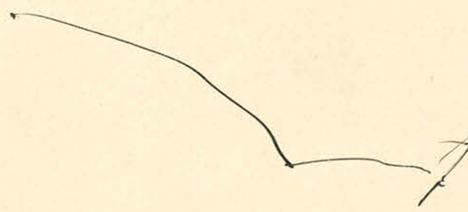
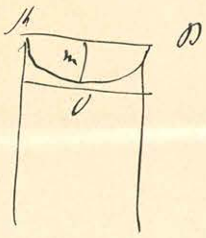
Ms 5098/7. Eötvös Loránd jegyzetei a lapillanításra

felületi feszültség

$f.$ $\cancel{\frac{a^2}{2}\sigma = f}$





$$2\pi r f = (h+m)\pi r^2 k - (AOB)k.$$

$\cancel{\varrho = \frac{a^2}{2}}$

$$2\pi x f \frac{x}{\varrho} = \pi x^2 h.$$

$$\frac{2f}{\varrho} = kh.$$

$$\varrho = \frac{2f}{kh}$$

Ugyanis nagy egyszerű a görbületi sugár ϱ

$$\varrho = \frac{r^2}{m}$$

$$\frac{r^2}{m} = \frac{2f}{kh} \qquad m = r^2\frac{kh}{2f}.$$

$V = \frac{4}{3}\pi AO^2$ A a forgástengely

$$(AOB) = \frac{2}{3}\pi r^2\frac{kh}{2f}r^2$$

$$2\pi r f = h\left(1+\frac{r^2k}{2f}\right)\pi r^2 k - \frac{2}{3}\pi r^2\frac{kh}{2f}r^2$$

$$\frac{2f}{k} = hr\left(1+\frac{r^2k}{2f}\right) - \frac{2}{3}h\frac{r^3k}{2f}.$$

$$a^2 = hr\left(1+\frac{r^2}{a^2}\right) - \frac{2}{3}hr\frac{r^2}{a^2}$$

$$a^2 = hr\left(1+\frac{1}{3}\frac{r^2}{a^2}\right)$$

$$a^2 = hr\left(1+\frac{1}{3}\frac{r}{h}-\frac{1}{9}\frac{r^2}{h^2}\right)$$

~~A~~ – $fl - fl\cos\vartheta = \frac{x^2}{2}k.$

$a^2(1-\cos\vartheta) = x^2 \qquad 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} = x^2$

$1-\cos\vartheta = 2\sin^2\frac{\vartheta}{2} \qquad x = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}$

Január 7. Ballonnak

A ——— alatt levő higanyfelületen a mérést ~~elej~~ csak új feltöltés után lehetett eszközölni. 10ó 20p. körül destillált vizet öntöttem egy pohárba, kis mennyiségben, s a szobában tettem, hogy az edényben levő víz hőmérsékletét felvegye. A vizet 1ó 10p.-kor öntöttem az edénybe. A feltöltés után különbözően tett mérések eredménye

1,56 m.m.
1,55 m.m. A próba hőmér-
1,555 m.m. séklete 20°
1,56 m.m.

Ugyanaz d. u. 3ó 10p.-kor

1,565	1,57
1,565	1,57
1,57	1,57
1,575	1,575
1,575	1,575

hőmérséklet 22

Ugyanaz 40' 40 f.-kor

1,565 1,57

1,566 1,57

jan. 8.

A 7-én mért légbuborék ma reggelre eltünt. ½ 10-kor ujat készitettem.

d. e. 11-kor végzett mérések:

1.	81,54 78,58	3,96	3.	82,66 78,68	3,98
2.	78,60 82,64	4,04	4.	78,72 82,74	4,02
5.	82,78 78,80	3,98	6.	78,82 82,84	4,02
7.	82,84 78,88	3,96	8.	78,92	

A buborék ismét elromlott. A de-sza úgy látszik ismét nem zár jól. Ha kívánja Méltóságod, megjavítom.

Buborék a Platen-féle edény-ben.

11° 30 p. Hőm. 18,1

1. 72,48 / 69,82) 2,66

2. 69,80 / 72,46) 2,66

3. 72,46 / 69,78) 2,68

4. 69,80 / 72,46) 2,66

5. 72,44 / 69,80) 2,64

alatta levő henger-buborék.

120'.

1,575
1,565
1,565
1,575

Janicsek? Bartoniek

Uj csapp. d. u. 3 ó. 35 p.   2.

87,84 } 2,64
86,78 }

86,50 } 2,50
87,00 }

87,14
a csapp elmozdult

Uj beállitás után

86,66 } 2,46
87,20 }

87,20 } 2,48
86,68 }

86,68 } 2,46
87,22 }

87,25 } 2,47
86,70 }

Az előbbi csapp helyett ujat készitve

4. 15 p.-kor

1. 87,29 } 2. 79,24 }
79,24 } 87,22 }

Átmérő = 38 – 40 mm. A mérés a csapp készitése után azonnal megkezdődött.

3. 80,34
79,28

4. 79,32
80,42

5. 80,44
79,28

6. 79,38
80,45

Csepp a Plateau-féle elegyben.

40'. 25 p. hőm. 19,6

1. 72,40
69,65) 2,75

2. (69,65
72,40) 2,75

72,38
69,64) 2,74

69,64
72,40) 2,76

1. [illegible]

Csepp a Plateau-féle edényben

12ó 45p.

70,42
69,66 0,76 Átm. kbelül 47 m.m.

69,68
70,40 0,72 Hőmérséklet 17,9

70,38
69,66 0,72

69,68
70,40 0,72

12ó. csap kinyitva

70,40
69,66 0,74 NB. mpként kezdetben 2 csepp, a leolvasás befejezésénél

69,67
70,40 0,73 kb. 1 csepp esett ki

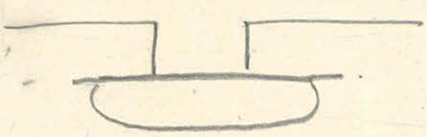
70,40
69,68 0,72 A leolvasás kezdetén mpként 4–5 csp.,

69,68
73,34 0,66 a leolvasás végén 2–3 csepp.

~~69,70~~
~~69,69~~ – folyt. a másik lapon.
~~73,40~~

73,34 }
69,70 } 3,64

69,69 }
73,40 } 3,~~7~~71



Az utasítás szerint ké-
szített csepp átmérője 47 – 48 m.m.

12ó 30 p.kor

1. 81,88 } 4,08   3. 81,92 } 4,04
   85,96 }   85,96 }

2. 85,96 } 4,04   4. 85,97 } 4,02
   81,92 }   81,95 }

Ugyanaz 12ó 50 p.kor mérve

1. 81,96 } 3,99   3. 82,00 } 3,98
   85,95 }   85,98 }

2. 85,95 } 3,95   4. 86,00 } 3,98
   82,00 }   82,02 }

befejezve 1ó-kor.

Január 6-án. d.e. Görökel

Bartonnál

82,00
85,78) 3,78

85,76
82,00) 3,76

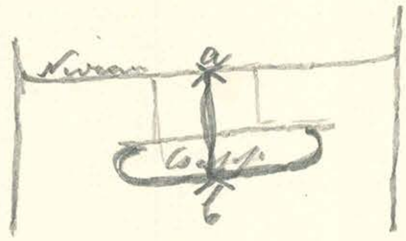
81,98
85,76) 3,78

85,78
82.00) 3,78

Átm. kb. 40 mm.

N.B.

Az edény folyik;



ab = 9–10 m.m.

Január 5 d. u. 2 óra 20

20' 40 p.

Bartoniek

82,46
86,04 3,58

„Simon" Körülb. 70 mm.

86,06
82,48 3,58

82,47
86,06 3,59

86,06
82,46 3,60

Junius 4. d.e. 8ó 30m. Klupathy

nyilt eregy 85,63 / 82,26 } 3,42 hőmérsék 16·6°C

zárt eregy 73,34 / 69,64 } 3,70

d.e. 11ó 40m.

73,34 / 69,64 } 3,70 zárt eregy.

82,54 / 85,92 } 3,38 nyilt eregy

---

d.u. 3ó.

85,90 / 82,60 } 3,30 nyilt eregy

Nyilt eregy befödve

d.u. 3ó 10m.

83,14 / 86,10 } 2,96 Egy kis víz kifolyt.

d.u. 4ó.

86,10 / 82,92 } 3,18

d.u. 4ó 45m.

82,86 / 86,10 } 3,24 átmérő 35 mm.

d.u. 6ó.

86,20 / 82,78 } 3,32 hőmérsék 18,4°C.

Zár másik eregy

69,64 / 70,36 } 0,72

Nov. 28. d. u. 5ó 30 m levegő ~~buborék~~ — Ez az is feloldó hasonló a gyűrűformulában

e. 40 / 8 57) 1817 — h. 57 / 32) 1879 — de. 12 óra óta állott csepp

d. u. 7 óra.

e. 34 — h. 42 / 28) 1814 — e. 32 / 49) 1817. — Csepp átmérő 40 mm.

új kisebb csepp.

h. 41 / × 12) 1829 × — e. 19 / 42) 1823 — Átmérő 35 mm.

Körbe a forgás még [illegible] lelassult változatlan lett.

Víz hőmérséke 21,7°C

~~[illegible]~~ h. 7ó 45 m

h. 30 / 4) 1826 — e. 6 / 31) 1827

Nov. 29 d. e. 10 óra 30 m.

h. 98 / 81) 1817 — e. 84 / 3) 1879 — víz hőmérsék 19°C.

22°C-ra (23°C) melegítve – feljebb 31°C.

h. 57 / 42) 1809 — e. 52 / 54) 1802. — A csepp ~~kö~~ ezután ~~átment, mert a víz feleresztett~~

1 óra — új csepp.

~~[illegible]~~ 8 e. 62 / 70) 1808 — h. 70 / 76) 1806. — 31°C — átmérő 40 mm.

---

d. u. 5ó 40 m — 23,8°C.

e. 8 15 / 40) 1825 — h. 36 / 14) 1822

E csepp a keverés közben elfoszladt.

Uj csepp (friss, közvetlen az ütközés előtt) átmérője 35 mm.

d. u. 7 óra.

e. 58 / 61) 803 h. 56 / 51) 805 Hőmérsék 56,8 °C.

Nov. 30. d. e. 9 ó. Hőmérsék 19,8 °C.

e. 30 / 13) 783 h. 13 / 26) 787 A csepp egész éjjel állt. átmérő 30 mm.

×

d. u. 12 ó

h. 42 / 53) 789 e. 55 / 45) 790

Dez. 1. d. e. ~~8~~ ~~12~~ 9 ó. hőmérsék 18,5

h. 10 / 33) 777 e. 35 / 15) 780

Dez. 2. d. e. 12 ó 35 m.

h. 96 / 22) 774 e. 25 / 96) 771 hőmérsék 17,8 átmérő = 27 mm.

Dez. 3 d. u. 4 ó 15 m.

hőmérsék 18,6

h. 81 / 23) 758 e. 28 / 82) 754 átmérő = 26 mm

h. 8

Csíkokkal észlelve. Fain negy.

hőmérsék $19{,}5^\circ C$

$$\overset{h}{20} \qquad \overset{e}{24}$$

$$7\ 18)712 \qquad 36)712$$

$r = 18$ m.m. $\alpha\ 29^\circ 50'$

$$\sin x = \frac{\sin 29^\circ 50'}{1{,}33} \qquad \alpha = 21^\circ 58'$$

$$\delta = 10^\circ 59'$$

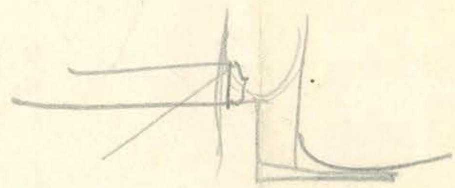
Nov 22. Régi víz, a [illegible] [illegible] [illegible]
6 ó. 40 m.

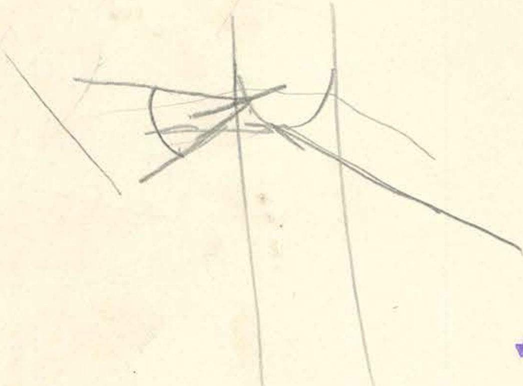
e. 58
35) 87

17 82
88) 106 — 847

Csupán a kis [illegible]
h.
80) 107
73

h.
27
71) 856 71

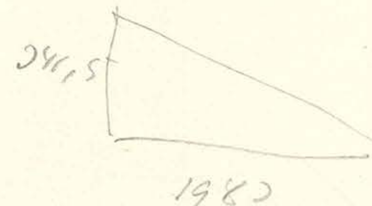




1882 Január 2. d.u. 12.ó.35 m.

Friss cylinderrel buborék.

h.	e
73 / 20) 353	25 / 72) 347
67 / 20) 347	23 / 66) 343



1 ó 10 m.

