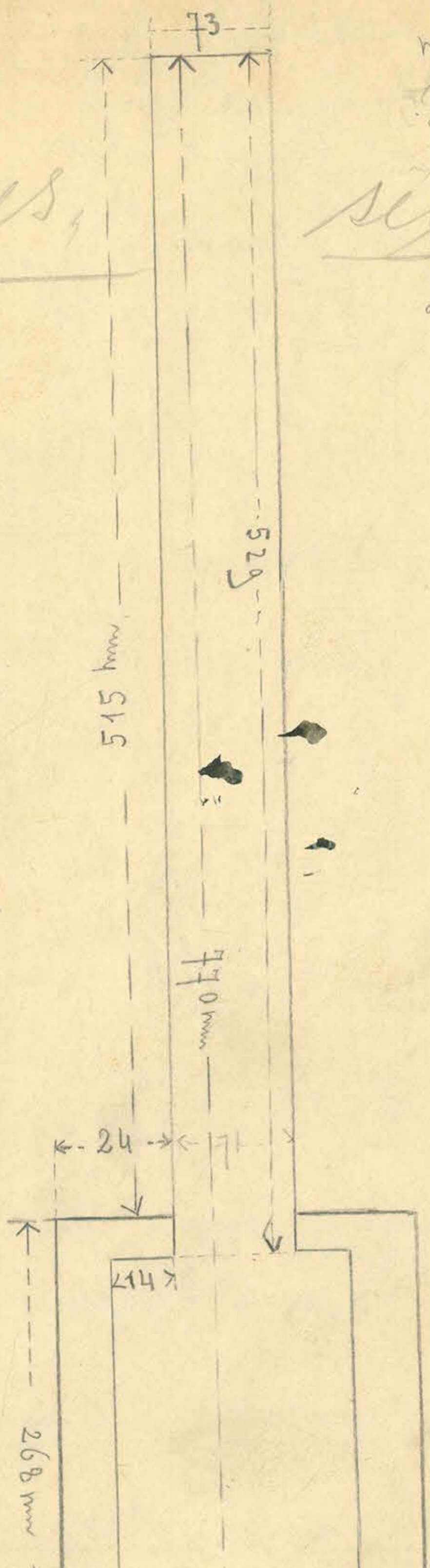
Ms 5102/8. Eötvös Lill. Pekár Dezső jegyzetei
mágnesség

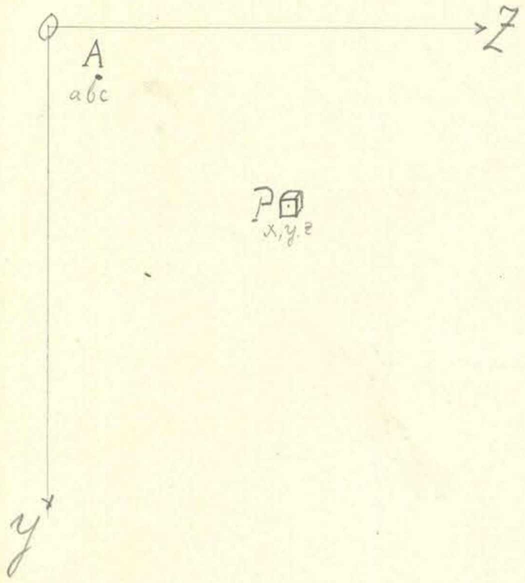
Kívül írott számok külső méretek
Belül írottak belsők.

Mágnes, ségi mérések

Lemez vastagság: 1 mm



M momentumú mágnes indukciójának alávetett testek által a mágnesre gyakorolt erőnek a mágnes tengelyére merőleges összetevője.



A coordinatarendszer X tengelye a rajz síkjára merőleges. a mágnes tengely X-el párhuzamos. A $\underline{P}$ pontban levő $\underline{dv}$ térfogatelem coordinatái: x, y, z; az $\underline{A}$ (a, b, c) pontban a mágnes az YZ síkra merőlegesen áll.

$$m_x = \kappa\, dx\, dy\, dz \left(\frac{3(a-x)^2}{r^5} M - \frac{M}{r^3} \right)$$

$$m_y = \kappa\, dx\, dy\, dz\, \frac{3(b-y)(a-x)}{r^5} M$$

$$m_z = \kappa\, dx\, dy\, dz\, \frac{3(c-z)(a-x)}{r^5} M$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = -3 \frac{(c-z)}{r^5} M + 15 \frac{(c-z)(a-x)^2}{r^7} M$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = +15 \frac{(a-x)(b-y)(c-z)}{r^7} M$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = -3 \frac{(a-x)}{r^5} M + 15 \frac{(a-x)(c-z)^2}{r^7} M$$

A mágnes által az infliált elemre gyakorolt erő

$$P'_z = m_x \frac{\partial Z}{\partial x} + m_y \frac{\partial Z}{\partial y} + m_z \frac{\partial Z}{\partial z}$$

$$P'_z = \kappa\, dv\, M^2 \Big\{ -9 \frac{(c-z)(a-x)^2}{r^{10}} + 45 \frac{(c-z)(a-x)^4}{r^{12}} + 3 \frac{(c-z)}{r^8} - 15 \frac{(c-z)(a-x)^2}{r^{10}} +$$
$$+ 45 \frac{(c-z)(a-x)^2(b-y)^2}{r^{12}} - 9 \frac{(c-z)(a-x)^2}{r^{10}} + 45 \frac{(a-x)^2(c-z)^3}{r^{12}} \Big\}$$

$$P'_z = \kappa\, dv\, M^2 \left\{ 12 \frac{(a-x)^2(c-z)}{r^{10}} + 3 \frac{(c-z)}{r^8} \right\} =$$
$$= \kappa\, dv\, M^2 \left\{ 12 \frac{(a-x)^2(c-z)}{[(a-x)^2+(b-y)^2+(c-z)^2]^5} + 3 \frac{c-z}{[(a-x)^2+(b-y)^2+(c-z)^2]^4} \right\}$$

