivágva.

Magasság = 13 cm.

191·0	40·9	5·00	150·1
191·0	40·4	5·01	150·2
190·2	41·0	5·00	149·2
190·1		5·01	149·8

Magasság m = 20 cm

190·6	48·0	5·01	142·7
190·8	48·2	5·01	142·7
191·0	47·6	5·02	143·3
190·7		5·01	142·9

Kohlrauschal jan. 24-én. $H =$ ~~0.23037~~ 0.20944
jan 25-én   0.20827
1075 eszközzel jan 26-án   0.20986

11 hornú mágneses nobilim $\boxed{H = 0.21114}$

Segédmágnes momentuma $M =$ ~~2053~~ c.g.s 2085 c.g.s

Telt zuiklemez felett.

Magnetométer középen m = 13 cm magasságban

Kitérés:	179.2 skr	i = 5.05 ampér	0.03653
m = 20 cm.			
Kitérés	152.7 skl.	i = 5.00 amp.	0.03023
m = 30 cm.			
Kitérés	129.5 skr.	i = 5.00 amp.	0.02434

15 cm. átmérőjü körlemez kivágva!!

m = 13 cm magasságban				
Kitérés	150.3	i = 5.02 amp.	0.03043 2986	57
m = 20 cm magasságban				
Kitérés	143.0	i = 5.00 amp.	0.02819 2734	85
m = 30 cm magasságban				
Kitérés	124.4	i = 5.00 amp.	0.02326 2258	68

A zinklemezből egy 15cm átmérőjű körlemezt vágtunk ki.
Magnetométer a zinklemezen ; a kivágott ~~nyílás~~ rész fölött

$m = 13$ cm.

Üresen	Kitöltve		Áramerősség	
191·1				
	41·0	191·2 41·0 150·2	5·01	150·2
191·2				
	40·7	191·2 40·7 150·5	5·02	150·5
191·2				
	41·0	191·1 41·0 150·1	5·02	150·1
191·0	41·1	191·3 41·1 150·2	5·01	150·2
191·5	40·7	191·4 40·7 150·7	5·02	150·7
191·3			5·02	150·3

$m = 20$ cm

187·0				
	44·0	187·0 44·0 143·0	5·00	143·0
186·9				
	43·2	187·0 43·2 143·8	5·00	143·8
187·0				
	44·3	187·2 44·3 142·9	5·01	142·9
187·3	44·8	187·6 44·8 142·8	5·01	142·8
187·8				
	45·0	187·7 45·0 142·7	4·99	142·7
			5·00	143·0
187·6				

k.

$m = 30$ cm.

			amp.	
184.1	59.7	184.0 59.7 124.3	4.99	124.3
183.8	59.6	183.9 59.0 124.9	5.00	124.9
183.9	60.0	184.1 60 124.1	5.00	124.1
184.2	59.7	184.0 59.7 124.3	5.00	124.3
183.8	59.0	183.4 59.0 124.4	5.00	124.4
183.0			5.00	124.4

$2\,\mathrm{arctg}\,\frac{750}{13\sqrt{10225{,}25}} - 4\,\mathrm{arctg}\,\frac{56{,}25}{13\sqrt{281{,}5}}$

56,25
164

112,5
164

$\sqrt{10225{\cdot}25} = 101{\cdot}12$

02 : 2
0225 : 201.1
2425 : 2021.1
40400 : 202222

$\sqrt{281{\cdot}5} = 16{\cdot}78$

181 : 266
2550 : 3277
26100 : 334

2,0736

0·5705
29° 42'

0·2559
14° 22'

0·5184

0·2588

+ 1·0368
− 1·0032
+ 0·0336

2141 6
2073 6
1,0680

0,5705
× 1 18
1,0823

$R = 7{,}5 \qquad c = 30 \qquad \frac{R}{c} = 0{,}25 \qquad \frac{c}{R} = 4{,}00$

$\sqrt{R^2+c^2} = 30{,}93$

$\mathrm{arctg}\,\frac{R}{c} = 0{,}2449$

$\frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}} = 0{,}96993$

0,03007 . 8,25 . 3.1416

−4,77936
+ 4,04085
− 0,73851

+ 2,95404

$$-\pi - 2\frac{c^2}{R^2}\pi + \frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\pi + 2\frac{c^3}{R^2}\pi\frac{1}{\sqrt{R^2+c^2}} - 4\frac{c}{R} + 2\,\mathrm{arctg}\frac{R}{c} + 4\frac{c^2}{R^2}\mathrm{arctg}\frac{R}{c}$$

$$-\frac{4c}{R^2}\pi + \frac{1}{\sqrt{R^2+c^2}}\pi - \frac{c^2}{(R^2+c^2)^{\frac{3}{2}}}\pi + \frac{6c^2}{R^2\sqrt{R^2+c^2}}\pi - 2\frac{c^4}{R^2(R+c^2)^{\frac{3}{2}}}\pi$$

$$-\frac{4}{R} - \frac{2R}{R^2+c^2} + 8\frac{c}{R^2}\mathrm{arctg}\frac{R}{c} - 4\frac{c^2}{R^2}\frac{R}{R^2+c^2} = 0$$

$$\left[-\left(1+2\frac{c^2}{R^2}\right)\pi + \frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\left(1+2\frac{c^2}{R^2}\right)\pi - 4\frac{c}{R} + 2\left(1+2\frac{c^2}{R^2}\right)\operatorname{arc\,tg}\frac{R}{C}\right]$$