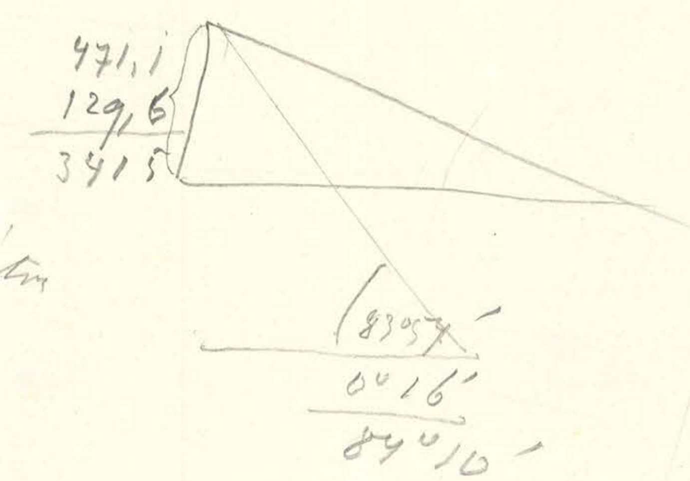
e	h
88 / 27) 339	22 / 85) 337

5 ó 15 m.

h	e
82 / 52) 330	56 / 84) 328

folytatva 5 ó 30 m.

Uj Kathetométer (thans)



e	h
14 / 44) 330	42 / 14) 328

a ~~tekhendalik~~ újra beállítva

e	h
80 / 16) 336	17 / 86) 331

Január 3. d.u. 1 ó 30 m

e.	h
72 / 95) 323	93 / 72) 321

d.u. 4 óra 35 m.

e	h
74 / 94) 320	92 / 73) 319

Dec. 31. d. u. 6 ó. 40 m. Ugyanaz a víz újból beöntve
Keverve egy kis víz vezetékivel.

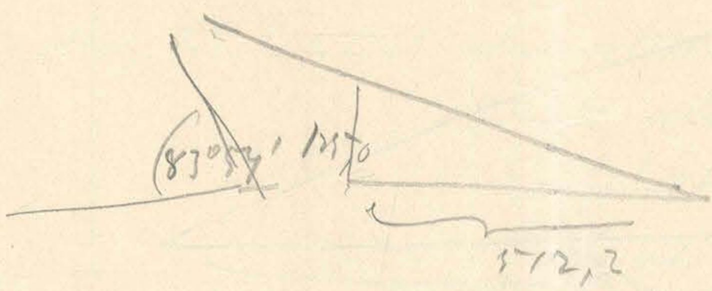
Kisebb butorék 5 mm magas.

h e

árammal a fogyás után: 43 / 94) 349 2 / 47) 345

47 / 1) 346 3 / 47) 344

Nagyítás:



0,329

512,2 / 135,0) 377,2

d. u. 7 óra 10 m.

44 / 12) 332 14 / 45) 331

7 ó 20 m

43 / 14) 329 15 / 44) 329.

Vasárnap

1882 Január 1. d. e. 11 ó. 20 m

e.

30 / 74) 344 71 / 28) 340

d. u. 12 ó. 45 m

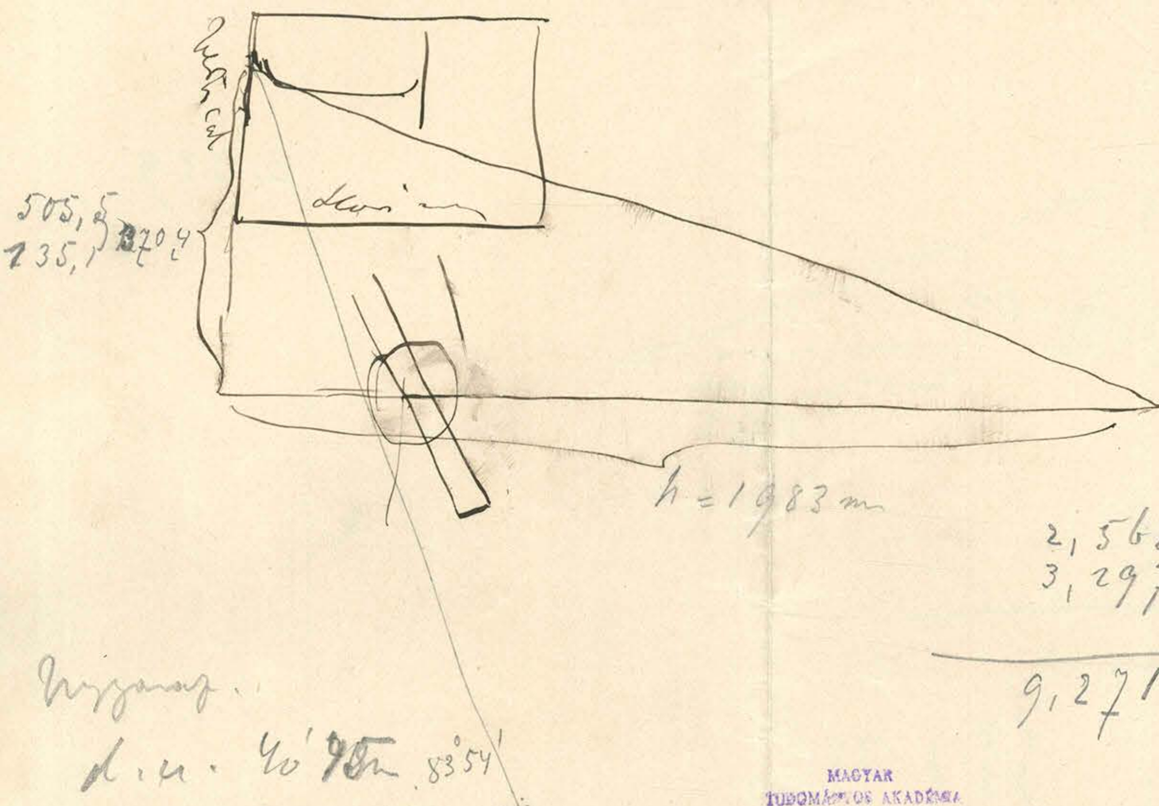
41 / 78) 337 76 / 37) 339

A kengő beeresztve d.e. 10 órakor. Hengerfelület, elzárt levegő.

Decz 31. d.u. 12ó 30 m.

h 14, 91) 323 e. 93, 15) 322

szögletek.



h = 1983 m

2,5686710
3,2973227

9,2713483 − 10

Nyugat.

d.u. 4ó ~~40m~~ 83°54'

e 64,5, 89,0) ~~324~~,5 h 87,5, 65,0) 322,5

Víz kifolyva a külső niveau valamivel alantabb.

h 94, 69) 325 e 70, 94) 324.

Külső niveau még lejebb mint a belső

94, 70 } 324 74, 96) 322.

Nagyságos Tanári Testület!

Mély tisztelettel alulirottnak 1880 jun. 28. 18167 sz. alatti Közokt. min. rendeletben jóváhagyott tanársegédi kiv

Január 1. d.e. 10'25 m

h 55 / 97) 358

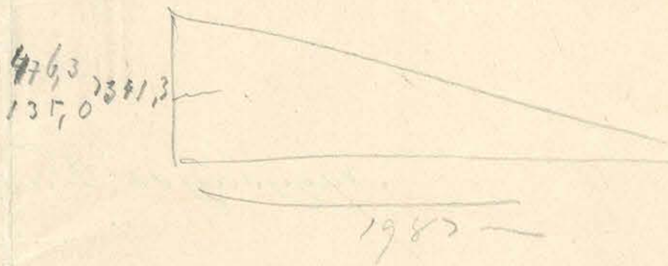
è 25 / 84) 359

Friss buborék

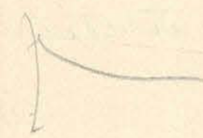
ugyanaz 10'.35

72 / 21) 351

24 / 73) 349

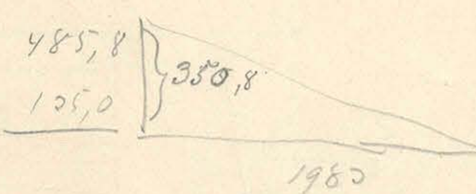


Capillaris felület szabadon



d.u. 1 óra 40

19 / 23) 296

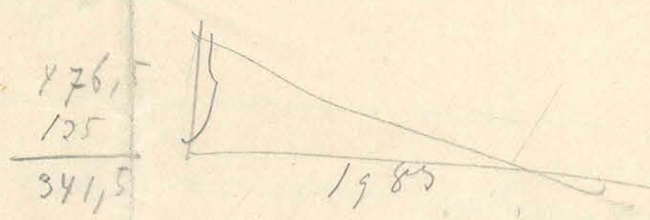


27 / 29) 293

Friss Cylindrikus buborék

1 óra 50

hato 71 / 18) 353



előre 22 / 70) 348

476,5

Vegyesek.

~~100~~	Ounde	a	Számítás z_{90}	μ	$\xi = \frac{a^2}{\mu}$		$a^2 = 15,07$ / $a = 3,882$
50	3,975	3,882	3,975	$43\,10^6$	—	3,975	
15	4,147	—	4,217	227,94	0,066	4,151	
10	4,022		4,406	44,13	0,341 a	4,065	
7,1	3,780		4,658	17,65	0,854	3,804	

1,4142

$$\mu = a \cdot 0,28634 \sqrt{\frac{a}{T + a \cdot 0,4142}}\; e^{\frac{\sqrt{2}}{a}(T + a \cdot 0,4142)}$$

	Számítás z_{90}	μ	$\xi_{90} = \frac{a^2}{\mu}$	$z_p - \xi$
16	4,192	308,2	0,049	4,143
14	4,243	163,4	0,092	4,151
13	4,270	116,8	0,129	4,141

$\frac{a}{n} = 3,85$

5

0,77 · 305

0,205 · 0,77 = 2135, 2135, 0,023485, 0,0066, 1,02414

0,077 · 0,077 = 539, 539, 0,005929, 0,00066

log a = 0,5890555

log 0,28634 = 0,4568820 − 1

0,0459375

1,0864 · 3,882 = 21728, 86912, 86912, 32592, 4,2174048

a 0,4142 = 1,608

$\log e^{2,7183} = 0,4342974$

1,0241

1,024 / 3,975 / 3,882

3,072, 9030, 8192, 8380, 192, 1980

1,1228516

3,882

0,3882 · 305 = 19410, 116460, 0,1184010, 101674, 13514

0,03882

0,00776 · 0,00776 = 4656, 5432, 5432, 0,00006021 76, 0,00066

2588 · 2588 = 20704, 20704, 12940, 5176, 0,0669 7744

3,882 · 1,1351 = 3882, 19410, 11646, 3882, 3882, 4,4064582

0,3882 · 0,3882 = 7764, 31056, 31056, 11646, 0,15069924, 0,01674

0,005, 3880, 0,00744, 23280, 0,0206680, 66, 0,02433

15 / 3,882 / 0,2588

88, 75, 132, 126, 120

0,2588 · 0,305 = 12940, 77640, 0,0789340, 0,00744, 0,08637

0,4342974 · 18,79 = 39086766, 30290818, 34743792, 4342974, 8,159348146

8,1593481
5890555
4568820 − 1
8,2052856
0,5619258
7,6433598

42,990,000

$$Z = \frac{a^2}{\pi\mu}\int_0^\pi e^{\frac{u\sqrt{2}}{a}\cos\psi}$$

Boole 469

$$Z = \frac{\xi}{\pi}\int_0^\pi e^{\frac{u\sqrt{2}}{a}\cos\psi}$$

$$Z = \frac{\xi}{\pi}\sqrt{\frac{\pi a}{2t\sqrt{2}}}\, e^{\frac{t\sqrt{2}}{a}}$$

$$\cancel{Z = \xi} \qquad Z = \xi\sqrt{\frac{1}{2\pi\sqrt{2}}}\sqrt{\frac{a}{u}}\, e^{\frac{u\sqrt{2}}{a}}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2} = \frac{z}{a\sqrt{2}}$$