Az infliált elem által a mágnesre gyakorolt erőnek a tengelyre merőleges összetevője

$$\text{I)} \quad P_z = \kappa\, dv\, M^2 (z-c) \left\{ 12 \frac{(x-a)^2}{[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]^5} + 3 \frac{1}{[(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2]^4} \right\} \quad \text{I)}$$

$$P_z = \kappa\, dq\, M^2 (z-c) \left[\left[\left\{ \frac{45}{32} \frac{(x-a)^7}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^3} + \frac{165}{32} \frac{(x-a)^5}{\left((y-b)^2+(c-z)^2\right)^2} + \frac{219}{32} \frac{(x-a)^3}{\left((y-b)^2+(c-z)^2\right)} + \frac{57}{32}(x-a) \right\} \frac{1}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(c-z)^2\right)^4} \right]_{x=x_1}^{x=x_2} + \frac{45}{32} \frac{1}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^{\frac{7}{2}}} \operatorname{arctg} \frac{(x-a)}{\sqrt{(y-b)^2+(z-c)^2}} \right]$$

$x_1=0$ -tól $x_2=h$ -ig terjedő oszlopra nézve, ha továbbá $a=b=c=0$

és $\frac{y}{h}=\eta$, $\frac{z}{h}=\zeta$ dq az oszlop keresztmetszete (például $dq=dy\,dz$ $dq=h^2 d\eta\, d\zeta$.)

$$P_z = \frac{1}{2} \kappa M^2 dq \frac{\zeta}{h^6} \left\{ \frac{2{,}8726 + 10{,}3125(\eta^2+\zeta^2) + 13{,}6875(\eta^2+\zeta^2)^2 + 3{,}1875(\eta^2+\zeta^2)^3}{(\eta^2+\zeta^2)^3(1+\eta^2+\zeta^2)^4} + \frac{2{,}8726}{(\eta^2+\zeta^2)^{\frac{7}{2}}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\eta^2+\zeta^2}} \right\}$$

dq keresztmetszetü az X tengelylyel párhuzamos és $X = X_1$-től $X = X_2$-ig terjedő oszlop által gyakorolt erőösszetevő.

Az I.) egyenletbe téve

$$dv = dq\,dx$$

és integrálva

$$\mathfrak{P}_z = \varkappa\, dq\, M^2 (z-c) \Bigg|_{X=X_1}^{X=X_2} \Bigg[\left\{ \frac{15}{16} \frac{(x-a)^5}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^3} + \frac{5}{2} \frac{(x-a)^3}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^2} + \frac{33}{16} \frac{(x-a)}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)} \right\} \frac{1}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^3} +$$

$$+ \frac{15}{16} \frac{1}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^{7/2}} \operatorname{arctg} \frac{(x-a)}{\sqrt{(y-b)^2+(z-c)^2}} +$$

$$+ \left\{ \frac{15}{32} \frac{(x-a)^7}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^3} + \frac{55}{32} \frac{(x-a)^5}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^2} + \frac{73}{32} \frac{(x-a)^3}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)} - \frac{15}{32}(x-a) \right\} \frac{1}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^{1/2}} +$$

$$+ \frac{15}{32} \frac{1}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^{7/2}} \operatorname{arctg} \frac{(x-a)}{\sqrt{(y-b)^2+(z-c)^2}} \Bigg] \quad \ldots\ldots 2)$$

———— . ————

A 2) egyenletből következik az $X = -\infty$-től $X = +\infty$-ig terjedő oszlop hatása

$$\mathfrak{P}_z = k\, dq\, M^2 \frac{45}{32} \pi \frac{z-c}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^{7/2}} \quad \ldots\ldots 3)$$

———— . ————

Az Z tengelyre merőleges $\underline{dz}$ vastagságú $X = -\infty$-től $X = +\infty$-ig és $y = y_1$-től $y = y_2$-ig terjedő lap hatása; téve

$$dq = dy\,dz$$

3) egyenletből integrálással következik

$$\mathfrak{P}_z = k\, dz\, M^2 \frac{45}{32} \pi \Bigg|_{y=y_1}^{y=y_2} \left\{ \frac{8}{15}\left(\frac{y-b}{z-c}\right)^5 + \frac{4}{3}\left(\frac{y-b}{z-c}\right)^3 + \frac{y-b}{z-c} \right\} \frac{1}{\left((y-b)^2+(z-c)^2\right)^{5/2}} \quad \ldots 4)$$

———— . ————

A $\underline{Z}$ tengelyre merőleges két irányban végtelen lap hatása

$$\mathfrak{P}_z = k\, dz\, M^2 \frac{3}{2} \pi \frac{1}{(z-c)^5} \quad \ldots\ldots 5)$$

———— . ————

$$\frac{\partial P_z}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial P_z}{\partial c} = K\pi M^2 \frac{225}{32} \frac{d\rho}{\rho^6} \Big| _{x=x_1}^{x=x_2} \operatorname{arctg} \frac{x-a}{\rho} + \qquad \frac{225}{32} = 7{,}03125$$

$$+ K\pi M^2 \Big| _{x=x_1}^{x=x_2} \frac{\rho^4 d\rho}{((x-a)^2+\rho^2)^5} \left\{ \frac{351}{32}\left(\frac{x-a}{\rho}\right) + \frac{1830}{32}\left(\frac{x-a}{\rho}\right)^3 + \frac{1920}{32}\left(\frac{x-a}{\rho}\right)^5 + \frac{1050}{32}\left(\frac{x-a}{\rho}\right)^7 + \frac{225}{32}\left(\frac{x-a}{\rho}\right)^9 \right\} \qquad 9)$$

A 8.) egyenletből integratióval $\rho = \rho_1$-től $\rho = \rho_2$-ig következnek az $\underline{X}$ tengelyre merőleges gyűrűs lap által gyakorolt erőnek differentialhányadosai.