-200001 $\quad 0{,}99995$

$0{,}00005$

$\cancel{499990}$ $\quad -1{,}00005$

$\cancel{3{,}141757}$

$403{,}141757$

400

$x - 2x^3$

$$\frac{1}{1+x^2}$$

$$-\frac{2x}{(1+x^2)^2} \quad -\frac{2}{(1+x^2)^3}$$

$$\left(1-\frac{1}{2}\frac{R^2}{C^2}\right)$$

$$-\frac{1}{2}\frac{R^2}{C^2}\left(1+2\frac{c^2}{R^2}\right)\pi$$

$$-\frac{1}{2}\frac{R^2+2c^2}{c^2}$$

$\operatorname{arc\,tg} x = x -$

$$\left(-1+\frac{1}{2}\frac{R^2}{c^2}\right)\pi - 4\frac{c}{R} + 2\left(1+2\frac{c^2}{R^2}\right)\frac{R}{C}$$

$$-\cancel{4\frac{c}{R}} + \cancel{4}\frac{c}{R}$$

$$-\cancel{4\frac{c}{R}} + \cancel{4\frac{c}{R}}$$

$-\pi$

$$\int_{-1} \frac{\cos\alpha\, d\alpha}{c^2+R^2\sin^2\alpha} \qquad \frac{\sin^2\alpha\cos\alpha\, d\alpha}{c^2+R^2\sin^2\alpha} \qquad \frac{\cos^2\alpha\, d\alpha}{c^2+R\sin^2\alpha} \qquad \frac{\sin^2\alpha\cos^2\alpha\, d\alpha}{c^2+R\sin^2\alpha}$$

56,25
169

$R^2+c^2 = 225,25$ $\qquad \sqrt{R^2+c^2} = 15,01$

$R^2+2c^2 = 394,25$

56,25 · 13 = 16875, 5625, 73125

$$\frac{13}{15,01}\left\{\frac{394,25}{56,25}3,1416 - \frac{788,5\cdot 15,01}{731,25}\cdot 1,0492 - 4\cdot\frac{7,51}{7,5}\right\}$$

2004

12385758

+22,0191
20,9819
1,0372

−0,8983

169814
4,0005

11835,385
12417,686

134826

$\sqrt{R^2+c^2} = 15,01$ $\qquad \frac{R}{c} = 0,5769$ $\qquad \frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}} = 0,8661$

$\frac{2c}{R} = 3,4667$

$\text{arc tg}\frac{R}{c} = 0,5204$ $\qquad$ 0,1339

1,0408

$\frac{R}{c}+\frac{2c}{R} = 4,0436$

−4,420659
+4,380280
+0,040379

$\frac{R}{c} = 0,1$ $\qquad \frac{c}{R} = 10$ $\qquad \sqrt{R^2+c^2} = 75,37$

56,25
5625,2
5681,25

5° 42′ 37

0,0872665
12173
1794
0,0996632

40,2

$5681,25 = 75,37407$ $\qquad \frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}} = 0,9950371$

0,0049629 $\qquad$ 0,09

781 : 145,5
5625 : 1503,3
111600 : 15067,7
613100 : 1507444
1012400 : 1507480

−4,313388
4,006461
0,306927

dc a Z tengely irányába eső áramelem hatása $\quad i_z = i$

$$d(X) = +i\,\frac{b-y}{r^3}\,dc$$

$$d\left(\frac{\partial X}{\partial x}\right) = +3i\,\frac{(a-x)(b-y)}{r^5}\,dc$$

$$d\left(\frac{\partial X}{\partial y}\right) = -i\,\frac{1}{r^3}\,dc + 3i\,\frac{(b-y)^2}{r^5}\,dc$$

$$d\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right) = +3i\,\frac{(b-y)(c-z)}{r^5}\,dc$$

$$d(Y) = -\,\frac{a-x}{r^3}\,dc$$

$$d\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\right) = +i\,\frac{1}{r^3}\,dc - 3i\,\frac{(a-x)^2}{r^5}\,dc$$