$$\cos\frac{\vartheta}{2} = \sqrt{1 - \frac{z^2}{a^2 2}}$$

$$\cos\frac{\vartheta}{2} = \cancel{a\sqrt{2}}\sqrt{2a^2 - z^2}$$

$$\cos\frac{\vartheta}{2} = \frac{1}{a\sqrt{2}}\sqrt{2a^2 - z^2})$$

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4} = \sin\frac{\vartheta}{4} = \frac{z}{a2\sqrt{2}}$$

$$\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{4}$$

$$\frac{1}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$Z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2} \quad \frac{1}{2}\sin\frac{\vartheta}{2} = \frac{z}{2a\sqrt{2}}$$

$$u' - u = a\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \frac{1}{2}\log\operatorname{tg}\frac{22,5}{} - \log\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4}\right.$$

$$= \frac{1}{2}\operatorname{tg}\operatorname{tg}\frac{\cancel{z}}{2\sqrt{2}}\, a$$

$$\frac{u' - u}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - 1 + \frac{1}{2}\log\operatorname{tg}\sin\frac{\vartheta}{4}$$

$$\log 2$$

$$\frac{d\vartheta}{du} + \frac{\sin\vartheta}{u} = \frac{2u}{a^2} = \frac{2}{\sqrt{2}\,a}$$

$$\sin\vartheta = \frac{d\vartheta}{du}$$

$$4 \quad \frac{6}{3}$$

$$u' - u = a\sqrt{2}\left(\frac{1}{a\sqrt{2}}\left(a - \frac{a}{a\sqrt{2}}\sqrt{2}\right)\right)$$

$$\frac{u' - u}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{a\sqrt{2}}\left(a - a\sqrt{2}\right) + \frac{1}{2}\log\frac{a}{z}$$

$$2\frac{u' - u}{a\sqrt{2}} + 2\frac{1}{\sqrt{2}}(\sqrt{2} - 1) = \log\frac{a}{z}$$

$$\frac{a}{z} =$$

- A' feladat – alapegységek állandók azok dimensiói.
- A tenger felület módszere
~~A forgás felület módszere~~
alkalmazása az elmélet igazolására.
- A forgó felület módszere.
alkalmazása az elmélet igazolására.
- A feszültség állandóinak függése a hőmérséklettől.
Víz, alcohol aether stb. állandói.
- Higany állandója
- Más módszerek kritikája   emelkedés két ~~..~~ lemez közt formulák
Csövek formulái
Buboréknyomás mérés
- Összehasonlítás más eredményekkel.
Nedvesítés mint az eredmények egyik hibája
Javított értékek.
- Összefüggések magasabb hőmérsékleteknél.
- A kritikus zóna, folyadékelegyeknél érdekes jelenségek.
- Nyomás a buborék belsejében.
- Elektrocapillaris észlelések
- Összehasonlítás Lippmann adataival
- Az új elektrocapillaris motor
~~Motor~~ Capillar electrometer.

$z = a\sqrt{2}\left(1 - \frac{a}{3\sqrt{2}\,u}\right)$ Adhesió[s] ...

~~Lavoisier~~ Gay-Lussac; $2R = 118{,}366$ m.m.

	Sűrű	Temp.	Súly	h megvan	a	mások a 8° ...-nál
Víz	1	8,5	59,40 grm.	5,3981	3,877	3,889
Alcoh.	0,8196	8	31,08 gr.			
Terpent. olaj	0,8695	8	34,10			
Hg			158 gr.			

Valson. Fortschritte 14 — 27.

$2R = 50$ m.m. átm.

		h	a
Legtisztább víz	$-9{,}97$ gr.	5,079	3,730
legmeleg	9,40		

Légmérséktől megmentesni

$$y = 8{,}60 + 0{,}02577(49^\circ - t)$$

Ebből $\frac{\frac{da}{dt}}{a_0} = 0{,}00261$

Saját észleléseimből $\frac{\frac{da}{dt}}{a_0} = 0{,}00092$

Quinine Alkohol

$a^2 = 5,75$

		a	z_{40}	μ	$\xi = \frac{a^2}{\mu}$	$z_{40} - \xi$
50	2,424	~~2,4~~ 2,400 2,398	2,424	0		
7,6	~~2,6..~~	—	2,657	57,57	0,100	2,557
8	~~2,644~~		2,644	71,15	0,081	2,563
9			2,614	~~..,15~~ 120,8	0,048	2,566
10			2,591	208,7	0,028	2,563

a . 0,4142 = 0,994

a . 0,28634 = 0,6872

log a . 0,28634 = 0,8370895 − 1

log e = 0,43429 74

log e = 0,4343

0,4142 × 2,4 = 16568 + 8284 = 0,99408

0,28634 × 2,4 = 114536 + 57268 = 0,687216

7,6
994
2,4 / 8,994 / $\boxed{3,5808}$
72
179
168
194
192
200

8594

3,581 × 1,4142 = 7162, 14324, 3581, 14324, 3581 = 5,0642502

644
081
4,563

7,6 / 2,40 / 0,316
228
120
76
440
456

5,064 × 0,4343 = 15192, 20256, 15192, 20256 = 2,1992952
8370895 − 1
2,0363847
2769779
1,7594668

0,316 × 0,316 = 1896, 316, 948 = 0,099856

0,011

0,216 × 0,305 = 1580, 9480 = 0,096380
11
0,1074
24
4296
2148
2,65776 T = 8

5529558

57,47

57,57 / 5,75 / 0,1

5740313

2,4 / 8,994 / 3,7499
72
179
168
1196
96
234
216
220

$\boxed{3,75}$

3,75 × 1,4142 = 750, 1500, 375, 1500, 375 = 5,3032250

$\frac{r_2}{a}$ 1 = 5,303 × log e
0,4343
15909
21212
15909
21212
2,3030929
8370895 − 1
2,1401824
2870156
1,8531668

71,15 / 5,75 / 0,080
5692
−5800

8 / 2,4 / 0,3
0,305
0,3
0,0915

0,09
0,01

0115 1,1015 × 24 = 44060, 22030 = 2,64360

A theodoliton leolvasott szög ψ.	$\varphi = \frac{90-\psi}{2}$	$\sqrt{1-\cos\varphi}$	$\sqrt{1-\cos\varphi_2} - \sqrt{1-\cos\varphi_1}$	A kathetometeren leolvasott scalarészek 1 = 0,005 mm. (több leolvasás átlaga)	milliméterekben	$z_1 - z_2$	A capillaritási állandó a.
48° 57′	20° 31,5′	0,25177	0,10314	78,2	0,3910	0,2320	2,2493
65° 52′	12° 4′	0,14863		124,6	0,6230		
65° 52′	12° 4′	0,14863	0,11991	124,6	0,6230	0,2715	2,2642
85° 19′	2° 20,5′	0,02872		178,9	0,8945		
65° 53′	12° 3,5′	0,14832	0,11960	125,4	0,6270	0,2675	2,2366
85° 19′	2° 20,5′	0,02872		178,9	0,8945		
49° 25′	20° 17,5′	0,24892	0,10060	75,6	0,3780	0,2490	2,47515
65° 53′	12° 3,5′	0,14832		125,4	0,6270		
48° 57′	20° 31,5′	0,25177	0,22305	78,2	0,3910	0,5035	2,2573
85° 19′	2° 20,5′	0,02872		178,9	0,8945		
49° 25′	20° 17,5′	0,24892	0,22020	75,6	0,3780	0,5165	2,3456
85° 19′	2° 20,5′	0,02872		178,9	0,8945		
49° 25′	20° 17,5′	0,24892	0,09773	79,5	0,3975	0,2410	2,46597
65° 25′	12° 17,5′	0,15119		127,7	0,6385		
65° 25′	12° 17,5′	0,15119	0,11856	127,7	0,6385	0,2510	2,1179
84° 41′	2° 39,5′	0,03263		177,9	0,8895		
49° 25′	20° 17,5′	0,24892	0,21629	79,5	0,3975	0,4920	2,2747
84° 41′	2° 39,5′	0,03263		177,9	0,8895		
70° 58′	9° 31′	0,11730	0,08467	140,4	0,7020	0,1875	2,2145
84° 41′	2° 39,5′	0,03263		177,9	0,8895		
49° 14′	20° 23′	0,25024	0,13294	75,8	0,3790	0,3230	2,42966
70° 58′	9° 31′	0,11730		140,4	0,7020		
49° 14′	20° 23′	0,25024	0,21761	75,8	0,3790	0,5105	2,34594
84° 41′	2° 39,5′	0,03263		177,9	0,8895		
49° 14′	20° 23′	0,25024	0,08708	75,8	0,3790	0,2155	2,4747
63° 30′	13° 15′	0,16316		118,9	0,5945		

	$\sqrt{1-\cos\varphi_2}-\sqrt{1-\cos\varphi_1}$	$z_1 - z_2$	a
27° − 47°	0,1200095	0,30000	2,49802 2,53934
47° − 65°	0,109835	0,29125	2,65171
65° − 83°30′	0,107685	0,288125	2,67563
27° − 65°	0,22993	0,59125	2,57144
47° − 83°30′	0,21752	0,579375	2,66355
27° − 83°30′	0,337615 ~~0,44745~~	0,879375	2,60467
65° − 83°30′	0,107685	0,288125	2,67563
47° − 65°	0,109835	0,26875	2,44686
27° − 47°	0,120095	0,28625	2,38353
27° − 65°	0,22993	0,55500	2,41378
47° − 83°30′	0,21752	0,556875	2,56011
27° − 83°30′	0,337615 ~~0,44745~~	0,843125	2,49730
27° − 47°	0,120095	0,31000	2,58129
47° − 65°	0,109835	0,29375	2,67447
65° − 83°30′	0,107685	0,25625	2,37963
27° − 65°	0,22993	0,60375	2,62580
47° − 83°30′	0,21752	0,55000	2,52850
27° − 83°30′	0,337615	0,86000	2,54728
65° − 83°30	0,107685	0,254375	2,36221
47° − 65°	0,109835	0,246875	2,24769
27° − 47°	0,120095	0,31000	2,58129
27° − 65°	0,22993	0,556875	2,42189
47° − 83°30′	0,21752	0,50125	2,30440
27° − 83°30′	0,337615	0,81125	2,40290

382
282,5
283
383
382
383,5

2296 | 383
49,6

19135
2,320
0,012
2,332
12

22962

382,7

2,2, 1,9135

2329

1,794
2,229
2,338

$\frac{1}{200}$

$\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta_1}{2}\left(1+\frac{1}{20}\right) - \sqrt{2}\sin\frac{\vartheta_1}{2}\left(1+\frac{1}{20}+\frac{3}{20}\right)$

$-\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta_1}{2}\frac{2}{20}$

$-\frac{1}{7}\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta_1}{2}$

191350 / 8241,9 / 2,320
164838
265120
247257
178630
164858
37720

$\frac{1}{800}$

$\frac{3}{2500}$

$\frac{1}{500} - \frac{1}{800}$

$\frac{1}{300}$

$\frac{4}{20}$

8242
0017

$\frac{1}{500}$

sin $3°24' = 0,0593$
1,4,2
1186
2372
593
0,085206
~~0,012~~
0,0008

0,82419
0008
0,82339

$\frac{9}{400}$

19135 / 0,8234 / 2,324
16468
2,329
26670
24702
19680
16468
3212

0,17
0,0017

$\frac{1}{200} + \frac{1}{500}$

$\frac{3,5}{500}$

$\frac{6}{10}$ %

40577 / 378,19 = 1,0729
37819
275800
264733
110670
75638
350320

1,0060

19135 / 17940 / 1,0666
17940
119500
107560
119400
107560
11840

Higany verticalis beállításban
88 ½° reflex. kép reflex
114 250 kép } 241
0 120
} 151,5
70° 123 250
0 221,5
} ~~352~~ 351
44° 221,5 250
0 120,5

44° 108,5 0
} 351,5
70° 250 210

88 ½° 210 0
} 150
250 110

reflex 110 0
} 257,5
250 111,5

88 ½° 119 250
} 151
70° 80 218

44° 218 250
} 347
0 121

44°	112,5	0	~~349~~ 339,5	349,5
70°	250	202		
88°30' Kep	202	0	160	150
	250	112		
reflex.	114		252	

88°30'	121	250	153
70	0	217	
44°	217	250	351,5
	0	116,5	

44°	108	0	344,5
70°	250	202,5	
88°30'	202,5	106	153,5
	250		
reflex.	106	0	264
	250	120	

MŰEGYETEMI LAPOK.

HAVI FOLYÓIRAT

A MATHEMATIKA, TERMÉSZETTUDOMÁNYOK ÉS A TECHNIKAI TUDOMÁNYOK ELMÉLETE KÖRÉBŐL.

I. kötet. 1876. 1. füzet.

BEVEZETÉSÜL.

