Ms 5098/32-36. Eötvös Loránd jegyzetei a folyadékok
felszíni feszültségek

Kísér Eötvös

$z+\xi = \frac{2a^2 \sin\vartheta}{\delta}$

formulával

188.. években

Felszíni feszültség

$\beta = 100$ $\frac{u}{6} = 0,08046$ $\frac{m}{6} = 0,00338$ $\frac{u}{m} = 2,18443$

$\log \frac{u}{6} = 9905800-2$ $\log \frac{m}{6} = 0,5289167^{-3}$ $\log \frac{u}{m} = 0,3393381$

5289167 − 3

0,4344967 − 4

1505150 − 1

0,4898531 − 1

9,0062719 6

9013598

1,6989700

0,3010300 − 2

0,1505150 − 1

0,308926

0,617852

~~0,7625777~~

0,7636825

5289167 − 3

0,2925992 − 2

19615

0,3393381

5803889 − 3

0,9197270 − 3

83124

1,1832207

5289167 − 3

0,7121374 − 2

17452

0,0514203

0,12310

$2\frac{\xi}{m}$

$2\frac{\xi}{6}\frac{6}{m}$

$\frac{\xi}{a^2} = \frac{1}{6}$.

$\frac{\xi}{a^2} = \frac{1}{6}$

$\frac{\xi}{6} = \frac{\beta}{2}$

$hm^2\left(1 + \frac{2\xi}{m}\right.$

$\frac{\xi}{6} = \frac{u^2}{6^2}$ 25 4

$\frac{\xi}{a^2} = \frac{a}{6} = \sqrt{\frac{2}{\beta}}$

$\frac{\xi}{6} = \frac{\xi}{6} = \frac{a^2}{6}$

0,6399 6796 − 2

0,4799 3582 − 3

301

$\frac{\xi}{6} = \frac{2}{\beta}$.

$\frac{1}{25}$ 0,00338

0,095

$$\frac{m^2}{a^2} + \frac{2m\xi}{a^2} - \frac{m}{r}\frac{hm}{a^2}\left(2-\frac{\pi}{2}\right) = 1 + \frac{m}{r}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

$\log \frac{r}{m}$

$$\frac{m^2}{b^2}\cdot\frac{\beta}{2} + 2\frac{m}{b} - \frac{m}{r}\frac{m}{b}\left(2-\frac{\pi}{2}\right) = 1 + \frac{m}{r}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

0,000788 +

$\log \frac{m}{b} = 0{,}5989167-3$ $\log \frac{r}{m} \equiv 0{,}0092281$

$\frac{m}{b}$ 0,00038

0,1978234-5

0,000015777

000788

1 + 0,261303

$$\frac{m^2}{b^2}\frac{\beta}{2} + 2\frac{m}{b} - \frac{m}{r}\frac{m}{b}\left(2-\frac{\pi}{2}\right) = 1 + \frac{m}{r}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$$

1,04925 + 0,28974 − 0,028464

$\log \frac{m}{r} = 0{,}6606619-1$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{m}{b} = 0{,}14487$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$

$\log \frac{m}{b} = 0{,}1609785-1$

0,1609785-1
6606619-1
6326637-1
0,4543041-2

$\log \frac{m^2}{b^2} = 0{,}3219570-2$

0,02987
1,04925

0,6606619-1
0,7564820-1
0,4171439-1

261303

3,141592
1,570796
0,429204

0,1449
1,1449
13041
5796
5796
1449
0,0209661
10498

1,04925
28974
1,33909
02846
1,31063
1,26

1,261303

$\beta = 100$ $\quad \vartheta = \frac{1}{20}$

$\frac{1}{8000}$

$1{,}6666$ $12{,}5$ $8000/14{,}1{,}6{,}6666/0{,}00177$

$8/100/125$ $\quad 61\,666$ $\quad 56\,000$ $\quad 5666$ $\quad 66666$

$\frac{1}{20}$ $\quad \frac{1}{6} + \frac{100}{8}$

$x = \frac{1}{20}$

$= 0{,}05 - 0{,}0017701 + 0{,}00013|15 - 0{,}000014$

$0{,}001784$

$0{,}050132$
1784

$\frac{u}{b} = 0{,}048348$

u

$120/1000/0{,}0083333$
960
400
360
40 $24/100/4{,}166666$
160
144
16

$416{,}66666$
$4{,}16666$
$0{,}00833$

$420{,}841{,}6{,}5$

$10{,}084160$

$\frac{b}{u}$

$$\frac{u}{b} = \frac{tg\,\varepsilon}{1 + \frac{1}{4}\frac{t^2}{a^2} + \frac{1}{48}\frac{t^4}{a^4}} = 0{,}04865$$

4841650

8000
160000
$3200000/0{,}000315$
64000000
1280000000

$$\frac{u}{b} = \frac{tg\,\varepsilon}{1 + \frac{1}{4}\frac{u^2}{b^2}\cdot\frac{\beta}{2} + \frac{1}{48}\frac{u^4}{b^4}\cdot\frac{\beta^2}{4}}$$

$1 + 0{,}02672 + 0{,}00028$
28
$0{,}02700$

$169{,}000000$
9216
$\cancel{20000}$
$128000\cancel{00000}$

$\frac{1}{60000}$

$\lg \frac{u}{b} = 0{,}6842785 - 2$ $\quad 9216/169000000/18000$
9216
76840
1280000 $\quad /1800000/0{,}000014$
128
52

$\lg \frac{u^2}{b^2} = 0{,}3687570 - 3$

$\lg \frac{u^4}{b^4} = 0{,}7375140 - 6$

$0{,}00235988$
232711
$0{,}0000{,}3277$
$\lg 8^\circ 7'$
$2^\circ 51' 53''$

$\frac{u^2}{b^2} = 0{,}00{,}22375$

$$\frac{h}{2} = e^{1 + c\frac{r}{1}}$$

$/0{,}0267^{2}$

$\frac{u^4}{b^4} = 0{,}00{,}005464$

$\varepsilon = 2^\circ 51' 53''$

$192/0{,}05464/0{,}00028$
384
1624
1536

$\frac{tg\,\varepsilon}{1{,}027}$ $\quad \lg tg\,\varepsilon =$

$0{,}6986673 - 2$
0115704
$\lg 1027 = $ $0{,}6870969 - 2$

$0{,}04865$

$\underline{tg\,\varepsilon}$

$\vartheta = 5_0$

$$\frac{n}{b} = \frac{4y\,z}{1+\frac{1}{8}\frac{n^2}{b^2}\frac{\beta}{n}+\frac{1}{192}\frac{n^4}{b^4}\beta^2}$$

0,08046

9035800 − 2

0,8111600 − 3   0,0064728

0,6222200 − 5.   0,00041910

$$192 \,/\, 0,41910 \,/\, 0,00218$$

384

351

192

1590

1536

540

1 + 0,0008092

1,08092

0021 83

1,083100

0,9419518 − 2

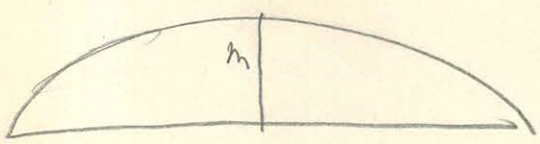
0730215

0,8689300 − 2

0,07395

$2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$

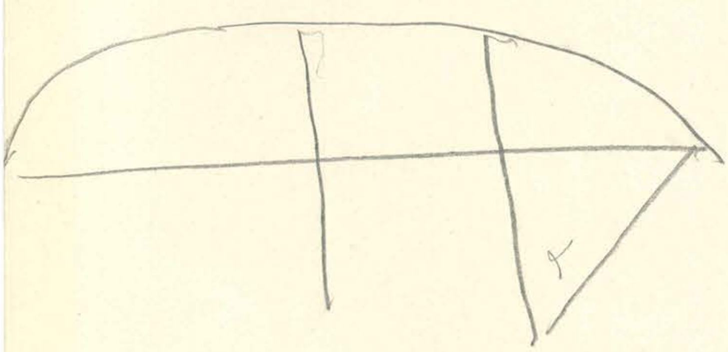
$\frac{\vartheta^2}{2}$



$\frac{\alpha^3}{6}$

$\frac{\vartheta^2}{2}$

$$2a^2 n \sin^2\frac{\vartheta}{2} + a^2\,\frac{z-\zeta\sin\vartheta}{3}$$



$$m = r(1-\cos\alpha)$$

Felület =

$$\frac{1}{2}r^2\alpha - \frac{1}{2}r^2\cos\alpha\sin\alpha.$$

$$\pi u^2(\zeta + m) - \left\{ 2\pi\left(u - r\sin\alpha\right)\frac{1}{2}r^2(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha) + \frac{m^2\pi}{3}(3r-m)\right.$$

$$= \frac{2\pi}{\kappa} f\,u \sin\alpha.$$

$5^\circ + \frac{1}{2}\sin 10^\circ - 2\sin 5^\circ$

$\alpha = 0{,}08726646$

$\sin\alpha = 0{,}0871557$

$\sin 2\alpha = 0{,}1736482$

$0{,}0872665$
$0{,}0868241$
$0{,}1740906$
$0{,}1743114$
$0{,}0002208$

$\log\frac{1}{1-\cos\alpha} =$

$\log\frac{1}{1-\cos\alpha} = 2{,}4196108$

$0{,}6396796-2$
$0{,}2793592-3$
3010300
$\cancel{0{,}2266688}$
$0{,}5803892-3$

$\log\left(\frac{1}{1-\cos\alpha}\right)^2 = 4{,}8392216$

$\log\left(\frac{1}{1-\cos\alpha}\right)^3 = 7{,}2588324$

$\alpha + \sin\alpha\cos\alpha - 2\sin\alpha = 0{,}0002208$

$\alpha - \sin\alpha = 0{,}0601108$

$\log(1-\cos\alpha) = 0{,}5803892-3$

$\alpha + \sin\alpha\cos\alpha - \frac{1}{3}\sin\alpha\cos^2\alpha - \frac{5}{3}\sin\alpha = \alpha + \sin\alpha\cos\alpha - 2\sin\alpha + \frac{1}{3}\sin^3\alpha.$

$0{,}9402966-2$
$0{,}8208880-4$

$0{,}00066204$
$+\,0{,}0002207 = 0$

$\alpha + \sin\alpha\cos\alpha - \frac{1}{3}\sin\alpha\cos^2\alpha - \frac{5}{3}\sin\alpha.$

$0{,}0445398-4$
$2{,}4196108$
$0{,}4641506-2$

$0{,}029117$

$0{,}3439991-4$
$4{,}8392216$
$\log\alpha\ \cancel{0{,}7636099}$
$1{,}1832207$

$\cancel{5{,}8024}$
$15{,}2482$

$um^2 + 2um\xi - m^2\xi \cdot 5{,}8024 = a^2u\, 0{,}0038053 + a^2m\, 0{,}029117$

$\frac{u}{a}\frac{m}{a} + 2\frac{u}{m}\frac{\xi}{a} - \frac{m}{a}\frac{\xi}{a} \cdot 5{,}8024 = \frac{u}{m}0{,}0038053 + 0{,}029117$

$\frac{u}{a} = \frac{u}{b}\frac{b}{a}$

$\frac{m}{a} = \frac{m}{b}\frac{b}{a}$ $\quad 2\frac{u}{b}$ $\quad 15{,}2482$

$\frac{u}{b}\frac{m}{b}\frac{\beta}{2} + 2\cancel{\sqrt{\frac{2}{\beta}}}\frac{u}{m} - \frac{m}{b}5{,}8024 = \frac{u}{m}0{,}0038053 + 0{,}029117$

$0{,}013598 + \cancel{0{,}017852} - 0{,}019615 =$ $\quad 0{,}0083124 + 0{,}029117$

$\frac{\xi}{a^2} = \frac{+1{,}1669^2}{b}$ $\quad \beta = 100$ ra

$\frac{m}{b}\frac{b}{a}\frac{a}{b}$ $\quad \frac{u\xi}{a^2}$

$\frac{\xi}{a} = \frac{a}{b} = \sqrt{\frac{2}{\beta}}$ $\quad \frac{\xi}{a^2} = b$

$1{,}60920$ $0{,}17452$
$1{,}3601$ $1{,}962$
$1{,}7452$ $0{,}16390$

$$\frac{z+\zeta}{2} = \frac{a^2 \sin\vartheta}{u}$$

$\lg\ 0{,}078420$

0,8944425 −2
0,9582442 −1
0,8960993 −2

$$\frac{m}{b}\frac{\beta}{2} + 2 = 2\frac{b}{u}\frac{\sin\vartheta}{\gamma}$$

$\vartheta = 1^\circ$ $\beta = \gamma$

$\beta = 100$ $\frac{m}{b} = 0{,}00308$ $\frac{u}{b} = 0{,}08046$

$\beta = 2{,}169$ $\gamma = 2{,}167$

2,3026
0,03472
46052
16118
6907
0,0799 4,627

$\lg \sin 5^\circ$ 0,9402960 −2
9055800 −2
~~458760~~
0,0347160

10832
21664

0,0064

$\beta = 100$ $\vartheta = 10$ $\frac{m}{b} = 0{,}01079$ $\frac{u}{b} = 0{,}13796$

5395

$\sin\vartheta = \frac{m}{b}$

9950326

0,98863
0,32954
66666
0,99620
55689
0,00,001
0,022
0,0025
0,0001

0,2356702 −1
0,1397532
0,0999170

$\beta = 2{,}5395$

$\gamma = 2{,}5174$

12587
2,5174

0,08

$\frac{\sin\vartheta}{u} = \frac{2\zeta}{a^2}$ $\frac{2u}{b}$

$\frac{\cos\vartheta\, d\vartheta}{u} = \frac{\sin\vartheta\, du}{u^2}$

$u\, d\vartheta = \sin\vartheta\, du$

$$\frac{\lg\vartheta}{2a^2} = \frac{\cos\vartheta}{u}\frac{d\vartheta}{du} - \frac{\sin\vartheta}{u^2}$$

$\lg\cos\vartheta$

0,9055800 −2
0,8111600 −3
9,00,64738
0,080920
6473,87

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \frac{d\vartheta}{\lg\vartheta}\cos\vartheta - \frac{du}{u}\cos\vartheta$$

$\frac{u\sin\vartheta}{4a^2}du$

$\frac{u^2 du}{a^2 b^2}$ $\frac{u^4}{4a^2b^2}$ $\frac{u^2}{b^2}$

$2u^3$

8
0,080920
25
0,078420
808

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \cos\vartheta$$

$b\sin\vartheta = u$

$u\frac{d\vartheta}{du} = \sin\vartheta\, du$

$\frac{u}{4a^2}\sin^2\vartheta\, du$

$\frac{4u^2 du}{4a^2 b^2}\cos\vartheta$

$2\sin\frac{\vartheta}{2}$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta\left(\log\frac{b\sin\vartheta}{u} + \int\frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\, d\vartheta\right)$$

$\frac{u^2}{4b^2}\cdot\frac{b^2}{a^2}$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta\,\log b\frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{b^2}{4a^2}\int_0^\vartheta \sin^3\vartheta\, d\vartheta$$

$$-\frac{\cos\vartheta}{3} + \frac{\cos^3\vartheta}{3} - \frac{2}{3}\cos\vartheta + \frac{2}{3}$$

$$-\cos\vartheta + \frac{\cos^3\vartheta}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\int\sin^3\vartheta\, d\vartheta = -\frac{\cos\vartheta\sin^2\vartheta}{3} - \frac{2}{3}\cos\vartheta$$

$+\frac{2}{3}$

$-\cos\vartheta - \cos\vartheta + \cos^3\vartheta$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta\,\log b.\frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{1}{3}\frac{b^2}{a^2}\sin^2\frac{\vartheta}{2} - \frac{b^2}{12a^2}\cos\vartheta\sin^2\vartheta$$

$\vartheta = 5^\circ$ ra

$$\frac{u^2}{4a^2} = 2{,}30259$$

$\frac{b^2}{6a^2}$

$\sin^2\frac{\vartheta}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\vartheta$

$$-\frac{1}{12}\frac{b^2}{a^2}\left(2(\cos\vartheta - 1) + \right.$$

$0{,}07994 = \lg b\frac{\sin\vartheta}{u}$

$$+\frac{1}{6}\frac{b^2}{a^2} - \frac{1}{6}\frac{b^2}{a^2}\cos\vartheta\left(1 + \frac{1}{2}\sin^2\vartheta\right)$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \frac{u^2}{b^2}\frac{\beta}{8} = 0{,}080920$$

6844

8044 0,00161
88923
0,079503

$\int \frac{u^2}{4a^2} \sin\vartheta \, d\vartheta$ $\quad \frac{\sin\vartheta}{u} =$ $\quad \frac{\xi}{a^2} =$

$$\frac{b\sin\vartheta}{u} = e^{\frac{u^2}{4a^2}}$$

$$\frac{b^2}{u^2}\sin^2\vartheta$$

$$\frac{tg\,\vartheta}{2a^2} = \frac{\cos\vartheta}{u}\frac{d\vartheta}{du} - \frac{\sin\vartheta}{u^2}$$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \frac{\cos\vartheta\, d\vartheta}{tg\,\vartheta} - \frac{\sin\vartheta}{tg\,\vartheta}\frac{du}{u}$$

$$\frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} - \sin\vartheta\, d\vartheta - \frac{du}{u} + 2\frac{du}{u}\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{\xi}{a^2} = \frac{\sin\vartheta}{u}$$

$$\frac{u}{b} = \sin\vartheta \qquad u = b\sin\vartheta$$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \frac{d\vartheta\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta} - \frac{du}{u}\left(1 - 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$= \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} - d\vartheta\sin\vartheta - \frac{du}{u} + 2\frac{du}{u}\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$\underline{+\frac{1}{2}\frac{du}{u}\sin^2\vartheta}$$

$$\frac{1}{2}\sin^2\vartheta \qquad 2\sin\frac{\vartheta}{2} = \sin\vartheta$$

$$\frac{\sin\vartheta}{u} = \frac{1}{b} \qquad \frac{\sin^2\vartheta}{u^2} = \frac{1}{b^2} \qquad \frac{\sin^2\vartheta}{u} = \frac{u}{b^2}.$$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} - d\vartheta\sin\vartheta - \frac{du}{u} + \frac{1}{2}\frac{u\,du}{b^2}$$

$$\frac{u\,du}{2a^2}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) = \qquad u\,du\,\frac{\sin^2\vartheta}{u^2}$$

$$\frac{u^2}{4a^2}\left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) = \log 2b\frac{tg\frac{\vartheta}{2}}{u} - 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$2b\frac{tg\frac{\vartheta}{2}}{u}$$

$$b\frac{\sin\vartheta}{u} = e^{\frac{u^2}{4a^2}}$$

$$\frac{\sin^2\vartheta}{u^2} = \frac{1}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}}$$

$$\frac{u\,du}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}}$$

$\cos\vartheta - 1$

$\frac{1}{50}$ ~~0,079533~~ =

0,07931 =

0,6400931 − 2
0010300
0,9711231
9455800
0,03554

0,6296796 − 2
0,2193592 − 3
0,0015002
7804

2,3026
3554
92104
115130
115130
69078
0,8183500

$\frac{2a^2}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}}$

80522
161
7931

79533

0,087835
3804
0,078031

0,881

$$K\pi \frac{(z+\xi)}{2} a^2 = 2\pi a f\, a \sin\vartheta$$

$$\frac{z+\xi}{2a^2} = -\frac{d\vartheta}{du}\cos\vartheta + \frac{2z}{a^2}$$

$$\frac{z+\xi}{2a^2} = \frac{\sin\vartheta}{u}$$

$$\frac{z+\xi}{a^2} = \frac{2\sin\vartheta}{u} \qquad \frac{\xi}{2a^2} \qquad \frac{3}{2}\frac{z}{a^2} - \frac{\xi}{2a^2} = \frac{d\vartheta}{du}\cos\vartheta$$

$$\frac{tg\,\vartheta}{2a^2} = -\frac{\sin\vartheta}{u^2} + \frac{\cos\vartheta}{u}\frac{d\vartheta}{du}$$

$$\frac{z+\xi}{2} = \frac{a^2\sin\vartheta}{u}$$

$$\int \sin^3 x\,dx = -\frac{\sin^2 x\cos x}{3} + \frac{2}{3}\cos x + C$$

$$\frac{\sin\vartheta}{u} = \frac{\xi}{a^2} = \frac{1}{b}.$$

$$u = b\sin\vartheta$$

$$\frac{du}{d\vartheta} \qquad \frac{u\,du}{tg\,\vartheta}$$

$$\frac{z}{a} + \frac{\xi}{a} =$$

0,000049
8,747,8

0,981100
0,5,8,00

$$\frac{u\,du}{2a^2} = -\cos\vartheta\frac{du}{u} + \frac{du}{d\vartheta}\cos\vartheta\frac{d\vartheta}{tg\,\vartheta}$$

$$\frac{m}{a^2} + \frac{2\xi}{a^2} = \frac{2\sin\vartheta}{u}$$

$$\frac{u^2}{\sin^2\vartheta} = b^2$$

$$\frac{u^3}{4a^2} = \cos\vartheta\left(\log\frac{\sin\vartheta}{u} - \int \right. + C$$

$$\frac{m}{b}\frac{b^2}{a^2} + \frac{2\xi b}{a^2} = \frac{2b\sin\vartheta}{u}$$

$$u^2 = b^2\sin^2\vartheta \qquad \frac{1}{b} = \frac{\xi}{a^2}$$

$$\text{ha } \vartheta = 0 \quad \frac{\sin\vartheta}{u} = \mu.$$

$$0 = \log b + C = -\log b.$$

$$\sin\vartheta\, d\vartheta\, \frac{b\sin\vartheta}{u} \qquad u^2\sin^2\vartheta$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta\log b\frac{\sin\vartheta}{u} + \int\frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$\frac{u^2\sin\vartheta\,d\vartheta}{4a^2} \qquad \int\frac{b^2}{4a^2}\sin^3\vartheta\, d\vartheta$$

$$\boxed{\frac{m}{b}\cdot\frac{\beta}{2} + 2 = 2\frac{b}{u}\sin\vartheta}$$

$$\frac{b}{a} = c\, e^{-\alpha \frac{r}{a}}$$

$$\frac{a}{b} \qquad \frac{b}{a} = c\, e^{\alpha \frac{r}{a}}$$

$$\log \frac{b}{a} = \cancel{\log c + \log}\ \alpha \frac{r}{a} \log$$

$$= \log c + \alpha \frac{r}{a}$$

$$\frac{u^2}{4h^2} = \log b \frac{\sin d}{a}$$

$$\frac{d\left(\frac{a}{\varrho}\right)}{du} + d\frac{\sin d\, a}{h}$$

$$\frac{r}{a} = c\frac{r}{a} e^{\alpha \frac{r}{a}}$$

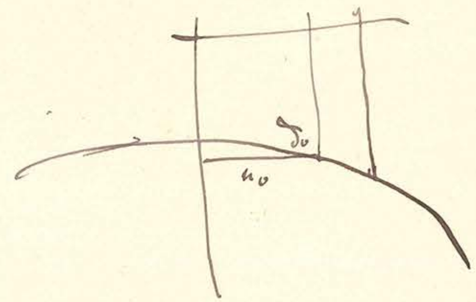
$$\frac{b}{a} \cdot \frac{r}{a} = \frac{r}{b}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{b}{a} = c\, e^{\alpha \frac{r}{a}}$$

$$\cancel{\frac{a}{b} \cdot \frac{r}{a} = c\frac{r}{a}}$$

$$\alpha \frac{r}{a} = \log \frac{a}{bc}$$

$$\alpha \frac{r}{a} + \log \frac{r}{a} = \log \frac{r}{bc}$$



$u - u_0 + u_0$

$$K\, 2\pi \cdot \frac{Z+Z_0}{4}(u-u_0)^{(u+u_0)} = 2\pi \int u \sin(\vartheta_0+\varepsilon) - 2\pi \int u_0 \sin\vartheta_0$$

$$\frac{(Z+Z_0)(u^2-u_0^2)}{2} = a^2\big((u-u_0)\sin(\vartheta_0+\varepsilon) + u_0\sin(\vartheta_0+\varepsilon) - u_0\sin\vartheta_0\big)$$

$u_0 \sin\varepsilon\cos\vartheta$

$$= a^2(u-u_0)(\sin\vartheta_0 + \sin\varepsilon\cos\vartheta) + u_0\sin\varepsilon\cos\vartheta$$

$$= a^2(u\sin\vartheta_0 + u\sin\varepsilon\cos\vartheta - u_0\sin\vartheta_0)$$

$$= a^2 u\{\sin(\vartheta_0+\varepsilon) - u_0\sin\vartheta_0\}$$

$$= a^2(u-u_0)\sin\vartheta_0 + a^2 u\sin\varepsilon\cos\vartheta$$

Z

$$Z+Z_0 = 2a^2\frac{\sin\vartheta_0}{u+u_0} + 2a^2\frac{u}{u^2-u_0^2}\sin\varepsilon\cos\vartheta_0$$

$$\mathrm{tg}(\vartheta_0+\varepsilon) = 2a^2\frac{\sin\vartheta_0}{(u+u_0)^2} + 2a^2\frac{1}{u^2-u_0^2}\sin\varepsilon\cos\vartheta_0$$

$$Z+Z_0 = 2a^2\frac{1}{u^2-u_0^2}\left(u\sin(\vartheta_0+\varepsilon) - u_0\sin\vartheta_0\right)$$

$$\mathrm{tg}(\vartheta_0+\varepsilon) = 2a^2$$

$$\frac{\mathrm{tg}(\vartheta_0+\varepsilon)}{2a^2} = -\frac{2u}{(u^2-u_0^2)^2}\left(u\sin(\vartheta_0+\varepsilon) - u_0\sin\vartheta_0\right) + \frac{1}{u^2-u_0^2}\left(\sin(\vartheta_0+\varepsilon) + u\cos(\vartheta_0+\varepsilon)\frac{d(\vartheta_0+\varepsilon)}{du}\right)$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \log 2b \frac{tg\frac{\delta}{2}}{2} - 2\sin^2\frac{\delta}{2} + \frac{a^2}{2b^2}\left(e^{\frac{u^2}{2a^2}} - 1\right)$$