$$d\left(\frac{\partial Y}{\partial y}\right) = -3i\,\frac{(a-x)(b-y)}{r^5}\,dc$$

$$d\left(\frac{\partial Y}{\partial z}\right) = -3i\,\frac{(a-x)(c-z)}{r^5}\,dc$$

$$d(Z) = 0$$

$$d\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right) = 0$$

$$d\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right) = 0$$

$$d\left(\frac{\partial Z}{\partial z}\right) = 0$$

$$r^2 = (a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2$$

X tengellyel párhuzamos egyenes áramdarab hatása x, y, z pontban Mágnes égyégre
Az egyenes kezdetpontjának koordinátái A, b, c , végpontjának koordinátái A', b, c
(tengelyrendszert lásd az elemnél) $i_x = \pm i$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = 0$$

$$X = 0 \qquad \frac{\partial X}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial X}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = - i_x \Big|_{a=A}^{a=A'} \frac{c-z}{r^3}$$

$$Y = + i_x \frac{c-z}{(b-y)^2 + (c-z)^2} \Big|_{a=A}^{a=A'} \frac{a-x}{r} \qquad \frac{\partial Y}{\partial y} = + i_x \frac{(b-y)(c-z)}{((b-y)^2+(c-z)^2)^2} \Big|_{a=A}^{a=A'} \left\{ \frac{3(a-x)}{r} - \frac{(a-x)^3}{r^3} \right\}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial z} = + i_x \frac{(c-z)^2 - (b-y)^2}{((b-y)^2+(c-z)^2)^2} \Big|_{a=A}^{a=A'} \frac{a-x}{r} + i_x \frac{(c-z)^2}{(b-y)^2+(c-z)^2} \Big|_{a=A}^{a=A'} \frac{a-x}{r^3}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = + i_x \Big|_{a=A}^{a=A'} \frac{b-y}{r^3}$$

$$Z = - i_x \frac{b-y}{(b-y)^2+(c-z)^2} \Big|_{a=A}^{a=A'} \frac{a-x}{r} \qquad \frac{\partial Z}{\partial y} = + i_x \frac{(c-z)^2 - (b-y)^2}{((b-y)^2+(c-z)^2)^2} \Big|_{a=A}^{a=A'} \frac{a-x}{r} - i_x \frac{(b-y)^2}{(b-y)^2+(c-z)^2} \Big|_{a=A}^{a=A'} \frac{a-x}{r^3}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = - i_x \frac{(b-y)(c-z)}{((b-y)^2+(c-z)^2)^2} \Big|_{a=A}^{a=A'} \left\{ \frac{3(a-x)}{r} - \frac{(a-x)^3}{r^3} \right\}$$

$$r^2 = (a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2$$

Az Y tengellyel párhuzamos egyenes áramdarab hatása.

Az egyenes kezdőpontjának összetevői: a, B, c végpontjának: a, B', c

$i_y = \pm i$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -i_y \frac{(a-x)(c-z)}{\left((a-x)^2+(c-z)^2\right)^2} \left| \left\{ \frac{3(b-y)}{r} - \frac{(b-y)^3}{r^3} \right\} \right._{b=B}^{b=B'}$$

$$X = -i_y \frac{c-z}{(a-x)^2+(c-z)^2} \left| \frac{b-y}{r} \right._{b=B}^{b=B'}$$

$$\frac{\partial X}{\partial y} = +i_y \left| \frac{c-z}{r^3} \right._{b=B}^{b=B'}$$

$$\frac{\partial X}{\partial z} = +i_y \frac{(a-x)^2-(c-z)^2}{\left((a-x)^2+(c-z)^2\right)^2} \left| \frac{b-y}{r} \right._{b=B}^{b=B'} - i_y \frac{(c-z)^2}{(a-x)^2+(c-z)^2} \left| \frac{b-y}{r^3} \right._{b=B}^{b=B'}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = 0$$

$$Y_1 = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial Y}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = +i_y \frac{(a-x)^2-(c-z)^2}{\left((a-x)^2+(c-z)^2\right)^2} \left| \frac{b-y}{r} \right._{b=B}^{b=B'} + i \frac{(a-x)^2}{(a-x)^2+(c-z)^2} \left| \frac{b-y}{r^3} \right._{b=B}^{b=B'}$$

$$Z = +i_y \frac{a-x}{(a-x)^2+(c-z)^2} \left| \frac{b-y}{r} \right._{b=B}^{b=B'}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = -i_y \left| \frac{a-x}{r^3} \right._{b=B}^{b=B'}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = +i_y \frac{(a-x)(c-z)}{\left((a-x)^2+(c-z)^2\right)^2} \left| \left\{ \frac{3(b-y)}{r} - \frac{(b-y)^3}{r^3} \right\} \right._{b=B}^{b=B'}$$

$$r^2 = (a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2$$

A Z tengellyel párhuzamos egyenes áramdarab hatása.