Körül tekintvén tudományos időszaki irodalmunkon, elég gazdagnak és virágzónak kell azt elismernünk; az egyes szakok érdekeiket képviselve találják, nem ritkán több folyóiratban; de annál föltünőbb és érezhetőbb a hézag, a melyet a »Műegyetemi Lapok« meginditásával kivánunk betölteni. A m. t. akadémia ugyanis bő alkalmat nyujt kisebb-nagyobb önálló vizsgálatok folytatására és végleges kiadására; a természet-tudományok népszerüsitésére szánt folyóiratok elterjedése olyan, a mint azt néhány évvel ezelőtt még remélni sem mertük, vannak végre virágzó szaklapjaink, melyek részletesen foglalkoznak a technikai tudományok gyakorlati oldalával.

Oly szakközlöny azonban hiányzik, mely akár a tanügy, akár a tiszta tudomány, akár végre ennek alkalmazása érdekében, a mindezek alapját képező elméleti tudományokkal foglalkozik. Az e téren meglevő és nem szegényes élet sehol nem nyilvánul. Ez inditotta az aluliróttakat arra, hogy a »Műegyetemi Lapok« kiadására egyesültek; erős meggyőződésük lévén, hogy ily szaklapra nem csak szükségünk van, hanem, a mi nálunk nem jár mindig együtt, közönségünk is lesz.

E folyóirat nem lesz oly értekezések gyüjteménye, melyeket többé kevésbbé a véletlen hoz össze; hanem úgy kivánjuk azt szerkeszteni, hogy a hazai tudományos élet hű és részletes képét adja, egyszersmind gonddal kiséri az általános tudományos fejlődést, és igy mindkettőnek hirlapja és közvetitője lehessen.

E czélból hozunk közép terjedelmen túl nem menő, önálló czikkeket és kisebb közleményeket, melyek tárgyalják a napirenden lévő tudományos kérdéseket és ezeken mutatják a tárgyismeret és a módszerek haladását; tekintettel leszünk ezeknél arra, hogy olvasásuk ne az összes szakirodalom [illegible]meretét tételezze föl, hanem hogy megforditva ebbe bevezessenek és t[illegible]ékoztatásul szolgáljanak. Ezekben még a hazai tudományos törekvések és az általok elért eredmények közvetetlen és gyors közzétételét fogjuk eszközölni. Bő irodalmi rovatban, a bibliographián kivül, az e téren föllépő fontosabb új jelenségek részletes ismertetését adjuk. V[illegible] az egyetemi oktatás szükségei számára még egy utolsó rovatban föladattárt inditunk meg, melyben részint eredeti, részint a hasonló irányú külföldi lapokból vett kisebb, de önálló megfejtést igénylő problémák lesznek közölve; leginkább azért, hogy a beérkező megfejtések közlésével az e téren működőket egymáshoz közelebb hozzuk, működési irányukat ismertessük és igy hazai tudományunkba pezsgőbb életet hozzunk.

Szólunk pedig a vállalatban mindenek előtt pályatársainkhoz, kik tudományuk általános és hazai fejlődését gonddal kisérni kötelességüknek tartják, szólunk azon technikai szakemberekhez, kik a gyakorlat igényei közt az elmélet fontosságáról meg nem feledkeznek, hanem fönntartani kivánják a kettő összefüggését; szólunk végre haladottabb egyetemi hallgatóinkhoz, és a mennyiségtan és természettudományok minden barátjához, ki e tudományok mai állásáról tudomást kiván szerezni és e szakok önálló művelője akar lenni.

A »Műegyetemi Lapok« szerkesztősége.

ÚJ MÓDSZER
A CAPILLARITÁSI TÜNEMÉNYEK TANULMÁNYOZÁSÁRA.

B. Eötvös Loránd, egyetemi tanártól.

(Előterjesztetett a m. t. akadémia III-dik osztályának 1876. január 10-diki ülésén.)

A capillaritás tana folyadékok alakjával foglalkozik s igy feladata a geometria körébe esik. Ez okozta, hogy e téren az elmélet jóval megelőzte a kisérleti kutatást, úgy hogy ez utóbbi jóformán csak az elmélet által megállapitott tételek utólagos ellenőrzésével foglalkozik.

Laplace, Poisson, Gauss[1]) s a többiek, kik a capillaritás elméle-

---

[1]) *Laplace.* Théorie de l'action capillaire. Külön lenyomat a »Mécanique céleste« 10-dik részéből. Paris, 1806.

Gauss. Principia generalia theoriae figurae fluidorum in statu aequilibri. Gottingae, 1830. Újabban kiadva Gauss összes munkáinak 5-dik kötetében.

Poisson. Nouvelle théorie de l'action capillaire. Paris, 1831.

A. Beer. Mathematische Theorie der Elasticität u. Capillarität. Leipzig, 1869.

A. Mousson. Bemerkungen über die Theorie der Capillar-Erscheinungen. Poggendorff's Annalen 142. (Az elmélet elemi tárgyalása.)

tével foglalkoztak, bár különböző utakon, ugyanazon két alaptételhez jutottak.

Az első alaptétel súlyos folyadékokra nézve, melyek részben szilárd testekkel érintkezhetnek, de melyekre a nehézségen kivül egyéb külső erő nem hat, következő alakban fejezhető ki:

Legyenek x, y, z egy pontnak derékszögű összrendezői valamely folyadék szabad felületén, ϱ_1 és ϱ_2 a főgörbületi sugarak e pontban, x' y' z' egy másik pontnak összrendezői ugyanazon folyadék szabad felületén, ϱ'_1 és ϱ'_2 a főgörbületi sugarak az x' y' z' pontban, akkor az összrendező tengelyrendszer xy sikját viszintesen fektetve s a z tengelyt merőlegesen felfelé, tehát a nehézség irányával ellentett irányba állitva, lesz:

$$\left(\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}\right)-\left(\frac{1}{\varrho'_1}+\frac{1}{\varrho'_2}\right)=\frac{2(z-z')}{a^2} \qquad 1)$$

hol a^2 egy a folyadék nemétől és hómérsékétől függő mindig positiv állandót jelent s a görbületi sugarak positivoknak tekintetnek akkor, ha a folyadékból kifelé, negativoknak akkor, ha a folyadékba befelé vannak irányitva. [1])

A capillaritás elméletének *második alaptétele* azt mondja, hogy a szög, melyben a folyadék szabad felülete valamely szilárd test felületét metszi, csak ama folyadék és szilárd test nemétől s hőmérsékétől függ, tehát független a folyadék vagy szilárd test felületének alakjától.

E két tétel alapján számitás útján lehetséges a súlyos folyadékok alakját egyes észleletnek alávethető esetekben meghatározni. Ily esetek a következők: Folyadékok érintkezése egy függőlegesen álló sik lemezzel, folyadékok két párhuzamos sik lemez között, folyadékok hajcsövekben, vizszintes sik alapon s a t. A fentemlitett tételekből folyó számitások eredményei általában két állandót foglalnak magukban, az egyik a^2, a másik az állandó érintkezési szög. Ez állandók fordúlnak elő a folyadékok szabad felületének egyenletében, ez állandók határozzák meg a különböző körülmények közt keletkező folyadék-alakok méreteit (cseppek magassága, hajcsőben emelt folyadékoszlop magassága s i. t.) A

---

[1]) A görbe felületek elmélete arra tanít, hogy ϱ_1 alatt a görbe felület bármely normálmetszetének, ϱ_2 alatt pedig egy ez elsőre merőleges normálmetszetének görbületi sugarát értve $\frac{1}{\varrho_1}+\frac{1}{\varrho_2}$ független az első normálmetszet sikjának fekvésétől, úgy hogy az 1) alattí tétel akkor is áll, ha ϱ_1 és ϱ_2 nem a főgörbületi sugarakat, hanem a görbületi sugarakat két egymásra merőleges normálmetszetben jelentik.

capillaritási állandók meghatározására e szerint két lényegében különböző eljárási mód kinálkozik. Az első magának a szabad folyadékfelületnek pontos észlelete, a második a folyadékalakok főbb méreteinek lemérése. E második eljárás az, melyet eddig legtöbben követtek, s az elsőt tudtommal csak QUINCKE (Poggendorff's Annalen 105) kisértette meg, midőn higanycseppek alakját mikroskop segélyével törekedett pontosan meghatározni. QUINCKE e módszerét maga is hiányosnak mondja, s reá sulyt nem fektet. Pedig a szabad folyadékfelületnek pontos észlelése épen azon eredmények folytán lesz érdekes, melyekhez a hajcsövekben emelt folyadékoszlopok magasságának, cseppek méreteinek s i. t. lemérése vezetett.

Ez észleletekből t. i. nagy valószinűséggel következik, hogy az úgynevezett capillaritási állandók a folyadékfelület s szilárd test felületének görbületétől is függnek. A kérdésnek szigorú eldöntése s ez összefüggés tanulmányozása nézetem szerint, csak az elsőnek mondott eljárási mód által, tehát magának a folyadékfelület alakjának észlelése által lesz lehetséges.

A tárgynak ily megfontolása inditott jelen dolgozatom kivitelére, a következőkben egy új módszert fogok leirni, melynek segélyével lehetséges volt higanyra nézve a^2 állandót magának a higanyfelületnek észlelete alapján meghatározni.

Előre bocsátom az elméleti okoskodásokat, melyek e módszer alapjául szolgálnak.

Érintkezzék valamely súlyos folyadéknak nagy kiterjedésű felülete egy szilárd testnek függőlegesen állitott sik lapjával. E folyadékfelület a szilárd laptól nehány millimeternyire fekvő pontjaiban vizszintes siknak lesz tekinthető. A felület csak a szilárd lap közelében tér el a vizszintes siktól. — Számitásainkat egy derékszögű összrendező tengelyrendszerre vonatkoztatjuk, melynek xy sikja a folyadékfelület vizszintes részével összeesik, z tengelye pedig a nehézség erő irányával ellentett. A tengelyrendszer kezdetpontját a szilárd test sik felületébe helyezzük, s az x tengelyt erre merőlegesen a folyadék felé irányitjuk.

A folyadék felület sík részére nézve a fő görbületi sugarak végtelenek s így az 1) alatti alapegyenletbe téve $z' = o$ egyszersmind:

$$\frac{1}{\varrho'_1} + \frac{1}{\varrho'_2} = o.$$

úgy hogy maga az alapegyenlet ez esetben következő alakot ölt:

$$\frac{1}{\varrho_1} + \frac{1}{\varrho_2} = \frac{2z}{a^2} \qquad 2)$$

Homorú folyadék felületre nézve a főgörbületi sugarak positivok s igy z is positiv, tehát a felület a szilárd lap közelében felhajlik; domború folyadék felületre nézve a főgörbületi sugarak negátivok s igy z negativ, tehát a felület a szilárdlap közelében lehajlik. Az első esetre például szolgálhat a viz érintkezése üveggel, a másodikra a higany érintkezése üveggel.

A folyadékkal érintkező sik lapot végtelennek tekintve, következik, hogy a folyadék felülete hengerfelület, melynek tengelye párhuzamos az y összrendező tengelylyel. Ennélfogva az egyik főgörbületi sugár végtelen, a másik pedig nem egyéb, mint azon sik görbének görbületi sugara, mely akkor keletkezik, midőn a hengerfelület a tengelyére merőleges zx sik által metszetik. Ily sik görbének görbületi sugara:

$$\varrho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{d^2z}{dx^2}}$$

Ennek folytán a (2) egyenlet következőleg alakul:

$$\frac{\frac{d^2z}{dx^2}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{2z}{a^2}$$

Ez egyenletet egyszer fogjuk integrálni s e végből két oldalán dz-vel szorzunk.

Igy nyerjük:

$$\frac{\frac{dz}{dx}\, d. \frac{dz}{dx}}{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}} = \frac{2z\,dz}{a^2}$$

tegyük:

$$1 + \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 = u$$

akkor:

$$\frac{du}{2u^{\frac{3}{2}}} = \frac{2z\,dz}{a^2}.$$

Ez egyenlet két oldalán teljes differentiálok állván, az integrál közvetlenül kiszámitható:

$$-\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2}}=\frac{z^2}{a^2}+C \qquad 3)$$

C alatt valamely állandót értve.

Jelöljük φ-vel a szöget, melyet a görbe vonalhoz xz pontban húzott érintő az x tengelylyel képez, akkor:

$$\frac{dz}{dx}=tg\,\varphi$$

s igy a (3) egyenlet:

$$-\cos\varphi=\frac{z^2}{a^2}+C$$

Ha $z=o$, akkor $\varphi=o$ s igy az állandó értéke $C=-1$. E szerint:

$$-\cos.\varphi=\frac{z^2}{a^2}-1$$

$$z=\pm a\sqrt{1-\cos\varphi} \qquad 4)$$

Ha a positiv mennyiségnek tekintetik, akkor a felső előjel lesz használandó, homorú felület esetében; az alsó elöjel domború felület esetében; mert az első esetben z positiv, a másodikban negativ.