$$\frac{\partial P_z}{\partial a} = K\pi\, dx\, M^2 \Big| _{\rho=\rho_1}^{\rho=\rho_2} \frac{(x-a)^4}{(\rho^2+(x-a)^2)^5} \left\{ \frac{105}{16}\left(\frac{\rho}{x-a}\right)^9 + \frac{245}{8}\left(\frac{\rho}{x-a}\right)^7 + 56\left(\frac{\rho}{x-a}\right)^5 + \frac{395}{8}\left(\frac{\rho}{x-a}\right)^3 - \frac{105}{16}\left(\frac{\rho}{x-a}\right) \right\}$$

$$+ K\pi\, dx\, M^2 \Big| _{\rho=\rho_1}^{\rho=\rho_2} \frac{1}{(x-a)^6} \operatorname{arctg}\left(\frac{\rho}{x-a}\right) \qquad 10)$$

$$\frac{\partial P_z}{\partial b} = 0$$

$$\frac{\partial P_z}{\partial c} = K\pi\, dx\, M^2 \Big| _{\rho=\rho_1}^{\rho=\rho_2} \frac{(x-a)^4}{(\rho^2+(x-a)^2)^5} \left(-3\left(\frac{\rho}{x-a}\right)^4 - 15\left(\frac{\rho}{x-a}\right)^2 \right)$$

ha ρ_2 végtelen és $\rho_1 = \rho$ akkor:

~~vagy~~ $\frac{\partial P_z}{\partial c} = 3K\pi M^2 \frac{dx}{\rho^6} \frac{1}{\left(1+\left(\frac{x-a}{\rho}\right)^2\right)^5} \left(1 + 5\left(\frac{x-a}{\rho}\right)^2\right)$ gyűrű lapra

integrálva $= x = x_1$-től x_2-ig

Az előbbi szerint két irányban végtelen lap esetében

$$\frac{\partial P_z}{\partial c} = k\,dz\,\mathcal{M}^2 \frac{15}{2}\pi \frac{1}{(z-c)^6} \quad \text{......} \quad 6)$$

Az influált elem által gyakorolt $\underline{P_z}$ erőnek differentiálhányadosai az 1) egyenlet alapján:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial P_z}{\partial a} &= k\,dv\,\mathcal{M}^2(z-c)\left\{120\,\frac{(x-a)^3}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^6}\right\}\\
\frac{\partial P_z}{\partial b} &= k\,dv\,\mathcal{M}^2(z-c)\left\{120\,\frac{(x-a)^2(y-b)}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^6} + 24\,\frac{y-b}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^5}\right\}\\
\frac{\partial P_z}{\partial c} &= k\,dv\,\mathcal{M}^2\left\{-12\,\frac{(x-a)^2}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^5} - 3\,\frac{1}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^4} + \right.\\
&\qquad \left. +120\,\frac{(z-c)^2(x-a)^2}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^6} + 24\,\frac{(z-c)^2}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^5}\right\}
\end{aligned}\right\} \quad 7)$$

Az $\underline{X}$ tengelyre merőleges köralakú gyűrű által a mágnesre gyakorolt $\underline{P_z}$ erőnek differentiálhányadosai a mágnesnek középponti helyzetében ($b=0$ és $c=0$); a gyűrű sugara $=\rho$, keresztmetszete $= d\rho\,dx$

$$z=\rho\cos\alpha \quad \text{és} \quad y=\rho\sin\alpha$$

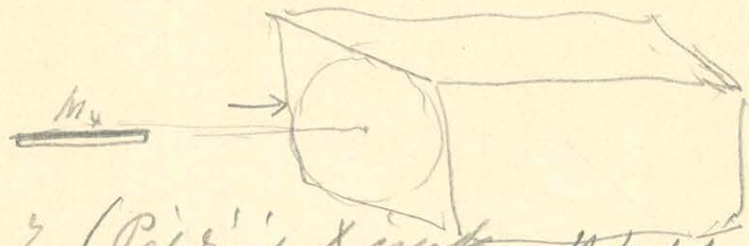
$$\left.\begin{aligned}
\frac{\partial P_z}{\partial a} &= k\pi\rho^2 d\rho\,dx\,\mathcal{M}^2 \cdot 240\,\frac{(x-a)^3}{\left((x-a)^2+\rho^2\right)^6}\\
\frac{\partial P_z}{\partial b} &= 0\\
\frac{\partial P_z}{\partial c} &= k\pi\mathcal{M}^2\,\frac{\rho^5 d\rho\,dx}{\left((x-a)^2+\rho^2\right)^6}\left\{18 + 108\,\frac{(x-a)^2}{\rho^2} - 30\,\frac{(x-a)^4}{\rho^4}\right\}
\end{aligned}\right\} \quad \text{...} \quad 8)$$

Körhengeres cső által gyakorolt $\underline{P_z}$ erőnek differentiálhányadosai a cső tengelyében ($b=0$, $c=0$) a 8) egyenletekből levezetve

$$\frac{\partial P_z}{\partial a} = -k\pi\mathcal{M}^2\,\frac{\rho^4 d\rho}{\left((x-a)^2+\rho^2\right)^5}\left\{6 + 30\,\frac{(x-a)^2}{\rho^2}\right\}\Bigg|_{x=x_1}^{x=x_2}$$

vefte

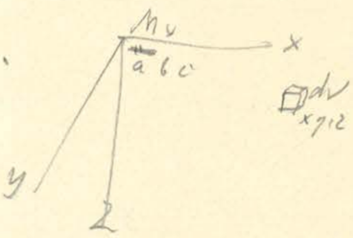
Translatorikus mágneses erő az derékszögű parallelepipedon (vagy hasáb) hosszirányú tengelyében fekvő s avval párhuzamos tengelyű elemi mágnesre: A) azon mágnes influáló hatása folytán, B) a külső (földi) állandó mágneses intensitás influáló hatása folytán.



Tengelyrendszer X, Y, Z (Például X észak, Y kelet, Z lefelé)

Az X irányú mágnes momentuma $= M_x$ összrendezői a, b, c

Az influált ~~[illegible]~~ térfogatelem dv coordinátái x, y, z.