Az egyenes kezdőpontjának összrendezői : $a, b, \mathfrak{c}$, végpontjáéi : $a, b, \mathfrak{c}'$

$$i_z = i$$

$$X = +i_z \frac{b-y}{(a-x)^2+(b-y)^2} \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \frac{c-z}{r}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = +i_z \frac{(a-x)(b-y)}{\{(a-x)^2+(b-y)^2\}^2} \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \left\{ \frac{3(c-z)}{r} - \frac{(c-z)^3}{r^3} \right\}$$

$$\frac{\partial X}{\partial y} = +i_z \frac{(b-y)^2-(a-x)^2}{\{(a-x)^2+(b-y)^2\}^2} \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \frac{c-z}{r} + i \frac{(b-y)^2}{(a-x)^2+(b-y)^2} \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \frac{c-z}{r^3}$$

$$\frac{\partial X}{\partial z} = -i_z \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \frac{b-y}{r^3}$$

$$Y = -i_z \frac{a-x}{(a-x)^2+(b-y)^2} \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \frac{c-z}{r}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial x} = +i_z \frac{(b-y)^2-(a-x)^2}{\{(a-x)^2+(b-y)^2\}^2} \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \frac{c-z}{r} - i \frac{(a-x)^2}{(a-x)^2+(b-y)^2} \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \frac{c-z}{r^3}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = -i_z \frac{(a-x)(b-y)}{\{(a-x)^2+(b-y)^2\}^2} \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \left\{ \frac{3(c-z)}{r} - \frac{(c-z)^3}{r^3} \right\}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial z} = +i_z \Bigg|_{c=\mathfrak{c}}^{c=\mathfrak{c}'} \frac{a-x}{r^3}$$

$$Z = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = 0$$

$$r^2 = (a-x)^2 + (b-y)^2 + (c-z)^2$$

Ha u, v, w a egyik electrod összetevői a melyen i áram a fürdőbe halad, és u', v', w' a másik electrod összetevőit jelenti, a mely electrodtól az i áram a fürdőből kimegy, akkor a fürdőn kívüli vezetékre:

$$\frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} = i \left\{ \frac{v'-y}{\left((u'-x)^2 + (v'-y)^2 + (w'-z)^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{v-y}{\left((u-x)^2 + (v-y)^2 + (w-z)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} = i \left\{ \frac{u'-x}{\left((u'-x)^2 + (v'-y)^2 + (w'-z)^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{u-x}{\left((u-x)^2 + (v-y)^2 + (w-z)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right\}$$

Mágnes a föld szintje felett a, d, e elektródokkal

X tengely az a, d, e elektródokon keresztül; pozitív iránya kelet felé.
(X, Y) sík a felszín

A mágnes őskoordinátái: $x=0$, $y=0$, $z=-25\,c$.

Az elektródokhoz vezető visszintes egyenes drótokra (Y-nal párhuzamosak)

az a-ba vezetőre: $a=-500$; b: $B=0$-tól $B'=2200$-ig; $c=-20$

d-be ": $a=+500$; b: $B=0$-tól $B'=2200$-ig; $c=-20$

e-be ": $a=+1500$; b: $B=0$-tól $B'=2200$-ig; $c=-20$

Az a, d, e-be vezető egyenes drótok visszintes záró drótjaira (X-el párhuzamosak)

a K_{ad} vezetőre: a: $A=-500$-tól $A'=+500$-ig; $b=2200$; $c=-20$

K_{de} ": a: $A=+500$-tól $A'=+1500$-ig; $b=2200$; $c=-20$

K_{ae} ": a: $A=-500$-tól $A'=+1500$-ig; $b=2200$; $c=-20$

Az a, d, e elektródokhoz lefelé vezető drótdarabok függélyesek (Z-vel párhuzamosak)

az a-ba vezetőre: $a=-500$; $b=0$; c: $C=-20$-tól $C'=+30$-ig

d-be ": $a=+500$; $b=0$; c: $C=-20$-tól $C'=+30$-ig

e-be ": $a=+1500$; $b=0$; c: $C=-20$-tól $C'=+30$-ig

Áramintenzitás: $i_x=i_y=i_z=+0.1=1$ amp. ha teszünk $B'=\infty$

		$\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_k$	$\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Y}{\partial z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_k$	$\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Y}{\partial z}\right)_k$
Y-nal párhuz.	a darab	$+0.4091\cdot10^{-6}$	$+0.3899$	-0.3955	0	$+0.3999$	$+0.3999$	-0.3999	0
	d "	$+0.4091\cdot10^{-6}$	$+0.3899$	$+0.3955$	0	$+0.3999$	$+0.3999$	$+0.3999$	0
	e "	$+0.0484$	$+0.0367$	$+0.0365$	0	$+0.0444$	$+0.0444$	$+0.0444$	0
X-el párhuz.	K_{ad} "	0	0	-0.0178	-0.0091				
	K_{de} "	-0.0075	0	-0.0107	-0.0071				
	K_{ae} "	-0.0075	0	-0.0285	-0.0162				
Z-vel párhuz.	a "	0	0	0	$+0.0070$				
	d "	0	0	0	-0.0070				
	e "	0	0	0	-0.0001				