2,3026
0,03527
16118 2
46052
115130
69078
8120927 02
80923
280

$\beta = 100$ $\delta = 5°$ $\frac{u}{b} = 0{,}08046$ $\frac{u^2}{4a^2} = \frac{u^2}{8b^2} 2\frac{b^2}{a^2} = \frac{u^2}{8b^2}$

$\log 0{,}08046 = 0{,}9055800 - 2$
0,8111600 − 3
0,0064738
1,00080923

0,044
176
176
0,001936

0,6096796 − 2
0,2793582 − 3
9
0,001900
005

$\frac{u^2}{4a^2} = 0{,}080923$

2,3026
0,03554
92104
115130
~~73~~115130
69078
~~81~~834404

0,6400931 − 2
3010300
0,9411231 − 2
9055800 − 2
0,0355431

0,9402960
9055800
0,0347160

$\log 2b \frac{tg\frac{\delta}{2}}{2} = 0{,}081834$

$\sin\frac{\delta}{2} = \frac{1}{2}\sin\delta$

$4\sin^2\frac{\delta}{2} = \sin^2\delta$

$2\sin^2\frac{\delta}{2} = 0{,}003806$

0,078028
1757
0,079875
80923
0,001048

$\log\frac{b}{u}\sin\delta = 0{,}07995$

0,16185
0,4242
48555
64740
48555
64740
0,0702 9 1455

1,1757

0,1757 $\frac{a^2}{b^2}$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \frac{d\delta}{\sin\delta} - d\delta\sin\delta - \frac{du}{u} + 2\frac{du}{u}\sin^2\frac{\delta}{2}$$

$$\frac{2+\zeta}{2u^2} = \frac{\sin\delta}{u}$$

$$\frac{tg\,\delta}{2a^2} = -\frac{\sin\delta}{u^2} + \frac{\cos\delta}{u}\frac{d\delta}{du}$$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = -\frac{du}{u}\cos\delta + \frac{d\delta\cos\delta}{\sin\delta}$$

$$\frac{u\,du}{tg\,\delta}$$

$$\frac{u^2}{4a^2} - \frac{du}{u} - \frac{du}{u} + \frac{du}{}$$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \cos\vartheta\left(\frac{d\vartheta}{tg\,\vartheta} - \frac{du}{u}\right)$$

$u\,dv.$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta(\log\sin\vartheta - \log u) - \int(\log\vartheta - \log u)\sin\vartheta\,d\vartheta + C$$

$$\frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\,d\vartheta$$

$\log \mu \frac{\sin\vartheta}{u}$

$$\int \frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\,d\vartheta$$

$$\int \frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\,d\vartheta \quad \frac{u^2}{4a^2}$$

$$\left(\log\frac{1}{u} + \log\frac{1}{\mu}\right)\cos\vartheta = \frac{1}{4a^2}\left(-\cos\vartheta + v\,u^2\right)$$

$$tg\,\vartheta = -\frac{2a^2\sin\vartheta}{u^2} + \frac{2a^2\cos\vartheta}{u}\frac{d\vartheta}{du}$$

$$\frac{1}{4a^2} = -u^2\cos\vartheta + u^2$$

$$\frac{-u^2\cos\vartheta}{4a^2} + \frac{u^2}{4a^2} + \frac{u^2}{4a^2} - \frac{u^2}{4a^2}\ \cancel{\sin\vartheta}\,du =$$

$$\frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\,d\vartheta = -2\sin\vartheta\,d\vartheta + \frac{2}{u}\frac{d\vartheta}{du}d\vartheta$$

$e^x = X$

$\log X = x$

$\log\cos\vartheta = x$

$$\frac{u}{2a^2} = \frac{d\vartheta}{du}\frac{1}{tg\,\vartheta} - \frac{1}{u}$$

$x = \cos\vartheta \qquad X = e^x$

$\log e^x$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta\log\frac{\sin\vartheta}{u}\sqrt{\frac{\sin\vartheta}{u\mu}}$$

$$u^2\sin\vartheta\,d\vartheta = u^2\cos\vartheta - \int\frac{2u\,du\,d\vartheta}{u^2} =$$

$\cos\vartheta^{-1}$

$$\log e^{\cos x} = \cos x$$

$$\frac{1}{\mu^2}\frac{\mu\sin\vartheta}{u}\sqrt{\frac{\mu\sin\vartheta}{u}}$$

$$\cos\vartheta\left(\log\frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{1}{2}\log\frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{1}{2}\log\frac{1}{\mu}\right)$$

$$\frac{u^2}{4a^2}$$

$$\frac{u^2}{4a^2\cos\vartheta} = \log\mu\frac{\sin\vartheta}{u}$$

$$\frac{1}{2a^2}(u^2\cos\vartheta) = \frac{u^2}{4a^2}$$

$$+\frac{u^2}{4a^2}\cos\vartheta - \frac{u^2}{4a^2}$$

$\cos\vartheta$

$\log C = -\log\frac{1}{\mu}$

$$0 = \log\frac{C}{\mu} \qquad \frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta\log\frac{\sin\vartheta}{u} + \log\mu \qquad \cos\vartheta = \log y$$

$\frac{C}{\mu} = 1$

$$= \log\frac{\mu}{u}\sin\vartheta\, e^{\cos\vartheta}\log e^{\cos\vartheta}$$

$$e^{\sin\vartheta} = \cancel{\log\sin\vartheta}$$

$$\log e^{\cos\vartheta} = \cos\vartheta$$

$l \operatorname{tg}\varphi + l' \operatorname{tg}\varphi'$

$\frac{\operatorname{tg}\varphi}{\operatorname{tg}\varphi'} = n$

$\operatorname{tg}\varphi' = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{n}$

$l \operatorname{tg}\varphi + \frac{l'}{n} \operatorname{tg}\varphi = s$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{s}{l + \frac{l'}{n}}$

$n = 1{,}046$

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{25{,}35}{142 + 6} = \frac{25{,}35}{148} =$

$148 \,/\, 25{,}35 \,/\, 0{,}17129$
148
1055
1036
190
4206
2940
1248

$\cancel{\operatorname{tg}\varphi =}\ \varphi$

$\operatorname{tg}\varphi = 0{,}17129 \quad \varphi = 9^\circ 43'$ $\quad \sin\varphi = 0{,}1687761$

$\log \sin 9^\circ 43' = 9{,}2273110$
$\log n = 1290451$
$9{,}0982659$

$148 \,/\, 69{,}70 \,/\, 0{,}47094$
592
1050
1036
1400
1332
-680

$7^\circ 12'$

$\vartheta = 3^\circ 36' 40''$

2,554
0,5065
12770
15324
127700
1,2936010

$\operatorname{tg}\varphi = 0{,}47094 \quad \varphi = 25^\circ 13'$

$\log \sin\varphi = 9{,}6294529$
1290451
9,5004078

$2167 \,/\, 5535 \,/\, 2{,}5542$
4334
12010
10835
11750
10835
9150
8668
4820

$18^\circ 27'$

$\vartheta = 3^\circ 36'7 = 216{,}7$
$\vartheta' = 9^\circ 13'5 = 553{,}5$

$n = 1{,}55$
$n' = 3{,}06$

$\vartheta' = 9^\circ 13'5.$

$n'^2 - n^2 = 4a^2 \log \frac{\vartheta'}{\vartheta}\frac{n}{n'}$

$n'^2 - n^2 = 6{,}961 \quad \frac{n}{n'} = 0{,}5065$

$\frac{\vartheta'}{\vartheta} = 2{,}5542$

$\frac{\vartheta'}{\vartheta}\frac{n}{n'} = 1{,}2936 \quad \log \frac{\vartheta'}{\vartheta}\frac{n}{n'} = 0{,}1118000$

$\log nat = \log v. \times 2{,}3026 = 0{,}25743$

2,3026
0,1118
184208
23026
23026
23026
0,25743068

0,8426716
4166592
1,4326124

$-4a^2 = \frac{6{,}961}{0{,}25743} = 27{,}041$

$a^2 = 6{,}76$

$a = 2{,}600$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta\left(\log \mu \frac{\sin\vartheta}{u}\right) + \frac{1}{4a^2}\int^{\vartheta} u^2 \sin\vartheta \, d\vartheta.$$

$$\int u\, dv = uv - \int v\, du$$

$$\frac{u^2}{4a^2} - \log\mu = \xi$$

$$\int_0^{\vartheta} u^2 \sin\vartheta\, d\vartheta = \left[-u^2\cos\vartheta + \int_0^{\vartheta} \cos\vartheta\, 2u\, du\right]$$

$$\frac{u^2}{4a^2} - \log\mu \frac{\sin\vartheta}{u} - u^2\cos\vartheta$$

$$-u^2\cos\vartheta + u^2$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta \log\mu\frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{u^2}{4a^2}\cos\vartheta - \frac{u^2}{4a^2} + C$$

$$\mu^x = \mu^{1+(x-1)} = \mu\cdot\mu^{x-1}$$

$$\frac{u^2}{4a^2}(2-\cos\vartheta) = \cos\vartheta \log\mu\frac{\sin\vartheta}{u}$$

$$\cancel{\frac{u^2}{4a^2}} = \cos\vartheta$$

$$x^{a+b} = x^a \cdot x^b$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = 0$$

$$\cos\vartheta \log\frac{\sin\vartheta}{u} - \log\mu$$

$$0 = \cos\vartheta \log\frac{\sin\vartheta}{u}$$

$$\cos\vartheta \log\frac{\sin\vartheta}{u} - \log\mu. \qquad -\log\left(\frac{1}{\mu}\right)^{\frac{1}{\cos\vartheta}}$$

$$\cos\vartheta \log\frac{\sin\vartheta}{u} - \log\frac{1}{\mu}$$

$$\log\mu^{\frac{1}{\cos\vartheta}}$$

$$\cos\vartheta\left(\log\frac{\sin\vartheta}{u} - \frac{1}{\cos\vartheta}\log\frac{1}{\mu}\right)$$

$$\log\mu^{\frac{1}{\cos\vartheta}} \quad -\log\mu^{1+\frac{\vartheta^2}{2}}$$

$$\frac{u^2}{4a^2}(2-\cos\vartheta) = \cos\vartheta \log\frac{\sin\vartheta}{u}\mu\cdot\mu^{\frac{\vartheta^2}{2}}$$

$$\mu^{\frac{1}{\cos\vartheta}} = \mu^{1+\frac{\vartheta^2}{2}}$$

$$\cos\vartheta \log\frac{\sin\vartheta}{u}\mu^{\frac{1}{\cos\vartheta}}$$

$$\cos\vartheta \log \sin\vartheta \frac{\mu}{u}{}^{\frac{1}{\cos\vartheta}}$$

$\frac{hm}{a^2} =$

23,52

20026
3472

2,00
12

20475

1,3716219
0,6858110
3112229
9970049

99326

$\frac{h}{\varepsilon} = \frac{a}{m} e^{\frac{m}{a} - c\frac{r}{a}}$

$\frac{hm}{a^2} = \frac{m}{b} = e^{\frac{m}{a} + c\frac{r}{a}}$

$\frac{m}{a} = \frac{m}{b}\frac{b}{a} = \frac{m}{b}\sqrt{\frac{\beta}{2}}$

$\frac{r}{a} = \frac{r}{b}\sqrt{\frac{\beta}{2}}$

$\frac{\log \frac{m}{b}}{0,4343} = \frac{m}{a} - c\frac{r}{a}$

$\frac{\frac{\log \frac{m}{b}}{0,4343} - \frac{m}{b}\sqrt{\frac{\beta}{2}}}{\frac{r}{b}\sqrt{\frac{\beta}{2}}} = -C$

$\beta = 98 \quad \frac{\beta}{2} = 49.$

$\frac{m}{b} = 0,14624 \quad \frac{r}{b} = 0,31855$
2,22985

0,1650662 − 1

4343 / 0,8049338 / 1,92240 / 1,321
4343
46660
39087
9766
8686
10746
8686
20540

1,02368
2,94608
716
7669
470
446
240

2,23

0,6395
1,321
6395
12790
63185
95
0,8447795
42476
0,4200

mini mod. $\beta = 8$ va

$\log \frac{m}{b} = 0,4343 \left(\frac{m}{b} - 1,321\frac{r}{b}\right)\sqrt{\frac{\beta}{2}}$

$\beta = 8 \quad \frac{r}{b} = 0,63947 \quad \frac{m}{b} = 0,42476$

0,6281436

0,4343
0,42
8686
17372
− 0,182406
0,364812 −

$\beta = 2$

$\frac{r}{b} = 0,8182 \quad \frac{m}{b} \; 0,6572$

6547.

628 − 1
− 372

0,4343
0,4236
26058
13029
8686
17372
0,18396958

0,8182
1,321
8182
16364
24546
8182
1,0808422
6572
4236

$\log \frac{m}{b} = 0,8160305$

46 / 80
46
240
2

217

6502125
3467875
2,22222

48 / 0,6 / 1,1
6 : 48 = x : 84 : 6 x 3
48 / 9 / 1

6627578
3372422
3,17291

6720979
3279021
2,12761

9906

.330
165
1,85 15

6812412
3187588
2,08833

4706
6 / 36 / 6

6901961
3098038
2,04082

6989700
3010300
20000

966

5
35

0,1 / 35 5
5 / 35
0,1 / 75 / 0,5 / 150 / 1,014

1,000000
816928
182672 8

204082

18058

96,614

17
34

82,95

42 / 240 / 1006

71,56

555846

55896

619

96 / 48
48 / 0,60 / 1,01

13,66
11,39 12,27
9,57 11,82) 45
8,08 11,49) 33) 12

6199

1,9850401
0,1679272 -1
0,9925201
0,1604574
150515
0,0059424

102216

1,9188764
0,1986846 -1
1,9594082
0,1580928
150515
0,0075778

100504

1,8546702
0,2282462 -1
1,9733352
0,1555815
150515
0,0050665

10117

1,7562216
0,2566666 -1
1,8967608
0,1522204
150515
0,0020954

1,7216690
0,2842276 -1
1,8658347
0,1506623
150515
1,9995473 -1

1,56078
98,0390

9
14 694
624
72

61
71
69

$\frac{h}{a} = e$

$e^{1 - \frac{1}{2}}$

619 51 / 100 / 1,9667

19241

694
14765
7 1,0614
4298
4259

110.0,46
440
4440
49,8

16865
49
16914

490
459
310
300
400
430

12121

176
88
0,95
440
752
83,6

175
0,09
157 5

$\frac{h}{a} = \cancel{M} e^{\frac{m}{m} - \frac{c^2}{a}}$

25
173
177
14694
1472

$\frac{hm}{a^2} = e^{-\left(\frac{c}{x}\right)}$

$$\xi + m - \frac{r^2}{u^2}(u - r\sin\alpha)(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha) + \frac{m^2}{3u^2}(3r + m) = \frac{a^2\sin\alpha}{u}$$

$$r = \frac{m}{2\sin^2\frac{\alpha}{2}}.$$

$$\xi + \cancel{m - \frac{m^2}{u^2}(u - r\sin\alpha)(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)} + \frac{m^2}{3u^2}(3r+m)\,4\sin^4\frac{\alpha}{2}$$

$$= \frac{a^2\sin\alpha}{4u}\,4\sin^4\frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{d\vartheta}{dr}\sin\vartheta + \frac{\sin\vartheta}{r} = \frac{2r}{a^2}$$

6
3 4
3

$$z^2 - \zeta^2 = 2a^2$$

$$\frac{h}{a} = \frac{a}{m} e^{\frac{m}{a} - c\frac{r}{a}}$$

$$\frac{hm}{a^2} \qquad h + (z-h)$$

$$\underline{\underline{hz - h^2}}$$

$$h \frac{\sin\vartheta}{2a} = e^{\dots}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2} = e^{\frac{1}{2}}$$

$$\cancel{h} + m^2 + 2mh - \cancel{h}^2$$

$z\zeta$

$$h + m + h$$
$$2h + (z-h)$$

$$z^2 - \zeta^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{(z-\zeta)\sin\vartheta}{2}$$

$$\frac{z-\zeta}{\sqrt{2}}$$

$$z^2 - \zeta^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + a^2\int\frac{\sin\vartheta}{r}\,dr.$$

$$\frac{z+\zeta}{2}\,dr$$

$$\frac{2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{z-\zeta} = \frac{a^2\sin\vartheta}{r}$$

$$z +$$

$$+ \frac{1}{2}\int(z+\zeta)\,dr$$

$$\frac{z^2}{4} + \frac{1}{2}\zeta z$$

$$\frac{z^2 - \zeta^2}{4} + \frac{1}{2}\zeta(z-\zeta)$$

$$\frac{3}{4}z^2 - \frac{3}{4}\zeta^2 - \frac{1}{2}\zeta z + \frac{1}{2}\zeta^2$$

$$\frac{3}{4}z^2 - \frac{1}{4}\zeta^2 - \frac{1}{2}\zeta z \qquad \cancel{4}z^2 \quad z^2 - \frac{1}{4}(z+\zeta)^2 =$$

$2\pi\kappa \left(\frac{(z-\zeta_0)(u^2-u_0^2)}{2} \right) =$

$z^2 - \zeta^2 = 2a^2 \sin^2\frac{\vartheta}{2} - 2a^2$

$z^2 - \zeta^2 = 2a^2(\cos\vartheta - \cos\vartheta') \mp 2\ldots\sin\vartheta$

$$\frac{z+\xi}{2a^2} = \frac{\sin\vartheta}{u}$$

$\frac{u\,du}{tg\,\vartheta}$ $$\frac{tg\,\vartheta}{2a^2} = \frac{\cos\vartheta}{u}\frac{d\vartheta}{du} - \frac{1}{u^2}\sin\vartheta$$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \frac{\cos\vartheta}{tg\,\vartheta}\,d\vartheta - \frac{du}{u}\frac{\sin\vartheta}{tg\,\vartheta}$$

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} - \sin\vartheta\,d\vartheta - \frac{du}{u} + 2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\frac{du}{u}$$

előbb közelítésben $\frac{u^2}{4a^2} = \log b.\frac{\sin\vartheta}{u}$ $\qquad \frac{\sin\vartheta}{u} = \frac{1}{b}e^{\frac{u^2}{4a^2}}$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \log\frac{2b\,tg\frac{\vartheta}{2}}{u} - 2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^2}{2b^2}\left(e^{\frac{u^2}{2a^2}}-1\right) \;\;//$$

$\frac{\sin^2\vartheta}{u^2} = \frac{1}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}}$

$\sin^2\vartheta = \cancel{4}\,4\sin^2\frac{\vartheta}{2}$

$\cancel{2}\sin^2\frac{\vartheta}{2}$

$2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\frac{du}{u} = \frac{\sin^2\vartheta}{2}\frac{du}{u}$

$= \frac{1}{2}u\,du\,\frac{\sin^2\vartheta}{u^2}$

$= \frac{1}{2}u\,du\,\frac{1}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}}$

$\frac{d}{du}\frac{a^2}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}} = \frac{1}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}}\,u\,du$

$= \frac{1}{2}\,d.\frac{a^2}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}}$

Merevség mod

$$\frac{u\,du}{2a^2} = \cos\vartheta\left(\frac{d\vartheta}{tg\,\vartheta} - \frac{du}{u}\right)$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \cos\vartheta\,\log\frac{\vartheta}{u} + \cancel{\log}$$
$$+\int\frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\,d\vartheta \qquad \cos\vartheta - 1$$
$$\cancel{+} - \frac{u^2}{4a^2}\cos\vartheta + \frac{u^2}{4a^2}$$
$$\frac{u^2}{4a^2}($$

$$\int\frac{u^2}{4a^2}\sin\vartheta\,d\vartheta = -\frac{u^2}{4a^2}\cos\vartheta + \frac{u^2}{4a^2}$$

$$\frac{u^2}{4a^2}(1-\cos\vartheta)$$

$$\frac{u^2}{4a^2}\cos\vartheta - \cos\vartheta\log\frac{\vartheta}{u}.$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \frac{u\,du}{2a^2} = \frac{d\vartheta}{\sin\vartheta} - \sin\vartheta\,d\vartheta - \frac{du}{u} + \frac{1}{2}d\frac{a^2}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}}$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \log tg\frac{\vartheta}{2} + \cos\vartheta - \log u + \frac{1}{2}\frac{a^2}{b^2}e^{\frac{u^2}{2a^2}} + C$$

$$0 = \log\cancel{2b} + \cancel{1} + \frac{1}{2}\frac{a^2}{b^2} + C \qquad C = \log 2b - 1 - \frac{1}{2}\frac{a^2}{b^2}$$

$$\frac{u^2}{4a^2} = \log b\frac{2\,tg\frac{\vartheta}{2}}{u} + (\cos\vartheta - 1) + \frac{1}{2}\frac{a^2}{b^2}\left(e^{\frac{u^2}{2a^2}}-1\right)$$

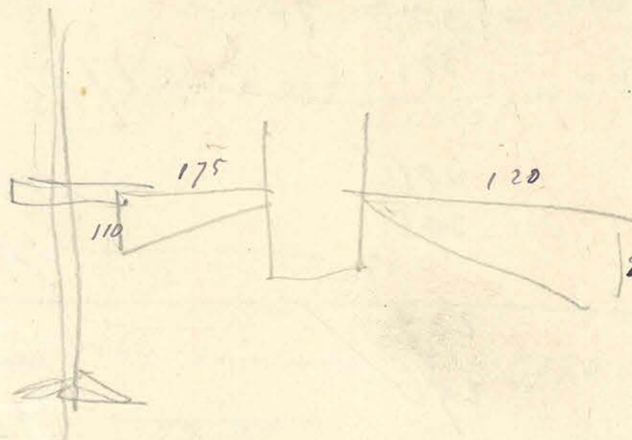
September 19

1885.

Alkohol
vizben

temp. 20

455
455
455
455
455
455
455
455



a víz forr. 99,4

398,5
398,5
399
399
~~400~~
400 } 99,3
401
400 } 99,4
400 } 99,2
402 } 99,1
401

A meleg vizet lehúzva, lehűtve
és friss vizet felöntve

455 } temp 21
454

Glycerinnel felöntve

455   t = 22,8
455

Nagy thermometer. ~~169~~ 171

311,5
301,5

308,5
304 —— 177

301
295 —— 178

297
296 —— 178

297
296 —— 179

178,5

Szajolcsewsky szerint a gőzfeszültség adatokra
160° – 13,08 Atmosph.
170 – 16,88 "
180 – 21,27 "
190 – 26,10 "
200 – 31,65 "

A mulyiző edényből az üveg lepattant miután újra szét lett forrasztva s az így vízzel megtöltött 20 fokinál volt

451
451.

Vízzel telt egyidejűleg 20° Celsiusnál. $a_{20} = 3,828$

I $u = 8,5$ $\xi = \frac{680}{200}$

II $u = 9,45$ $\xi = \frac{704}{200}$

III $u = 10,8$ $\xi = \frac{715}{200}$

IV $u = 11,7$ $\xi = \frac{719}{200} = 3,595$ $\frac{\xi}{u} = 0,308$ $\frac{a}{\xi} = 1,065$

V $u = 13,4$ $\xi = \frac{716}{200} = 3,58$ $\frac{\xi}{u} = 0,267$ $\frac{a}{\xi} = 1,069$

VI $u = 14,8$ $\xi = \frac{713}{200} = 3,565$ $\frac{\xi}{u} = 0,241$ $\frac{a}{\xi} = 1,074$

VII $u = 18,7$ $\xi = \frac{707}{200} = 3,535$ $\frac{\xi}{u} = 0,189$ $\frac{a}{\xi} = 1,083$

Az alkoholra vonatkozólag. $t=20$ nál $\xi=\frac{451}{200}$ az irányadó

$t=20$ $\quad \xi=\frac{451}{200}=2,255 \quad m=14,97. \quad \frac{\text{lemez}}{u}=7,5 \quad \frac{\xi}{u}=0,301$

segédrajzokból $\frac{a}{\xi}=1,066$

A sűrűség megfelelően 20 foknál 0,810

törésmutató $n=1,362$

$a = 1,066 \times 2,255 \frac{1}{1,0036} = 2,394$

a gőz sűrűsége $\sigma = \frac{p}{atm.}\frac{1}{1+\alpha t}\frac{1,59}{773}$ elhanyagolható

$t=99,2$ $\quad \xi=\frac{396}{200}=1,98 \quad \frac{\xi}{u} = \cancel{0,...}\ 0,264$ segédrajzokból $\frac{a}{\xi}=1,070$

A sűrűség Dlion formulájával számítva $s_{99,2}=0,734$

törésmut. $\frac{n^2-1}{d}=c.$ formulából számítva $n=1,236$

$a = 1,070 \times 1,980 = 2,119$

$p=2,2$ atm. $\sigma=0,003$

$V=V_0(1+0,00\,0739t+0,0000\,1055t^2-0,000000\,0925t^3+0,00000000\,0404t^4$

$t=177$ $\quad \xi=\frac{292,5}{200}=1,463 \quad \frac{\xi}{u}=0,195$ segédrajzokból $\frac{a}{\xi}=1,081$

A sűrűség Dlion szerint számítva 177 foknál $=0,612$

törésmutató $\frac{n^2-1}{d}=c$ formulából számítva $n=1,283$

$a = 1,081 \times 1,463 \frac{1}{0,9977} = 1,592$

$p=20$ atm. $\sigma=0,025$

Adatok a prizmára vonatkozólag. $\alpha_1=5^\circ 10'=310'$. $\alpha_2=32^\circ=1920'$

$$a=\frac{a'}{\xi'}\xi\frac{1}{1+\frac{1}{2}\frac{\cos\frac{\delta_2'}{2}\Delta\delta_2-\cos\frac{\delta_1'}{2}\Delta\delta_1}{\sin\frac{\delta_2'}{2}-\sin\frac{\delta_1'}{2}}} \qquad \Delta\delta_1=\frac{\alpha_1}{2}\frac{n'-n}{nn'} \qquad \Delta\delta_2=\frac{\alpha_2}{2}\frac{n-n'}{nn'}$$

a (1) értelmezés a ...re vonatkozó

ez esetben a ... $\delta_1'=2^\circ \qquad \delta_2'=78^\circ$

$$a=\frac{a'}{\xi'}\xi\frac{1}{1+0,00019\Delta\delta_2-0,00024\Delta\delta_1}$$ +) $\Delta\delta_1$ és $\Delta\delta_2$ percekben.