A. A mágnes influáló hatása.

A mágnes által influált térfogati elemek momentumai:

$$d\mu_x = \kappa\, dv\left(3\frac{(x-a)^2}{r^5} - \frac{1}{r^3}\right)M_x \qquad r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (c-z)^2$$

$$d\mu_y = \kappa\, dv . 3\frac{(x-a)(y-b)}{r^5} M_x$$

$$d\mu_z = \kappa\, dv\, 3\frac{(x-a)(z-c)}{r^5} M_x$$

Az egy térfogati elem által a mágnesre gyakorolt translat. erő:

$$dP_x = M_x \frac{\partial X'}{\partial a}$$

a hol X' az egy elem gyakorolt intensitási összetevő.

$$\frac{\partial X'}{\partial a} = -\frac{3}{r^5}\left(3(x-a)\, d\mu_x + (y-b)\, d\mu_y + (z-c)\, d\mu_z\right) + \frac{15\,(x-a)^2}{r^7}\left((x-a)\, d\mu_x + (y-b)\, d\mu_y + (z-c)\, d\mu_z\right)$$

s ezekbe téve $d\mu_x, d\mu_y, d\mu_z$ értékeit:

$$dP_x = \kappa\, dv\, M_x^2\, 12\frac{(x-a)^3}{r^{10}} \quad \dots \quad 1)$$

[ha parallelepipedikus térfogatelemeket veszünk $dx\,dy\,dz$ akkor

$$P_x = 12\,k\,M_x^2 \iiint \frac{(x-a)^3\,dx\,dy\,dz}{\left((x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2\right)^5}$$
]

x tengely körüli hengeres coordinátákra

$dv = \varrho\, d\varrho\, dx\, d\alpha$ és

$$P_x = 12\,k\,M_x^2 \iiint \frac{(x-a)^3\,\varrho\, d\varrho\, dx\, d\alpha}{\left(\varrho^2+(x-a)^2\right)^5}$$

integrálva ϱ szerint 0 tól esetleg változó ϱ-ig

$$P_x = \frac{3}{2}\,k\,M_x^2 \iint d\alpha\,(x-a)^3\,dx \left(\frac{1}{(x-a)^8} - \frac{1}{\left(\varrho^2+(x-a)^2\right)^4}\right)$$

integrálva x szerint l től $l+L$ (L a parallelepiped vagy henger x irányban hossza)

$$P_x = \frac{3}{4}\,k\,M_x^2 \int d\alpha \left[\left\{-\frac{1}{2}\frac{1}{(x-a)^4} + \frac{1}{3}\frac{(x-a)^2}{\left(\varrho^2+(x-a)^2\right)^3} + \frac{1}{6}\frac{1}{\left(\varrho^2+(x-a)^2\right)^2}\right\}\right]_{x=l}^{x=l+L} \quad \ldots\ 2)$$

2) egyaránt áll bármely tengelyére merőlegesen lemetszett oszlop vagy hengerre, ha tesszük $\varrho = f(\alpha)$

Körhenger esetében $\varrho = R$ az alapja sugara s akkor

$$P_x = \frac{3}{4}\pi\,k\,M_x^2 \left[-\frac{1}{(x-a)^4} + \frac{1}{3}\frac{3(x-a)^2+R^2}{\left((x-a)^2+R^2\right)^3}\right]_{x=l}^{x=l+L}$$

Négyzetes oszlop esetében R a négyzet félátlója  úgy hogy $R\sqrt{2}$ = a négyzet oldala. Tesszük 2) ben $\varrho = R\cos\alpha$ és kiszámítva az $\alpha=0$ tól $\alpha=\frac{\pi}{4}$ ig vett integrált, annak 8 szorosát állítjuk elő

$$P_x = \frac{3}{4}\,k\,M_x^2 \left[\left\{-\frac{\pi}{(x-a)^4} + \frac{8}{3}\frac{(x-a)^2}{\left((x-a)^2+R^2\right)^3}\int_{\alpha=0}^{\alpha=\frac{\pi}{4}} \frac{d\alpha}{\left(1-\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\sin^2\alpha\right)^3} + \frac{4}{3}\frac{1}{\left((x-a)^2+R^2\right)^2}\int_{\alpha=0}^{\alpha=\frac{\pi}{4}} \frac{d\alpha}{\left(1-\frac{R^2}{x^2+R^2}\sin^2\alpha\right)^2}\right\}\right]_{x=l}^{x=l+L}$$

$$\frac{1}{\left(1-\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\sin^2\alpha\right)^3} = 1 + 3\left(\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\right)\sin^2\alpha + 6\left(\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\right)^2\sin^4\alpha + 10\left(\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\right)^3\sin^6\alpha + 15\left(\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\right)^4\sin^8\alpha + \ldots\ldots$$

$$\frac{1}{\left(1-\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\sin^2\alpha\right)^2} = 1 + 2\left(\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\right)\sin^2\alpha + 3\left(\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\right)^2\sin^4\alpha + 4\left(\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\right)^3\sin^6\alpha + 5\left(\frac{R^2}{(x-a)^2+R^2}\right)^4\sin^8\alpha + \ldots\ldots$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^2\alpha\, d\alpha = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{4}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^4\alpha\, d\alpha = \frac{3}{32}\pi - \frac{1}{4}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^6\alpha\, d\alpha = \frac{5}{64}\pi - \frac{11}{48}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}}\sin^8\alpha\, d\alpha = \frac{35}{512}\pi - \frac{5}{24}$$

2)

$$P_x = \frac{3}{4}k M_x^2 \Bigg|_{x=l}^{x=l+L} \Bigg\{ -\frac{\pi}{(x-a)^4} + \frac{8}{3}\frac{(x-a)^2}{((x-a)^2+R^2)^3}\Bigg[\frac{\pi}{4} + 3\frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}\left(\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}\right) + 6\left(\frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}\right)^2\left(\frac{3}{32}\pi - \frac{1}{4}\right) +$$
$$+ 10\left(\frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}\right)^3\left(\frac{5}{64}\pi - \frac{11}{48}\right) + 15\left(\frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}\right)^4\left(\frac{35}{512}\pi - \frac{5}{24}\right)\Bigg] +$$
$$+ \frac{4}{3}\frac{1}{((x-a)^2+R^2)^2}\Bigg[\frac{\pi}{4} + 2\frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}\left(\frac{\pi}{8}-\frac{1}{4}\right) + 3\left(\frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}\right)^2\left(\frac{3}{32}\pi - \frac{1}{4}\right) +$$
$$+ 4\left(\frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}\right)^3\left(\frac{5}{64}\pi - \frac{11}{48}\right) + 5\left(\frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}\right)^4\left(\frac{35}{512}\pi - \frac{5}{24}\right)\Bigg]\Bigg\}.$$

$$P_x = \frac{3}{4}k M_x^2 \Bigg|_{x=l}^{x=l+L} \Bigg\{ -\frac{\pi}{(x-a)^4} + \frac{(x-a)^2}{((x-a)^2+R^2)^3}\Big[3{,}141592 + 1{,}522124A + 0{,}890485A^2 + 0{,}520647A^3 +$$
$$+ 0{,}299783A^4 + \ldots\ldots\Big]$$
$$+ \frac{R^2}{((x-a)^2+R^2)^3}\Big[1{,}047197 + 0{,}380521A + 0{,}178097A^2 + 0{,}086775A^3 +$$
$$+ 0{,}042827A^4 + \ldots\ldots\Big]\Bigg\}$$

a hol $A = \frac{R^2}{R^2+(x-a)^2}$

vagy mérto/.