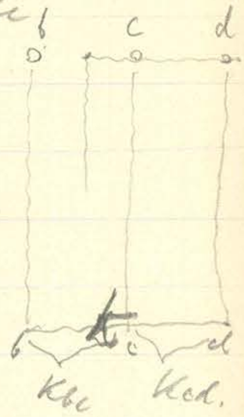
	$\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)_k-\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_k$ közvetlen	összetett	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_k-\left(\frac{\partial Y}{\partial z}\right)_k$ közvetlen	összetett		
ad külső vezetékre	0	0	$+0.7857$	$+0.7857$	$u=-500$, $v=0$, $W=30$	$u'=+500$, $v=0$; $W=30$
dc " "	0	0	-0.3485	-0.3487	$u=+500$, " "	$u'=+1500$ " " "
ac " "	0	0	$+0.4372$	$+0.4370$	$u=-500$ " "	$u'=+1500$ " "

<u>Mágnes a föld színe felett. b c d elektródok</u>

X tengely b, c, d, elektródokon keresztül pozitív kelet felé;

X, Y sík a felszín $z=0$

A mágnes középpontja: $x=0$ $y=0$ $z=-25$ c.



az elektródokhoz vezető vízszintes egyenes drótok (Y al párhuzamosak)

b be vezetőre: $a=-166$, b: $B=0$ tól $B'=2200$ cig, $C=-20$

c be vezetőre: $a=+166$, b: $B=0$ tól $B'=2200$ cig, $C=-20$

d be vezetőre: $a=+500$, b: $B=0$ tól $B'=2200$ cig, $C=-20$

Az b, c, d be vezető egyenes drótok visszatérő drótjaira (X el párhuzamosak)

K_{bc} vezetőre : a : $A=-166$ tól $A'=+166$ ig $b=2200$ $c=-20$

K_{cd} vezetőre : a : $A=+166$ tól $A'=+500$ ig $b=2200$ $c=-20$

K_{bd} vezetőre : a : $A=-166$ tól $A'=+500$ ig $b=2200$ $c=-20$

a, b, c, d elektródokhoz lefelé vezető drótdarabok függőlegesek (Z el párhuzamosak)

b-be vezető : $a=-166$ c $b=0$ c: $C=-20$ tól $C'=+30$ c

c be vezető : $a=+166$ c $b=0$ c: $C=-20$ tól $C'=+30$ c

d be vezető : $a=+500$ c $b=0$ c: $C=-20$ tól $C'=+30$ c.

Áram erősség $i_x=i_y=i_z=+0{,}1=1$ ampère

		$\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_K$	$\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)_K$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_K$	$\left(\frac{\partial Y}{\partial z}\right)_K$	Ha a távolság $B'=\infty$ $\left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_K$	$\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_K$	$\left(\frac{\partial Y}{\partial z}\right)_K$
Y al párhuzamos	b darab	$+3{,}6293 \cdot 10^{-6}$	$+3{,}6088$	$-3{,}6225$	0	$+3{,}6191 \cdot 10^{-6}$	$+3{,}6191$	$-3{,}6240$	0
	c "	$+3{,}6293 \cdot 10^{-6}$	$+3{,}6088$	$+3{,}6225$	0	$+3{,}6191$	$+3{,}6191$	$+3{,}6240$	0
	d "	$+0{,}4091 \cdot 10^{-6}$	$+0{,}3899$	$+0{,}3955$	0	$+0{,}3999$	$+0{,}3999$	$+0{,}3999$	0
X el párhuzamos	K_{bc} "	0	0	$-0{,}0062$	$-0{,}0031$				
	K_{cd} "	$-0{,}0073$	0	$-0{,}0058$	$-0{,}0030$				
	K_{bd} "	$-0{,}0013$	0	$-0{,}0120$	$-0{,}0061$				
Z vel párhuzamos	b "	0	0	0	$+0{,}5201$				
	c "	0	0	0	$-0{,}5201$				
	d "	0	0	0	$-0{,}0070$				

	$\left(\frac{\partial X}{\partial z}\right)_K - \left(\frac{\partial Z}{\partial x}\right)_K$ Korrekcióval számolva	Összevonásból	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_K - \left(\frac{\partial Y}{\partial z}\right)_K$ Korrekcióval számolva	Összevonásból		
b, c Külső vezetékre	0	0	$+6{,}2081$	$+6{,}2079$	$u=-166$ $v=0$ $w=+30$	$u'=+166$ $v'=0$ $w'=+30$
cd Külső vezetékre	0	0	$-2{,}7112$	$-2{,}7111$	$u=+166$ " "	$u'=+500$
bd Külső vezetékre	0	0	$+3{,}4969$	$+3{,}4968$	$u=-166$	$u'=+500$

Mágnes a föld szintje alatt: b, c, d elektródok.