Fenti adatokkal. $\mu=45,9$

t.	a	a^2	s	σ	f	$\frac{\mu}{s}$	λ	λ^2	$f\lambda^2$	$\frac{\Delta f\lambda^2}{\Delta t}$
20°	2,394	5,731	0,870	0	2,321	56,7	3,840	14,75	34,23	0,107
99,2	2,119	4,490	0,734	0,003	1,641	62,5	3,964	15,71	25,78	0,161
177°	1,592	2,534	0,612	0,025	0,744	75,0	4,217	17,78	13,23	

$\left(\frac{\Delta a^2}{\Delta t}\right)_{20}^{99}=0,0157 \quad \left(\frac{\Delta a^2}{\Delta t}\right)_{99}^{177}=0,0251$

1885.

Aethylacetat. $\mu = 77,84$

t	a	a^2	s	σ	f (adatai[?]ból)	$\frac{\mu}{\sigma}$	λ	λ^2	$f\lambda^2$	$\frac{\Delta f\lambda^2}{\Delta t}$		$\frac{\Delta a^2}{\Delta t}$
6°	2,293	5,256	0,770	0,001	1,918 / σ-corr. 1,915	100,11	4,647	21,56	41,35 / 41,29			
22°	2,194	4,814	0,712	0,002	1,714 / σ-corr. 1,709	103,71	4,698	22,07	37,83 / 37,70	0,224		0,276
62°5	1,934	3,740	~~0,6636~~ 0,6636	0,0072	1,227	111,20	4,809	23,13	28,38	0,230	0,227.	0,264
118°7.	1,490	2,220	0,5795	0,0228	0,618	127,31	5,031	25,31	15,64	0,226		0,270

s 62°-nál és s 118°-nál Witt diss. -ben közölt adataiból

$s_0 = 0,7736$

σ kiszámítva a nyomásból marad Gay Lussac szerint

$$\sigma = \frac{p}{760}\,\frac{2,56}{1+\alpha t \cdot 773}$$

$p_6 = 241$

$p_{22} = 465$

$p_{62,5} = 1853$

$p_{118,7} = 7510$

$$\frac{a_6^2 - a_{62,5}^2}{56,5} = \cancel{0,027}\; 0,02701$$

$$\frac{a_{62,5}^2 - a_{118,7}^2}{56,2} = 0,02704$$

Ahhoz Schall viszonyá $\frac{a^2}{a_1^2} = \frac{s^{\frac{8}{3}}}{s_1^{\frac{8}{3}}}$

6°/22°-ra $\frac{a^2}{a_1^2} = 1,092$ $\frac{s^{\frac{8}{3}}}{s_1^{\frac{8}{3}}} = 1,069$

22/62,5-re " $= 1,287$ " $= 1,207$

62,5/118,7-re " $= 1,684$ " $= 1,435$

Prismatikus correctió összehasonlításnál

legyen ξ, n, a vonatkozólag a kiegyenlítendőre
ξ' n' a' az ismertre [illegible] [illegible] [illegible]

$$\xi = a\sqrt{2}\left(1+\frac{1}{3}\frac{a}{n}\right)\left(\sin\frac{\delta_2}{2} - \sin\frac{\delta_1}{2}\right)$$

$$\xi' = a'\sqrt{2}\left(1+\frac{1}{3}\frac{a'}{n'}\right)\left(\sin\frac{\delta_2'}{2} - \sin\frac{\delta_1'}{2}\right)$$

ámde legyen $\delta_2 = \delta_2' + \Delta\delta_2$, $\delta_1 = \delta_1' + \Delta\delta_1$

a hol $\Delta\delta_2$ és $\Delta\delta_1$ a prismatikus correctiók jelölése

$$\frac{\xi}{\xi'} = \frac{a}{a'}\frac{\left(1+\frac{1}{3}\frac{a}{n}\right)}{\left(1+\frac{1}{3}\frac{a'}{n'}\right)}\left(1 + \frac{\frac{1}{2}\cos\frac{\delta_2}{2}\Delta\delta_2 - \frac{1}{2}\cos\frac{\delta_1}{2}\Delta\delta_1}{\sin\frac{\delta_2}{2} - \sin\frac{\delta_1}{2}}\right)$$

tehát
$$a = \frac{a'}{\xi'}\xi\,\frac{1+\frac{1}{3}\frac{a'}{n'}}{1+\frac{1}{3}\frac{a}{n}}\;\frac{1}{1+\frac{1}{2}\frac{\cos\frac{\delta_2}{2}\Delta\delta_2 - \cos\frac{\delta_1}{2}\Delta\delta_1}{\sin\frac{\delta_2}{2} - \sin\frac{\delta_1}{2}}}$$

Ha az összehasonlítás egy csővekkel történik [illegible] [illegible]
$\frac{\xi}{n}$ tehát $\frac{a}{\xi}$ tehát $\frac{a}{n}$ is egyenesen [illegible] lehető.

$$a = \frac{a'}{\xi'}\xi\,\frac{1}{1+\frac{1}{2}\frac{\cos\frac{\delta_2'}{2}\Delta\delta_2 - \cos\frac{\delta_1'}{2}\Delta\delta_1}{\sin\frac{\delta_2'}{2} - \sin\frac{\delta_1'}{2}}}$$

Például a vastag csőben [illegible] és [illegible] észleléseknél legyen:

kb. $\delta_2' = 80°$ $\delta_1' = 2°45'$

tehát

$$a = \frac{a'}{\xi'}\xi\,\frac{1}{1+0{,}0002\,\Delta\delta_2 - 0{,}00024\,\Delta\delta_1}$$

a hol $\Delta\delta_2$ és $\Delta\delta_1$ ívpercekben vannak kifejezve

a hol $\Delta\delta_1 = \frac{\alpha_1}{2}\frac{n'-n}{nn'}$ [illegible] [illegible] [illegible]

és $\Delta\delta_2 = \frac{\alpha_2}{2}\frac{n-n'}{nn'}$

e példa esetében kimutatott $\alpha_1 = 7° = 420'$ $\alpha_2 = 24° = 1440'$

1885 Aug. 21

Tanteremben. ecetsavas ethyl

jéges vízben. Temperatura 3° – 3°,5

Külső hőmérő = 14,5

Szilvanégység 1,1 m.m.

454
455
454
455
456
456
456
455
456
454

Szoba hőmérsékletű vízben 3 óráig állott.

Temp. 22,8

448
448
446
445
447
447
447
445
445
447

Mérés alkohollal hígítva

449
448
448
448

vízzel kevéssé hígítva

427 } 48°5
427

428 } 48°5
428

427 } 49°
427

~~426~~ }
~~427,5~~

Igen melegítve forr. 426 } 49,5
427,5

426 } 50
427
426

Apállesbe ~~[illegible]~~ ~~a [illegible]~~ elhárolitam, új uteni $\frac{3}{4}$ 5 kor.

$5\frac{1}{4}$ kor. 22°5 körül ~~[illegible]~~

446,5
445
445
445
445
445 — 23°

jégbe téve.

Tég. 1°5

460
461
458
460,5
458
457
459
456
459
455
457
458
457,5

I	717 716 719
II	nem ütni Jegédeső"
III	728 728,5 727,5 727,5 726 Külső átmérő [illegible] [illegible] nagy ősi
IV.	

Szoba temperatura vízben 21°,5

447
449
448
446
447,5

Új külső edénybe téve.
Szoba temperatura =

E-ben. [illegible] ethyl

~~[illegible]~~

jégben $6\frac{1}{2}^{\circ}$

Külsőátmérő 14,5

Falvastagság 1,1 mm.

Belső átmérő = 12,3

427
427
427,5
427
426,5
427,

Temp. 6°5

$\frac{\xi}{u}$ =

426,5
426,5
426
426 — Temp. 6°5.

18-19 cső

Temp. 21°

426
225
426
425
425,5 — Temp. 21°.

Alcoholba téve. Temperatur 21

426
425,5
426
426

Alcohol Jovalvon

máj reggel [illegible] 27.

reggel temp 21°

375) 77,4
377

373) 78
375

375) 78,3
376

375) 78
375

374,5) 77,8
375

425
426

$\frac{\xi}{u}$ =

21 cső.

Aug 22.

Vízcsövek

I Vastagfalú cső hossz 18,3 átmérő belső átmérő 17.

Az éther és csatornaty: $u = 8,5$

$u = 8,5$ $a = 3,824$

$\xi = 3,542$

708,5
708
708,5
709
} 708,5

$t = 22$

$\frac{\xi}{u} = 0,417$ $\frac{a}{\xi} = 1,080$

Ugyanaz a cső hangzadva, aethylether.

680,5
680,5
680
680,5

$t = 22$

II Egy kémcső külső átmérő 19,4 belső átm. 18,2

$u = 9,6$

Az hangzásával aethylether

$u = 9,6$ $a = 3,824$

$\xi = 3,456$

691
691,5
690,5
692
691,5
} 691,3

$\frac{\xi}{u} = 0,360$ $\frac{a}{\xi} = 1,106$

Aetherhez és Eresszavhoz

$\xi = 3,60$

720
720,5
720
719,5
719
} 720

$\frac{\xi}{u} = 0,375$ $\frac{a}{\xi} = 1,062$

III cső Eprouvette külső átmérő 21,5 m.m.

belső átmérő 20,1

ercetsav és éther. $u = 10,2$

Temperatura 22

700
700
700 733,2
700,5
700,5

$u = 10,2$ $\xi = 3,666$

$\frac{\xi}{u} = 0,359$ $\frac{a}{\xi} = 1,048$

Hangyasavas aethylether

705
703,5
703,5
703,5
703

IV cső

Hastagfalú cső külső átmérője = 28,0 mm

belső átmérő 27

Ecetsav és Etherhez.

$u = 13,5$ $\xi = 3,676$

$\frac{\xi}{u} = 0,272$ $\frac{a}{\xi} = 1,040$

705
706
705,5 735,2
705
705

V Exspipetta külső átmérő 32,6 (135) javasolt 0,97

belső átmérő 30,6

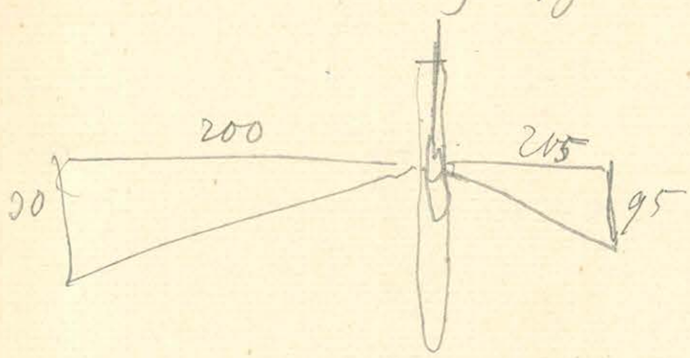
$u = 15,3$

702,5
700,5
702
700
700

$\xi = 3,665$ $\frac{\xi}{u} = 0,240$ $\frac{a}{\xi}$ 1,040

Aug. 26.

Ezüstsav még egyszer.



Vízben. Temp. 21,3.

442
442
442
442

Temp. 21°

$\xi = 2{,}21$ $u = 7{,}3$

$\frac{\xi}{u} = 3{,}03$ $\frac{a}{\xi} = 1{,}043$

Jégben

Temp. 4

452
452
452
452

4° — Temp. 4,2

452
452
452
452
452,5
451,5

— 4°2

Temp. 4° $\xi = 2{,}26$

$u = 7{,}3$ $= \frac{\xi}{u} = 0{,}310$ $\frac{a}{\xi} = 1{,}044$

[illegible]

$\left.\begin{matrix}100{,}2\\99{,}3\end{matrix}\right\}$ 388

$\left.\begin{matrix}100{,}2\\100\end{matrix}\right\}$ 389

$\left.\begin{matrix}100\\99\end{matrix}\right\}$ 388

$\left.\begin{matrix}100{,}2\\100\end{matrix}\right\}$ 389

$\left.\begin{matrix}100{,}2\\99{,}6\end{matrix}\right\}$ 389,5

$\left.\begin{matrix}100{,}2\\99{,}7\end{matrix}\right\}$ 388

$\left.\begin{matrix}100{,}2\\100\end{matrix}\right\}$ 388

$\left.\begin{matrix}100{,}3\\100\end{matrix}\right\}$ 388

$\left.\begin{matrix}100{,}2\\100\end{matrix}\right\}$ 388

$\left.\begin{matrix}100{,}2\\100\end{matrix}\right\}$ 388

Nyers, csak hőmérsékleti egyensúlyra téve.

Temp. 21°2

442
441,5
442
442

Chlorcalcium alatt hűtve.

Temp. K Therm. 22 NT = 23

Ki Therm. 119 NT. 121

441
441,5
441,5
441
441
441,5

melegítve

K. T. 119 NT 121

K. T. ~~118,5 / 118,5 381~~

$\left.\begin{matrix}119,5\\119\end{matrix}\right\}$ 373

119,5 377

$\left.\begin{matrix}120\\118\end{matrix}\right\}$ 373

$\left.\begin{matrix}120\\118,5\end{matrix}\right\}$ 377

$\left.\begin{matrix}120\\119,5\end{matrix}\right\}$ 373

$\left.\begin{matrix}120\\120\end{matrix}\right\}$ 377

$\left.\begin{matrix}121\\120\end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix}372\\376\end{matrix}$

$\left.\begin{matrix}121\\119\end{matrix}\right\}$ $\begin{matrix}375\\373\end{matrix}$

Nyers hűlt

K. T. 20°

$\left\{\begin{matrix}442\\443\\442,5\\442\end{matrix}\right.$

[illegible], vízzel tele.

I. cső eprouvetta külső átmérő 21,6 m.m

Temp. 21

belső átmérő = 20,4

$u = 10,2$ $\xi = 3,645$

$\frac{\xi}{u} = 0,357$ $\frac{a}{\xi} = 1,049$

729
729
729
729
729

$\left.\begin{matrix}729\\729\\729\end{matrix}\right\} \xi = 3,645$

II Vastagfalú cső k. átmérő 28,3

$u = 13,5$

$\frac{\xi}{u} = 0,273$ $\frac{a}{\xi} = 1,039$

736
736 3,68
736
736

III Expipetta külső átmérő 32,5

$u = 15,3$

731
$\left.\begin{matrix}731\\731\end{matrix}\right\} 3.655$
731

$\frac{\xi}{u} = 0,239$ $\frac{a}{\xi} = 1,046$

Glycerinbe Nagy thermometer 23°.

442
443
442
442

Glycerinben

N. Th. 141 } 356
140 } 358

142 { 358
141,5 { 357

141 { 358

142 { 459
454
458

141,5 { 357
141 { 356

Aetherre vonatkozók.

Sűrűség 0 fokon 0,736

Gyakorlati képletek

t	f	fd^2	$\Delta \frac{fd^2}{t}$
6°	1,915	41,29	
			0,224
22°	1,709	37,70	
			0,230
62°	1,227	28,38	
			0,226
118°7	0,618	15,64	

Gőzfeszülés Regnault

50	1,66	Atmosphaera.
60	2,27	
70	3,03	Regnault
80	3,98	
90	5,13	
100	6,58	
110	8,35	
120	10,40	
130	12,71	
140	15,42	
150	18,64	
160	22,34	
170	26,80	
180	31,90	
190	36,90	

$$\sigma = \frac{p}{a}\,\frac{2,56}{1+\alpha t}\,\frac{1}{773}$$

Térfogatok Watts.

0°	10000
10°	10152
20°	10312
30°	1,0483
40°	10667
50°	

	Mendelejeff	Sűrűség		t. sűrűség
0°	10000	0,736		
78°2	1,1508	0,639	80°	0,638
99°8	1,2091	0,609	100°	0,609
131°2	13150	0,560	120°	0,562
157°0	14235	0,517	160°	0,512

Thorpe formula 30° – 120°

$$V = V_0 (1 + 0{,}001349\,t + 0{,}0000\,0654\,t^2 - 0{,}000000\,0345\,t^3 + 0{,}00000000\,0328\,t^4$$

P.

A [illegible] [illegible]. [illegible] [illegible]

A sűrűség m_1 $\frac{s}{s'} = \frac{m_1}{m_1'}$

$m_1 = Vm$

$s = \frac{s'}{m_1'} m_1$

$m = Vs.$

$\frac{s}{s'} = \frac{m_1}{m_1'}$

$s = \frac{m}{v}.$

$560 \,|\, 13600 \,|\, \frac{s}{s'} = 24$

$\begin{array}{r} 1120 \\ \hline 2400 \\ 2240 \\ \hline 160 \end{array}$

[illegible]

Erő [illegible] [illegible] [illegible]. állandó a gyorsulás . .

$e = \frac{g}{2} t^2$ $x = \frac{g}{2} t^2$ $v = gt.$

$v^2 = g^2 t^2 = 2gx$

$x = ct + \frac{g}{2} t^2$

$v = c + gt$

$v^2 = c^2 + 2gct + g^2 t^2$

$v^2 - c^2 = 2g[illegible]$

$2g\,e = v'^2 - v[illegible]$

t	T	p (L)	$p_{t+5} - p_t$	$\Delta^2 p$	$\frac{\partial p}{\partial t}$	
− 20	253	mm 68·90				
− 15	258	89,31	20,41		4,08	
− 10	263	114,72	25,41	5,00	5,08	
− 5	268	146,06	31,34	5,93	6,27	
0	273	184,39	38,33	6,99	7,66	
+ 5	278	230,89	46,50	8,17	9,30	
10	283	286,83	55,94	9,44	11,19	
15	288	353,62	66,79	10,85	13,36	
20	293	432,78	79,16	12,37	15,83	
25	298	525,93	93,15	13,99	18,63	
30	303	634,80	108,87	15,72	21,77	
35	308	761,20	126,40	17,53	25,28	
40	313	907,04	145,84	19,44	29,17	
45	318	1074,15	167,11	21,27	33,42	
50	323	1264,83	190,68	23,57	38,13	
55	328	1481,06	216,23	25,55	43,24	
60	333	1725,01	243,95	27,72	48,79	
65	338	1998,87	273,86	29,91	54,73	
70	343	2304,90	306,03	32,17	61,20	
75	348	2645,41	340,51	34,48	68,10	
80	353	3022,79	377,38	36,87	75,47	
85	358	3439,53	416,74	39,36	83,35	
90	363	3898,26	458,73	41,99	91,74	
95	368	4401,81	503,55	44,82	100,71	
100	373	4953,30	551,49	47,94	110,50	
105	378	5556,23	602,93	51,44	120,58	
110	383	6214,63	658,40	55,47	131,70	
115	388	6933,26	718,63	60,23	143,72	
120	393	7719,20	785,94	67,31	157,19	

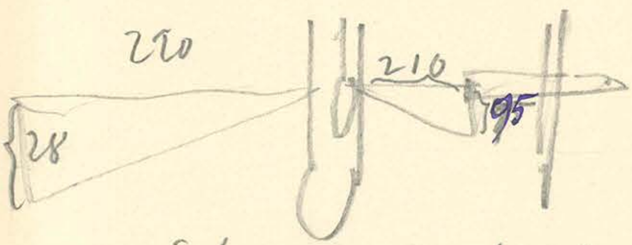
Aethyläther $C_4H_{10}O$

Augustus 22ikén

éther vastag csőben

cső külső átmérője = 15,2
belső átmérője = 11,35

Kísérletes nagyjában



étheres alkoholba téve

Temp = 20°5

418	más részben	418
418		418
417		417
416		417
416		416,5

bár zavart

Új edénybe jelölőtem egyenesen alkoholba

21°

418 418 } 418
418 418

temp. 21° $u = 5,67$ ~~u = 11,35~~ $\xi = 2,09$

$\frac{\xi}{u} = 0,369$

a két saját vizsgáló

Temp. 21°

éther törésmutatója $\frac{a}{\xi} = 1,054$ prizmatikus correctiót

~~1,353~~

$a = 2,198$

[illegible] 625

jele
371
371
371
372 — 62,5
371,5
372
371,5 } 62
371
371,5 } 62,5
371
371 } 62,5

temp. állandó

Temp. 62°5

$\xi = 1,856$ $\frac{\xi}{u} = 0,327$

sajátságaiból $\frac{a}{\xi} = 1,042$

éther törésmutatója 62°5 fokon

Landolt szerint lenne 1,33 mint a vége tehát nincs prizmatikus correctió.

$a = 1,934$

Chlorcalcium [illegible] járatlan

Temp.

288 288 {218,5 / 215,5} 117,5

288 288 {218,5 / 215,5} 117,5

290 290 {218,5 / 215} 117,5

288 288 {119 / ~~2~~15,5} 117,5

288 290 / 285 {119 / 215} 11~~7~~,5

Chlorcalcium [illegible] Temp. 26°

412
412
412,5
412
412

Újra járatlan

Temp.

~~2~~82 282 {120 / 119,5} 119,5

282 282 {120 / 119} 119,5

280 280 {121 / 119} 120

281 {277 / 284} {122 / 118} 120

279 278 / 280 {121 / 118} 120

282 277 / 286 {121 / 117,5} 120

Közép 284,4 — közép 118,7

Temp. 118,7.

~~110~~

$\xi = 1,422$ [illegible]

$\frac{\xi}{u} = 0,251$ $\frac{a'}{\xi'} = 1,042$

[illegible] a [illegible] nagyságos végett.

[illegible] hogy a törésmutató [illegible] és egyvalósági [illegible] alakban vegyük 1°ra 0,0006-al akkor a törésmutató akkor 119 fokos n_{119}-nél $= 1,280$ és így a [illegible] [illegible] 60° alakk.

$a = 1,490$

A cső külső átmérője kb 19 mm belső átmérő: 14,59

Éretsav. Chlorcalcium oldatba tevé.

Temperatura 23°

440
439,5
440,5
239
239,5
440
439,5
440
440,5
440,5

Telepáratva az éretsav megjöve jelmécs..(?) hogy újra be helyett állítani.

		Temp.	
376	376	120 119	119,5
374	374	121 120	120,5
377	377	121 120	120,5
375	374 376	121 120	120,5
374,5	374 375	120 118	119
374,5	374 375	121 119	120,5
374	374 374	120 117	119
375	375	119	119

Lehűtve temp. 22°

444
444
443,5
444
444

ezt kell számítani

Újra páratva.

377,5	377 378	120 118	119
376,5	377 376	119,5 118,5	119
376	377 375	119,5 119,5	119

375,4

Középérték

$t = 119,6$

$\zeta = 1,877$

éther és alcohol keveréke

temp. 21,5

444,5
444
443,5
444
443
444

forralva

414
415
416
415
} 67°5

414
414
} 67°6

újra melegítve

413
413
414
413,5
} 68°

413,5
413,5
} 68°

414,0

Víztelen temp 21°5

444
444,5
444
444

t	$\frac{\mu}{s}\frac{p}{T}$	t_1	$\frac{p^2T}{t^3}$	t_2	$\frac{t}{pd}$	t_3	$\frac{pd^2}{T}$		$\frac{T}{T_1}$ tel. számított krit. hőfok	szám. krit. hőfok
67,6	46,34	−8,5	481,4	−8,5	3642	−8,5	1646	−5	1,288	323
119°6	253,8	34	41910	34	455	34	1152	34	1,279	319

Összefoglalás

$t = 21°5$ $\xi = 2{,}220$ $n = 7{,}3$ $\frac{\xi}{n} = 0{,}304$ csövek aljában $\frac{a}{\xi} = 1{,}041$

$\frac{\Delta\mu}{\Delta t} = 0{,}00041$ törésmutató $n = 1{,}372$ prismatikus correctióval $a = 2{,}302$

$t = 67°6$ $\xi = 2{,}071$ $n = 7{,}3$ $\frac{\xi}{n} = 0{,}284$ csövek aljában $\frac{a}{\xi} = 1{,}040$

törésmutató $n = 1{,}353$ prisma correctióval $a = 2{,}150$

$t = 119{,}6$ $\xi = 1{,}877$ $n = 7{,}3$ $\frac{\xi}{n} = 0{,}257$ csövek aljában $\frac{a}{\xi} = 1{,}041$

törésmutató $n = 1{,}332$ prisma correctióval ~~a = 2,150~~ $a = 1{,}954$

$\mu = 2 \times C_2H_4O_2 = 119{,}72$

t	a	a^2	s	σ	f	$\frac{\mu}{s}$	λ	λ^2	$f\lambda^2$	$\frac{\Delta f\lambda^2}{\Delta t}$
21°5	2,302	5,299	1,057	0,000	2,785	113,91	4,847	23,49	65,42	0 / 0,2084
67°6	2,150	4,622	1,000	0,000	2,311	119,72	4,928	24,28	56,11	
119°6	1,954	3,878	0,938	0,002	1,787	127,62	5,034	25,34	45,28	0,2083 +)

a sűrűsége ellentmondó

0 foknál 1,075 tétli sűrűségét

Watt-alagúra leírásból

σ kiszámítására Wanklyn észlelései egyúttal

$$\sigma = \frac{p}{760}\,\frac{\sigma_0}{1+\alpha t}\,\frac{1}{773}$$ formulával

σ_0 Wanklyn észleléseiből véve

21°-ra $p = 20$ 68°-ra $p = 132$

120°-ra $p = 781$

Playfair és Wanklyn

Ecetsav gőzsűrűsége 186° 1936

132 2,292

116,5 2,771

95,5 2,554

86,5 3,172

75,5 3,340

62,5 3,950

Naumann 2,073

118 / 1090 / 915
982
780
600

96 / 870 / 906.
866
600

109 / 960 / 872
881
790
768
210

290 / 2620 / 894
2344
2760
2637
1230

83
69
152
76.