A sik üveglappal érintkező higany szabad felületének egy pontjára nézve lesz:

$$z=-a\sqrt{1-\cos\varphi_1}$$

ugyane felületnek egy másik pontjára nézve:

$$z_2=-a\sqrt{1-\cos\varphi_2}$$

e szerint

$$z_1-z_2=a\left(\sqrt{1-\cos\varphi_2}-\sqrt{1-\cos\varphi_1}\right)$$

$$a=\frac{z_1-z_2}{\sqrt{1-\cos\varphi_2}-\sqrt{1-\cos\varphi_1}} \qquad 2)$$

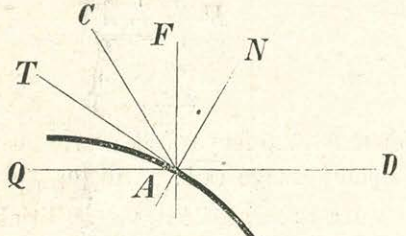
Ez egyenlet arra szolgálhat, hogy segélyével a meghatároztassék. Az észleletnek e czélra a capillaris felület két pontjára nézve φ szöget és e két pont magasságkülömbségét (z_1-z_2) kell szolgáltatnia. E két pont a felületen tetszőlegesen választható s igy ez úton lehetséges lesz kipuhatolni, vajjon a csakugyan állandó-e ugyanazon felület kölönböző részeiben.

A kivánt észleleti adatok meghatározására következő módszert használtam.

Egy négyszögletes üvegdézsának egyik oldallapját lefaragva, helyébe planparallel üveglemezt tapasztottam. A gondosan kitisztitott edény többször átszürt higannyal töltetett meg közel az edény karimájaig. A higany a sik üveglapot élesen kijelelt vizszintes egyenesben metszette. A capilláris felületre párhuzamos fénysugarak estek. A sugarak beesési sikja az üveglemezre merőleges sik volt.

E végre egy theodolit távcsövét használtam, melyről oculár lencsét eltávolitva, helyébe és pedig pontosan az objectiv lencse gyúpontjába keskeny és nem hosszú hasadékot helyeztem. A távcsőből ily berendezés mellett kieső sugarak kevéssé divergáltak vizszintes irányban, mely körülmény inkább kivánatos mint hátrányos. A görbe felület külömböző pontjaira esö sugarak külömböző irányokban verettek vissza a felület hajlása szerint az illető pontokban. A visszavert sugarak egy része vizszintes, e sugarak egy a felületen húzott vizszintes egyenes mentében veretnek vissza. A vizszintes irányban visszavert sugarak egy kathethometer távcsövén át észleltettek, mely magára a visszaverő felület távolára volt beállitva. Ily körülmények között a kathethometer távcsövén át fényes és élesen határolt vizszintes csikot lehetett látni s könnyü volt a fonál keresztet e csikra beállitani. Ez észlelet értekesitésére szükséges először, hogy az üveg lemez sikja függőlegesen álljon, másodszor, hogy a kathethometer optikai tengelye, az üveglemez normalisa és a theodolit optikai tengelye ugyanazon sikba vagy legalább párhuzamos függőleges sikokba essenek.

E két kelléknek következőleg teszünk eleget. Állitsuk mindenek előtt az üveglemezt merőlegesen a vizszintes kathethometer távcső optikai tengelyére, minek megitélésére az üveglemez elé fonal keresztet helyezünk s vizsgáljuk, valljon annak az üveglemez hátulsó oldallapjáról visszavert képe a kathethometer távcsövén át észlelve összeesik-e magával a fonálkereszttel. Ha ezt elértük, tudjuk hogy az üveglemez sikja függőleges s annak normalisa a kathethometer optikai tengelyével egy sikba esik. Hátra van még az, hogy a theodolit optikai tengelye e sikkal párhuzamos függőleges sikba helyeztessék. Ez megtörtént akkor, ha a kathethometer távcsövében föltünik a fent emlitett fényes csík, mely a capillaris felületen visszaverődés által keletkezik.



1. ábra.

Ha a kellékeknek eleget tettünk, akkor a theodoliton leolvasva a ψ szögletet, melyet távcsövének optikai tengelye a függőlegessel képez, meghatározhatjuk ama szöget, melyet fentebb φ-vel jeleltünk. Az 1. ábra a beesési sikban, vagyis azon sikban van rajzolva, melyet előbb xz siknek mondottunk. A görbe vonal, egy része azon görbének, melyben az xz sik a capillaris felületet metszi. AT az érintő, AN a normalis a görbe azon A pontjában, mely az oda CA irányban eső sugarakat a vizszintes AD irányban veri vissza; AF az A pontban emelt függőleges. Világos hogy:

$$\varphi = \sphericalangle QAT = FAN$$

Mivel pedig a beesési szög egyenlő a visszaverődési szöggel:

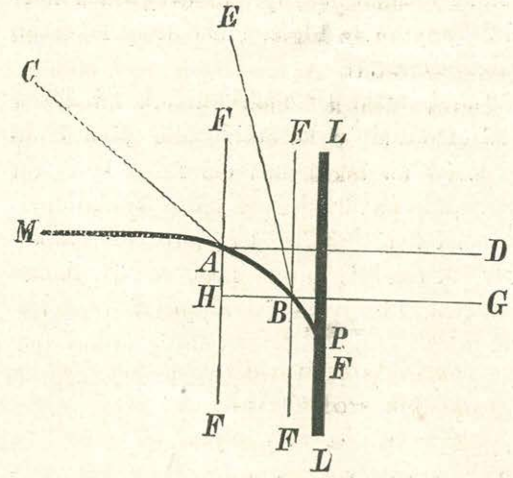
$$\sphericalangle CAD = 2[\sphericalangle CAF + \sphericalangle FAN]$$

tehát:

$$\frac{\pi}{2} + \psi = 2(\psi + \varphi)$$

$$\varphi = 45^\circ - \frac{\psi}{2} \qquad 6)$$

Ha ekként a capillaris felület két pontjára nézve ψ leolvasásából meghatároztuk φ_1 és φ_2 értékét, úgy hozzávéve a kathethometeren lemérhető $z_1 - z_2$ magasságot, még lesznek az a kiszámitására szükséges adatok. Az észleletek menetének megvilágitására szolgáljon a 2-ik ábra. A rajz sikja a szilárd sikra merőleges xz sik, LL a szilárd lap átmetszete, FF és FF függőlegesek. CA irányban beeső sugarak AD vizszintes egyenesben veretnek vissza. A theodoliton leolvassuk a $\psi = CAF$ szöget. A kathethometer optikai tengelyét AD egyenesbe toljuk, ekkor a távcsőben feltünő fényes csik a távcsőben kifeszitett fonalkeresztet keresztezési pontja mögé esik.



2. ábra.

Ha ez megtörtént, meghajlitjuk a theodolit távcsövét, úgy, hogy abból a sugarak az elsőtől eltérő EB irányban esnek a capillaris felületre. Legyen B egy pont, mely ez esetben vizszintes irányban és pedig BG egyenes mentében veri vissza a beeső párhuzamos sugarakat. A theodoliton leolvassuk $\psi_2 = EBF$ szöget. A kathethometer optikai tengelyét BG egyenesbe toljuk, s lemérjük $HA = z_1 - z_2$ magasságot. HA lemérése a kathethometeren mikrometer csavar által eszközölhető.

A kathethometer, melyet használtam Perreaux műhelyéből való volt s lehetővé tette $\frac{1}{200}$ millimeter lemérését: a theodolit gyanánt egy Starke és Kummer műhelyéből származó úgynevezett universalkészülék szolgált s azon a percznek harmada kényelmesen leolvasható volt. Ez útóbbi eszközt Aujeszky Lipót főreáltanodai tanár ur volt szives rendelkezésemre bocsátani.

Az előleges kisérletek, melyeket eddig végeztem, leginkább a módszer pontosságának kipuhatolására voltak irányitva. E kisérletek kivitelét illetőleg a fő érdem Pokorny Ottokar műegyetemi repetitor urat illeti, ki a fáradságos beállitásokat a kezdetlegesen összeállitott eszközön nagy türelemmel és ügyességgel végezte.

Itt közlöm 9 ily észleletnek eredményét. Ez észleletekhez kereskedésben előjövő higany szolgált, miután az higitott légenysavval kimosatott s többször egymásután átszüretett. A kisérletek egy napon s ugyanazon felületen eszközöltettek. Mint a 9 kisérletben a higany felületnek ugyanazon része használtatott; φ_1 értéke mindig közel 9^0, φ_2 értéke pedig közel 28^0 volt. A nyert értékek a-ra nézve:

2,415	2,411	2,468
2,407	2,468	2,476
2,498	2,420	2,420

Középérték $a = 2{,}442$

Ide csatolok még két e módszer szerint nyert értéket, melyet egy másik higany felületen tett észleletek szolgáltattak. Az első észleletnél volt $\varphi_1 = 6^0\ 56'$, $\varphi_2 = 25^0\ 16'$; a másodiknál $\varphi_1 = 7^0\ 7'$ és $\varphi_2 = 24^0\ 57'$. A kathethometer távcsövén nagyobb nagyitású tárgylencse volt alkalmazva, mint az előbb felsorolt 9 észleletnél. A nyert adatok:

$$a = 2{,}439$$
$$a = 2{,}435$$

Az egybehasonlitás könnyebbitésére itt közlöm a más észlelők által más módszerek alkalmazásával nyert értékeket:

Laplace	2,55	Poisson	2,55
Hagen	2,62–2,68	Béde	2,66
Danger	2,59	Desains	2,62—2,65
	Quincke 2,861—2,941.		

A jelentékeny eltérés ez eredmények között, úgy látszik onnét ered, hogy az észlelők külömböző görbületü felületeket vizsgáltak.

Van-e befolyása a felület görbületének a értékére? e kérdésnek eldöntésére épen az itt körvonalozott módszer van hivatva.

AZ EGYENES VEZETÉSRŐL.

Nagy Dezső, müegyetemi tanártól.

A gépszerkezettannak sokáig egyik legérdekesebb feladata volt az egyenes vezetés, vagyis egy oly tisztán forgó mozgású rúdrendszer kitalálása, melynek valamelyik pontja egy egyenesben kénytelen mozogni.

Már Watt foglalkozott e kérdéssel, és talált is oly szerkezetet, melylyel egy pontot — habár nem is mathematikai szigorúsággal, de a gyakorlati czélnak eléggé megfelelőleg — egyenesben lehetséges vezetni. E felfedezést bizvást nevezhetjük Watt egyik legnagyobb érdemének, melyet magának a gőzgép szerkezetének megállapitása körül szerzett.

Watt óta a legtehetségesebb férfiak próbálgatták a feladat szigorú megoldását és találtak is többféle szerkezetet, mely gyakorlatilag eléggé használható ugyan, de minthogy megint csak közelitő szerkezet volt, a kérdés mathematikai megfejtését nem adja. A gyakorlat t. i. elégségesnek találja a pontot oly görbe vonalban vezetni, melynek felhasznált része megközelitőleg egyenes.

Annyi sikertelen fáradozás után, a feladat már-már oly szinben tünt fel, hogy a pontos megfejtés talán lehetetlen is; és egyrészt ép e lehetetlenség látszata, másrészt tudata annak, hogy a meg nem fejthetést sem sikerült bebizonyitani, folyvást a felszinen tartotta e kérdést. Nem volt gépszerkezettani probléma, mely a hivatottakra, valamint a nem hivatottakra nagyobb csáberőt gyakorolt volna. Vagy bebizonyitani a megfejtés lehetetlenségét, vagy megmutatni az utat, melyen a megoldás sikerülhet — ezt az alternativát eldönteni mathematikusok és gépszerkesztők egyaránt érdekes kérdésnek tartották.

~~A~~

A Itt következő dolgozatomban azon túlnyomóan kísérleti vizsgálódásaim eredményeit ~~fogom~~ teszem közzé, melyeket 8 ~~[illegible]~~ év óta a folyadék felületek feszültségére vagy más ~~névvel~~ nevezve a capillaritás tüneményeire vonatkozólag eszközöltem. ~~Midőn 1875 be a tünemények vizsgálatára egy új módszert találtam~~ ~~a~~ 1875-ben midőn a m. t. akadémia ülésében ~~[illegible]~~ egy új e tünemények vizsgálatára szolgáló módszerről értekeztem, az főként e módszerre fektetve, alig volt más célom, mint ~~hogy~~ annak helyes voltát kísérletekben kipróbáljam. Később miután a capillaritásra vonatkozó irodalmat jobban megismertem, meggyőződtem ~~arról~~ arról, hogy az e téren feltűnő bizonytalanság és ellenmondások mellett még igen sok a tenni való.