X tengely b, c, d elektródokon keresztül; pozitív iránya Kelet felé, (xy) sík a felszín.-

A mágnes összrendezői: $x=0$, $y=0$, $z=+33$

az elektródokhoz vezető vízszintes egyenes drótokra (y-nal párhuzamosak)

a b-be vezetőkre: $a=-166$, b: $B=0$tól $B'=2200$ig, $c=-20$

c " " : $a=+166$, b: $B=0$tól $B'=2200$ig, $c=-20$

d " " : $a=+500$, b: $B=0$tól $B'=2200$ig, $c=-20$

A b, c, d-be vezető egyenes drótok vízszintes záró drótjaira (X-el párhuzamosak)

a K_{bc} vezetőre: a: $A=-166$tól $A'=+166$ig, $b=2200$ $c=-20$

K_{cd} " : a: $A=+166$tól $A'=+500$ig $b=2200$ $c=-20$

K_{bd} " : a: $A=-166$tól $A'=+500$ig $b=2200$ $c=-20$

A b, c, d elektródokhoz lefelé vezető drótdarabok függélyesek (Z-vel párhuzamosak)

a b be vezetőre: $a=-166$; $b=0$, c: $C=-20$tól $C'=+30$ig

c " " $a=+166$, $b=0$, c: $C=-20$tól $C'=+30$ig

d " " $a=+500$ $b=0$ c: $C=-20$tól $C'=+30$ig

Áramintenzitás: $i_x=i_y=i_z=+0'1=1$amp. ha tennők $B'=\infty$

		$\left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)_k$	$\left(\frac{\partial X}{\partial Z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_k$	$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)_k$	$\left(\frac{\partial X}{\partial Z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_k$
y-nal párhuz.	b darab	$+2,6942.10^{-6}$	+2,6737	−3,1357	0	+2,6840	+2,6840	−3,1372	0
	c "	+2,6942	+2,6737	+3,1357	0	+2,6840	+2,6840	+3,1372	0
	d "	+0,3960	+0,3768	+0,3890	0	+0,3868	+0,3868	+0,3933	0
X-el párhuz.	K_{bc} "	0	0	−0,0062	−0,0029				
	K_{cd} "	−0,0013	0	−0,0058	−0,0030				
	K_{bd} "	−0,0013	0	−0,0120	−0,0059				
Z-vel párhuz.	b "	0	0	0	−0,4900				
	c "	0	0	0	+0,4900				
	d "	0	0	0	+0,0066				

	$\left(\frac{\partial X}{\partial Z}\right)_k -$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial X}\right)_k$	$\left(\frac{\partial Z}{\partial y}\right)_k -$	$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_k$		
	Közvetlen	összetett	közvetlen	összetett		
bc külső vezetékre	0	0	+7,2544	+7,2547	$u=-166, v=0, w=+30$	$u'=+166; v=0, w'=+30$
cd " "	0	0	−3,2272	−3,2273	$u=+166$ " "	$u'=+500$; " "
bd " "	0	0	+4,0272	+4,0274	$u=-166$ " "	$u'=+500$ " "

Mágnes a föld szintje alatt a, d, e elektródokkal

X tengely az a, d, e elektródokon keresztül; positiv iránya kelet felé.
(X, Y) sík a felszín.

A mágnes összrendezői: $x=0$; $y=0$; $z=+33$.

Az elektródokhoz vezető vízszintes egyenes drótokra (Y-nal párhuzamosak)
az a-ba vezetőre: $a=-500$; b: $B=0$-tól $B'=2200$-ig; $c=-20$
d-be ": $a=+500$; b: $B=0$-tól $B'=2200$-ig; $c=-20$
e-be ": $a=+1500$; b: $B=0$-tól $B'=2200$-ig; $c=-20$

Az a, d, e-be vezető egyenes drótok vízszintes záró drótjaira (X-el párhuzamosak)
a K_{ad} vezetőre: a: $A=-500$-tól $A'=+500$-ig; $b=2200$; $c=-20$
K_{de} ": a: $A=+500$-tól $A'=+1500$-ig; $b=2200$; $c=-20$
K_{ae} ": a: $A=-500$-tól $A'=+1500$-ig; $b=2200$; $c=-20$