$$P_x = -\frac{3}{4}\pi k M_x^2 \left| \frac{1}{(X-a)^4} \right\{ 1 - \left(\frac{(x-a)^2}{(x-a)^2+R^2}\right)^3 \Big(1 + 0,484507\,A + 0,283450\,A^2 + 0,165727\,A^3 + 0,095424\,A^4 + \dots\Big)$$

$$- \left(\frac{(x-a)^2}{(x-a)^2+R^2}\right)^2 A \Big(0,333333 + 0,121127\,A + 0,056690\,A^2 + 0,027621\,A^3 + 0,013632\,A^4 + \dots\Big)\Big\}$$

a hol $A = \dfrac{R^2}{(x-a)^2+R^2}$

<u>Kocka esetében</u>

ha $L = 22,6$ úgy $R = \frac{1}{\sqrt{2}}L$ $\quad$ <u>$l = 10$ re</u> $\quad$ <u>$a = 0$</u> $\quad \left(\frac{x^2}{x^2+R^2}\right)_l = 0,2814 \quad A_l = 0,7186$

$$\Big|_{x=l} = +0,00009384 \qquad \Big|_{x=l+L} = +0,00000332$$

$P_x = 0,00021328\, k M_x^2$ a Mágnes influáló hatása A.

B Külső X intenzitású influáló hatás L oldalú kocka esetében

~~Ered~~ Egyenközüségek lapok gravitációs hatásából számítva:

$$P_x = 4kXM_x \Big|_{x=l}^{x=l+L} \frac{\partial}{\partial x} \operatorname{arctg} \frac{\frac{L^2}{4}}{(x-a)\sqrt{L^2+(x-a)^2}} = -2kXM_x \Big|_{x=l}^{x=l+L} \frac{L^2}{\left((x-a)^2+\frac{L^2}{4}\right)\sqrt{(x-a)^2+\frac{L^2}{2}}}$$

ha <u>$a = 0$</u> akkor:

$$P_x = kXM_x 2\left\{\frac{L^2}{\left(l^2+\frac{L^2}{4}\right)\sqrt{l^2+\frac{L^2}{2}}} - \frac{L^2}{\left((l+L)^2+\frac{L^2}{4}\right)\sqrt{(l+L)^2+\frac{L^2}{2}}}\right\}$$

tehát ha $L = 22,6$ és $l = 10$

$$P_x' = 0,21436\, kXM_x$$

A felület meghatározása, a melyen fekvő elemekre nézve $\frac{\partial P_z}{\partial c} = 0$, a mely különválasztja a térnek azon részeit, a melyen belül fekvő unifluált tömegpontokra nézve $\frac{\partial P_z}{\partial c} > 0$ azoktól, a melyekben $\frac{\partial P_z}{\partial c} < 0$.

A 7) egyenletben tesszük $a=b=c=0$ és akkor a $\frac{\partial P_z}{\partial c}=0$ adja

$$-12\frac{x^2}{(x^2+y^2+z^2)^5} - 3\frac{1}{(x^2+y^2+z^2)^4} + 120\frac{z^2x^2}{(x^2+y^2+z^2)^6} + 24\frac{z^2}{(x^2+y^2+z^2)^5} = 0$$

$$7z^4-5x^4-y^4-6x^2y^2+6y^2z^2+42x^2z^2=0$$

vagyis z^4-nel osztva

$$7-5\left(\frac{x}{z}\right)^4-\left(\frac{y}{z}\right)^4-6\left(\frac{x}{z}\right)^2\left(\frac{y}{z}\right)^2+6\left(\frac{y}{z}\right)^2+42\left(\frac{x}{z}\right)^2=0$$

E szerint a $\frac{\partial P_z}{\partial c}=0$ felület egy a $\underline{Z}$ tengely körüli kettős kúp, melynek csúcspontja az $a=b=c=0$ (mágnes helye) s melynek $z=h$ távolságban a tengelyre merőleges sík átmetszete a következő egyenletnek tesz eleget

$$7-5\left(\frac{x}{h}\right)^4-\left(\frac{y}{h}\right)^4-6\left(\frac{x}{h}\right)^2\left(\frac{y}{h}\right)^2+6\left(\frac{y}{h}\right)^2+42\left(\frac{x}{h}\right)^2=0$$

$$\left(\frac{x}{h}\right)^2=\xi \quad \text{és} \quad \left(\frac{y}{h}\right)^2=\eta$$

akkor

$$5\xi^2+\eta^2+6\xi\eta-6\eta-42\xi-7=0$$

és innen

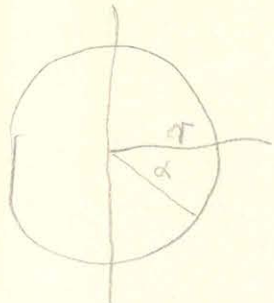
$$\eta=-3(\xi-1)\pm 2\sqrt{\xi^2+6\xi+4}$$

ξ	η	$h\sqrt{\xi}=x$	$h\sqrt{\eta}=y$	$h=50$re $x=h\sqrt{\xi}$	$h=50$re $y=h\sqrt{\eta}$
0	132·3	0	2·6458h	0	132·3
1	128·8	h	2·576h	50	128·8
4	103·3	2h	2·065h	100	103·3
6·25	74·2	2·5h	1·483h	125	74·2
7·29	55·2	2·7h	1·104h	135	55·2
7·84	41·6	2·8h	0·832h	140	41·6
8·564	0	2·927h	0	146·4	0