255,50
255 86
136

255,68

254 83
255 12
995
254,96.

255 50
22
254,42

Bal	Tubb
~~255,68~~ 273,48 / 255,42) 18,06 / 18,06 / 16°8	255,68 / 237,48) 18,20 / 16°8
273,13 / 254,96) 18,17 / 18 17 / 17°6	254,76 / 236,05) 18,71 / 18 71 / 17°2
472,49 / 454,06) 18,43 / 17°2	453,85 / 435 51) 18,34 / 18,34 / 17°2
198,36 / 180,13 / 18,23 / Temp 17°2	179,94 / 161,35 / 18,59 / 17°6

Mi scali ken

238,22 / 222,46 / 15,76 / 16°4	222,35 / 207,52 / 14,83 / 16°5
291,80 / 276,60 / 15,20	276,74 / 260,73 / 16,01 / 16°6

2n. kis zajsnagyi kő

Ürescen:

247·7
256·9 - 247·85 252·38
248·0 - 256·60 252·30
256·3 - 248·05 252·18
248·1

248·8
255·7 - 248·9 252·30
249·0 - 255·55 252·28
255·4

1 $\alpha = 0$ $i = +0·5$ amp. (egyenáram)

212·0
191·7 - 211·80 201·75
211·6 - 191·90 201·75
192·1 - 211·40 201·75
211·2

$\alpha = 0$ $i = -0·5$ amp. (egyenáram)

293·75
302·6 - 293·82 298·22
293·9 - 302·45 298·18
302·3 - 293·95 298·13
294·0

2. $\alpha = 45°$

$i = +0·5$ amp.

156·8
158·1 - 156·80 157·45
156·8 - 158·15 157·48
158·2 - 156·80 157·50
156·8

$i = -0·5$ amp.

339·8
347·8 - 339·90 343·85
340·0 - 347·70 343·85
347·6 - 340·00 343·80
340·0

3. $\alpha = 90°$

$i = +0·5$ amp

167·7
181·9 - 167·80 174·85
167·9 181·60 174·75
181·3 - 168·05 174·68
168·2

$i = -0·5$ amp.

341·9
325·4 - 341·85 333·63
341·8 - 325·65 333·73
325·9 - 341·45 333·68
341·1

4. $\alpha = 135°$

$i = +0·5$ amp.

239·8
225·1 - 239·55 232·33
239·3 - 225·15 232·23
225·2 - 239·10 232·15
238·9

$i = -0·5$ amp.

266·2
280·6 - 266·50 273·55
266·8 - 280·40 273·60
280·2 - 266·85 273·58
266·9

Üresen

232·9		
271·1 - 233·35		252·23
233·8 - 270·65		252·23
270·2 - 234·30		252·25
234·8		

5. $\alpha = 180^\circ$

$i = +0{\cdot}5$ amp.

285·1	
312·2 - 285·55	298·88
286·0 - 311·95	298·98
311·7 - 286·30	299·00
286·6	

$i = -0{\cdot}5$ amp.

195·3	
206·6 - 195·45	201·03
195·6 - 206·35	200·98
206·1 - 195·75	200·93
195·9	

6. $\alpha = 225^\circ$

$i = +0{\cdot}5$ amp.

332·2	
350·1 - 332·55	341·33
332·9 - 349·80	341·35
349·5 - 333·05	341·28
333·2	

$i = -0{\cdot}5$ amp

168·8	
153·7 - 168·50	166·10
168·2 - 153·90	166·10
154·1 - 168·05	166·08
167·9	

7. $\alpha = 270^\circ$

$i = +0{\cdot}5$ amp.

337·8	
328·3 - 337·60	332·95
337·4 - 328·60	333·00
328·9 - 337·35	333·13
337·3	

$i = -0{\cdot}5$ amp.

172·3	
176·9 - 172·30	174·60
172·3 - 176·90	174·60
176·9 - 172·55	174·73
172·8	

8. $\alpha = 315^\circ$

$i = +0{\cdot}5$ amp.

280·3	
271·9 - 280·20	276·05
280·1 - 272·05	276·08
272·2 - 280·05	276·13
280·0	

$i = -0{\cdot}5$ amp.

226·8	
233·6 - 226·85	230·23
226·9 - 233·55	230·23
233·5 - 226·95	230·23
227·0 - 233·45	230·23
233·4	

1. $\alpha = 0^\circ$

$i = \cancel{+}0{\cdot}5$ amp.

205·3	
197·6 - 205·20	201·40
205·1 - 197·70	201·40
197·8 - 205·05	201·43
205·0	

$i = -0{\cdot}5$ amp.

300·2	
296·2 - 300·20	298·20
300·2 - 296·45	298·33
296·7 - 300·05	298·38
299·9	

Üresen

255·3
249·0 - 255·25 252·13
255·2 - 249·10 252·15
249·2 - 255·15 252·18
255·1

1. $\alpha = 0°$

i = 0·5 amp. váltakozó áram

249·7
254·3 - 249·75 252·03
249·8 - 254·35 252·08
254·4 - 249·85 252·13
249·9

2. $\alpha = 45°$

i = 0·5 amp.

287·3
217·2 - 286·55 251·88
285·8 - 218·05 251·93
218·9 - 285·00 251·95
284·2

3 $\alpha = 90°$

i = 0·5 amp. váltakozó áram

228·1
275·0 - 228·75 251·88
229·4 - 274·15 257·78
273·3 - 230·00 251·65
230·6
⋮
236·8
266·9 - 237·00 251·95
237·2 - 266·50 251·85
266·1 - 237·55 251·83
237·9

4. $\alpha = 225°$

i = 0·5 amp.

264·2
240·0 - 264·00 252·00
263·8 - 240·30 252·05
240·6 - 263·35 251·98
262·9

Üresen

262·1
241·9 - 261·95 251·93
261·8 - 242·05 251·93
242·2 - 261·50 251·85
261·2

5. $\alpha = 180°$

i = 0·5 amp. váltakozó áram

255·9
248·4 - 255·80 252·10
255·7 - 248·55 252·13
248·7 - 255·55 252·13
255·4

6. $\alpha = 225°$

i = 0·5 amp.

255·0
249·2 - 254·95 252·08
254·9 - 249·20 252·05
249·2 - 254·90 252·05
254·9

7. $\alpha = 270°$

249·9
254·6 - 249·95 252·28
250·0 - 254·45 252·23
254·3 - 250·00 252·15
250·0

8. $\alpha = 315°$

246·9
257·1 - 247·05 252·08
247·2 - 257·00 252·10
256·9 - 247·25 252·08
247·3

Üresen

248·1
256·1 - 248·15 252·13
248·2 - 256·05 252·13
256·0 - 248·25 252·13
248·3

1. $\alpha = 0°$

$i = 4$ amp. váltakozó áram

251·1
244·9 - 251·00 247·95
250·9 - 245·00 247·95
245·1 - 250·85 247·98
250·8

2. $\alpha = 45°$

$i = 4$ amp.

241·0
255·0 - 241·25 248·13
241·5 - 254·80 248·15
254·6 - 241·60 248·10
241·7

3. $\alpha = 90°$

$i = 4$ amp. váltakozó áram

258·3
245·1 - 258·13 251·62
257·95 - 245·30 251·63
245·5 - 257·83 251·67
257·7

4. $\alpha = 125°$

$i = 4$ amp.

259·3
250·2 - 259·20 254·70
259·1 - 250·30 254·70
250·4 - 259·00 254·70
258·9

Üresen

257·2
247·0 - 257·15 252·08
257·1 - 247·15 252·13
247·3 - 256·95 252·13
256·8

5. $\alpha = 180°$

$i = 4$ amp. váltakozó áram

260·9
252·1 - 260·80 256·45
260·7 - 252·10 256·40
252·1 - 260·65 256·38
260·6

6. $\alpha = 225°$

$i = 4$ amp.

260·0
252·0 - 259·95 255·98
259·9 - 252·00 255·95
252·0 - 259·85 255·93
259·8

7. $\alpha = 270°$

$i = 4$ amp. váltakozó áram

259·2
246·0 - 259·10 252·55
259·0 - 246·00 252·50
246·0 - 258·90 252·45
258·8

8. $\alpha = 315°$

$i = 4$ amp.

246·0
252·8 - 246·0 249·40
246·0 - 252·75 249·38
252·7 - 246·05 249·38
246·1

1. $\alpha = 0°$

$i = 4$ amp. váltakozó áram

242·1
253·8 - 242·40 248·10
242·7 - 253·55 248·13
253·3 - 242·70 248·00
242·7

Üresen

257·4
247·3 - 257·30 252·30
257·2 - 247·45 252·33
247·6 - 257·15 252·38
257·1

Ms 5098 /34

Meniscus

1884-től

2-ből

Ha ezt az értékek sorát beteszi 1) egyenletbe akkor. **Formula gyűrődésre II.** 1884 márc 2.

belül:

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\delta}{2} + \frac{4}{3u\sqrt2}a^3\left(1+c\frac{a}{u}\right)^3\left(1-\cos^3\frac{\delta}{2}\right) - \frac{2a^3}{\sqrt2 u}\left(1+c\frac{a}{u}\right)^3\left(1-\cos\frac{\delta}{2}\right) + \frac{2a^3}{\sqrt2 u}\left(1+c\frac{a}{u}\right)\left(1-\cos\frac{\delta}{2}\right)$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\delta}{2}\left\{1+\frac{4a^3}{3u\sqrt2}\left(1+c\frac{a}{u}\right)^3\frac{1-\cos^3\frac{\delta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}} + \frac{2a^3}{\sqrt2 u}\left(1+c\frac{a}{u}\right)\left(1-\left(1+c\frac{a}{u}\right)^2\right)\frac{1-\cos\frac{\delta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}}\right\}$$

ha ebből csak az $\frac{a}{u}$ nak kettőnél magasabb hatványait elhanyagoljuk, lesz.

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\delta}{2} + \frac{4a^3}{3u\sqrt2}\left(1-\cos^3\frac{\delta}{2}\right) + \frac{4a^3}{u\sqrt2}c\frac{a}{u}\cos\frac{\delta}{2}\sin^2\frac{\delta}{2}$$

kívül:

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\delta}{2} - \frac{4}{3u\sqrt2}a^3\left(1-c\frac{a}{u}\right)^3\left(1-\cos^3\frac{\delta}{2}\right) + \frac{2a^3}{\sqrt2 u}\left(1-c\frac{a}{u}\right)^3\left(1-\cos\frac{\delta}{2}\right) - \frac{2a^3}{\sqrt2 u}\left(1-c\frac{a}{u}\right)\left(1-\cos\frac{\delta}{2}\right)$$

ebből az $\frac{a}{u}$ nak kettőnél magasabb hatványait elhanyagolva

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\delta}{2} - \frac{4a^3}{3u\sqrt2}\left(1-\cos^3\frac{\delta}{2}\right) + \frac{4a^3}{u\sqrt2}c\frac{a}{u}\cos\frac{\delta}{2}\sin^2\frac{\delta}{2}$$

$\sqrt{1+x} = 1+\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\frac{x^2}{4}$

belül

$$z = \sqrt2\, a\sin\frac{\delta}{2}\left\{1+\frac{a}{3\sqrt2 u}\frac{1-\cos^3\frac{\delta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}} + \frac{c}{\sqrt2}\frac{a^2}{u^2}\cos\frac{\delta}{2} - \frac{1}{2}\frac{1}{18}\frac{a^2}{u^2}\left(\frac{1-\cos^3\frac{\delta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}}\right)^2\right\}$$

kívül

$$z = \sqrt2\, a\sin\frac{\delta}{2}\left\{1-\frac{a}{3\sqrt2 u}\frac{1-\cos^3\frac{\delta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}} + \frac{c}{\sqrt2}\frac{a^2}{u^2}\cos\frac{\delta}{2} - \frac{1}{2}\frac{1}{18}\frac{a^2}{u^2}\left(\frac{1-\cos^3\frac{\delta}{2}}{\sin^2\frac{\delta}{2}}\right)^2\right\}$$

Bubori[illegible]

belül $\delta = \frac{\pi}{2}+\varepsilon$ $\quad \sin\frac{\delta}{2} = \frac{1}{\sqrt2}\cos\frac{\varepsilon}{2} + \frac{1}{\sqrt2}\sin\frac{\varepsilon}{2}$

kívül $\delta = \frac{\pi}{2}-\varepsilon$ $\quad \sin\frac{\delta}{2} = \frac{1}{\sqrt2}\cos\frac{\varepsilon}{2} - \frac{1}{\sqrt2}\sin\frac{\varepsilon}{2}$

belül $z' = a\left(\cos\frac{\varepsilon}{2}+\sin\frac{\varepsilon}{2}\right)\left\{1+\frac{a}{u}c + \frac{a}{u}\frac{\partial c}{\partial\varepsilon}\varepsilon + \frac{1}{9}\frac{a^2}{u^2}\right\}$

kívül $z = a\left(\cos\frac{\varepsilon}{2}-\sin\frac{\varepsilon}{2}\right)\left\{1-\frac{a}{u}c + \frac{a}{u}\frac{\partial c}{\partial\varepsilon}\varepsilon + \frac{1}{9}\frac{a^2}{u^2}\right\}$

$z' - z = a\cos\frac{\varepsilon}{2}\,2\frac{a}{u}c + 2a\sin\frac{\varepsilon}{2}\left(2 + \frac{a}{}\right.$

első

$$b = \frac{r}{u}c + \frac{d}{2a}$$

z pozitiv. belül: **Formula a gyűrűre 1.**

1884 márc. 2

$$2uk\frac{z^2}{2} - 2\frac{z}{2}\int z^2 du + 2uf(1-\cos\vartheta) - 2f\int_0 (ds-du) = 0$$

kívül

$$kz^2u + k\int z^2 du - 2uf(1-\cos\vartheta) + 2f\int(ds-du)$$

z negatív.

belül

$$kz^2u - k\int z^2 du + 2uf\cos\vartheta - 2uf - 2f\int(ds-du) = 0$$

$$kz^2u - k\int z^2 du - 2uf(1-\cos\vartheta) - 2f(ds-du) = 0$$

kívül

$$-kz^2u - k\int z^2 du + \cancel{2fl} + 2fu\cos\vartheta - \cancel{2fl} + 2fu - 2f\int(ds-du)$$

$$kz^2u + k\int z^2 du - 2uf(1-\cos\vartheta) + 2f\int(ds-du) = 0$$

Eszerint akár pozitiv akár negatív.

belülre: $$z^2 - \frac{1}{u}\int z^2 du - a^2(1-\cos\vartheta) - \frac{a^2}{u}\int(ds-du) = 0$$

kívülre $$z^2 + \frac{1}{u}\int z^2 du - a^2(1-\cos\vartheta) + \frac{a^2}{u}\int(ds-du) = 0$$

belül: $$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{u}\int z^2 du + \frac{a^2}{u}\int(ds-du)$$

kívül: $$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{u}\int z^2 du - \frac{a^2}{u}\int(ds-du)$$ 1

ha tesszük $z = \sqrt{2}a\sin\frac{\vartheta}{2}$ akkor

$$\int z^2 du = -\frac{2a^3}{\sqrt{2}}\left(1-\cos\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{4}{3}\frac{a^3}{\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) \qquad \int(ds-du) = \frac{2a}{\sqrt{2}}\left(1-\cos\frac{\vartheta}{2}\right)$$

Eszerint.

belül $$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{4a^3}{u3\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right)$$

kívül $$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} - \frac{4a^3}{u3\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right)$$ első 2

első közelítés

belül: $$z = \pm\sqrt{2}a\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+c\frac{a}{u}\right)$$

kívül $$z = \pm\sqrt{2}a\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1-c\frac{a}{u}\right)$$ 2) ahol $c = \frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\cdot\frac{1}{3\sqrt{2}}$

$\frac{1-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}}$

$\frac{1}{3}\left(2-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\cdot\right)\sqrt{2}$

$\sqrt{2}-\frac{1}{2}$

Gyűrű formula I.

Formulák levezetése a forgási felületekhez.

Azon esetben ha a tetőpontban a görbületi sugár ∞-nek tekinthető.

 p

Fektessünk a forgási tengelyen át egy vertikális síkot (yz sík) – és a ϑ hajlásra ~~tengelyre~~ pontokon át egy vízszintes síkot xy sík. Az így kimetszett szögdaraboknak egyensúlya esetében a reá működő erők X irányú összetevői összegének 0-nak kell lenni. Ez adja: ha a ϑ-hoz forgási sugara $= u$

$$2u\,k\frac{z^2}{2} - 2\frac{k}{2}\int_0^u z^2du + 2u\alpha(1-\cos\vartheta) + 2\alpha\int_0^u(ds-du) = 0 \quad \ldots\ 1)$$

$$-\frac{2\alpha}{k} = a^2$$

$$uz^2 - \int z^2du - a^2u(1-\cos\vartheta) - a^2\int(ds-du) = 0$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{u}\int_0^u z^2du + \frac{a^2}{u}\int_0^u(ds-du) \quad \ldots\ 2)$$

ha $u = \infty$ akkor: $z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2} \quad \ldots\ 3)$$

3) felhasználásával mivel $ds = \frac{dz}{\sin\vartheta}$ $du = \frac{dz}{tg\vartheta}$

és így $ds - du = dz\frac{2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}$

$$dz = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

lesz:

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{u}\int\frac{z^2dz}{tg\vartheta} + \frac{2a^2}{u}\int\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}dz \quad \ldots\ 4)$$

és aztán:

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int_0^\vartheta\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int_0^\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

$$1+\cos\vartheta = 2\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$(1+\cos\vartheta)\sin\frac{\vartheta}{2} = 2\sin\frac{\vartheta}{2} - 2\sin^3\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3\sqrt{2}}{u}\int_0^\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2} - \frac{a^3\sqrt{2}}{u}\int_0^\vartheta\sin^3\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

$$\int dx\sin^3x = -\frac{\sin^2x\cos x}{3} + \frac{2}{3}\int dx\sin x$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{2a}{3u\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)$$

ebből pedig $\sqrt{1+x} = 1+\frac{x}{2}$ formula szerint

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right) \quad \ldots\ 5)$$

Ez a formula annyiban különbözik a régiektől hogy benne u és nem u_0 fordul elő.

Ha most megfogadjuk hogy $\frac{1}{3\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}$ értéke nem nagyon vált-
ozik – hogy különösen $\vartheta=0$ ra $=0{,}352$ $\vartheta=\frac{\pi}{2}$ re $=0{,}303$ lehetünk
$\frac{1}{3\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} = c = \frac{1}{3}$ a mikor is c a valódi értéktől legfeljebb $\frac{1}{10}$ed
rész el – ez a correctio tagban már csak kicsiny befolyású
így nyerjük a 3-nál nagyobb az 5-nél kisebb közelítésnél

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{a}{3u}\right) \quad \ldots\ldots \quad 6)$$

Ezt az értéket felhasználhatjuk arra hogy a 4) ~~négy~~ egyenlet 2 utolsó tagjába z és dz értékeket helyettesítve nyerjünk egy az 5)-nél pontosabb közelítést. Ha 6 ban $u=u_0$ értéket teszünk, a hol u_0 közelítő értéke z-nek a felületek azon részeire nézve melyek szóba jönnek

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{a}{3u_0}\right) = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{ca}{u_0}\right)$$

$$dz = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{a}{3u_0}\right) = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)$$

Közelítőleg $\quad z^2 = 2a^2\left(1+2c\frac{a}{u_0}\right)\sin^2\frac{\vartheta}{2}$

Elhanyagolhatunk azon tagokat melyekben $\left(\frac{a}{u}\right)^3$ ikon van.

Következik

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{4ca^4}{\sqrt{2}\,u u_0}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

vagy az utolsóban téve $u=u_0$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\left\{1+\frac{2a}{3\sqrt{2}\,u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \sqrt{2}.c\frac{a^2}{u_0^2}\cos\frac{\vartheta}{2}\right\}$$

---

ebből gyököt vonunk

$$\sqrt{1+x} = 1+\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\frac{x^2}{4} \quad \text{szerint}$$

téve $\quad x = \frac{2a}{3\sqrt{2}\,u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \sqrt{2}\,c\frac{a^2}{u_0^2}\cos\frac{\vartheta}{2}$

x^2-ban a második tag négyzetét és a kellő szorzatot elhanyagolva

lesz:

$$z = \sqrt{2}\,a\sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1+\frac{a}{3\sqrt{2}\,u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \frac{c}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u_0^2}\cos\frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{2\cdot 18}\frac{a^2}{u^2}\left(\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)^2\right\}$$

téve az $\frac{a^2}{u^2}$-el szorzott tagban u helyett u_0 és

$$\frac{1}{18}\left(\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)^2 = c^2 = \frac{1}{9} \quad \text{lesz:}$$

$$z = \sqrt{2}\,a \sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1 + \frac{a}{3\sqrt{2}u}\,\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \frac{c}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u_0^2}\cos\frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{2}c^2\frac{a^2}{u_0^2}\right\} \quad \ldots\ 7$$

~~$u = a\sqrt{2}\left(\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log tg\frac{\vartheta}{4}\right) + \frac{a^2}{4u}\log tg\frac{\vartheta}{4} + \frac{a^2}{12u} - \frac{a^2}{24u}\frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta}{4}} + \frac{a^2}{6u}\cos\vartheta - \frac{c^2}{\sqrt{2}}\frac{a^3}{u_0^2}\left(\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log tg\frac{\vartheta}{4}\right)$~~

~~A fentebbiből~~

~~A fentebbiből~~

$$z = \xi + \frac{1}{2}c\frac{a^3}{u_0^2}\sin\vartheta - \frac{c^2}{\sqrt{2}}\frac{a^3}{u_0^2}\sin\frac{\vartheta}{2} \qquad \text{a hol} \qquad \xi = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1 + \frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)$$

$$dz = \left(\frac{d\xi}{d\vartheta}\right)_{u=\text{Const.}} d\vartheta + \left(\frac{d\xi}{du}\right)_{\vartheta=\text{Const}}\frac{du}{d\vartheta}d\vartheta + \frac{1}{2}c\frac{a^3}{u_0^2}\cos\vartheta\, d\vartheta - \frac{c^2}{2\sqrt{2}}\frac{a^3}{u_0^2}\cos\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$\frac{du}{d\vartheta} = \frac{du}{dz}\frac{dz}{d\vartheta} = \frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{tg\,\vartheta} \qquad \Bigg| \quad \frac{d\xi}{du} = -a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\frac{1}{u^2}ac$$

ezeket betéve és az $\frac{a^2}{u^2}$-al szorzott tagban $u = u_0$ téve: — a hol tettük $\frac{1}{3\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} = C$

$$du = \frac{dz}{tg\,\vartheta} = \frac{d\xi}{d\vartheta}\frac{1}{tg\,\vartheta}d\vartheta - \frac{c^2}{2\sqrt{2}}\frac{a^3}{u_0^2}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{tg\,\vartheta}d\vartheta$$

vagyis

$$\frac{du}{d\vartheta} = \frac{a}{2\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sin\frac{\vartheta}{2}} - 2\sin\frac{\vartheta}{2}\right) - \frac{a^2}{6u}\sin\vartheta + \frac{a^2}{6u}\frac{1}{\sin\frac{\vartheta}{2}} - \frac{a^2}{12u}\frac{1}{\sin^3\frac{\vartheta}{2}} + \frac{a^2}{12u}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\sin^3\frac{\vartheta}{2}} - \frac{c^2}{2\sqrt{2}}\frac{a^3}{u_0^2}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{tg\,\vartheta}$$

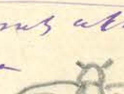
jó[?] 1884 ápril

s végre:

$$u = a\sqrt{2}\left(\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log tg\frac{\vartheta}{4}\right) + \frac{a^2}{4u}\log tg\frac{\vartheta}{4} + \underbrace{\frac{a^2}{12u} - \frac{a^2}{24u}\frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta}{4}}} + \frac{a^2}{6u}\cos\vartheta - \frac{c^2}{\sqrt{2}}\frac{a^3}{u_0^2}\left(\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log tg\frac{\vartheta}{4}\right) + C \quad \ldots\ 8)$$

7 és 8-ból következik a meghatározására

1884 ápril 20-ikán tett megjegyzés; Ha két pontra alkalmazzuk akkor u helyett u_0-t kell tennünk és kapjuk a 9 formula helyett a következőt



~~ázaz~~ $a =$

$$a = \frac{u'-u}{\sqrt{2}\left(1-\frac{1}{2}c^2\frac{a^2}{u_0^2}\right)\left(\cos\frac{\vartheta'}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log\frac{tg\frac{\vartheta'}{4}}{tg\frac{\vartheta}{4}}\right) + \frac{a}{4u}\log\frac{tg\frac{\vartheta'}{4}}{tg\frac{\vartheta}{4}} + \frac{a}{6u}(\cos\vartheta' - \cos\vartheta) - \frac{a}{24u}\left(\frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta'}{4}} - \frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta}{4}}\right)}$$

~~Ezért~~

$$9)\quad a = \frac{z'-z}{\sqrt{2}\left(\sin\frac{\vartheta'}{2} - \sin\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{a}{3}\left\{\frac{1}{u'}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta'}{2}}{\sin\vartheta'} - \frac{1}{u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin\frac{\vartheta}{2}}\right\} + \frac{c}{2}\frac{a^2}{u_0^2}\left(\sin\vartheta' - \sin\vartheta\right) - \frac{c^2}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u_0^2}\left(\sin\frac{\vartheta'}{2} - \sin\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

a hol ~~[illegible]~~ $c = \frac{1}{3}$

Másrészt

$$a = \frac{u'-u}{P + aQ + a^2R} \quad \text{a hol}$$

$$10 \begin{cases} P = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\vartheta'}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log\frac{\operatorname{tg}\frac{\vartheta'}{4}}{\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4}}\right) \\ Q = \frac{1}{4u'}\log\operatorname{tg}\frac{\vartheta'}{4} - \frac{1}{4u}\log\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4} - \frac{1}{12}\frac{u'-u}{uu'} - \frac{1}{24}\left(\frac{1}{u'}\frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta'}{4}} - \frac{1}{u}\frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta}{4}}\right) + \frac{1}{6}\left(\frac{\cos\vartheta'}{u'} - \frac{\cos\vartheta}{u}\right) \\ R = -\frac{c^2}{\sqrt{2}\,u_0^2}\left(\cos\frac{\vartheta'}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log\frac{\operatorname{tg}\frac{\vartheta'}{4}}{\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4}}\right) \end{cases}$$

~~[illegible]~~
$\log x = 2{,}302585 \log \text{vulg}\, x$

E két utóbbi formulának s velük az elméletnek igazolására szolgálnak a következő kisérletek:

I Kisérlet.