Tés pedig sokkal bonyolódottabb tünemények terén

~~Már 1875 ben~~

Már 1875 ben volt szerencsém a m. t. akadémiának egy a capillaritási állandó meghatározására új módszert előterjeszteni, mely hivatva volt azon nehézségeket nagyrészét ~~[illegible]~~ elhárítani ~~kikerülni~~, melyek a capillaritási tételek eddigi mérések pontosságára zavaró befolyással voltak, ha az e mérésekre vonatkozó tüzetesebb irodalomnak a legnagyobb ~~[illegible]~~ [illegible] nem találjuk meg abban a különböző szerzők által különböző ~~eredmények~~ módszerekkel tett észleletek ~~közt~~ a megegyezésnek azt a fokát, melyet a ~~[illegible]~~ physikai észlelések ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ más ~~[illegible]~~ [illegible] ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ szerzett ~~[illegible]~~.

Ezen, a feladat egyszerűsége mellett különösen ~~[illegible]~~ feltűnő bizonytalanságnak két oka van: Az egyik a folyadékok felületeinek ama ismert változékonysága, mely az eddigi észlelők ~~[illegible]~~ vizsgálataiban ~~[illegible]~~ többnyire jelentékeny befolyást ált, a másik a ~~[illegible]~~

a vizsgálatra használt módszerek hiányossága, a melyikben azok nem voltak eléggé pontosak ~~vagy eléggé biztosan~~; vagy nem voltak ~~eléggé biztosan megálla-~~ minden kifogástól mentesen ~~kifogás, hatonal~~ megállapítva.

Így ~~történetesen, hogy~~ például az egyetlen módszer, mely különböző észlelők kezeiben is közel megegyező eredményekhez vezetett t.i. a csövekben emelkedő folyadékoszlop észlelése, ~~kétségbe~~ az előitélet hatalmánál érvényre nem emelkedhetett, mert a ~~feltevések, melyek~~ cső falainak nedvesítésére vonatkozó feltevések, melyekre támaszkodik, szigorúan bebizonyítva nem voltak. E körülmény okozta azt, hogy a ~~ez elötti~~ capillaritás állandóján ~~vonatkozólag~~ ez ~~előtti~~ úton talált értékei, melyek mint ki fogom mutatni az igazhoz legközelebb állók, megbízhatóságukból sokat vesztettek azon értékek ~~által~~ rovására, melyeket Quincke a capillaritás tanának e ~~szorgalmas~~ munkása, cseppek és buborékok magasságainak leméréséből durván közelítő ~~képletekből~~ egyenletek alapján kiszámított.

higany víz
200 5

573 | 2780 | 0,487
2292
4880
4484
3960

$\frac{T_{víz}}{T_{hig}} = 0,487.$

286,5

270
19
254

víz −19 higany 249

víz 110 higany 520

487 | 2540 | 522
2435
1050
974
760

270
249

víz | higany
1,03 | 72 | 70
1189 | 8264 | 7.

0,487
520
974
2435
253,24

0,487
793
1461
4383
3409
386,191
270
113

c

$dQ = X d\varrho + Y dt$

Y áll... ... Q.

$\frac{\partial\alpha}{dt} =$

$\frac{1-x}{s}$ a tér...

$\frac{1-x}{s} = \frac{4}{3}\pi r^3$

$4\pi r^2$

$$\left\{ \begin{aligned} Y &= \underbrace{(1-x)c + xh + \frac{\partial(1-x)}{\partial\varrho}} \\ X &= r - \frac{3\alpha}{\partial\varrho} \end{aligned} \right.$$

$f = \frac{3(1-x)}{sr}$ $\frac{r}{3}f$.

$\frac{dQ}{dx} = X$ $1-x = s\frac{4}{3}\pi r^3$

$1-x = s\frac{r}{3}f$

$-dx = s\frac{r}{3}df$

$$k\cdot\left(\frac{\partial X}{\partial t} - \frac{\partial Y}{\partial x}\right) = \frac{\partial p}{\partial t}\cdot\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}\cdot\frac{\partial v}{\partial t}$$

$dQ = r\,dx + \alpha\,df$.

$$k\left(\frac{\partial r}{\partial t} + c - h - \frac{\partial}{\partial t}\frac{3\alpha}{\partial\varrho} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial(1-x)}{\partial\varrho}\right) = \frac{\partial p}{\partial t}(s-\sigma)$$

$df = -\frac{3dx}{\partial\varrho}$

$$\frac{\partial r}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial\alpha}{\partial\varrho} -$$

$\frac{a}{2}\partial\varrho^2 = \alpha$ $\frac{dQ}{dx} =$ $0{,}002$

$a\,\alpha = \frac{a^2}{2}\partial\varrho$

$$\frac{\partial p}{\partial t}(s-\sigma) = \frac{1}{T}\left\{r - \frac{3\alpha}{\partial\varrho}\right\}$$

$\sqrt[3]{\frac{(1-x)}{s}\frac{3}{4\pi}} = \varrho$

3780

140

$$\frac{\partial p}{\partial t}(s-\sigma) - \frac{r}{T} = -\frac{3\alpha}{\partial\varrho T}$$

27^3 $0{,}0018$

300

$$\frac{k}{T}\left(X\frac{\partial t}{\partial y} - Y\frac{\partial t}{\partial x}\right) = \frac{\partial p}{\partial y}\cdot\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial v}{\partial y}$$

víz 0,54	8,251
Alcoh 0,6	2,594

α és f ... .

Olvad

$$\frac{\partial p}{\partial t}(s-\sigma) + \sigma\cdot\frac{2}{\varrho}\frac{d\alpha}{dt}\;\frac{kr}{T} = -\frac{3\alpha}{\partial\varrho\,T}$$

$$\frac{dp}{dt}\;s-\sigma = \frac{kr}{T}$$

$$T\,2\sigma\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{3\alpha}{s}$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{3}{2}\frac{\alpha}{T}$$

$1+3$

$$\frac{3A}{A_0}\cdot\frac{dA}{dt} = -\frac{dt}{410}$$

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{dt}{3.410}$$

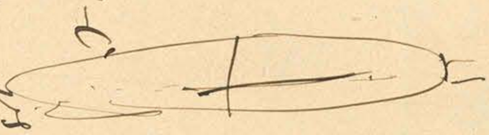
$$\frac{A^2}{A_0^3}\cdot\frac{dA}{dt} = -\frac{dt}{3.410}$$

$$\frac{\frac{dA}{dt}}{A_0} = -\frac{1}{3.410}$$

$$\frac{(a_1^2)^3}{(a_0^2)} = \frac{(T_1-T)}{(T_1-T)}\frac{T_1}{T_2}$$

$M_s = C_c + V_s t + (\beta - V) s \beta$

$M_s = C_c + V_s t + (M-C)\beta - v_s \beta$



$A = C(T^1 - T^4)$

$$\frac{dA}{dt} = -C$$

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{A}{T^1-T}$$

$$\frac{A^3}{A_0^3} = \frac{T_1 - T}{(T_1 - T_0)}$$

$$3\frac{A^2\,dA}{A_0^3\,dt} = -\frac{1}{T_1-T_0}$$

Optimal. $\frac{dA}{dt}c = \frac{1}{3(T_1-T_0)}$

$8/13000/160$

$a(1-\varepsilon t)$

$a^2(1-2\varepsilon t.$

$3°3$	76	5776	$8°$ 15884	~~14380~~ 14100
$7°5$	122	14884	$16°$ 30000	~~11728~~ 12000
$13°1$	161	25921	$24°$ 42000	~~13100~~ 13100
$21°1$	195	38025	$32°$ 55100	
$25°1$	208	43264		
$33°6$	238	56644		

$8° / 12.104 / 1500$

270000

25921
4351
30272

A gáz sűrűsége.

Üres mérleg + 0,21

Bal oldal. | J. o.

Csapos edény + 1,07 | Üvegedény

+ 1,13

0,01 gr. túlsúly

+ 1,75

Csapos edény levegővel 1,0668 gr.

Csapos edény 30 percig gázzal töltve + 1,15 gr

+ 1,0

Súlya: 1,14722

15 p-cel tovább töltve

Súlya 1,14743

1 ó. 15 perccel tovább töltve

Súlya 1,14715

Közép: 1,1473 gr.

Barometer 756, redukt. 753,6

Hőmérséklet 18 C°

A levegő sűrűsége =

$0,001293 \frac{0,9916}{1,0660}$

$= 1,2028$

A gáz térfogata 115,932.

A gáz absolut sűrűsége = 0,0005084

Relativ sűrűség = 0,4227

1 óra 15 perccel tovább töltve

$$\begin{array}{ll} 2,6 & \\ & 1,05 \\ -0,5 & \\ & 1,00 \\ +2,5 & \\ & 1,05 \\ -0,4 & \\ & 1,00 \\ +2,4 & \end{array}$$

1,00

$$\frac{82}{288} = 0,284$$

Súly = 1,14715

A gáz 15 percig kifolyatva

Barometer 756   Redukálva 753,6

Hőmérséklet 18 C

A levegő sűrűsége $\frac{1,293}{1,0660} \cdot \frac{753,6}{760} = \frac{1,293}{1,066} \cdot 0,9916$

$= 1,2028$

A gáz térfogata 115,932

~~Súlya~~ $\cancel{\frac{0,0807}{115,989}}$ ~~,0000~~

~~Abszolút sűrűsége~~ $\cancel{\frac{0,0807}{115,932} = 0,000694}$

~~Relat. sűrűsége = 0,576~~

Üres mérleg 115,922

+1,8
-1,4 0,2
1,8 0,2 +0,21
1,2 0,25
1,7 0,2

Dal. Soll Compensáló üveg

Gazos edény +1,07 gr

+2,2 1,15
0 1,1
2,2 1,15 +1,12
0,1 1,1
2,1

+0,01

-1,4
+0,8 -1,8
-1,2 -1,7 -1,75
,6 -1,8
1,0 -1,7

$\frac{92}{288} = 0,32$

Gazos edény tenyésztet 1,0668 gr

Gazos edény 20 percig gázzal töltve +1,15

+2,0
0 +1,0
+2,0

$\frac{79}{288} = 0,277$

Súly = 1,14722

még 15 p-ig töltve

+2,5
-0,6
2,8 +0,95
-0,6
+2,5

$\frac{74}{288} = 0,257$

Súly = 1,14742

$$z = \sqrt{2}\,a \sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1 + \frac{a}{3\sqrt{2}\,u}\,\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right\} + \frac{c a^3}{u_0^2}\,\frac{1}{2}\sin\vartheta - \frac{1}{\sqrt{2}}\,c^2\frac{a^3}{u^2}\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$dr = d\zeta + \frac{c}{2}\frac{a^3}{u_0^2}\cos\vartheta - \frac{1}{2\sqrt{2}}\,c^2\frac{a^3}{u^2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$du = \frac{d\zeta}{\operatorname{tg}\vartheta} + \frac{c}{2}\frac{a^3}{u_0^2}\frac{\cos\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta} - \frac{1}{2\sqrt{2}}\,c^2\frac{a^3}{u^2}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

$$\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta}{2\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}} \qquad \frac{\cos\vartheta}{2\sin\frac{\vartheta}{2}} = \frac{1}{2\sin\frac{\vartheta}{2}} - \sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$= \frac{dr}{\operatorname{tg}\vartheta} + \frac{c}{2}\frac{a^3}{u_0^2}\frac{1}{\sin\vartheta} - \frac{c}{2}\frac{a^3}{u_0^2}\sin\vartheta - \frac{1}{4\sqrt{2}}\,c^2\frac{a^3}{u_0^2}\frac{1}{\sin\frac{\vartheta}{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}}\,c^2\frac{a^3}{u^2}\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta} = \frac{1}{\sin} - \sin\vartheta$$

$$\frac{dr}{\operatorname{tg}\vartheta} + \frac{c}{2}\frac{a^3}{u_0^2}\lg\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{2} + \frac{c}{2}\frac{a^3}{u_0^2}\cos\vartheta - \frac{1}{2\sqrt{2}}\,c^2\frac{a^3}{u_0^2}\lg\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4} + \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{dr}{du} = \operatorname{tg}\vartheta$$

$$dr \quad \frac{a^2}{3\zeta} \qquad - a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\,\frac{a}{3\sqrt{2}}\,\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin\frac{\vartheta}{2}^2}\,\frac{1}{u_2}\,\frac{du}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