A rajz a $h=50$-re vonatkozik

Ápr 15

$$P_x = k\, r^2 dr\, dz\, d\alpha\, M^2 \cos\alpha \left\{ 12 \frac{z^2}{(z^2+r^2)^5} + 3 \frac{1}{(z^2+r^2)^4} \right\}$$



$$P_x = 2k M^2 r^2 dr \left\{ 12 \frac{z^2 dz}{(r^2+z^2)^5} + 3 \frac{dz}{(r^2+z^2)^4} \right\}$$

$$P_x = 2k M^2 r^2 dr \left\{ \left[\left(\frac{15}{32}\frac{z^7}{r^6} + \frac{55}{32}\frac{z^5}{r^4} + \frac{73}{32}\frac{z^3}{r^2} - \frac{15}{32} z \right) \frac{1}{(r^2+z^2)^4} + \frac{15}{32}\frac{1}{r^7} \operatorname{arctg}\frac{z}{r} \right]_{z=z_1}^{z=z_2} \right\}$$

$$+ 2k M^2 r^2 dr \left[\left(\frac{15}{16}\frac{z^5}{r^6} + \frac{5}{2}\frac{z^3}{r^4} + \frac{33}{16}\frac{z}{r^2} \right) \frac{1}{(r^2+z^2)^3} + \frac{15}{16}\frac{1}{r^7} \operatorname{arctg}\frac{z}{r} \right]$$

$$+ \frac{45}{32}\frac{z^7}{r^6} + \frac{135}{32}\frac{z^5}{r^4} + \frac{139}{32}\frac{z^3}{r^2}$$

$$+ \frac{30}{32}\frac{z^5}{r^4} + \frac{80}{32}\frac{z^3}{r^2} + \frac{51}{32} z$$

$$\frac{165}{32} \qquad \frac{219}{32}.$$

$$P_x = \frac{k M^2 dr}{16} \left\{ \left[\frac{r^3}{(r^2+z^2)^4} \left(51\frac{z}{r} + 219\left(\frac{z}{r}\right)^3 + 165\left(\frac{z}{r}\right)^5 + 45\left(\frac{z}{r}\right)^7 \right) + 45 \frac{1}{r^5} \operatorname{arctg}\frac{z}{r} \right]_{z=z_1}^{z=z_2} \right\}$$

ha $z_1 = -\infty$ és $z = +\infty$

Jelkenyz. infinit erejé

$$P_x = \frac{45}{16} k M^2 \frac{dr}{r^5} \pi$$

ha $z_1 = -15 \quad z_2 = +15 \quad r = 3{,}75 \quad \frac{z_1}{r} = 4$ akkor

$$P_x = 0{,}01182\, dr\, k M^2$$

ha $M = 162 \quad dr = 0{,}15$ akkor $P_x = 0{,}2873\ K$

Jelkenyes gravitációs hatás (áthatás irányában) $X = 2\pi f \frac{L}{\sqrt{r^2+L^2}} dr$.

Schenk, jile hét rei drab.

$\eta = \frac{35,4}{48} = 0,7375$

$\zeta = 0,8$

$4,0840 = a + b \cdot 0,6 + c\, 0,36$

$2,6146 = a = b\, 0,7 + c\, 0,49$

$1,6543 = a = b\, 0,8 + c\, 0,64$

$1,4694 = -0,16 + 0,13c$

$0,9603 = -0,16 - 0,15c$

$0,5091 = +0,02$

$\zeta = a + b\eta + c\eta^2$

$\int \zeta = \left(a\eta + b\frac{\eta^2}{2} + c\frac{\eta^3}{3}\right)\Big|_{0,7}^{0,7257}$

57383
2,8692
0,357
~~1,0240~~
0,10240

3,8183
9603
4,7783 = −0,16

$$\begin{cases} c = +25,4550 \\ b = -47,7835 \\ a = +23,5903 \end{cases}$$

38290
7540
4,5830

4,9277
8084
5,7363

49
7
343

+9,1638
− 28,6701
− 19,5063
40840
23 59 03

12,4720
23,5903
36,0623
334485
26148

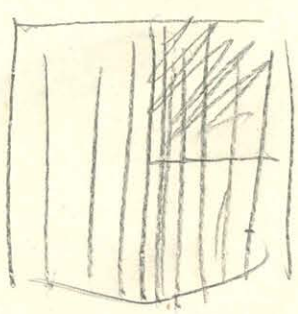
0,8422
0,4684
1,3106
8171
0,4935

1,3106
12256
0,0850

4900
$0,7257^2 = 0,5413$
$0,7257^3 = 0,3982$

0,3982
343
0,0552
0,0184

~~0,0513~~
~~0,0177~~
0,02565



0,84217
0,46838
1,31055
1,22456
0,0860
1024

0,0860.