Az a, d, e elektródokhoz lefelé vezető drótdarabok függélyesek (Z-vel párhuzamosak)
az a-ba vezetőre; $a=-500$; $b=0$; c: $C=-20$-tól $C'=+30$-ig
d-be ": $a=+500$; $b=0$; c: $C=-20$ $C'=+30$-ig
e " ": $a=+1500$; $b=0$; c: $C=-20$ $C'=+30$-ig

Áramintenzitás: $i_x = i_y = i_z = +0{\cdot}1 = 1$ amp. ha továbbá $B' = \infty$

	$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_k$	$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_k$	$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_k$	$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_k$	$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_k$	$\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_k$
Y-nal párhuz. a darab	$+0{\cdot}3960 \cdot 10^{-6}$	$+0{\cdot}3768$	$-0{\cdot}3890$	0	$+0{\cdot}3868$	$+0{\cdot}3868$	$-0{\cdot}3933$	0
d "	$+0{\cdot}3960 \cdot 10^{-6}$	$+0{\cdot}3768$	$+0{\cdot}3890$	0	$+0{\cdot}3868$	$+0{\cdot}3868$	$+0{\cdot}3933$	0
e "	$+0{\cdot}0482$	$+0{\cdot}0366$	$+0{\cdot}0364$	0	$+0{\cdot}0443$	$+0{\cdot}0443$	$+0{\cdot}0444$	0
X-el párhuz. K_{ad}	0	0	$-0{\cdot}0178$	$-0{\cdot}0089$				
K_{de}	$-0{\cdot}0075$	0	$-0{\cdot}0106$	$-0{\cdot}0070$				
K_{ae}	$-0{\cdot}0075$	0	$-0{\cdot}0284$	$-0{\cdot}0159$				
Z-vel párhuz. a "	0	0	0	$-0{\cdot}0066$				
d "	0	0	0	$+0{\cdot}0066$				
e "	0	0	0	$+0{\cdot}0001$				
	$\left(\frac{\partial x}{\partial z}\right)_k - \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_k$		$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)_k - \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_k$					
	Közvetlen	összetett	Közvetlen	összetett				
ad külső vezetékre	0	0	$+0{\cdot}8000$	$+0{\cdot}8001$	$u=-500$; $v=0$, $w=30$		$u'=+500$, $v'=0$; $w'=30$	
dc "	0	0	$-0{\cdot}3555$	$-0{\cdot}3555$	$u=+500$ " "		$u'=+1500$; " "	
ac "	0	0	$+0{\cdot}4445$	$+0{\cdot}4446$	$u=-500$ " "		$u'=+1500$; " "	

$$\frac{y}{i} = -2\,\mathrm{arctg}\frac{R}{c} + \frac{4c}{R} - \frac{4c^2}{R^2}\mathrm{arctg}\frac{R}{c} + \frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\left(\frac{\sqrt{R^2+c^2}}{c} - 1\right)\pi$$

$$- 2\frac{c^2}{R^2}\frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\left(1 - \frac{\sqrt{R^2+c^2}}{c}\right)\pi$$

$$= -2\,\mathrm{arctg}\frac{R}{c} + \frac{4c}{R} - \frac{4c^2}{R^2}\mathrm{arctg}\frac{R}{c} + \pi - \frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\pi$$

$$+ 2\frac{c^2}{R^2}\pi - 2\frac{c^2}{R^2}\frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\pi$$

$$= \left(\pi - 2\,\mathrm{arctg}\frac{R}{c}\right) + 2\frac{c^2}{R^2}\left(\pi - 2\,\mathrm{arctg}\frac{R}{c}\right) - \left(1 + \frac{2c^2}{R^2}\right)\frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\pi + \frac{4c}{R}$$

$$= \left(\pi - 2\,\mathrm{arctg}\frac{R}{c}\right) + 2\frac{c^2}{R^2}\left(1 - \mathrm{arctg}\frac{R}{c}\right) + \cancel{\frac{c^2}{R^2}\pi} - \left(1 + \frac{2c^2}{R^2}\right)\frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\pi + \frac{4c}{R}$$

$$= \left(1 + 2\frac{c^2}{R^2}\right)\mathrm{arctg}\frac{c}{R} + \cancel{\quad} + \frac{4c}{R} - \left(1 + \frac{2c^2}{R^2}\right)\frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\pi$$

$$\cancel{\frac{c - \sqrt{R^2+c^2}}{R^2}} \qquad \cancel{-\frac{i}{2}\frac{1}{\sqrt{R^2+c^2}}\frac{2R}{2R}}$$