A Plateau-féle edényben $\frac{1}{15}\left(\frac{1 \text{ kénsav}}{15 \text{ víz}}\right)$ kénsav = Fajsulya = 1,075

Ebbe betévé egy négyszögletes dézsában és egy gyűrűben higany (lásd. Az elektrocapillaris értekezést ([illegible] és [illegible]) [illegible])

A gyűrű átmérője 29 m.m.

Érintve a négyszögletes - és a gyűrű edényben a higany egyidejűleg [illegible].

~~[illegible]~~ a) A higanyhoz [illegible] vezetett víz.

Elektromotoros erő = E

Dézsa

Közép 68 észlelésből

$z_2 - z_1 = 1{,}88625$

$\vartheta_2 = 72°36\frac{1}{2}'$ $\vartheta_1 = 5°27'$

$a = \frac{z'-z}{\sqrt{2}\left(\sin\frac{\vartheta'}{2} - \frac{\vartheta}{2}\right)}$ képletből

$a = 2{,}449$

Gyűrű

Közép 68 észlelésből

$z_2 - z_1 = 2{,}0275$

$\vartheta_2 = 75°52'$ $\vartheta_1 = 6°47'$

$a = \frac{z'-z}{\sqrt{2}\left(\sin\frac{\vartheta'}{2} - \sin\frac{\vartheta}{2}\right)}$ képlet szerint $a_{durva} = 2{,}580$

lévén $u' = 14{,}5$ és a [illegible] [illegible] számítva $u = 10$ $u_0 = 12{,}25$ míg az utolsó két tagot is tekintetbe veendő

$\frac{c}{2}\frac{a^2}{u_0^2}(\sin\vartheta' - \sin\vartheta) = 0{,}00568$ $\frac{c^2}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u_0^2}\left(\sin\frac{\vartheta'}{2} - \sin\frac{\vartheta}{2}\right) = 0{,}00175$

lévén $a = 2{,}449$, a 9) képletből $a = 2{,}442$

E kisérletben a két adat eltérése mintegy 0,28 százalék. Ennél még teljesebb megegyezést vártam. Az eltérés onnét lehet, hogy a higany a gyűrűben az alsó csúcs niveau közel volt az edény széléhez, hol is feszültség állhatott elő. E csúcs távolabb van az üveg széltől azon kisérleteknél melyekben az a értéke kisebb. Ugyanazért ismételve lett a kisérlet.

Az electrocapillaris (Gyűrű dézsa) kisérletekből következő azon értékeket melyek az Electromos erő $= E - 0{,}42175$ Voltra vonatkoztak. Erre vonatkozót.

b) Eredmények

Dézsa	Gyűrű
20 észleletből*) $z_2 - z_1 = 1{,}6782$ mindig az utolsó 4 vétetett.	20 észleletből $z_2 - z_1 = 1{,}7956$
$a = 2{,}179^3$	Az $\underline{a}$ durva értéke.

A durva $= 2{,}2853$ | A durva szög $= 0{,}7857$

~~Ha~~ azután a 9 képletben a szögökben beírunk $a = 2{,}1793$ és $u' = 14{,}5$ $u'' = 10$

$u_0 = 12{,}25$

lesz: $\frac{c}{2}\frac{c^2}{u_0^2}(\sin\vartheta' - \sin\vartheta) = 0{,}00473$ tehát mintegy a szorzónak ½ %

és $\frac{c^2}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u_0^2}\left(\sin\frac{\vartheta'}{2} - \sin\frac{\vartheta}{2}\right) = 0{,}00146$

és azután

$a = 2{,}179^0$

A két érték között az eltérés mintegy $\frac{1}{100}$ százalék

II Kisérlet sor.

Fel lett állítva egy üveg gyűrűben jelön tölt higany meniscus. Egyidejűleg észlelve a Kathetometerrel és az osztályozó géppel. A mérések úgy történtek, hogy előbb az osztályozó géppel 1 aztán a Kathetometerrel 2 mérés eszközöltetett.

A csúcsok hajlásszögletei a következők voltak:

A Kathetometerrel észlelésre

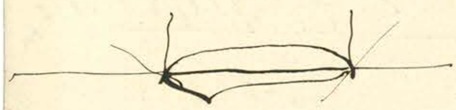
$\vartheta_1 = 6^\circ 24'$ | $\vartheta_2 = 36^\circ 50'$ | $\vartheta_3 = 69^\circ 57\frac{1}{2}'$

Mint középe 40 észlelésből változó meniscuson nyeretett:

$z_2 - z_1 = 0,8592$

$z_3 - z_2 = 0,8415$

~~a g~~ Direct mérés által nyeretett



a gyűrű átmérője $\vartheta = 45$ helyén

helyében $= 45,5$

E szerint $u_1 = 19,8$ $u_2 = 22,4$ $u_3 = 23,1$

ez értékek a Cylinder felületek formájából következtek.

Igy nyeretett.

$z_2 - z_1$ ből		$z_3 - z_2$ ből	
1ső közelítés	2,3358	1ső közelítés	2,3131
2ik " "	2,2500	2ik "	2,2455
3ik " "	2,2530	3ik "	2,2474

tehát

$a_{12} = 2,253$ $a_{23} = 2,247$

Középérték e két értékből

$a_{hor} = 2,250$

Az osztályozó gyűrűvel észlelésre

$\vartheta_1 = 12^\circ 33'$ | $\vartheta_2 = 24^\circ 45\frac{1}{2}'$ | $\vartheta_3 = 55^\circ 20\frac{1}{2}'$

mint közép a $z_1 - z_1$ és $z_3 - z_2$-vel egyidejű 20 észlelésből

$u_2 - u_1 = 1,0699$

$u_3 - u_2 = 1,0476$

e szerint

$u_{201} = 21,5$

$u_{302} = 22,5$

10 képletben tétetett elegendő közelítésnek

$$Q = \frac{1}{4u_0}\log\frac{tg\frac{\vartheta'}{4}}{tg\frac{\vartheta}{4}} - \frac{1}{24u_0}\left(\frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta'}{4}} - \frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta}{4}}\right) + \frac{1}{6u}(\cos\vartheta' - \cos\vartheta)$$

$R = 0$

Igy találtatott

$u_2 - u_1$ ből		$u_3 - u_2$ ből	
1ső közelítés	2,3352	1ső közel.	2,3229
2ik "	2,2542	2ik -	2,2434
3ik "	2,2572	3ik -	2,2479

tehát

$a_{12} = 2,257$ $a_{23} = 2,248$

Középérték e kettőből

$a_{vert.} = 2,252$

A középérték a mind négy értékből $= 2,251$ ettől legnagyobb eltér $2,257$ és pedig $0,26$ százalékkal. A megegyezést (8,5) [illegible] tekintve, hogy az észlelések nem egyidejűek és változó felületen ~~f~~ történtek több mint elégséges.

Megvizsgáltatott a fentebbi módon még egy gyűrű (az előbbinél nagyobb)

A hajlási szögletek voltak:

Kathetometer észleléseinél	Ostályozó gyűrű észleléseinél.
$\delta_1 = 6^\circ 24'$ $\delta_2 = 36^\circ 50'$ $\delta_3 = 69^\circ 57\frac{1}{2}''$	$\delta_1 = 12^\circ 33'$ $\delta_2 = 24^\circ 45\frac{1}{2}''$ $\delta_3 = 55^\circ 20\frac{1}{2}''$

Kathetometer:

20 észlelésből

$z_2 - z_1 = 0{,}856$

$z_3 - z_2 = 0{,}8425$

tová $u_1 = 48$ $u_2 = 50{,}6$ $u_3 = 51{,}3$ $u_{102} = 49{,}7$ $u_{203} = 51{,}2$

~~nyerettett ...~~ nyerteték 9 formulából

	$z_2 - z_1$ből		$z_3 - z_2$ből
1ső közelítés	2,3324	1ső közel.	= 2,3149
2ik "	2,2897	2ik "	2,283
3ik "	2,2904	3ik "	2,284
tehát	$a_{12} = 2{,}290$	tehát	$a_{23} = 2{,}284$

Középérték ezektől

$a_{kör} = 2{,}287$

Ostályozó gyűrű:

10 észlelésből

$u_2 - u_1 = 1{,}0626$ $u_{201} = 49{,}5$

$u_3 - u_2 = 1{,}0424$ $u_{302} = 50{,}5$

A 10 képletből Q és R így mint előbb:

	$u_2 - u_1$ből		$u_3 - u_2$-ből
1ső közelít.	~~2,3191~~ = 2,3192	1ső köz.	2,3103
2ik "	= 2,2812	2ik köz.	2,2754
3ik "	2,2817	3ik "	2,2767
tehát	2,282		2,277

tehát középérték

$a_{vas} = 2{,}280$

A középérték a mind a 4 értékből $a = 2{,}284$ s ettől a legnagyobb eltérés 2,277 vagyis egy eltérés 0,3 százalékkal.

A $^{7,8)}$ 9 és 10 ből levezetett formulák.

A hengeres felületre $u = \infty$ akkor:

$$a = \frac{z' - z}{\sqrt{2}\left(\sin\frac{\delta'}{2} - \sin\frac{\delta}{2}\right)} \quad \dots\dots \quad 11)$$

és

$$a = \frac{u' - u}{\sqrt{2}\left(\cos\frac{\delta'}{2} - \cos\frac{\delta}{2} + \frac{1}{2}\log\frac{tg\frac{\delta'}{4}}{tg\frac{\delta}{4}}\right)} \quad \dots\dots \quad 12

~~A buborék v. csepp magassága $\vartheta = \frac{\pi}{2}$-től $\vartheta = 0$-ig.~~

~~$z_{90} - z_0$ adja~~

A buborék vagy csepp magassága $\vartheta = \frac{\pi}{2}$-ig kiadódik 7 formulából ebből aztán. $c = \frac{1}{3}$ levén

$$a = \frac{z_{90}}{1 + 0,3047\frac{a}{u} + \frac{1}{9}\frac{a^2}{u^2}} \quad \ldots \quad (3)$$

Igazolás

Ezzel a formulával számítva a vízbuborékokban által talált legnagyobb értékeket, a kisebbek kevésbé lehettek a [illegible] :

Észlelések.

2r	z_{90} $\frac{1}{2}$ millimeterekben	hőmérs.
40 mm.	817	20°
	819	
	814	
	817	
35 mm	829	21°
	823	
	826	
	827	
40 mm	825	25°
	822	
Közép 38 mm	821,9 = 4,1095 m.m.	21°

A 13 formulából következik

$a = 3,839$

Az én pontos észleléseimből [illegible] a vízre nézve $a_{21} = 3,841$ tehát az eltérés csak 0,10 százalék

Második igazolás: Quincke dolgozatában Über Capillaritätserscheinungen an der gemeinsamen Oberfl. d. Flüssigkeiten Pogg. 1870 (139 kötet) a 14ik oldalon „Flache Luftblasen in abs. Alcohol 3–8 szám alatt adja K–k = z_{90} értékeit alkoholra 25°-nál az ezen értékekből vont középérték = 2,5703, a 13 formula 25°-nál adja 2,434 gazdagon[?] észleléseim szerint a hőcorrectiót téve ~~következtetés~~ ebből alcoholra 20 fokra 2,423
Saját [illegible] észleléseimből alcohol 20 fokra 2,407 } eltérés $\frac{1}{2}$ százalék

Quincke más kísérleteiből 20 fokra 2,379

Quincke kísérleteiben ~~[illegible]~~ (K) = 3,557, ~~[illegible]~~ 7) formulából $z_{180} = 3,583$

A kettő között az eltérés ~~[illegible]~~ mint a Quincke észleléseiben fellépő hiba az én [illegible] szögek tehát igen is lehetett = 0 ~~nem~~ pedig mint Quincke akarja 25°12' és 15[illegible]

$\cos(\vartheta+\varepsilon)\int(1-\sigma)\,dv\left(\Delta y + \frac{dy}{d\sigma}\varepsilon\right)a$

$\cos(\vartheta+\varepsilon)\int(1-\sigma)\,dv\,\Delta y\,a + \cos(\vartheta+\varepsilon)\,\varepsilon\int(1-\sigma)\,dv\,\frac{dy}{d\sigma}$

$\cos\vartheta + \varepsilon\sin\vartheta\int$ $\quad$ $\cos\vartheta\,\varepsilon\int$

Nivó-felületekről

Colloquium-féle

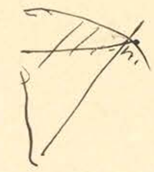
szöveg

A nivófelület mechanikai egyensúlya egy helyen

$$V = C.$$

$$V = U + \frac{1}{2} r^2 \omega^2$$

ha a Z tengely a forgási tengely



$$r^2 = x^2 + y^2$$

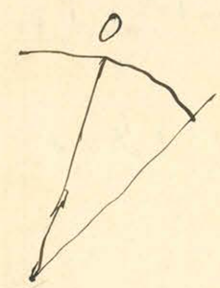
$$V = U + \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\omega^2$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial x} + \omega^2 x \qquad \frac{\partial V}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial y} + \omega^2 y$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \omega^2$$

$$\Delta V = \Delta U + 2\omega^2$$

Tegyük az coordinátákban a Z x y tengelyek ...



$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} \delta x$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$$

$$\frac{\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}}{\frac{\partial V}{\partial z}} = \varepsilon = -\frac{\xi}{\varrho}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\frac{g}{\varrho}$$

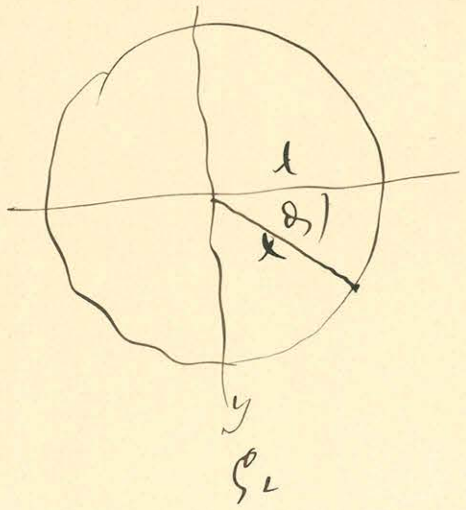
$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{g}{\varrho'}$$

ezek mint $\Delta V = -g\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho'}\right) + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 2\omega^2$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{\partial g}{\partial z} = g\left(\frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho'}\right) + 2\omega^2 \qquad \omega = \frac{2\pi}{86164} \quad \omega^2 = 0{,}000\,000\,005\,318$$

Thieren 11m 48 magasan ... 2 mgr. 840 ± 0,015 — $0^{mgr.}; 2474.$

párisi. ... 0,318



Mérjük itt a hegyet —

x ρ_1 a gömbe [illegible] [illegible]. ds

hosszú a [illegible] $\frac{dr}{ds}$

ϑ irányban ρ a sugár

$$(z+\rho)^2 = l^2 + \rho^2$$

$$2z\rho = l^2 \qquad z = \frac{l^2}{2\rho}$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1}\cos^2\vartheta + \frac{1}{\rho_2}\sin^2\vartheta$$

$$z = \frac{l^2}{2}\left(\frac{\cos^2\vartheta}{\rho_1} + \frac{\sin^2\vartheta}{\rho_2}\right)$$

$$\frac{dz}{ds} = \eta = \frac{l^2}{2}\left(-\frac{1}{\rho_1}2\cos\vartheta\sin\vartheta\frac{d\vartheta}{ds} + \frac{1}{\rho_2}2\sin\vartheta\cos\vartheta\frac{d\vartheta}{ds}\right)$$

$$\cancel{\frac{dz}{ds} = \frac{l^2}{2}} \quad \frac{dz}{ds} = \eta = l^2\frac{1}{2}\sin 2\vartheta\frac{d\vartheta}{ds}\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)$$

$$\frac{d\vartheta}{ds} = \frac{1}{l} \qquad \text{hisz } l\,d\vartheta = [illegible]$$

tehát

$$\eta = l\sin 2\vartheta\,\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)$$

ha η + akkor a forgási momentum negatív

~~[illegible]~~

$$mgl\sin 2\vartheta\,\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1}\right)$$

forgási momentum $= mgl^2\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)\frac{\sin 2\vartheta}{2}$

~~[illegible]~~ egész $= Kg\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)\frac{\sin 2\vartheta}{2}$ 1)

Csavarási szöglet $\alpha = \dfrac{\frac{1}{2}Kg\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)\sin 2\vartheta}{\tau} = \frac{1}{2}\frac{T^2}{\pi^2}g\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)\sin 2\vartheta$ 2

$\vartheta = 0, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi, 2\pi$ akkor $\alpha = 0$

$$\cancel{\alpha = \frac{T^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)\sin 2}$$

A maximális érték

$$\cancel{2\alpha = \frac{T^2}{\pi^2}\left(\frac{1}{\varrho_1}-\frac{1}{\varrho_2}\right)}$$

$$\underbrace{2\alpha = \frac{T^2}{\pi^2} g\left(\frac{1}{\varrho_1}-\frac{1}{\varrho_2}\right)}$$

irány felkeresése

$$\cancel{\alpha = C\sin(2\vartheta+\beta)}$$

$$\cancel{\alpha = C\cos\beta\sin 2\vartheta + C\sin\beta\cos 2\vartheta}$$

45 fokkal elforgatva

$$\cancel{\alpha' = C\cos\beta\cos 2\vartheta + C\sin\beta\sin 2\vartheta}$$

$$\alpha^2+\alpha'^2 = C^2\cos^2\beta + C^2\sin^2\beta$$

45 fokot elforgatva

$$\cancel{\alpha = C\sin 2(\vartheta+\beta)} \qquad \alpha = C\sin 2\vartheta$$

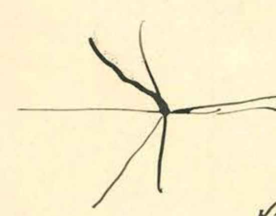
$$\cancel{\alpha' = C\cos 2(\vartheta+\beta)} \qquad \beta' = C\cos 2\vartheta$$

$$\cancel{\frac{\alpha}{\alpha'} = \mathrm{tg}\, 2(\vartheta+\beta)} \qquad \underline{\frac{\alpha}{\beta} = \mathrm{tg}\, 2\vartheta}$$

---

4 irányú tű.

Lehet 3 tű is



$$\alpha = C\sin 2\vartheta$$

$$\alpha' = C\sin\left(2\vartheta + \tfrac{2}{3}\pi\right)$$

$$\alpha'' = C\sin\left(2\vartheta + \tfrac{4}{3}\pi\right)$$

$$\sin\tfrac{2}{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\tfrac{2}{3}\pi = -\frac{1}{2}$$

$$\sin\tfrac{4}{3}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos\tfrac{4}{3}\pi = -\frac{1}{2}$$

$$\cancel{\alpha' = C\vartheta}$$

$$\alpha = C\sin 2\vartheta$$

$$\alpha' = -\frac{1}{2}C\sin 2\vartheta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\vartheta$$

$$\alpha'' = -\frac{1}{2}C\sin 2\vartheta - \frac{\sqrt{3}}{2}\cos 2\vartheta$$

$$\alpha' - \alpha'' = C\sqrt{3}\cos 2\vartheta \qquad \frac{\alpha}{\alpha'-\alpha''} = \mathrm{tg}\, 2\vartheta$$

A mi illeti [illegible] a [illegible] egyre [illegible].

$$K\frac{g}{2}\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\sin 2\vartheta$$

$$\tau - Kg\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\cos 2\vartheta\,\varepsilon$$

~~ρ_1 [illegible] τ $Kg\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)$~~ arra merőlegesen

~~ρ_2 [illegible] $\tau + Kg\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)$~~ $\tau +$

tehát

$$\frac{T^2}{\pi^2} = \frac{K}{\tau - Kg\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\cos 2\vartheta}$$

$$\frac{T'^2}{\pi^2} = \frac{K}{\tau + Kg\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\cos 2\vartheta}$$

tehát a különbség

$$2g\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\cos 2\vartheta = \pi^2\left(\frac{1}{T'^2}-\frac{1}{T^2}\right)$$

közelítőleg $\tau = \frac{T^3}{\pi^2} 2g\left(\frac{1}{\rho_1}-\frac{1}{\rho_2}\right)\cos 2\vartheta$

a földön ha [illegible] $a = 637{,}736\,500$

$b = 635{,}529\,800$

$$\frac{1}{\rho_1} = 0{,}000\,000\,001\,570$$

$$\frac{1}{\rho_2} = 0{,}000\,000\,001\,565$$

$$\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2} = 5\,10^{-12}$$

$T = 20^m = 1200$

$T^2 = 1{,}440\,000$

$T^3 = 1728{,}000\,000$ ~~000~~ $1' = 000\,290$

$$\frac{\cancel{1440\,000\,000}}{\cancel{720}\ m.\ m.}$$

$\frac{29}{m.}$ $\left\{\frac{720}{m.}\right.$

$$K\frac{d^2w}{dt^2} + H\left(\frac{dw}{dt}\right)^2 + Fw = 0$$

$$u = a e^{-\alpha t} \sin \pi \frac{t}{T}$$

$$\frac{\pi^2}{T^2} = \frac{F}{K} - \alpha^2 \qquad \alpha = \frac{H}{2K}$$

$$x = a e^{-\alpha t} \sin \pi \frac{t}{T}$$

$$x' = -a e^{-\alpha(t+T)} \sin \pi \frac{t}{T}$$

$$x'' = a e^{-\alpha(t+2T)} \sin \pi \frac{t}{T}.$$

$$\frac{\pi^2}{T^2}K = F - \alpha^2$$

$$a \sin \pi \frac{t}{T}\, e^{-\alpha t} + e^{-\alpha(t+T)}$$

$$\frac{\pi^2}{T'^2}K = F' - \alpha^2$$

a sin

$$\frac{l_1}{l_2} = e^{-\alpha T} = \vartheta$$

$$\pi^2 K\left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T'^2}\right) = F - F'$$

$$F = \tau + Ak$$

$$F' = \tau + A'k$$

$$\pi^2 K\left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T'^2}\right) = (A - A') \qquad A - A' = ck = f\,c K_0(1-\varepsilon) + \gamma K(1-\varepsilon)$$

$$\pi^2 K_0 (1+\lambda)\left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T'^2}\right) = f c K_0 (1-\varepsilon)$$

$$\gamma + \frac{f\sigma}{\pi^2} c = \frac{1+\lambda}{1-\varepsilon}\left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T'^2}\right)$$

1896 [illegible] 13

Közép érték a $\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T'^2}$ alakú = ~~0,00000108031~~
= 0,00000 108031

~~Ablakon át hiány miatt~~

kezdetben [illegible] $T = 648,00$ s [illegible] $T = 648,92$

$$\left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T'^2}\right)\left(\frac{648,92}{648,00}\right)^2 = 0,000001083\,4$$

[illegible] hiány miatt [illegible] = 52

0,00000 10886

Külső irányító erő [illegible] 768

0,00000 10118

$$\frac{\pi^2 \cdot 0,00000 10118}{11,2095 \times 13,427} = 0,000\,000\,066\,355$$

$(1-\varepsilon)$ al [illegible] $\varepsilon = 0,00291$

$f = 0,000\,000\,066\,55$

$$\mathcal{T}^2 = \pi^2 \frac{K}{\tau + K(1-\varepsilon)\, C}$$

$$\tau + K(1-\varepsilon)\, C = \pi^2 \frac{K}{\mathcal{T}^2}$$

$$\tau' + K(1-\varepsilon)\, C' = \pi^2 \frac{K}{\mathcal{T}'^2}$$

$$\frac{(1-\varepsilon)\,\mathcal{C}}{\pi^2} = \frac{1}{\mathcal{T}^2} - \frac{1}{\mathcal{T}'^2}$$ tehát ez ismét még elosztandó

$1-\varepsilon$ al.

$$K = 60 \cdot \overline{12,8}^2 + \tfrac{2}{5}\, 60 \cdot \overline{0,95}^2 + 60 \cdot \overline{12,8}^2 \left(\frac{20}{750}\right)^2$$

$$\varepsilon = \left(\frac{20}{750}\right)^2 + \frac{2}{5} \cdot \frac{\overline{0,95}^2}{12,8^2}$$

$$0,0007111 + 0,0022034$$

$$\varepsilon = 0,0029145$$

tehát az előbbi f-e osztva $1-\varepsilon$ al

$$f = 0,000\,000\,666\,318$$

$$K \frac{d^2 w}{dt^2} + H \frac{dw}{dt} + F w = 0$$

$$\frac{\pi^2}{\mathcal{T}^2} = \frac{F}{K} - \alpha^2 \qquad \alpha = \frac{H}{2K}.$$

tehát

$$\frac{\pi^2 K}{\mathcal{T}^2} = f + C K (1-\varepsilon) - \alpha^2 K$$

$$\frac{\pi^2 K}{\mathcal{T}'^2} = f - C' K (1-\varepsilon) - \alpha^2 K.$$

$$\frac{f\sigma \cdot 13{,}427}{\pi^2} = \frac{1}{T^2} - \frac{1}{T'^2} \qquad \sigma = 11{,}2095$$

22,4
1,9
25,6
12,7

$$\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T'^2} = 0{,}00000\,10800$$

üresen	759,066	742,816
benne 2841 gr.-os henger	760,02	742,35

hiányzik 1,2 atm

$$\frac{1}{742{,}816^2} - \frac{1}{759{,}066^2} = 0{,}00000\,00768$$

$$\frac{1}{742{,}35^2} - \frac{1}{760{,}02^2} = 0{,}00000\,00834$$

Diff. 00076

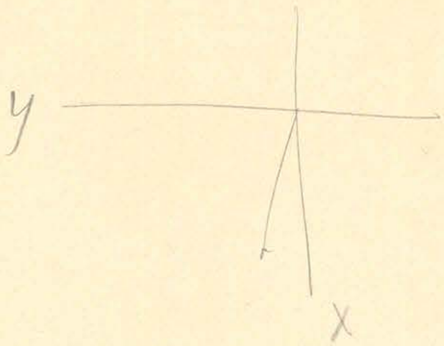
az 1,2 m. vastag henger tömege $= 11{,}2 \cdot 0{,}13 \cdot 1800 = 2621$ gr.

az 0,00000 10800 hez hozzáadandó $\frac{2621}{2841} \cdot 0{,}00000\,00076 = 0{,}00000\,00052$

tehát

$$\begin{array}{r} 0{,}00000\,10800 \\ 52 \\ \hline 10852 \\ 7\cancel{6}8 \\ \hline 0{,}00000\,10084 \end{array}$$

$$f = \frac{\pi^2 \cdot 0{,}0000010084}{11{,}2095 \times 13{,}427} = 0{,}000\,000\,066\,125$$



végtelen kicsiny amplitudóval.