95524

49
$0,7257^2 = 0,54125449$
$0,7257^3 = 0,39820093$
343
0,05520093
0,01840031

13,4015

0,05125449
~~0,0170048~~
0,0256273

4,7962
28,8684
6,7008
39,0234
79,3888

7,9389
866
8,0259

$\frac{z}{x} = \zeta = 0,8$

$\frac{z}{x} = \zeta = 0,9$

$\frac{z}{x} = \zeta = 1,0$

~~8,0259~~ ~~3,7598~~

12,8414
6,7926
3,7666

$P_2 = KM^2 dz \frac{1}{z^5} \cdot 4,2079$

$P_2 = KM^2 dz \frac{1}{z^5} \cdot 3,9992$

$P_2 = KM^2 dz \frac{1}{z^5} \cdot 3,7666$

28   252   50   86

1,5624
0,055578

0,0558
2,2815
14,3216
2,1868.2
17,15685

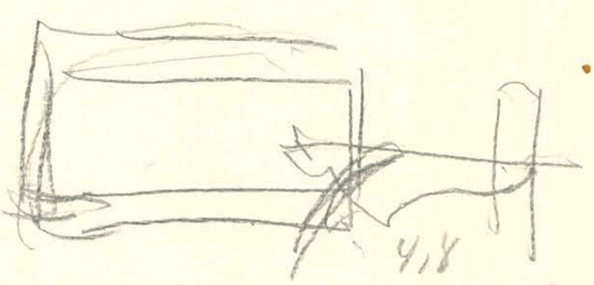
27,0398
16558
27598

6,42072
12,84144

0,0354
1,8479
1,8833
37666

4781
4648
9429
375
2,6871
1,5624

2,3098
1,1699
1,3436
7,4763
8,4891
18,4789



zx

$z_1 = 3,8$

$z_2 = 4,3$

$z_3 = 4,8$

38
4,32
38,4

$\frac{z}{x} = 1$ $\zeta = 1$ $\zeta = 0,9$ $\zeta = 0,8$

$x = 4,8$

$z = 4,80$ $z^5 = 2548$
$z = 4,32$ $z^5 = 1505$
$z = 3,84$ $z^5 = 835$

0,0016515
0,0026573
0,0045109
0,0061624
0,0106292
0,0167916

96

0,0027986

A [illegible]

$P_2 = KM^2\, 0,0026867$

A [illegible] lapok elforditott lappákkal 4,8 cm távolságra a mágnestől az [illegible] mágnesség felületén vonzzák a mágnest $P_2 = KM^2\, 0,0026867$ C.G.S erővel.

ha $M = 162$ akkor a

mágneses momentum egységére gyakorolt erő $= K \cdot 0,4352$

ha $K = 1,3 \cdot 10^6$ akkor az erő $= 566\, 10^{-9}$ vagy $\frac{566\, 10^{-9}}{66\, 10^{-9}} = 8,6$ 0-[illegible]

x r c integralva,

$$\int P_z = k X dz dy M \, 3 \left| \frac{(c-z)(x-a)}{r^5} \right|_{x=x_1-a}^{x=x_2-a} - 3k Y dz dy M \left| \frac{(b-y)(c-z)}{r^5} \right|_{x_1-a}^{x_2-a} + k Z dz dy M \left| \left(\frac{1}{r^3} - 3\frac{(c-z)^2}{r^5} \right) \right.$$

$$- 3 \, Z dz \, M \int 3 \frac{(c-z)^2}{r^5} + \frac{1}{r^3}$$

Állandó (földi) mágneses (intenzitás) által indukált tömegek translatorikus hatása a mágnes tengelyére merőleges Z irányban.

A mágnes tengelye X tengelylyel párhuzamos, a mágnes momentuma M, középpontjainak összrendezői a, b, c.

A keresett erőösszetevő P_z. –

Az influált tömegek által gyakorolt mágneses intenzitásnak összetevői legyenek A, B, C, akkor

$$P_z = M\frac{\partial C}{\partial a}$$

Az influáló intenzitás összetevői: X, Y, Z.

Ha x függélyes, y és z pedig vízszintesek, akkor

$$X = V,\quad Y = H\sin j\ ;\quad Z = H\cos j$$

Az influált tömegelem összrendezői x, y, z, mágneses momentumai:

$$m_x = \kappa X dv$$
$$m_y = \kappa Y dv$$
$$m_z = \kappa Z dv$$

$$C = m_x\, 3\frac{(a-x)(c-z)}{r^5} + m_y\, 3\frac{(b-y)(c-z)}{r^5} + m_z\left(3\frac{(c-z)^2}{r^5} - \frac{1}{r^3}\right)$$

tehát

$$P_z = m_x M\left\{3\frac{c-z}{r^5} - 15\frac{(a-x)^2(c-z)}{r^7}\right\} - m_y M\, 15\frac{(a-x)(b-y)(c-z)}{r^7} -$$
$$- m_z M\left\{15\frac{(a-x)(c-z)^2}{r^7} - 3\frac{(a-x)}{r^5}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned}P_z = \kappa X dv M\left\{3\frac{c-z}{r^5} - 15\frac{(a-x)^2(c-z)}{r^7}\right\} - \kappa Y dv M\, 15\frac{(a-x)(b-y)(c-z)}{r^7} - \\ - \kappa Z dv M\left\{15\frac{(a-x)(c-z)^2}{r^7} - 3\frac{(a-x)}{r^5}\right\}\end{aligned}\right\} 1.)$$

——— . ———

$dq = d\varrho\, dx$ keresztmetszetű az $\underline{X}$ tengelyre merőleges körgyűrű hatása

$$\mathcal{P}_z = -\kappa Z M \pi (a-x) \varrho\, d\varrho\, dx \left(15 \frac{\varrho^2}{\left(\varrho^2+(a-x)^2\right)^{7/2}} - 6 \frac{1}{\left(\varrho^2+(a-x)^2\right)^{\frac{5}{2}}} \right) \quad \ldots \quad 2)$$

Gyűrűs lapra

$$\mathcal{P}_z = \kappa \pi Z M (a-x)\, dx\; 3 \left| \frac{\varrho^2}{\left(\varrho^2+(a-x)^2\right)^{5/2}} \right|_{\varrho=\varrho_1}^{\varrho=\varrho_2} \quad \ldots \quad 3)$$

$\varrho = 0$ tól $\varrho = \infty$ ig azaz végtelen telt körlap esetében

$$\mathcal{P}_z = 0$$

$\varrho = 0$ tól $\varrho = R$ ig téve $a = 0$

$$P_z = -\kappa \pi Z M\, x\, dx \frac{3R^2}{\left(R^2+x^2\right)^{\frac{5}{2}}}$$

Maximális hatás, mikor

$$R^2 = \frac{2}{3} x^2 \quad \text{tehát}$$

$$R = 0{\cdot}8165\, x$$

$$\left(\mathcal{P}_z\right)_{max.} = \mp \kappa \pi Z M \frac{dx}{x^2} 0{\cdot}55772$$

ha x pozitiv akkor − jel
ha x negativ akkor + jel

Hengeres csőre

$$\mathcal{P}_z = -\kappa Z M \pi \frac{d\varrho}{\varrho^2} \left| \left\{ 3 \frac{\varrho^5}{\left(\varrho^2+(a-x)^2\right)^{5/2}} - 2 \frac{\varrho^3}{\left(\varrho^2+(a-x)^2\right)^{3/2}} \right\} \right|_{x=x_1}^{x=x_2} \quad \ldots \quad 4)$$