$\mathrm{arctg}\frac{c}{R} + \mathrm{arctg}\frac{R}{c} = \frac{\pi}{2}$

$\frac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\frac{R}{c} - \mathrm{arctg}\frac{c}{R}$

$$-\frac{c}{R} - 3\frac{c^3}{R^3} + \frac{4c}{R} - \pi - \frac{2c^2}{R^2}\pi$$

$$3\frac{c}{R} - 3\frac{c^3}{R^3} - \pi - \frac{2c^2}{R^2}\pi$$

$$y = -i\frac{c}{R}\left\{R^2\left(\frac{2}{cR} + \frac{4c}{R^3}\right)\mathrm{arctg}\frac{R}{c} - \frac{4}{R^2}\right\} + \frac{R^3\pi}{\sqrt{R^2+c^2}}\left\{\left(2\frac{c^2}{R^4} + \frac{1}{R^2}\right)\left(1 - \frac{\sqrt{R^2+c^2}}{c}\right)\right\}$$

$$y = -i\frac{c}{R}\left\{\left(\frac{2R}{c} + \frac{4c}{R}\right)\mathrm{arctg}\frac{R}{c} - 4 + \pi\frac{R^3}{\sqrt{R^2+c^2}}\left(2\frac{c^2}{R^4} - 2\frac{c\sqrt{R^2+c^2}}{R^3} + \frac{1}{R^2} - \frac{\sqrt{R^2+c^2}}{cR^2}\right)\right.$$

jó van

$$y^* = -i\frac{c}{R}\left[\left(\frac{2R}{c} + \frac{4c}{R}\right)\mathrm{arctg}\frac{R}{c} - 4 + \pi\left\{\frac{2c^2}{R\sqrt{R^2+c^2}} - \frac{2c}{R} + \frac{R}{\sqrt{R^2+c^2}} - \frac{R}{c}\right\}\right]$$

$$y = -i\frac{c}{R}\left[\left(\frac{2R}{c} + \frac{4c}{R}\right)\mathrm{arctg}\frac{c}{R} - 4 + \pi\frac{R}{\sqrt{R^2+c^2}}\left(2\frac{c^2}{R^2} + 1\right)\right]$$

$$y = -i\frac{c}{R}\left[2\frac{R^2+2c^2}{Rc}\mathrm{arctg}\frac{c}{R} - 4 + \frac{R^2+2c^2}{R\sqrt{R^2+c^2}}\pi\right] = -i\frac{c}{\sqrt{R^2+c^2}}\left[2\frac{(R^2+2c^2)\sqrt{R^2+c^2}}{Rc}\mathrm{arctg}\frac{c}{R} - 4 + \frac{R^2+2c^2}{Rc}\pi\right]$$

$$\int_{-1}^{+1}\frac{x^2\sqrt{1-x^2}}{c^2+R^2x^2}\,dx \qquad X' = c^2+R^2x^2 \quad f=c^2 \quad g=R^2$$

$$X = 1-x^2 \qquad a=+1 \qquad b=-1$$

$$\int = -\frac{1}{R^2}\int\frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^2}} + \left(\frac{1}{R^2}+\frac{c^2}{R^4}\right)\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} - \left(\frac{c^2}{R^2}+\frac{c^4}{R^4}\right)\int\frac{dx}{(c^2+R^2x^2)\sqrt{1-x^2}}$$

$$= \cancel{-\frac{2}{R^4}+\frac{2c}{R^5}\operatorname{arctg}\frac{R}{c}} \qquad \int\frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{x\sqrt{1-x^2}}{2}+\frac{1}{2}\arcsin x$$

$$\int_{-1}^{+1}\frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{\pi}{2} \qquad \int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \pi$$

$$\int\frac{dx}{(c^2+R^2x^2)\sqrt{1-x^2}} = \Bigg|\frac{1}{\sqrt{c^2R^2+c^4}}\operatorname{arctg}\frac{x\sqrt{c^2R^2+c^4}}{c^2\sqrt{1-x^2}} = \frac{1}{\sqrt{c^2R^2+c^4}}\pi$$

$$\int_{-1}^{+1}\frac{x^2\sqrt{1-x^2}}{c^2+R^2x^2}\,dx = -\frac{\cancel{1}}{R^2}\frac{\pi}{\cancel{2}} + \left(\frac{\cancel{1}}{\cancel{R^2}}+\frac{c^2}{R^4}\right)\pi - \left(\frac{c^2}{R^2}+\frac{c^4}{R^4}\right)\frac{1}{\sqrt{c^2R^2+c^4}}\pi$$

$$= +\frac{c^2}{R^4}\pi - \frac{1}{R^2}\left(c^2+\frac{c^4}{R^2}\right)\frac{1}{\sqrt{c^2R^2+c^4}}\pi$$

$$= +\frac{c^2}{R^4}\pi - \frac{c}{R^4}\sqrt{c^2R^2+c^4}\cdot\pi = \frac{c^2}{R^4}\pi\left(1-\sqrt{1+\frac{R^2}{c^2}}\right)$$

c^2+