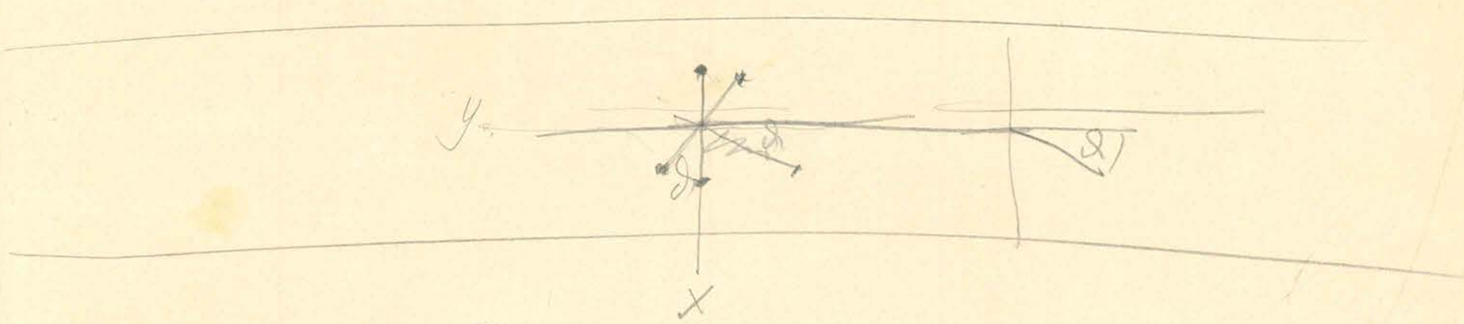
$$Y_r = \tau\varphi .$$

$$\left(Y + \frac{\partial Y}{\partial y} r\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial x} r(1-\cos\vartheta)\right) r\cos\vartheta - \left(X + \frac{\partial X}{\partial x} r(1-\cos\vartheta) + \frac{\partial X}{\partial y} r\vartheta\right) r\vartheta - \tau\varphi - \tau\vartheta$$

$$= \frac{\partial Y}{\partial y} r^2 \vartheta - X r\vartheta - \tau\vartheta$$

$$\left(\frac{\partial Y}{\partial y} r^2 \vartheta - X r \vartheta - \cancel{\tau\vartheta}\right)\vartheta$$

1) $X = f\sigma D \operatorname{arctg} \dfrac{BC}{A\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$



$$2\left(\cancel{\vartheta - \vartheta\cos\vartheta}\right)^{\vartheta} = 2\left(\frac{\vartheta}{2} - \cancel{r\cos\vartheta}\right)$$

$$- 2\cancel{r\cos\vartheta}$$

$$4\pi f\sigma \cancel{r\cos\vartheta\, m}\, r\sin\vartheta$$

$$\vartheta - 2\left(\frac{\vartheta}{2} - r\sin\vartheta\right) - m r^2 \sin\vartheta\cos\vartheta\, 4\pi f\sigma$$

$$- m r^2\, 4\pi f\sigma\, \vartheta \qquad T^2 = \pi^2 \frac{m r^2}{4\pi f\sigma\, m r^2}$$

$$T^2 = \frac{\pi}{4 f \cdot \sigma}$$

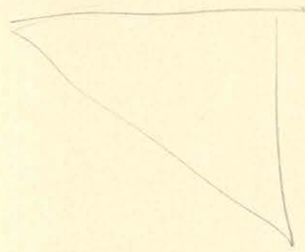
$T = 1040$ sec

$17^m\ 20$ sec. $\qquad f = 0{,}000\ 000\ 066$

$T = \dfrac{1}{\frac{E}{K} - \lambda^2} \quad \dfrac{K}{F}$

Lassuló irány

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{fm}{r^3} + 3\frac{fm}{r^5}c^2.$$



$$\frac{c}{r} = \sin i$$

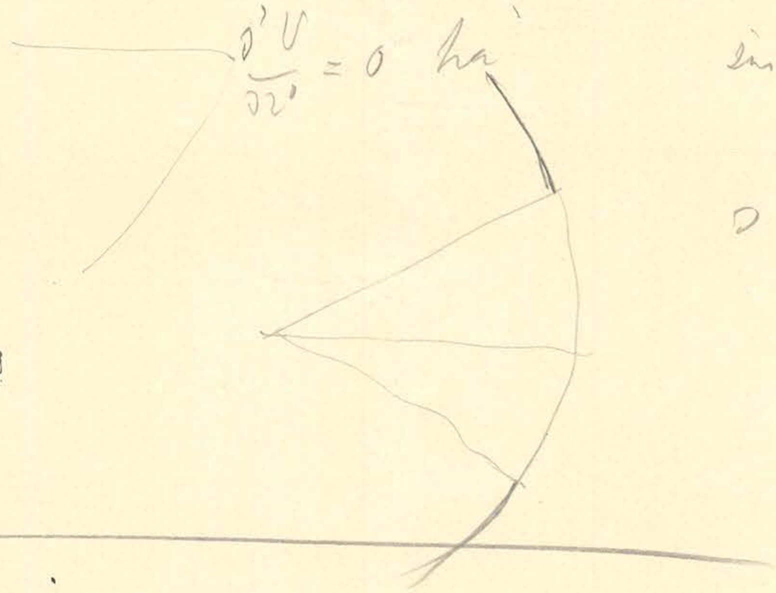
$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{fm}{r^3}\left(3\sin^2 i - 1\right)$$

~~Ez nagyobb~~ ez ~~legnagyobb~~ kisebb ha $i = 0$

legnagyobb ha ~~i~~ $\sin i = 1$.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \text{ ha } \sin^2 i = \frac{1}{3}$$

$35^\circ 16'$



Elhajlás szöge.

$$\varepsilon = \frac{\frac{fm}{r^3}a}{g + \frac{fm}{r^3}c} =$$

$$\varepsilon = \frac{fm}{r^3}\frac{a}{g'}.$$

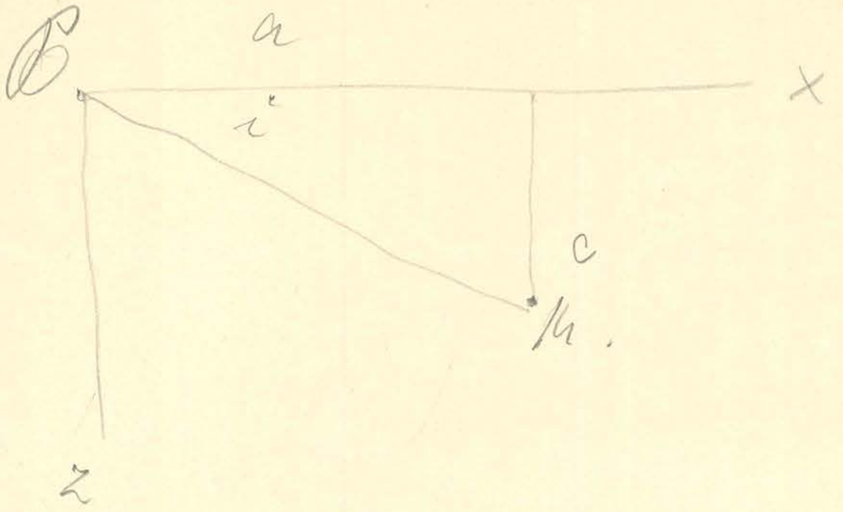
$$g' = g + \frac{fm}{r^3 c} = g + \gamma$$

$$\varepsilon = \frac{fm}{r^3}\frac{a}{g+\gamma}$$

$$\gamma = \frac{fm}{r^3}c$$

$$\frac{\gamma}{\varepsilon} = \frac{c}{a}g' \qquad \frac{c}{a} = \frac{B}{A}$$

$$\frac{\gamma}{\varepsilon} = \frac{B}{A}g'$$



$a = r\cos i$

$c = r\sin i$

A ból megfigyelgyük $\quad fM\frac{a^2}{r^5}$

B ből $\quad fM\frac{ac}{r^5}$

legyen $\frac{c}{a} = \operatorname{tg} i \qquad \frac{a}{r} = \cos i$

$$A = fM\frac{\cos^2 i}{(\sqrt{c^2+a^2})^3} = \frac{fM}{c^3}\frac{\cos^2 i}{(\sqrt{1+\operatorname{cotg}^2 i})^3} = \frac{fM}{c^3}\cos^2 i\sin^3 i$$

$$B = fM\frac{\sin i\cos i}{(\sqrt{c^2+a^2})^3} = \frac{fM}{c^3}\cos i\sin^4 i$$

meghatározandó i, c, és M.

egy helyből $\frac{B}{A} = \operatorname{tg} i = \frac{c}{a}$

$$\frac{B'}{A'} = \frac{c}{a'}$$

$$\cancel{c = aB} \qquad c\frac{A}{B} = a \qquad c\left(\frac{A}{B} - \frac{A'}{B'}\right) = a - a'$$

$$c\frac{A'}{B'} = a'$$

ebből c

akkor egyetlen A vagy B ből $\underline{M}$.

$A = \frac{km}{C^2}\cos^2 i \sin^3 i$ $B = \frac{km}{C^3}\cos i \sin^4 i$

A mindig pozitiv akár $km = +$
negativ ha $km = -$

~~maximuma van ha~~ Adott c-nél maximuma van ha

$\frac{\partial}{\partial i}\cos^2 i \sin^3 i = 0$

$-2\cos i \sin^4 i + 3\sin^2 i \cos^3 i = 0$ $-2\sin^2 i + 3\cos^2 i = 0$

$tg^2 i = \frac{3}{2}$ $i = 50^\circ 46' 0{,}65''$

B ha $m +$	$C +$	az $B =$	$+$
$m +$	$C -$		$-$
$m -$	$C +$		$-$
$m -$	$C -$		$+$

ha $i = 0$ akkor 0 ha $i = \frac{\pi}{2}$ akkor is 0,

Maximum

ha $\frac{\partial}{\partial i}\cos i \sin^4 i = 0$ $-\sin i \sin^4 i + 4\cos^2 i \sin^3 i = 0$

$\sin^2 i = 4\cos^2 i$

1760913
0,0880457

$tg^2 i = 4 \mid tg\, i = 2$

$i = 63^\circ\ 26'\ 0{,}580$

A függő eltérése

$\varepsilon = \frac{\frac{km}{r^2}a}{g + \frac{km}{r^2}c} = \frac{km}{r^2}\frac{a}{g}\left(1 - \frac{\frac{km}{r^2}c}{g}\right)$

$A = \frac{km}{}$

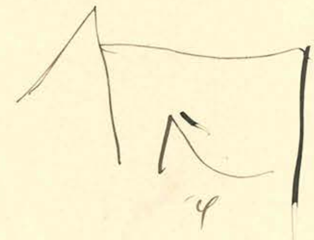
$\varepsilon = \frac{km}{r^2}\frac{a}{g} = \frac{km}{g}\cos i \frac{1}{r^2} = \frac{km}{g}\cdot\frac{1}{C^2}$

$\frac{a}{r} = \cos i$ $r \sin i = C$

$\varepsilon = \frac{1}{g}\frac{km}{C^2}\sin^2 i \cos i$

I eschez $h = 0$

csavarási [illegible]



$$\cancel{\tau\varphi = \frac{3}{2} f M \frac{a^2}{r^5}}$$

$$+\tau\varphi = -\frac{3}{2} f M \frac{a^2}{r^5} K \sin 2\vartheta - 3 f M \frac{ca}{r^5} mlh \sin\vartheta$$

φ negyedik.

legyen I $\varphi = \frac{3 f M}{\tau} \frac{a^2}{r^5} K$

II $h =\frac{2mlh}{\tau} 3 f M \frac{ca}{r^5}$

$K = 12000$ $f = \frac{2}{30 m}$.

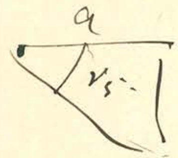
$$\varphi = \frac{3 \cdot 2}{\frac{1}{3} 30 m} 12000 \cdot M \frac{a^2}{r^5} = \frac{72000}{10 m} M \frac{a^2}{r^5} = 0{,}0072 M \frac{a^2}{r^5}$$

$1' = \frac{1}{2437{,}75}$ percenként $\varphi = 24{,}75\ M \frac{a^2}{r^5}$

II $m = 30$ $l = 20$ $h = 100$ $\frac{2mlh}{\tau} 3 \cdot f = 0{,}072$.

lehet. $\varphi' = 250\ M \frac{ac}{r^5}$

$\alpha = 50\ M \frac{a^2}{r^5}$



$\beta = 250\ M \frac{ac}{r^5}$

$\alpha = 50 \frac{M}{r^3} \cos^2 i$

$\beta = 250\ M$

259 11h 26 41,7

51 3,2

1h 2m 46,6

17m 7,7

a = 1h 26 4,9 5164,9

b = 1h 26 3,4 5163,9

b − a −0,5

47
215

/ 5164,47 / 860,745

26
44
27
1,20

4470

9,2 / 108

λ = 148

um 14
12
28
14

um 0,014

860,759

6 / 5164,685 / 860,781

4686

26
46
48

~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

[illegible] Vi[illegible] [illegible] [illegible]

[illegible] egy [illegible] ~~[illegible]~~ [illegible]

[illegible] de [illegible] és [illegible]

[illegible] ~~[illegible]~~ [illegible] ~~[illegible]~~

[illegible] [illegible], ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~

[illegible]

De az [illegible] [illegible] a nyugat,

~~[illegible]~~ [illegible] [illegible] egy [illegible]

~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ [illegible] [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible],

[illegible] ~~[illegible]~~ [illegible] ~~[illegible]~~

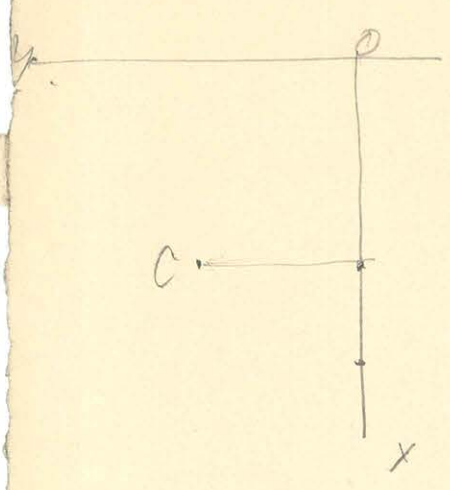
nemzeti művelődésünk fejlődésében, úgy,

talán a legnagyobb része volt.

860,877	641,105
9349108	8069292
8698216	6138584
1301784	3861416

$$\begin{array}{r} 2432997 \\ 1349517 \\ \hline 1083480 \end{array}$$

Golyók hatása. [illegible]



A golyó középpontjának koordinátái

A forgási momentum z tengely ill.

~~[illegible]~~

$x = l$

$y = 0$

$z = 0$

$a = l$

$b = b.$

$c = c$

és $fkm \dfrac{b}{(b^2+c^2)^{\frac{3}{2}}}$

forgási momentum. $fkm \dfrac{bl}{(b^2+c^2)^{\frac{3}{2}}}$

a másikra,

$$\frac{fkm\, b}{(4l^2+c^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}$$

forg. $-\dfrac{fk\, blm}{(4l^2+c^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}$

$l = 15 \quad b = 15$

$c = 13{,}85$

$2m = 100{,}036$

Tehát a 2m tömegre.

$$2 fk\, blm \left(\frac{1}{(b^2+c^2)^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{(4l^2+c^2+b^2)^{\frac{3}{2}}}\right) = fk \cdot 2{,}1728$$

A rúd kompenzáló tömegének.

$$fm \int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} \frac{kq\, dx \cdot b}{((l-x)^2+b^2+c^2)} = \cancel{fk\, kq\, b \left\{\frac{4(l^2+b^2+c^2)}{4(b^2+c^2)\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right.}$$

$$= kq fm\, b \left\{\frac{4(l^2+b^2+c^2)+2al}{4(b^2+c^2)\sqrt{l^2+b^2+c^2+al}}\right.$$

[illegible] egyszerű eset. Cavendish esete.

$$\xi = a \qquad \vartheta = 0 \qquad \zeta = 0 \text{ akkor.}$$

$$Y_x - X_y = \frac{fm\,\eta a}{(a^2+\eta^2+\xi^2-2a^2)^{\frac{3}{2}}} = fm\frac{\eta a}{a^3} = fm\frac{a}{\eta^2}$$

Második eset ξ nem = null.

$$Y_x - X_y = \frac{fm\,\eta a}{(\eta^2+\xi^2)^{\frac{3}{2}}}$$

ennek maximuma van.

$$\frac{\partial}{\partial\eta}\frac{\eta}{(\eta^2+\xi^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{1}{(\eta^2+\xi^2)^{\frac{3}{2}}} - 3\frac{\eta^2}{(\eta^2+\xi^2)^{\frac{5}{2}}} = 0$$

$$\cancel{\eta^2 = \eta^2 + \xi^2 \ldots \xi^2}$$

$$\eta^2 = \tfrac{1}{2}\xi^2 \qquad \eta = \tfrac{1}{\sqrt{2}}\xi$$

Több golyóra az összeg adja

Sokkal érdekesebbek a tagok.

Az egész forgási momentum.

$$\frac{\cancel{fm(\ldots)}\, a \sin\vartheta)}{(\xi_0}$$

a forgási momentum lesz.

$$Y_x - X_y + \frac{\partial}{\partial\vartheta}(Y_x - X_y)\,\delta\vartheta - \tau\omega - \tau\delta\vartheta$$

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial\vartheta}}\left(\frac{\partial Y}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\vartheta}x + \frac{\partial Y}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\vartheta}x\right)\delta\vartheta - \left(\frac{\partial X}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\vartheta}y + \frac{\partial X}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\vartheta}y\right)\delta\vartheta - \tau\delta\vartheta$$

$$\frac{\partial x}{\partial\vartheta} = -a\sin\vartheta - b\cos\vartheta \qquad \frac{\partial y}{\partial\vartheta} = a\cos\vartheta - b\sin\vartheta$$

$\cancel{\frac{\partial y}{\partial\xi}}$ legyen $\vartheta = 0$ akkor. $\frac{\partial x}{\partial\vartheta} = -b \quad \frac{\partial y}{\partial\vartheta} = a$

$x = a \qquad y = b$

$$-\frac{\partial Y}{\partial x}ab + \frac{\partial Y}{\partial y}a^2 + \frac{\partial X}{\partial x}b^2 - \frac{\partial Y}{\partial x}ab$$

$$Y_x - X_y = (Y_0\cos\vartheta_0 - X_0\sin\vartheta)\iint \xi\,dm - (Y_0\sin\vartheta + X\cos\vartheta)\iint\eta\,dm$$

$$+\left(\frac{\partial Y}{\partial y}-\frac{\partial X}{\partial x}\right)\frac{\sin 2\vartheta}{2}\iint(\xi^2-\eta^2)\,dm + \left(\frac{\partial Y}{\partial y}-\frac{\partial X}{\partial x}\right)\cos 2\vartheta\iint\xi\eta\,dm + \frac{\partial X}{\partial y}\cos 2\vartheta\iint(\xi^2-\eta^2)\,dm$$

$$-\frac{\partial X}{\partial y}\sin 2\vartheta\iint\xi\eta\,dm$$

$$+\left(\frac{\partial Y}{\partial z}\cos\vartheta - \frac{\partial X}{\partial z}\sin\vartheta\right)\iint\xi z\,dm - \left(\frac{\partial Y}{\partial z}\sin\vartheta + \frac{\partial X}{\partial z}\cos\vartheta\right)\iint\eta\xi\,dm$$

---

ugyanis.

$$Y_x - X_y = -gm\xi_0\sin\vartheta - \frac{3}{2}\sin 2\vartheta\,\frac{g}{r}K$$

Constant mégpedig $X_0\quad Y_0 = 0$. $\cancel{\iint\xi\eta\,dm = 0}$

ξ,η ha symmetriás akkor. $\iint\xi\eta\,dm = 0$ $\iint\eta\xi\,dm = 0$.

$$Y_x - X_y = \left(\frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial X}{\partial x}\right)\frac{\sin 2\vartheta}{2}\left(K - \iint\eta^2 dm\right) + \frac{\partial X}{\partial y}\cos 2\vartheta\left(K - \iint\eta^2 dm\right)$$

$$+\left(\frac{\partial Y}{\partial z}\cos\vartheta - \frac{\partial X}{\partial z}\sin\vartheta\right)\iint\xi z\,dm$$

$$\iint\xi z\,dm = mlh.$$

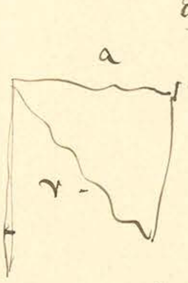
$$\cancel{Y_x - X_y = \left(\frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial X}{\partial x}\right)\frac{\sin 2\vartheta}{2}K}$$

$$Y_x - X_y = \left(\frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial X}{\partial x}\right)\frac{\sin 2\vartheta}{2}K + \frac{\partial X}{\partial y}\cos 2\vartheta\,K + \left(\frac{\partial Y}{\partial z}\cos\vartheta - \frac{\partial X}{\partial z}\sin\vartheta\right)mlh$$

---

legyenek tovább a vonzó tömegtestek az XZ síkban akkor.

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = -\frac{fm}{r^3} \qquad \frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{fm}{r^3} + 3\frac{a^2}{r^5} \qquad \frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial X}{\partial x} = -3fm\frac{a^2}{r^5}$$



$$\frac{\partial X}{\partial y} = 0 \qquad \frac{\partial Y}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial X}{\partial z} = +3\frac{fm}{r^5}ca$$

tehát

$$Y_x - X_y = -3fm\frac{a^2}{r^5}\frac{\sin 2\vartheta}{2}K - 3fm\frac{ca}{r^5}\sin\vartheta\, mlh$$

$$\frac{\partial S}{\partial s} = \frac{fm}{\rho^3}(3\cos^2 i - 1)$$

gyűrűre. $i = \frac{\pi}{2}$

$$\frac{\partial S}{\partial s} = \frac{f}{\rho^3}\int \rho\sigma\, d\varphi = -\frac{fM}{\rho^3}$$

$$\frac{\partial S}{\partial s} = -\frac{fM}{\rho^3} + 3\frac{f}{\rho^3}\sigma\int d\varphi\,\sigma\int\cos^2 i\, di$$

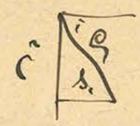
$$\pi.$$

$$+3\frac{f}{\rho^3}\sigma\, d\varphi\,\pi = \frac{3}{2}\frac{fM}{\rho^3}$$

$$\frac{\partial S}{\partial s} = +\frac{1}{2}\frac{fM}{\rho^3}$$

Nagy könnyítés. A Laplace egyenlete áll!

Miután van egy.



~~$a = L\cos i$~~

$a = L\cos i\cos\varphi$

$b = L\cos i\sin\varphi$.