$x_1 = -\infty$ tól $x_2 = +\infty$ ig $\quad \mathcal{P}_z = 0$

és

$x_1 = 0$ tól $x_2 = \infty$ ig és $a = 0$ ra

$$\mathcal{P}_z = \kappa Z M \pi \frac{d\varrho}{\varrho^2}$$

Ha teszük $a=0$; akkor a hengernek $x=0$ tól $x=\sqrt{\frac{3}{2}}\rho=1{,}2247\rho$ ig terjedő részére nézve

$$\mathcal{P}_z = +k\pi ZM\frac{d\rho}{\rho^2}1{\cdot}22708$$

az

$x=+\sqrt{\frac{3}{2}}\rho$ tól $x=\infty$ ig terjedő részére

$$\mathcal{P}_z = -k\pi ZM\frac{d\rho}{\rho^2}0{\cdot}22708$$

A hengernek $x=0$ tól $x=-\sqrt{\frac{3}{2}}\rho=-1{,}2247\rho$ ig terjedő részére nézve

$$\mathcal{P}_z = -k\pi ZM\frac{d\rho}{\rho^2}1{\cdot}22708$$

az $x=-\sqrt{\frac{3}{2}}\rho$ tól $x=\infty$ ig terjedő részére

$$\mathcal{P}_z = +k\pi ZM\frac{d\rho}{\rho^2}0{\cdot}22708$$

Az influált elem által gyakorolt $\mathfrak{P}_z$ erőnek $\underline{c}$ szerinti differentialhányadosa

$$\frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial c} = \kappa \mathfrak{X} dv M\, 3 \left\{ -\frac{4}{r^5} + \frac{5(b-y)^2}{r^7} + \frac{35(a-x)^2(c-z)^2}{r^9} \right\} +$$

$$+ \kappa \mathfrak{Y} dv M\, 15 \left\{ \frac{(a-x)(b-y)}{r^7} - 7\frac{(a-x)(b-y)(c-z)^2}{r^9} \right\} +$$

$$+ \kappa \mathfrak{Z} dv M\, 15 \left\{ 3\frac{(a-x)(c-z)}{r^7} - 7\frac{(a-x)(c-z)^3}{r^9} \right\}$$

Gyűrű hatása a tengelyben) A gyűrű keresztmetszete . $d\rho dx$

$b=0\,;\ c=0 \qquad b-y=-\rho\sin\alpha \quad$ és $\quad c-z=-\rho\cos\alpha$

$$\frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial c} = \kappa\pi \mathfrak{X} M dx\; 3 \left\{ -\frac{8\rho d\rho}{(\rho^2+(a-x)^2)^{5/2}} + \frac{5\rho^3 d\rho}{(\rho^2+(a-x)^2)^{7/2}} + \frac{35(a-x)^2\rho^3 d\rho}{(\rho^2+(a-x)^2)^{9/2}} \right\}$$

$\mathfrak{Y}$ és $\mathfrak{Z}$ componensek hatása nulla.

A $d\rho dx$ keresztmetszetű gyűrűre nézve,

$\frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial c}$ nulla lesz

$$a-x = \pm\rho\sqrt{\tfrac{3}{2} \pm \sqrt{\tfrac{15}{8}}} \quad \text{azaz}$$

$(a-x) = \pm 0{\cdot}3615\rho$ és $(a-x)' = \pm 1{\cdot}6939\rho$ értékekre.

$$(a-x)=0\text{-ra} \quad \frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial c} = -9\kappa\pi \mathfrak{X} M dx \frac{d\rho}{\rho^4}$$

<u>Gyűrűs lap hatása</u>:

$$\frac{\partial \mathfrak{P}_z}{\partial c} = \kappa\pi \mathfrak{X} M dx \int_{\rho=\rho_1}^{\rho=\rho_2} \frac{\rho^4}{(\rho^2+(a-x)^2)^{7/2}} \left\{ 3 + 2\left(\frac{a-x}{\rho}\right)^2 + 4\left(\frac{a-x}{\rho}\right)^4 \right\}$$

$\mathfrak{Y}$ és $\mathfrak{Z}$ componensek hatása nulla

A hengerre nézve

$$\frac{\partial P_2}{\partial c} = k\pi X M \left| \frac{\rho^4 d\rho}{\left(\rho^2+(a-x)^2\right)^{7/2}} \left\{ -6\left(\frac{a-x}{\rho}\right)^3 + 9\left(\frac{a-x}{\rho}\right) \right\} \right|_{x=x_1}^{x=x_2}$$

$x=0$-tól $x=+\infty$-ig vagy $x=0$-tól $x=-\infty$-ig és $a=0$-ra

$$\frac{\partial P_2}{\partial c} = 0.$$

Teve $a=0$ $x_1=0$-tól $x_2=\pm 0{,}3615\rho$-ig $\left(\frac{\partial P_2}{\partial c}\right)_{max} = +k\pi X M \frac{d\rho}{\rho^3} 1{,}9322$

" $x_1=0$-tól $x_2=\pm 1{,}6939\rho$-ig $\left(\frac{\partial P_2}{\partial c}\right)_{min} = -k\pi X M \frac{d\rho}{\rho^3} 0{,}1221$

$x_1=0$-tól $x_2=\pm\infty$ $\frac{\partial P_2}{\partial c} = 0$

---

tehát

$a=0$-ra $x_1=0$-tól $x_2=\pm 0{,}3615\rho$ $\left(\frac{\partial P_2}{\partial c}\right) = +k\pi X M \frac{d\rho}{\rho^3} 1{,}9322$

$x_1=\pm 0{,}3615\rho$-tól $x_2=\pm 1{,}6939\rho$ $\left(\frac{\partial P_2}{\partial c}\right) = -k\pi X M \frac{d\rho}{\rho^3} 2{,}0543$

$x_1=\pm 1{,}6939\rho$-tól $x_2=\pm\infty$-ig $\frac{d P_2}{\partial c} = +k\pi X M \frac{d\rho}{\rho^3} 0{,}1221$