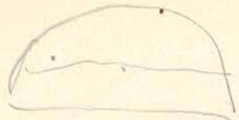
$$\cancel{dr = d\zeta + \frac{c a^3}{u_0^2}\cos\vartheta - \frac{1}{2\sqrt{2}}}$$

$$du = \frac{dr}{\operatorname{tg}\vartheta} = \frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

$$-\sqrt{2}\,a\sin\frac{\vartheta}{2}\,\frac{a}{3\sqrt{2}}\,\frac{c\,du}{u^2}$$

$$-\frac{a^3}{3\sqrt{2}}\frac{c}{u^2}\,\frac{\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

$$= -\frac{a^3}{6\sqrt{2}}\frac{c}{u^2}\cos\vartheta$$



$dr\sin\vartheta + u\,d\vartheta\sin\vartheta - \frac{dr}{\sin\vartheta} = 0$

$$k2\int_{z_0}^{z'} z\,dr\,u + \alpha\int_0^u ds = 0$$

$dr\left(\sin\vartheta - \frac{1}{\sin\vartheta}\right) = u\,d\vartheta\sin\vartheta$

$dr\left(-\frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta}\right.$

$$k\pi\int_{z_0}^{z'} u^2\,dz - \pi k U_0^2 z' + 2\pi U_0\,\alpha = 0$$

$dr = u\,d\vartheta\,tg^2\vartheta$

$\frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{d\vartheta\sin\vartheta}{dr} = \frac{2z}{a^2}$

$$\int u^2 dz = u^2 z - \int_{z_0}^{z} 2zu\,du$$

$2z\,dr\,u = a^2\,dr\sin\vartheta + a^2 u\,d\vartheta\sin\vartheta$

$$k^2 U_z^2 - k\pi\int_{z_0}^{z'} 2u\,du - 2\pi U_0\alpha = 0$$

$ds = \frac{du}{\cos\vartheta}$

$du\sin\vartheta$ $\quad \frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{d\vartheta}{ds} = \frac{2z}{a^2}$ $\quad \frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{\cos\vartheta\,d\vartheta}{du} = \frac{2z}{a^2}$

$a^2\sin\vartheta\,U - \int u\cos\vartheta\,d\vartheta$

$2zu\,du = a^2\sin\vartheta\,du + u\cos\vartheta\,d\vartheta\,a^2$

$$\int_{z_0}^{z'}\left(uz\,dr - \frac{1}{2}a^2\frac{dr}{\sin\vartheta}\right) = 0$$

$\frac{\sin\vartheta}{u} + \frac{d\vartheta}{ds} = \frac{2z}{a^2}$

$\frac{\sin\vartheta}{u} +$

$2kzu\,dr + 2\alpha\,ds - 2\alpha\,d(u\cos\vartheta)$

$2zu\,dr - a^2\frac{dr}{\sin\vartheta} + a^2 d(u\cos\vartheta) = 0$

$dr\sin\vartheta + \cancel{u\,d\vartheta\sin\vartheta} - \frac{dr}{\sin\vartheta} + du\cos\vartheta - \cancel{u\,d\vartheta\sin\vartheta} = 0$

$+ a^2 dr\cos\vartheta - a^2 u\sin\vartheta$

$2zu\,dz - a^2 u\sin\vartheta\,d\vartheta = 0$

I)

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{c}{u}\right) \qquad c = \frac{a}{3\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{u}\int z^2 du + \frac{2a^2}{u}\int dz\,\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}$$

$$z^2 = 2a^2\left(1+\frac{c}{u}\right)^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} = 2a^2\left(1+2\frac{c}{u}\right)\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$du = \frac{dz}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

$$dz = \left(1+\frac{c}{u}\right)\frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$du = \frac{a\left(1+\frac{c}{u}\right)}{\sqrt{2}}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

$$z^2 du = a^3\sqrt{2}\left(1+3\frac{c}{u}\right)\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta}d\vartheta = \frac{a^3}{\sqrt{2}}\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta\left(1+3\frac{c}{u}\right)$$

$$\frac{du}{d\vartheta} = \frac{du}{dz}\times\frac{dz}{d\vartheta} = \frac{1}{\operatorname{tg}\vartheta}\frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$dz = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{c}{u}\right) + \cancel{a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\frac{c}{u^2}\frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta}}$$

$$dz = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{c}{u}\right)$$

$$z^2 = \underline{2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\underline{\int\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}3c\int\frac{1}{u}\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta + \frac{2a^3}{\sqrt{2}u}\int\cos\frac{\vartheta}{2}\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}d\vartheta$$
$$+\frac{2a^3}{u\sqrt{2}}c\int\frac{1}{u}\cos\frac{\vartheta}{2}\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}d\vartheta$$

$$\left\{\begin{aligned} z^2 &= 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta \\ &+ 3c\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int\frac{1}{u}\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta + c\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int\frac{1}{u}\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta\end{aligned}\right.$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1+\frac{c}{u}\right)\frac{4}{3}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) + 2\frac{c}{u}\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

$\sqrt{1+x} = 1+\frac{x}{2}-\frac{1}{2}\frac{x^2}{2}+\ldots$

Konst $+ d(\cos^3\frac{\vartheta}{2})$

$$dz = \frac{du}{d\vartheta}\operatorname{tg}\vartheta$$

$$\cos^2\frac{\vartheta}{2}-\sin^2\frac{\vartheta}{2} = \cos\vartheta$$
$$1-2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$2\cos\frac{\vartheta}{2} - \frac{4}{3}\cos^3\frac{\vartheta}{2} \qquad \frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1+2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$\cos^2\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin^3\frac{\vartheta}{2}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2} - 2\sin^3\frac{\vartheta}{2}$$

$$-\frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$-\frac{2}{3}\left(\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1-\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)\right.$$

$$-\frac{2}{3}\cos^3\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{3}\sin\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\int\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta = \int\sin\frac{\vartheta}{2} - 2\int\sin^3\frac{\vartheta}{2}$$

$-\frac{5}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}$

$$= -2\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{8}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$= -\frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} = \frac{2}{3}\cos^3\frac{\vartheta}{2} \qquad + \frac{2}{3}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$\frac{2}{3}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{1}{3}\sin\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\frac{4}{3}\left(1+\frac{c}{u}\right)\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{4}{3}\frac{c}{u}\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$-2\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1-2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right) - \frac{2}{3}\cos^3\frac{\vartheta}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$z\,dz - \frac{a^2 \sin\vartheta}{2u}\,d\varphi = \frac{a^2}{2}\operatorname{tg}\vartheta\, d.\sin\vartheta$$

$$\frac{a\sqrt{2}\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta} \sim \frac{a}{\sqrt{2}}\,\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\frac{\sin\frac{\vartheta}{2}}{\cos\frac{\vartheta}{2}}}$$

$$\frac{a\cos^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\frac{\vartheta}{2}}$$

$$\frac{dz}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

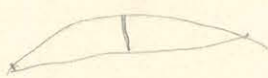
$$\frac{dz}{du} = \operatorname{tg}\vartheta$$

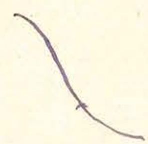
$$dz = \operatorname{tg}$$

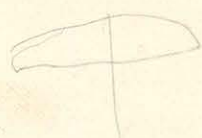
$$\frac{z^2}{2} - \frac{a^2}{2}\int \frac{\cos\vartheta\, du}{u} = \frac{a^2}{2}\operatorname{tg}\vartheta\sin\vartheta$$

$$\frac{z^2}{2} - \frac{a^2}{2}\log u + \frac{a^2}{2}\int \sin^2\frac{\vartheta}{2}\,\frac{du}{u} = \frac{a^2}{2}\int \frac{\sin^2\vartheta\, d\vartheta}{\cos\vartheta}$$

$\sin\vartheta$







$$z^2 = -2a^2\cos\varphi + C$$

$$-2a^2\cos\varphi_0 + C$$

$$z^2 = 0$$

$$z^2 = 2a^2(\cos\varphi_0 - \cos\varphi)$$

$$\cancel{z^2 = 4a}$$

$$z^2 = (\cos\varphi_0 - 1 + 1 - \cos\varphi)$$

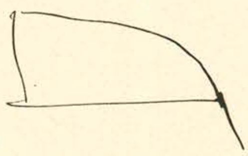
$$\cancel{z^2 = 4a}$$

$$z^2 = 4a^2\left(\sin^2\frac{\varphi}{2} - \sin^2\frac{\varphi_0}{2}\right)$$

$\frac{dz}{du}$

Formulák a gyűrűhöz 1883 Augustus.

Formula felállítása gyűrűállásból



A vízszintes irányú componensek $= 0$

$$u K \frac{z^2}{2} - \frac{K}{2}\int_0^u z^2\,du + \alpha u(1-\cos\vartheta) + \alpha\int_0^u (ds - du) = 0 \quad \ldots A)$$

$\frac{-2\alpha}{K} = a^2$ ebből lásd B ívet

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right)$$

ebből $$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

tekintve hogy $\frac{1}{3\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}$ értéke $\vartheta=0$ ra nézve $=\frac{1,5}{3\sqrt{2}} = 0,352$

$\vartheta = \frac{\pi}{2}$ re nézve $= \frac{2\sqrt{2}-1}{6} = 0,303$

Ha teszünk:

$$C = \frac{1}{3\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} = \frac{1}{3} = 0,333$$

s ez értéke legfeljebb 0,03 al tér el a valóditól tehát a correctio tagban $\frac{1}{10}$ el. mint

mint kisebb közelítés tehető

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{a}{3u}\right) \quad \ldots \quad 2)$$

Ezt felhasználva az A formulából szerezhető egy egy 1 rél pontosabb formula B C íven

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{2}{3}\frac{a}{\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \sqrt{2}\,C\frac{a^2}{u_0^2}\cos\frac{\vartheta}{2}\right)$$

és ebből $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{1}{2}\frac{x^2}{4}$ formula szerint.

$$z = \sqrt{2}a\sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \frac{C}{\sqrt{2}}\frac{a^2\cos\frac{\vartheta}{2}}{u_0^2} - \frac{1}{2}\frac{a^2}{18u_0^2}\left(\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)^2\right\}$$

vett értéke az utolsó tagban: $\frac{1}{3\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} = C$

$$z = \sqrt{2}a\sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \frac{C}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u_0^2}\cos\frac{\vartheta}{2} - \frac{1}{2}C^2\frac{a^2}{u_0^2}\right\} \quad \ldots \quad 3)$$

ebből

$$a = \frac{z'-z}{\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta'}{2}\left\{1+\frac{a}{3\sqrt{2}u'}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta'}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta'}{2}}\right\} - \sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right\} + \frac{C}{2}\frac{a^2}{u_0^2}(\sin\vartheta'-\sin\vartheta) - \frac{C^2}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u_0^2}\left(\sin\frac{\vartheta'}{2}-\sin\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

$$\cancel{z^2 = 2a^2 \sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int_0^{\vartheta} \cos\vartheta \sin\frac{\vartheta}{2} d\vartheta}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{u}\int \frac{z^2 dr}{\operatorname{tg}\vartheta} + \frac{2a^2}{u}\int \frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta} dr$$

$$z^2 = 2a^2\left(1+2c\frac{a}{u_0}\right)\sin^2\frac{\vartheta}{2} =$$

$$z^2 dr = a^3\sqrt{2}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)\left(1+2c\frac{a}{u_0}\right)\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$dr = \frac{a}{\sqrt{2}}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$\cancel{a^3\sqrt{2}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\sin\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}}$$

$$\frac{a^3\sqrt{2}}{u}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\int\cos\frac{\vartheta}{2}d\vartheta - \frac{a^3\sqrt{2}}{u}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\int\cos^3\frac{\vartheta}{2}d\vartheta + \frac{2a^2}{u}\int\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}\frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3\sqrt{2}}{u}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\int\cos\frac{\vartheta}{2}d\vartheta - \frac{a^3\sqrt{2}}{u}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\int\cos^3\frac{\vartheta}{2}d\vartheta + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)\int\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{z^2 dr}{\operatorname{tg}\vartheta} = \sqrt{2}a^3\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} = \frac{a^3}{2\sqrt{2}}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\sin\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{z^2 dr}{\operatorname{tg}\vartheta} = \frac{a^3}{\sqrt{2}}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta$$

$$\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}dr = \frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}\frac{a}{\sqrt{2}}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)\cos\frac{\vartheta}{2} = \frac{a}{2\sqrt{2}}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\int\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)\int\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

$$1+\cos\vartheta = \frac{\cos\vartheta}{\cos\frac{\vartheta}{2}} \quad 1+\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$1+\cos\vartheta = 2-2\sin^2\frac{\vartheta}{2} \quad 2\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$\cancel{z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{2\sqrt{2}u}}\int\sin\frac{\vartheta}{2}(1+2\cos\vartheta)$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)\int\sin\frac{\vartheta}{2}(1+\cos\vartheta)d\vartheta + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}2c\frac{a}{u_0}\int\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta$$