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{fm}{\rho^3} + fm\frac{a^2}{\rho^5}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = -\frac{fm}{\rho^3} + fm\frac{b^2}{\rho^5}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = -\frac{fm}{\rho^3} + fm\frac{c^2}{\rho^5}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{fM}{\rho^3} + 3fm\frac{L^2}{\rho^5}\cos^2 i\cos^2\varphi$$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} = - \qquad + 3fm\frac{L^{[illegible]}}{\rho^5}\cos^2 i\sin^2\varphi$$

$$\frac{\partial Z}{\partial z} = - \qquad + fM\frac{[illegible]}{\rho^5}.$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} - \frac{\partial Y}{\partial y} = 3fM\frac{L^2}{\rho^5}\cos^2 i\cos 2\varphi$$

$$\cos 2\varphi + \cos\left(2\varphi + \frac{4\pi}{n}\right) + \cos\left(2\varphi + 2\frac{4\pi}{n}\right) + \dots \cos\left(2\varphi + (n-1)\frac{4\pi}{n}\right)$$

$$\sum_0^{\nu-1}\cos(\alpha + m\beta) = \frac{\cos\left(\alpha + \frac{\nu-1}{2}\beta\right)\sin\frac{1}{2}\nu\beta}{\sin\frac{1}{2}\beta}. \qquad \beta = \frac{4\pi}{n}$$

$$= \cancel{\frac{\cos\left(\alpha + \frac{n-1}{n}2\pi\right)[illegible]}{}} = \frac{\cos\left(2\varphi + \frac{\nu-1}{n}2\pi\right)\sin\frac{\nu}{n}2\pi}{\sin\frac{2\pi}{n}}$$

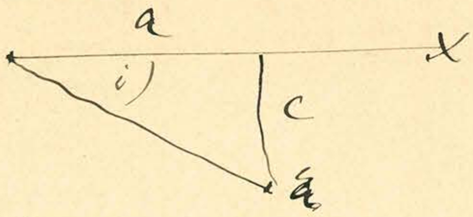
Vagyis α-tól egy null ha a számláló nem lesz ha $n = 1$ v. 2

A számláló null ~~[illegible]~~ minden α-ra ha $\sin\frac{\nu}{n}2\pi = 0$

tehát ha $\sin\frac{\nu}{n}2\pi = 0$ azaz ha $\frac{\nu}{n} = \frac{1}{2}, 1$

$n=1$: $= \cos\varphi$

$n=2$: $2\cos 2\varphi$.



$$X = \frac{a-x}{((a-x)^2+c^2)^{\frac{3}{2}}} fm = \frac{fm}{\rho^2}\cos i$$

$\tau\varphi =$

$lX - \tau\varphi.$

$lX + l^2\frac{dX}{dx}\delta\varphi - \tau\varphi - \tau\delta\varphi.$

$l^2\frac{dX}{dx}\delta\varphi - \tau\delta\varphi.$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -fm \frac{}{((a-x)^2+c^2)^{\frac{3}{2}}} + 3\frac{(a-x)^2}{((a-x)^2+c^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{fm}{\rho^3}\left(1 - 3\cos^2 i\right)$$

$\sin^2 i + 2\cos^2 i$

Max hu

$\cos i = \sqrt{\frac{1}{3}}$

$\operatorname{tg} i = \sqrt{2}.$

$i = 54^\circ 44' 8''$

$i = 0$	$i = \pi$
$X = \frac{fm}{\rho^2}$	$X = -\frac{fm}{\rho^3}$
$\frac{\partial X}{\partial x} = +2\frac{fm}{\rho^3}$	$\frac{\partial X}{\partial x} = +2\frac{fm}{\rho^3}$

~~m.~~ ~~50 g.~~

$8\frac{fm}{\rho^3}\mu l^2$

$8\frac{fm}{\rho^3}\mu l^2$ 225

$\frac{16.50}{30\,m\,27}$ 225.60

800 22500

1800000

10,800,000

$\frac{16}{81}$ $\frac{1}{1.7}$

$8.\frac{2}{30m}.100.30.225\frac{1}{27}.$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{fm}{\rho^3} + 3\frac{fm}{\rho^3}\cos^2 i$$

$$= -f\frac{k q\rho\, di}{\rho^3} + 3f\frac{k q\rho\, di}{\rho^3}\cos^2 i$$

$= \frac{2}{30}$

$$\int_0^{2\pi}\cos^2 i\, di = \pi$$

$$T^2 = \pi^2\frac{K}{\tau + 8\frac{fm}{\rho^3}\mu l^2}$$

$$= -\frac{f}{\rho^3}k\, q\rho 2\pi + 3\frac{f}{\rho^3}k q\rho\pi$$

$$-\frac{f}{\rho^3}M + \frac{3}{2}\frac{f}{\rho^3}$$

$$\boxed{= \frac{1}{2}\frac{fm}{\rho^3}}$$

$$T'^2 = \pi^2\frac{K}{\tau + 4\frac{fm}{\rho^3}\mu l^2}$$

1150 $= 1,520,875000$

$$12\frac{fm}{\rho^3}\mu l^2 = \pi^2\frac{K}{T'^2} - \pi^2\frac{K}{T^2}$$

$\mu l^2 = \frac{K}{2}$

$$12\frac{fm}{\rho^3} = \pi^2\left(\frac{1}{T'^2} - \frac{1}{T^2}\right) = \pi^2\frac{T' - T}{T_0^3}$$

$$T' - T_0 = 12\frac{T_0^3}{\pi^2}\frac{fm}{\rho^3}$$

$\times 800.\,m.\,\frac{200}{30\,m.\,27}$

$500\,m\frac{2}{30\,m}\frac{100}{27}$ $\frac{8000}{27}$

1)

$$\tau - 8 f \frac{M}{\rho^3}\mu l^2 = \pi^2 \frac{K}{T_1^2}$$

bz.

$$\tau + 4 f \frac{M}{\rho^3}\mu l^2 = \pi^2 \frac{K}{T^2}$$

$$12 \frac{fM}{\rho^3}\mu l^2 = \pi^2 K\left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{T_1^2}\right)$$

$$\mu l^2 = \frac{K}{2} \qquad \frac{1}{T^2} - \frac{1}{T_1^2} = 2\frac{T_1 - T}{T_0^3}$$

$$T_1 - T = 3\frac{fM}{\rho^3\pi^2} T_0^3$$

$$T_0 \ 1150 \qquad T_0^3 = 1500\, m.$$

$$3\frac{2}{30\,m}\ \frac{100}{27}\ \frac{1}{10}\ 1500,m$$

$$\frac{900000}{8100} \ / \ \underline{111 \text{ sec.}}$$

$\frac{4}{3}\pi$ $\quad 4r^3$

$44 r^3 = \frac{100}{\pi}$

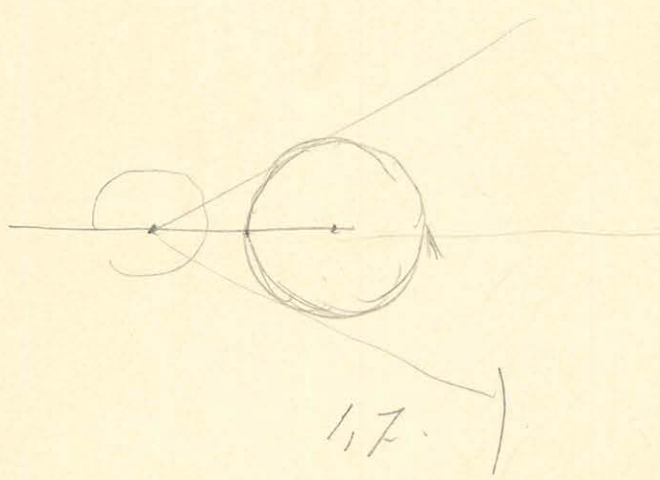
$r^3 = 2,27.$

1,3.

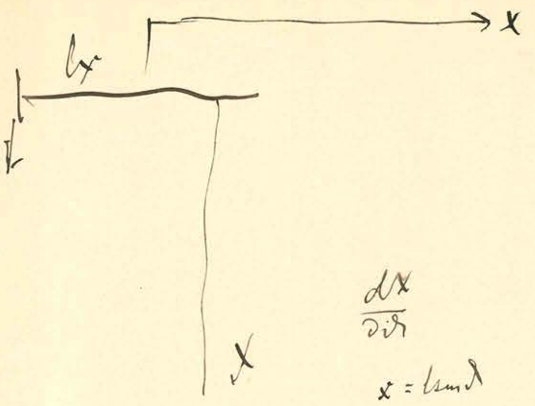
2,27.

227

24,97



1,7.



$X = fm\frac{a}{\rho^3}$

$\frac{\partial X}{\partial x} = -fm\frac{1}{\rho^3} + 3fm\frac{a^2}{\rho^5}$

$\frac{dX}{d\vartheta}$

$x = l\sin\vartheta$

$\frac{\partial Y}{\partial y} = -fm\frac{1}{\rho^3} + 3fm\frac{b^2}{\rho^5}$

$\frac{\partial Z}{\partial z} = -fm\frac{1}{\rho^3} + 3fm\frac{c^2}{\rho^5}$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = +\frac{fm}{\rho^3}\left(3\cos^2\alpha - 1\right)$$

0 bei ha $3\cos^2\alpha = 1$ $\quad \alpha = 54^\circ 44' 8''$

ha $i = 0$ $\quad i = \pi.$

$2\frac{fm}{\rho^3}$ $\quad 2\frac{fm}{\rho^3}$

$i = \frac{\pi}{2}$ $\quad$ [illegible]

$-\frac{fm}{\rho^3}$ $\quad -\frac{fm}{\rho^3}$

$lX - \tau\varphi$

$lX + l^2\frac{\partial X}{\partial \varphi}\delta\varphi - \tau\varphi - \tau\delta\varphi$

$\left(l^2\frac{\partial X}{\partial x} - \tau\right)\delta\varphi.$

[illegible] $\quad \frac{8fm}{\rho^3}l^2\mu - \tau$

$T_1^2 = \pi^2\frac{K}{\tau - \frac{8fm}{\rho^3}l^2\mu}$

$T_2^2 = \pi\frac{K}{\tau + \frac{4fm}{\rho^3}l^2\mu}$

$\tau - \frac{8fm}{\rho^3}l^2\mu = \pi^2\frac{K}{T_1^2}$

$\tau \quad = \pi^2\frac{K}{T_0^2}$

$\to \frac{8fm}{\rho^3}l^2\mu = \pi^2K\left(\frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{T_1^2}\right)$ $\quad l^2\mu = \frac{K}{2}(1+\varepsilon)$

$\frac{4fm}{\rho^3}(1-\varepsilon) = \pi^2\left(\frac{1}{T_0^2} - \frac{1}{T_1^2}\right) = 2\pi^2\frac{(T_1 - T_0)}{T_0^3}$

$\frac{2fm}{\rho^3}(1-\varepsilon) = 2\pi^2\frac{T_0 - T_2}{T_0^3}$

$\pi^2\frac{T_1 - T_2}{T_0^3} = \frac{3fm}{\rho^3}(1-\varepsilon$

$T_1 - T_2 = T_0^3\frac{3}{\pi^2}\frac{fm}{\rho^3}$ $\quad \rho = 3$, $m = 100$

$T_0 = 1150$ $\quad T_0^3 = 1520\,875\,000$

$T_1 - T_2 = 111$ Sec.

Gyűrű a legelső vonzása

$$-f\frac{dm}{\varrho^3} = -f\frac{q\varrho^2 d\vartheta}{\varrho^3} = -f\frac{M}{\varrho^2}$$

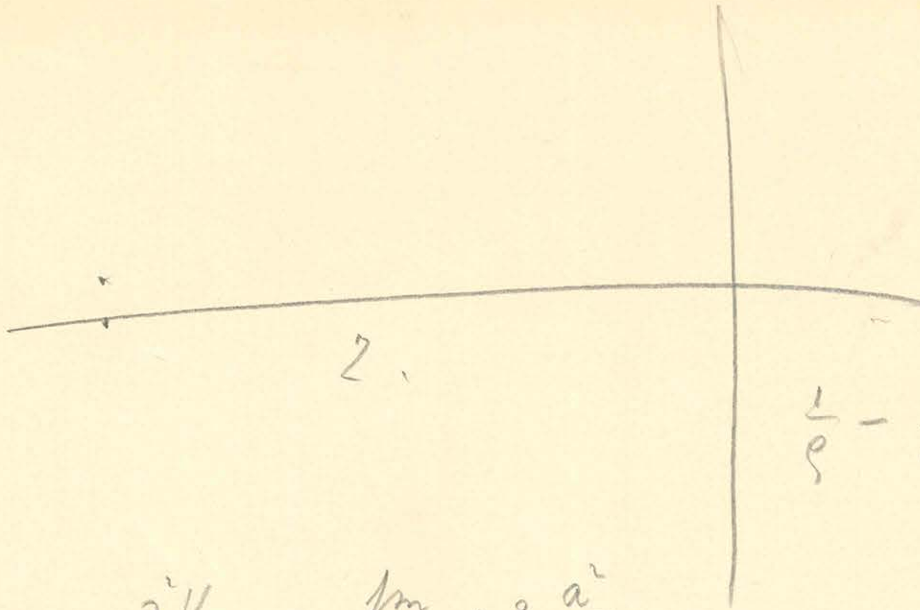
A gyűrű eltolódása.

$$-\frac{fM}{\varrho^3} + 3\frac{fM}{\varrho^3}\cos^2 i$$

$$-\frac{fM}{\varrho^3} + 3\int_0^{2\pi} f\frac{q\varrho\, di}{\varrho^3}\cos^2 i = -\frac{fM}{\varrho^2} + 3\frac{fqk}{\varrho^3}\int_0^{2\pi}\cos^2 i\, di$$

$$\int_0^{2\pi}\cos^2 i\, di = \pi.$$

$$= -\frac{fM}{\varrho^3} + \frac{3}{2}\frac{fM}{\varrho^3}$$



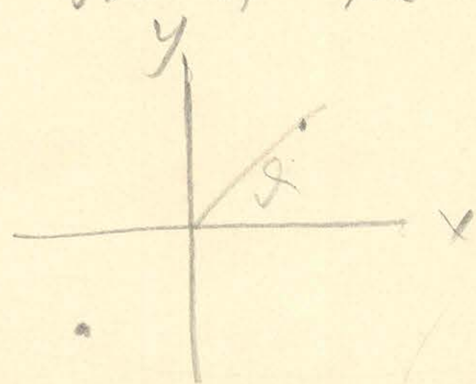
$$\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\rho'}=\frac{3}{r^5}\cdot l^2\cos 2\vartheta$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}=-\frac{fm}{r^3}+3\frac{a^2}{r^5}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=-\frac{fm}{r^3}+3\frac{b^2}{r^5}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=-\frac{fm}{r^3}$$

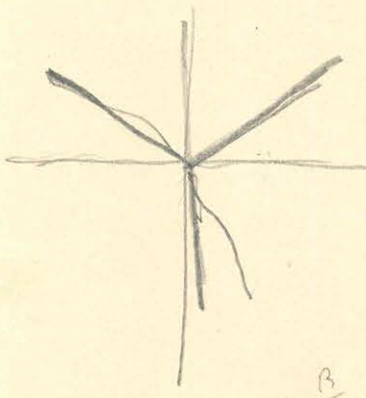
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}=\frac{3}{r^5}\left(a^2-b^2\right)$$



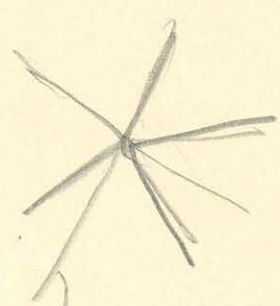
2 pont.
$$\left.\begin{array}{l} l^2\cos 2\vartheta \\ l^2\cos 2\vartheta \end{array}\right\} \Sigma = 2\cos 2\vartheta$$

3 pont.
$$\left.\begin{array}{l} l^2\cos 2\vartheta = \\ l^2\cos(2\vartheta+240)=-\cos 2\vartheta\,\tfrac{1}{2}+\sin 2\vartheta\,\tfrac{\sqrt{3}}{2} \\ l^2\cos(2\vartheta+480)=-\cos 2\vartheta\,\tfrac{1}{2}-\sin 2\vartheta\,\tfrac{\sqrt{3}}{2} \end{array}\right\} 0$$

$$l^2\cos\left(2\vartheta+\frac{4\pi}{n}\right)$$



$\cancel{\cos 2\vartheta +}$
$\cos(2\vartheta)+$



$$l^2\cos 2\vartheta\left(\cos\frac{4\pi}{n}+\cos 2\frac{4\pi}{n}+\cos 3\frac{4\pi}{n}+\dots+\cos 4\pi\right)$$

$$-l^2\sin 2\vartheta\left(\sin\frac{4\pi}{n}+\sin 2\frac{4\pi}{n}+\dots+\sin 4\pi\right)$$

$$\frac{KC}{Mp+KC} = \varepsilon$$

$$\frac{KC}{Mp+KC'}$$

$$\frac{KC}{Mp} = \varepsilon$$

$$\frac{KC}{Mp+KC'} = \varepsilon'$$

$$Kl = Mp\,\varepsilon + Kl'\varphi$$

$$Kl = Mp\,\varepsilon' + Kl'\varphi + Kl\,\varepsilon'-\varepsilon$$

$$\frac{KC}{Mp} = \varepsilon$$

$$\frac{KC+A}{Mp} = \varepsilon'$$

$$\frac{KC}{Mp} = \varepsilon$$

$$C = \varepsilon\frac{\pi^2}{T^2}$$

$$\frac{K\,C+C'}{Mp} = \varepsilon'$$

$$C+C' = \varepsilon'\frac{\pi^2}{T^2}$$

$$C' = (\varepsilon'-\varepsilon)\frac{\pi^2}{T^2}$$

$$\varepsilon'-\varepsilon = KC\left(\frac{1}{Mp+KC'} - \frac{1}{Mp}\right)$$

$$\frac{Kl}{Mp+B} = \varepsilon$$

$$\frac{Kl+A}{Mp+B} = \varepsilon$$

$$Kl+A$$

$$\frac{Mp}{CK} = \varepsilon$$

$$\frac{Mp}{K(C+C')} = \varepsilon'$$

$$\frac{Mp}{K}\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C+C'}\right) = \varepsilon'-\varepsilon$$

$$\frac{Mp}{CK} -$$

$$\frac{C'}{C(C+C')} \qquad \frac{C''}{C}$$

$$\frac{1}{C} - \frac{1}{C+C'} = (\varepsilon'-\varepsilon)\frac{T^2}{\pi^2} = A$$

$$Lenze = x$$

$$C + C' - C =$$

$$C' = AC^2 + ACC'$$

$$-\frac{km}{r^2} + \frac{3(x-a)^2(\ldots)}{r^5}$$

$$\frac{KC}{Mgs} = \varepsilon \qquad \frac{KC + A}{Mgs} = \varepsilon'$$

$$\frac{KC + A}{Mgs + KB} = \varepsilon''$$

$$\varepsilon'' - \varepsilon' = (KC + A)\left(\frac{1}{Mgs + KB} - \frac{1}{Mgs}\right)$$

$$KC + A = Mgs\,\varepsilon'' + KB(\varepsilon'' - \varepsilon)$$

$$= Mgs\,\varepsilon'' + KB\,\varepsilon'' - \frac{K^2BC}{Mgs}$$

$$\frac{KC\left(1 + \frac{KB}{Mgs}\right) + A}{Mgs + KB} = \varepsilon''$$

$$KC = Mgs\,\varepsilon \qquad \cancel{KC + B = Mgs\,\varepsilon'}$$

$$KC + B = \qquad KC + B = Mgs\,\varepsilon'' + KA(\varepsilon'' - \varepsilon)$$

$$= (Mgs + KA)\,\varepsilon'' \cancel{- KA\frac{KC}{Mgs}}$$

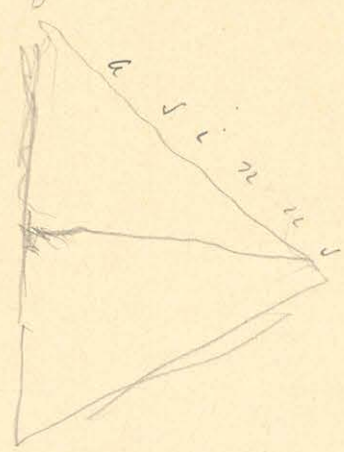
$$\frac{\cancel{KC + B + KA\frac{KC}{Mgs}}}{Mgs + KA} = \varepsilon''$$

$$KC + B = \qquad 0 = Mgs(\varepsilon''' - \varepsilon'') + KA'(\varepsilon''' - \varepsilon) - KA(\varepsilon'' - \varepsilon)$$

$$\frac{KC}{Mgs} = \varepsilon$$

$$\frac{KC + B + KA\frac{KC}{Mgs}}{Mgs + KA} - \frac{KC}{Mgs} = \varepsilon'' - \varepsilon$$

144	144	$-\cos 36$	$\sin 36$
288	288	$+\cos 72$	$-\sin 72$
432	72	$+\cos 72$	$+\sin 72$
576	216	$-\cos 36$	$-\sin 36$
720	0		



cos 36	0,809017	sin 36	0,58778[illegible]
cos 72	309017	sin 72	951057

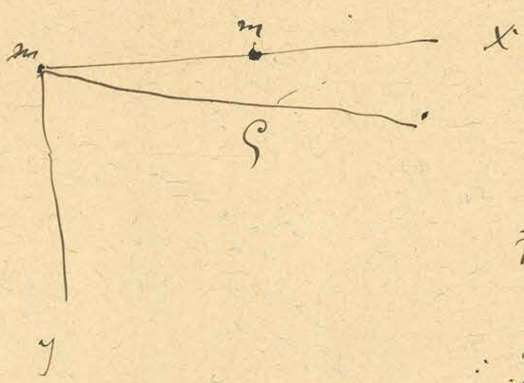
0,618034
1618034

$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{fm}{\rho^3} + 3m\frac{a^2}{\rho^5}$$

$$\frac{dY}{\partial y} = -\frac{fm}{\rho^3} + 3\frac{b^2}{\rho^5}$$

$$\frac{dZ}{dz} = -\frac{fm}{\rho^3} + 3\frac{c^2}{\rho^5}$$

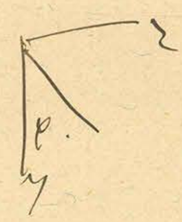
$\rho, x = i$



$$\frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{fm}{\rho^3}\left(1 - 3\cos^2 i\right)$$

$$\frac{\partial X}{\partial x} = \frac{fm}{\rho^3}\left(3\cos^2 i - 1\right)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial Z}{\partial z} = 3\frac{b^2 - c^2}{\rho^5}$$



$b = l^2 \cos$

$$\frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial Z}{\partial z} = 3fm\frac{L^2}{\rho^5}\cos 2\varphi = 3fm\frac{\cos^2 i}{\rho^3}\cos 2\varphi$$

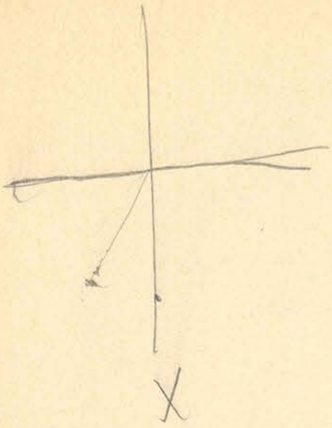
$$\cos 2\varphi + \cos\left(2\varphi + \frac{4\pi}{n}\right) + \cos\left(2\varphi + 2\frac{4\pi}{n}\right) + \dots + \cos\left(2\varphi + (n-1)\frac{4\pi}{n}\right)$$

$$\cos 2\varphi\left(\cos\frac{4\pi}{n}\right) + \dots \cos n\left(\frac{4\pi}{n}\right)\Big)$$

$$- \sin 2\varphi\left(\left(\sin\frac{4\pi}{n}\right) + \dots \sin n\left(\frac{4\pi}{n}\right)\right)$$

$$s = \sum_{m=0}^{m=n} \sin(\alpha + m\beta) = \frac{\sin(\alpha + \frac{1}{2}n\beta)\sin\frac{1}{2}(n+1)\beta}{\sin\frac{1}{2}\beta}$$

$$c = \sum_{m=0}^{n} \cos(\alpha + m\beta) = \frac{\cos(\alpha + \frac{1}{2}n\beta)\sin\frac{1}{2}(n+1)\beta}{\sin\frac{1}{2}\beta}$$



Proj. $\mathcal{Y}x - \mathcal{X}y - \tau\varphi = \mathcal{F}$

$$x = l\cos\vartheta$$

$$y = l\sin\vartheta$$

$$\mathcal{X} = \frac{a-x}{\left((a-x)^2+(b-y)^2+(c-z)^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\mathcal{Y} = \frac{b-y}{(a- \quad)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{(b-y)x - (a-x)y}{(\quad)^{\frac{3}{2}}} = \frac{bx - ay}{(\quad)^{\frac{3}{2}}}$$

$\varrho_0^2 = a^2+b^2+c^2$ (

$$l\frac{b\cos\vartheta - a\sin\vartheta}{\left(\varrho_0^2 + l^2 + z^2 - 2cz - 2l(a\cos\vartheta + b\sin\vartheta)\right)^{\frac{3}{2}}} - \tau\varphi$$

$$l\frac{-b\sin\vartheta - a\cos\vartheta}{(\quad)^{\frac{3}{2}}} + \frac{3}{2}l^2\frac{(b\cos\vartheta - a\sin\vartheta)(-a\sin\vartheta + b\cos\vartheta)}{(\quad)^{\frac{5}{2}}} - \tau$$

$$-l\frac{b\sin\vartheta + a\cos\vartheta}{\left(\varrho_0^2+l^2+z^2-2cz+2la\cos\vartheta+2lb\sin\vartheta\right)^{\frac{3}{2}}} - 3l^2\frac{(b\cos\vartheta - a\sin\vartheta)(-a\sin\vartheta + b\cos\vartheta)}{(\quad)^{\frac{5}{2}}} - \tau$$

$$-\frac{l(b\sin\vartheta + a\cos\vartheta)(\varrho_0^2+l^2+z^2-2cz) + 2l^2(ab\sin\vartheta\cos\vartheta + a^2\cos^2\vartheta + b^2\sin^2\vartheta + ab\sin\vartheta\cos\vartheta)}{}$$

$$+3l^2(a^2\sin^2\vartheta + b^2\cos^2\vartheta - 2ab\sin\vartheta\cos\vartheta)$$

$$-2l^2(ab\sin\vartheta\cos\vartheta + 2a^2 + 2b^2 + a^2\sin^2\vartheta + b^2\cos^2\vartheta)$$

$$-\frac{l(b\sin\vartheta + a\cos\vartheta)(\varrho_0^2+l^2+z^2-2cz) + l^2(a\sin\vartheta - b\cos\vartheta)^2 + 2a^2l^2 + 2b^2l^2}{(\quad)^{\frac{5}{2}}}$$

Nit csel.

ingásnál legyen $x_0 = g$ $y_0 = 0$.

1)

$$\cos\vartheta \int (\rho-\sigma)\, dv\, \Delta Y a$$

$$- \sin\vartheta \int (\rho-\sigma)\, dv\, \Delta y b$$

$$-\cos\vartheta\, g(m\beta - \mu\beta') \quad - \cos\vartheta \int (\rho-\sigma)\, dv\, \Delta x b$$

$$-\sin\vartheta\, g(m\alpha - \mu\alpha') \quad - \sin\vartheta \int (\rho-\sigma)\, dv\, \Delta X a$$

$F\varepsilon$

csavarási nyomaték csak a másik ~~tehát~~ négy.

ha a szöglet melyet a drót felül képez y x el a ϑ iránnyal φ
~~akkor hogyan jár~~ a csavarás forgásmomentuma ~~$\cos$. $\tau\varphi$~~ ~~független~~
~~ϑ irányában a csavarási szöglet~~ akkor a csavarási erő $\tau\varphi$.

egyensúlyban legyen $\vartheta = \vartheta_0$ $\varphi = \varphi_0$

$$+\sin\vartheta\, g(m\beta - \mu\beta')\,\delta\vartheta - \cos\vartheta\, g(m\alpha - \mu\alpha')\,\delta\vartheta$$

$$\cos(\vartheta + \delta\vartheta) \int (\rho-\sigma)\, dv \left(\Delta y + \frac{\partial Y}{d\vartheta}\right) a$$

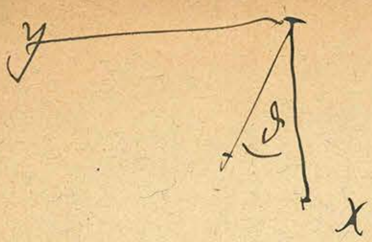
$$\frac{\partial Y}{d\vartheta} = \frac{\partial Y}{\partial x}\frac{dx}{d\vartheta} + \frac{\partial Y}{\partial y}\frac{dy}{d\vartheta}$$

$$= \frac{\partial Y}{\partial x}(-a\sin\vartheta - b\cos\vartheta)$$

ha $ab = 0$

$$+ \frac{\partial Y}{\partial y}(-b\sin\vartheta + a\cos\vartheta)$$

$$\cos(\vartheta + \delta\vartheta) \int (\rho-\sigma)\, dv \left(\Delta y - \frac{\partial Y}{\partial x} a \sin\vartheta\, d\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial y} a \cos\vartheta\, d\vartheta\right)$$



$$-X ml\sin\vartheta + Y ml\cos\vartheta - \tau\vartheta$$

Legyen $\left\{-ml\frac{\partial}{\partial\vartheta}(X\sin\vartheta + Y\cos\vartheta) - \tau\right\}\delta\vartheta$

$$-ml\left\{\frac{\partial X}{\partial\vartheta}\sin\vartheta + X\cos\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial\vartheta}\cos\vartheta - Y\sin\vartheta\right\} - \tau\Big\}\delta\vartheta.$$

$$x = h\cos\vartheta \qquad y = h\sin\vartheta$$

$$\frac{\partial X}{\partial\vartheta} = \frac{\partial X}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\vartheta} + \frac{\partial X}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\vartheta} \qquad \frac{\partial Y}{\partial\vartheta} = \frac{\partial Y}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\vartheta} + \frac{\partial Y}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\vartheta}$$

$$\frac{\partial x}{\partial\vartheta} = -a\sin\vartheta \qquad \frac{\partial y}{\partial\vartheta} = a\cos\vartheta$$

$$-ml\left\{-\frac{\partial X}{\partial x}l\sin^2\vartheta + \frac{\partial X}{\partial y}l\sin\vartheta\cos\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial x}l\sin\vartheta\cos\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial y}l\cos^2\vartheta\right\} + X\cos\vartheta - Y\sin\vartheta\Big\} - \tau$$

$$-ml^2\frac{\partial Y}{\partial y}\cos^2\vartheta + ml^2\frac{\partial X}{\partial x}\sin^2\vartheta + ml X\cos\vartheta - ml Y\sin\vartheta - \tau$$

~~Legyen M golyó középpontja az XY síkban. Akker $\tau = 0$~~

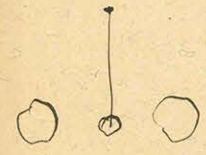
~~telát $x = l$~~

~~legyen $\vartheta = 0$ akkor.~~

$$-ml^2\frac{\partial Y}{\partial y} +$$

~~Legyen M golyó középpontja az XY síkban akkor. $\tau = 0$.~~

mindenesetre két golyó sat. tett egy ... a dolgot.



<u>Legyen két golyó között</u>

akkor lehet tenni. $\vartheta = 0$ és $X = 0$ legyen

$$-ml^2\frac{\partial Y}{\partial y}\cos^2\vartheta + ml^2\frac{\partial X}{\partial x}\sin^2\vartheta - \tau$$

$$\left(-ml^2\frac{\partial Y}{\partial y}\cos^2\vartheta - \tau\right)\delta\vartheta$$

$$\left(-ml^2\frac{\partial Y}{\partial y} - \tau\right)\delta\vartheta$$

$- X\, ml \sin\vartheta + Y\, ml \cos\vartheta$

$$X = X_0 + \frac{\partial X}{\partial x} x + \frac{\partial X}{\partial y} y$$

$$Y = Y_0 + \frac{\partial Y}{\partial x} x + \frac{\partial Y}{\partial y} y$$

$Y_0 = 0$.
$$X = X_0 + \frac{\partial X}{\partial x} l \cos\vartheta + \frac{\partial X}{\partial y} l \sin\vartheta$$
$$Y = \frac{\partial Y}{\partial x} l \cos\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial y} l \sin\vartheta$$

$$- X_0 ml \sin\vartheta - m l^2 \frac{\partial X}{\partial x} \sin\vartheta \cos\vartheta - m l^2 \frac{\partial X}{\partial y} \sin^2\vartheta$$
$$+ m l^2 \frac{\partial Y}{\partial x} \cos^2\vartheta + m l^2 \frac{\partial Y}{\partial y} \sin\vartheta \cos\vartheta$$

$- \cancel{X_0 m l}$ –

$$\frac{\partial X}{\partial x} = 2 \frac{fm}{r^3} \qquad \frac{\partial Y}{\partial y} = - \frac{fm}{r^3} \qquad \frac{\partial X}{\partial y} = \frac{\partial Y}{\partial x} = 0$$

$$- X_0 ml \sin\vartheta - \frac{3}{2} \frac{fM}{r^3} m l^2 \sin 2\vartheta$$

$$- m l^2 \frac{\partial Y}{\partial y} \cos^2\vartheta + m l^2 \frac{\partial X}{\partial x} \sin^2\vartheta + m l X \cos\vartheta + m l Y \sin\vartheta - \tau$$

kis gyorsuló longitudinális állás $\vartheta = 0$ $\quad Y = 0$

$\frac{\partial y}{\partial y}$ két ért. η Egy forgási ellen középpontja ρ távolban

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{\partial y}{\partial y} = \frac{2}{\rho^3}$$

tehát a forgási momentum $= \left(-f\frac{4ml^2}{\rho^3} - \tau\right)$

ha Merkur arra merőleges akkor $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{fm}{\rho^3}$

lesz a forgás $= \left(+f\frac{2ml^2}{\rho^3} - \tau\right)$

$\cancel{2\mu l^2}$

$$-f\frac{8\mu m l^2}{\rho^3} - \tau \qquad \Big| \qquad +f\frac{4\mu m l^2}{\rho^3} - \tau$$

$$T_0^2 = \pi^2 \frac{K}{\tau}$$

$$T_1'^2 = \pi^2 \frac{K}{f\frac{8\mu K}{\rho^3} + \tau} \qquad T_2''^2 = \pi^2 \frac{K}{f\frac{4\mu K}{\rho^3} - \tau}$$

$$f\frac{8\mu m K}{\rho^3} + \tau = \pi^2 \frac{K}{T'^2}$$

$$-\frac{f4mK}{\rho^3} + \tau = \pi^2 \frac{K}{T^2}$$

$$f\frac{12m}{\rho^3} = \pi^2 \frac{1}{T'^2} - \frac{1}{T^2} = \pi^2 \frac{T^2 - T'^2}{T^2 T'^2}$$

$$= 2\pi^2 \frac{\tau}{T^3}$$

$$\tau = \frac{1}{\pi^2} 6 \frac{fm}{\rho^3} T^3$$

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial x} x + \frac{\partial X}{\partial y} y . = \frac{\partial X}{\partial x} a\cos\vartheta - \frac{\partial X}{\partial x} b\sin\vartheta$$

$$+ \frac{\partial X}{\partial y} b\cos\vartheta + \frac{\partial X}{\partial y} a\sin\vartheta$$

$$\Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial x} x + \frac{\partial Y}{\partial y} y$$

$$\cos\vartheta \int (1-\sigma)\,dv\, a^2 \left(\frac{\partial Y}{\partial x} \cos\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial y} \sin\vartheta \right)$$

$$- \sin\vartheta \int (1-\sigma)\,dv\, b^2 \left(-b \frac{\partial Y}{\partial x} \sin\vartheta + b \frac{\partial Y}{\partial y} \cos\vartheta \right),$$

$$\Delta Y = \frac{\partial Y}{\partial x} a\cos\vartheta - \frac{\partial Y}{\partial x} b\sin\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial y} b\cos\vartheta + \frac{\partial Y}{\partial y} a\sin\vartheta$$

$\cancel{\Delta X} =$

$$\Delta X = \frac{\partial X}{\partial x} a\cos\vartheta - \frac{\partial X}{\partial x} b\sin\vartheta + \frac{\partial X}{\partial y} b\cos\vartheta + \frac{\partial X}{\partial y} a\sin\vartheta$$

$$\cos\vartheta \int (1-\sigma)\,dv\; a^2 \left(\underline{\frac{\partial Y}{\partial x} \cos\vartheta} + \frac{\partial Y}{\partial y} \sin\vartheta \right)$$

$$- \sin\vartheta \int (1-\sigma)\,dv\; b^2 \left(- \underline{\frac{\partial Y}{\partial x} \sin\vartheta} + \frac{\partial Y}{\partial y} \cos\vartheta \right)$$

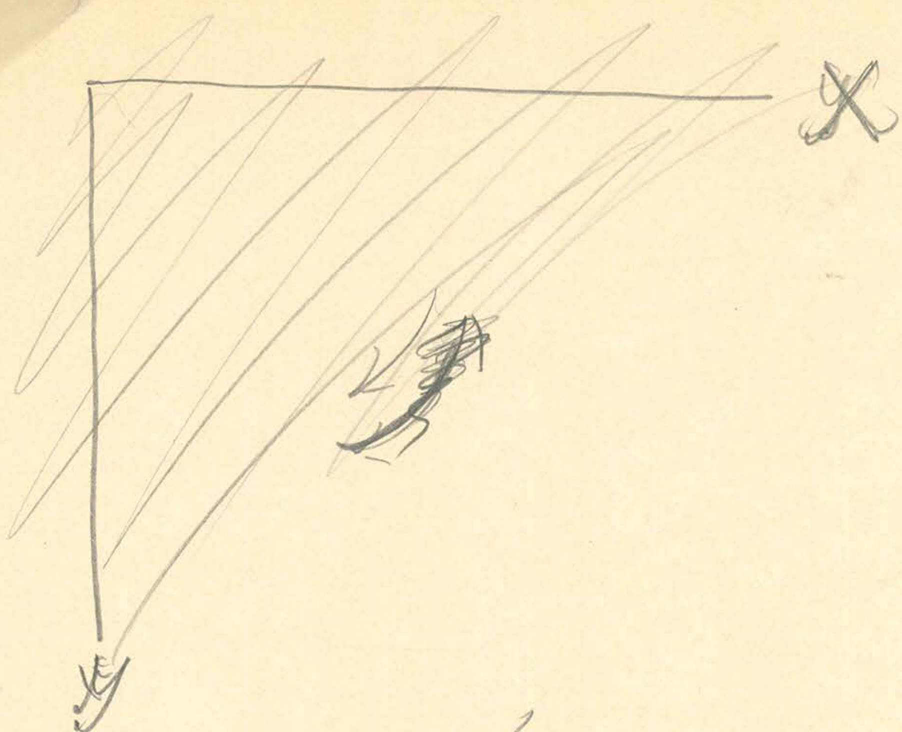
$$- \cos\vartheta \int (1-\sigma)\,dv\; b^2 \left(- \frac{\partial X}{\partial x} \sin\vartheta + \underline{\frac{\partial X}{\partial y} \cos\vartheta} \right)$$

$$- \sin\vartheta \int (1-\sigma)\,dv\; a^2 \left(\frac{\partial X}{\partial x} \cos\vartheta + \underline{\frac{\partial X}{\partial y} \sin\vartheta} \right)$$

$$\cos^2\vartheta\, \frac{\partial Y}{\partial x} \left\{ \int (1-\sigma)\,dv\; a^2 - \int (1-\sigma)\,dv\; b^2 \right\}$$

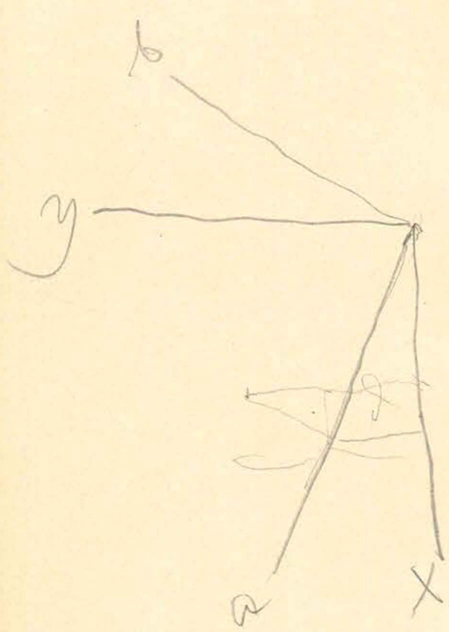
$$+ \sin\vartheta\cos\vartheta\, \frac{\partial Y}{\partial y} \int (1-\sigma)\,dv\,(a^2 - b^2) - \sin\vartheta\cos\vartheta\, \frac{\partial X}{\partial x} \int (1-\sigma)\,dv\,(a^2 - b^2)$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\vartheta \left(\frac{\partial Y}{\partial y} - \frac{\partial X}{\partial x} \right) \int (1-\sigma)\,dv\,(a^2 - b^2) + \cos 2\vartheta\, \frac{\partial Y}{\partial x} \int (1-\sigma)\,dv\,(a^2 - b^2)$$



Szilárd test forgás $\sum (Yx - Xy)$

$$\int (s-\sigma)\, dv\, (Yx - Xy)$$



$x = a\cos\vartheta - b\sin\vartheta$

$y = b\cos\vartheta + a\sin\vartheta$

$z = a .$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos\vartheta \int (s-\sigma)\, dv\, Ya - \sin\vartheta \int (s-\sigma)\, dv\, Yb \\ -\cos\vartheta \int (s-\sigma)\, dv\, Xb - \sin\vartheta \int (s-\sigma)\, dv\, Xa . \end{array} \right.$$

legyen a forgási egyenletben $X = X_0 \quad Y = Y_0$ és

$X = X_0 + \Delta X \quad Y = Y_0 \Delta Y$ akkor.

ΔX és ΔY x, y, z függvénye

$\cos\vartheta \int (s-\sigma)\, dv\, Y_0 a + \cos\vartheta \int (s-\sigma)\, dv\, \Delta Y a$ etc.

$\cos\vartheta (\lambda\alpha - \mu\alpha') Y_0 + \cos\vartheta \int (s-\sigma)\, dv\, \Delta Y a .$ etc.

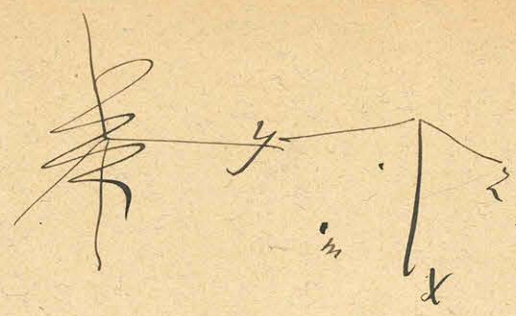
$-\sin\vartheta ($

hit

A golyó vonzása.

Ismeretesen.

~~Px~~ $P = \frac{fm}{r^2}$.



vagy ha x y z úgy

$$X = fm \frac{\xi - x}{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2+(\zeta-z)^2}$$

vagy ha.. $V = \frac{fm}{r}$

$$X = \frac{\partial V}{\partial x}$$

$$Y = fm$$

$$Y = \frac{\partial V}{\partial y}$$

$$Z =$$

$$Z = \frac{\partial V}{\partial z}.$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\frac{fm}{r^3} + 3\frac{(\xi - x)^2}{r^5}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$$

$$\Delta V = 0.$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

A physikában négy fontos 1) f. értékének meghatározása.

1) Egyenlő vonzások.

$$m l a \sin\vartheta =$$

$$\cancel{mla} = \quad m a \frac{fM}{r^2} = \tau\varphi.$$

$$m a \frac{fm\eta}{(\xi^2+\eta^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \text{a mérés esete.}$$

Legyen $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}$

$$m a Y - \tau\varphi = 0$$

$$m a Y + m a \frac{\partial Y}{\partial\vartheta}\delta\vartheta - \tau\varphi - \tau\delta\vartheta = 0$$

$$\left(m a \frac{\partial Y}{\partial\vartheta} - \tau\right)\delta\vartheta =$$

$$\frac{\partial Y}{\partial\vartheta} = \frac{\partial Y}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial\vartheta} + \frac{\partial Y}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial\vartheta}$$

$x = a\cos\vartheta \quad \frac{dx}{d\vartheta} = -a\sin\vartheta$

$y = a\sin\vartheta \quad \frac{dy}{d\vartheta} = +a\cos\vartheta$

$$\frac{\partial Y}{\partial\vartheta} = m a^2 \frac{\partial Y}{\partial y} \quad \text{lehát.}$$

a forgás momentum $= \left(m a^2 \frac{\partial Y}{\partial y} - \tau\right)\delta\vartheta$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = -\frac{fm}{r^3} +$$

A golyó vonzására nézve ez lényeges lesz.

$$P\,\frac{fm}{r^2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} = X = fm\,\frac{\xi - x}{r^3} \qquad r = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial y} = Y = fm\,\frac{\eta - y}{r^3}$$

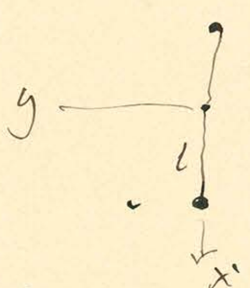
$$\frac{\partial V}{\partial z} = Z = fm\,\frac{\zeta - z}{r^3}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{\partial X}{\partial x} = -\frac{fm}{r^3} + 3\,\frac{(\xi - x)^2}{r^5} \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial x\,\partial y} = 3\,\frac{(\xi - x)(\eta - y)}{r^5}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = \frac{\partial Y}{\partial y} = -\frac{fm}{r^3} + 3\,\frac{(\eta - y)^2}{r^5} \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial y\,\partial z} = 3\,\frac{(\eta - y)(\zeta - z)}{r^5}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = \frac{\partial Z}{\partial z} = -\frac{fm}{r^3} + 3\,\frac{(\zeta - z)^2}{r^5} \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial z\,\partial x} = 3\,\frac{(\zeta - z)(\xi - x)}{r^5}$$

$\Delta V = 0$ és $V = C.$ szintfelület



$$-\mu l\,\frac{fM}{r^2} = \tau\varphi \quad \text{vagy} \quad 2\mu l\,\frac{fM}{r^2}\,\tau'\varphi.$$

$$\mu l f\,\frac{M}{r^2} - \mu l f\,\frac{\eta}{r'^3}$$

$$r^2 = \eta^2 \qquad r'^2 = \eta^2 + 4l^2$$

Cavendish 1798 – 5,48

Reich 5,49 – 5,58

Baily 5,66

Cornu Baille 5,55

Tömeg dolog
$$2\mu l\,\frac{fm\,\eta}{(\xi^2 + \eta^2)^{\frac{3}{2}}} = \tau\varphi = 2\mu l\,fm\,\frac{\frac{\eta}{\xi}}{\xi^2\left(1 + \frac{\eta^2}{\xi^2}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

ennek maximuma ha $\frac{\eta^2}{\xi^2} = \frac{1}{2}$

$$\tau\varphi = 2\mu l\,fm\,\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\xi^2\left(1 + \frac{1}{2}\right)^{\frac{3}{2}}} = 2\mu l\,\frac{fM}{\xi^2}$$

Physikalische Zeitschrift, IV. Jahrgang, S. 319.

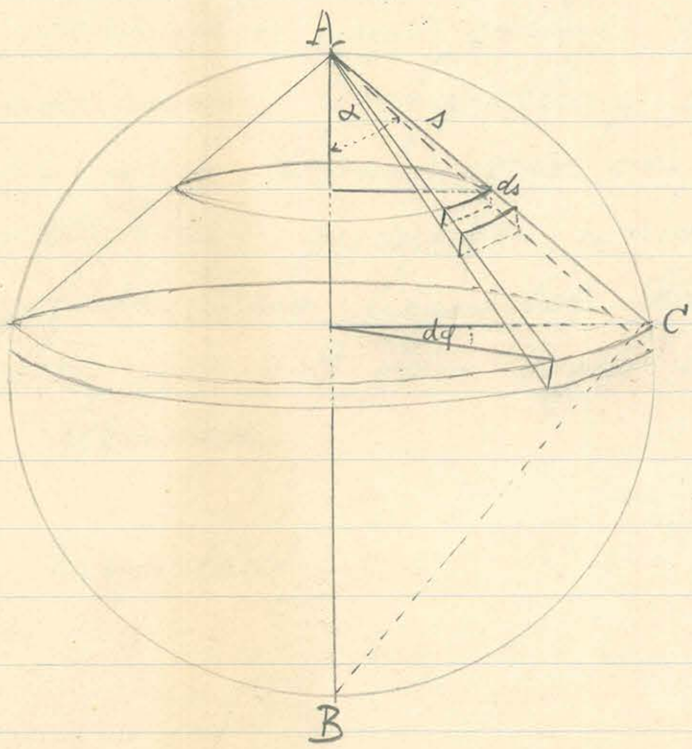
Eine Bemerkung zur Arbeit des Herrn R. Geigel: „Über Absorption von Gravitationsenergie*) etc.

Von Gottlieb Kučera.

Diese Überlegung erweist sich nicht als stichhaltig; um über ein räumliches Gebilde integrieren zu können, muss man als Integrationselemente räumliche Gebilde benützen. – Die unterstrichene Annahme entbehrt jeder Begründung. – Der richtige analoge Weg wäre folgender:

Auf das im Punkte A der Erdoberfläche befindliche Bleikügelchen (Masse = 1) wirkt das in der Richtung α gelegene Volumelement $dm = s.d\alpha.ds.s.\sin\alpha\, d\varphi$ mit der Anziehungskraft $\frac{dm}{s^2} = \sin\alpha.d\alpha.ds.d\varphi$ und die ganze in dieser Richtung liegende Pyramide (von A bis C) mit der Kraft

$$\sin\alpha.d\alpha.d\varphi\int_0^{2R\cos\alpha} ds = 2R.\cos\alpha\,\sin\alpha\,d\alpha\,d\varphi$$



Dabei ist der Einfachheit halber die Dichte der Erdkugel gleich Eins gesetzt; R ist der Erdradius. – Die übrigen Bezeichnungen sind wohl aus der Figur leicht ersichtlich. –

Die in A herunter wirkende ~~Kraft~~ Komponente dieser Kraft ist

$$2R.\cos^2\alpha.\sin\alpha.d\alpha.d\varphi$$

also nicht von α unabhängig, wie Herr Geigel annimmt.

---

*) Robert Geigel: Ann. der Physik. 10. 429 bis 435. 1903.

Durch weitere Integration bekommen wir für die Wirkung der ganzen Erdkugel

$$2R\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2\alpha . \sin\alpha . d\alpha = \frac{4}{3}\pi R$$

wie bekanntlich sein muss; nach den Annahmen des Herrn Geigel wäre die ganze Wirkung fälschlich R^3 proportional. Für die Wirkung eines kegelförmigen Ausschnittes vom Winkel $\underline{\alpha}$ bei $\underline{A}$ ergiebt sich:

$$4\pi R \int_0^{\alpha} \cos^2\alpha . \sin\alpha . d\alpha = \frac{4}{3}\pi R(1-\cos^3\alpha)$$

Die vertikale Wirkung dieses Ausschnittes verhält sich zur Wirkung der ganzen Kugel wie $(1-\cos^3\alpha) : 1$, wogegen Herr Geigel das Verhältniss gleich $(1-\cos\alpha) : 1$ ansetzt. – Diese unrichtige Ansatz zieht sich durch die ganze weitere Rechnung und modifiziert auch den numerischen Wert der Schwächungskoefficienten. –

Übrigens trägt diese weitere Rechnung überhaupt den Charakter einer ersten Annäherung, da bei exakter mathematischer Behandlung des Problems die Bleikugel, welche einen Durchmesser von ca. 1 cm hatte, kaum als punktförmig gegenüber einer in der Entfernung von ungefähr 4 cm liegenden Kreisfläche von einem Durchmesser von 1·9 oder sogar 0·7 cm wird aufgefasst werden können.

Darmstadt.