$+$

$$\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin^3\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{a^3\sqrt{2}}{u}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right) \times \quad -2\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{2}{3}\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}}{} + \frac{4}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$-\frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1-\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$-\frac{2}{3}\cos^3\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3 2\sqrt{2}}{3u}\left(1+c\frac{a}{u_0}\right)\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$\int\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta = \int\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta - 2\int\sin^3\frac{\vartheta}{2}d\vartheta = -2\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

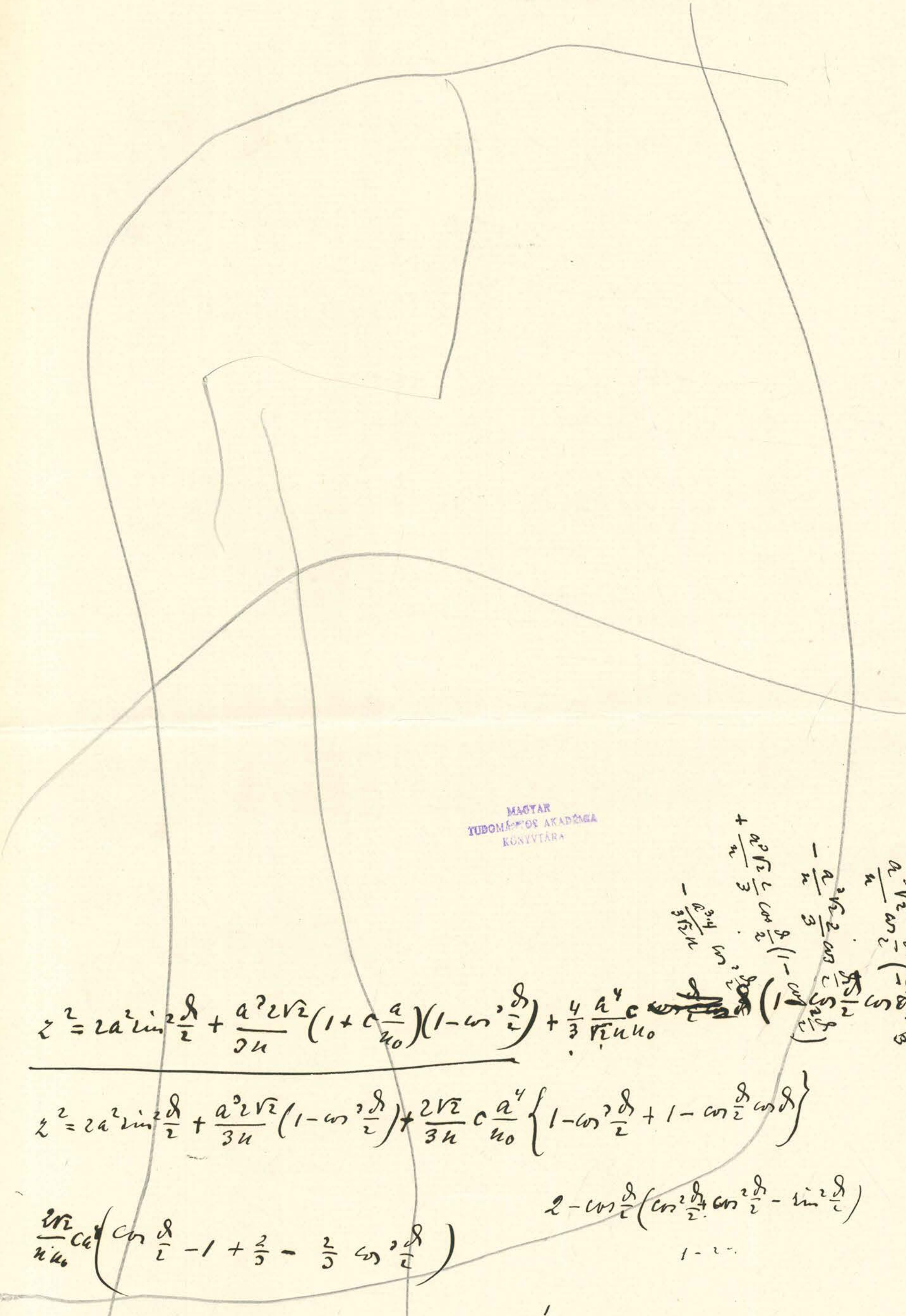
$$\cancel{\frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1+2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

$$1-2\sin^2\frac{\vartheta}{2} = \cos^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\vartheta}{2} = \cos\vartheta$$

$$-\frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$-\frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1-2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$-\frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta$$



$$-\frac{a^3 2\sqrt{2}}{u}\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{2}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\frac{a^3\sqrt{2}}{u} + \frac{4}{3}\frac{a^3\sqrt{2}}{u}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{a^3\sqrt{2}}{u}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(-\frac{1}{3}\vartheta + \frac{4}{3}\right)$$

$$-\frac{a}{u}\frac{a^2\sqrt{2}\,2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta$$

$$+\frac{a^2\sqrt{2}}{u}\frac{2}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1-\cos^2\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$-\frac{a^3 4}{3\sqrt{2}u}\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^2 2\sqrt{2}}{3u}\left(1 + c\frac{a}{u_0}\right)\left(1-\cos^2\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{4}{3}\frac{a^4 c}{\sqrt{2}uu_0}\left(1-\cos\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\right)$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^2 2\sqrt{2}}{3u}\left(1-\cos^2\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{2\sqrt{2}}{3u}c\frac{a^4}{u_0}\left\{1-\cos^2\frac{\vartheta}{2} + 1 - \cos\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\right\}$$

$$2-\cos\frac{\vartheta}{2}\left(\cos^2\frac{\vartheta}{2} + \cos^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$1 - \ldots$

$$\frac{2\sqrt{2}}{uu_0}ca^4\left(\cos\frac{\vartheta}{2} - 1 + \frac{2}{3} - \frac{2}{3}\cos^2\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$-\frac{1}{3}$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}\left(1+3c\frac{a}{u_0}\right)\int \sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}\left(1+\frac{a}{u_0}\right)\int \sin\frac{\vartheta}{2}\, d\vartheta$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}3c\frac{a}{u_0}\int \sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}c\frac{a}{u_0}\int \sin\frac{\vartheta}{2}\, d\vartheta$$

$$\int \sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta = \int \sin\frac{\vartheta}{2} - 2\int \sin^3\frac{\vartheta}{2}\, d\vartheta =$$

$$3\int \sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta + \int \sin\frac{\vartheta}{2}\, d\vartheta = 4\int \sin\frac{\vartheta}{2}\, d\vartheta - 6\int \sin^3\frac{\vartheta}{2}\, d\vartheta$$

$x = \frac{\vartheta}{2}$
$dx = \frac{1}{2}\, d\vartheta$

$$= 4\int \sin\frac{\vartheta}{2}\cancel{d\vartheta} + 12\frac{1}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} - 12\cdot\frac{2}{3}\int \cancel{\sin\frac{\vartheta}{2}}\, dx$$

$$\cancel{=12} = \frac{4}{\cancel{3}}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$\cancel{\frac{4}{3}\left(1-\cos^2\frac{\vartheta}{2}\right)\cos\frac{\vartheta}{2}}$$

$$= \frac{2}{3}\sin\vartheta\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{a^3}{\sqrt{2}u}c\frac{a}{u_0}\frac{4}{\cancel{3}}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) + \frac{2\sqrt{2}\,c\,a^4}{u^2}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$z = \sqrt{2}\, a \sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1 + \frac{a}{3\sqrt{2}\,u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right\} + \frac{c\,a^3}{u_0^2}\frac{1}{2}\sin\vartheta - \frac{c^2}{\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\sqrt{2}\, a \sin\frac{\vartheta}{2}\left\{1 + \frac{a}{3\sqrt{2}\,u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right\} = \xi$$

$$dz = \frac{d\xi}{d\vartheta}d\vartheta + \frac{d\xi}{du}du + \frac{c\,a^3}{u_0^2}\frac{1}{2}\cos\vartheta - \frac{c^2}{2\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

~~dz~~

$$du = \frac{dz}{\operatorname{tg}\vartheta} = \frac{d\xi}{d\vartheta}\frac{d\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta} + \frac{d\xi}{du}\frac{du}{\operatorname{tg}\vartheta} + \frac{c\,a^3}{u_0^2}\frac{1}{2}\frac{\cos^2\vartheta\, d\vartheta}{\sin\vartheta} - \frac{c^2}{2\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

$$u = \int\frac{d\xi}{d\vartheta}\frac{d\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta} + \int\frac{d\xi}{du}\frac{du}{\operatorname{tg}\vartheta} + \frac{c\,a^3}{u_0^2}\frac{1}{2}\int\frac{\cos^2\vartheta\, d\vartheta}{\sin\vartheta} - \frac{c^2}{2\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\int\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}\vartheta}d\vartheta$$

$$\frac{d\xi}{du} = \sqrt{2}\,a\sin\frac{\vartheta}{2}\frac{a}{3\sqrt{2}\,u^2}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} = -\frac{\sqrt{2}\,c\,a^2}{u^2}\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{1}{3\sqrt{2}}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} = c$$

$$dz = du\operatorname{tg}\vartheta$$

$$\frac{du}{\operatorname{tg}\vartheta} = \frac{dz}{\operatorname{tg}^2\vartheta} = \frac{a}{\sqrt{2}}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{\operatorname{tg}^2\vartheta}$$

$$\frac{d\xi}{du}\frac{du}{\operatorname{tg}\vartheta} = -\frac{c\,a^3}{u^2}\frac{1}{2}\frac{\sin\vartheta}{\operatorname{tg}^2\vartheta} = -\frac{c\,a^3}{u^2}\frac{1}{2}\frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta}d\vartheta$$

$$u = \int\frac{d\xi}{d\vartheta}\frac{d\vartheta}{\operatorname{tg}\vartheta} - \frac{c^2}{4\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\int\frac{\cos\vartheta}{\sin\frac{\vartheta}{2}}d\vartheta$$

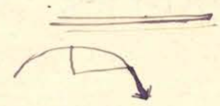
$$-\frac{c^2}{4\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\int\frac{1}{\sin\frac{\vartheta}{2}}d\vartheta + \frac{c^2}{2\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\int\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

$$-\frac{c^2}{2\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\log\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4} - \frac{c^2}{\sqrt{2}}\frac{a^3}{u^2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$z = a\sqrt{2}\left(\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4}\right) + \frac{a^2}{4u_0}\log\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4} + \frac{a^2}{12u_0} - \frac{a^2}{24u_0}\frac{1}{\cos^2\frac{\vartheta}{4}} + \frac{a^2}{6u_0}\cos\vartheta$$

$$-a\sqrt{2}\left(\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{2}\log\operatorname{tg}\frac{\vartheta}{4}\right)\frac{c^2a^2}{2u^2}$$

$$u\kappa\frac{z^2}{2} - \frac{\kappa}{2}\int_0^u z^2\,du + \alpha u(1-\cos\vartheta) + \alpha\int_0^u (ds-du)$$



$$-\frac{2\alpha}{\kappa} = a^2$$

$$uz^2 - \int_0^u z^2\,du - a^2u(1-\cos\vartheta) - a^2\int_0^u (ds-du) = 0$$

$$\cancel{dz}\quad ds\sin\vartheta = dz \qquad \frac{dz}{du} = \tan\vartheta$$

$$ds = \frac{dz}{\sin\vartheta} \qquad du = \frac{dz}{\tan\vartheta}$$

$$ds - du = dz\left(\frac{1}{\sin\vartheta} - \frac{1}{\tan\vartheta}\right) = dz\,\frac{1-\cos\vartheta}{\sin\vartheta} = dz\,\frac{2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}$$

$$uz^2 - \int z^2\,du - a^2u\,2\sin^2\frac{\vartheta}{2} - 2a^2\int dz\,\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta} = 0$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{u}\int z^2\,du + \frac{2a^2}{u}\int^0 dz\,\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta} = 0$$

$$z = \sqrt{2}\,a\sin\frac{\vartheta}{2} \qquad dz = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta \qquad du = \frac{a}{2\sqrt{2}}\,\frac{\cos\vartheta}{\sin\frac{\vartheta}{2}}\,d\vartheta$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$z^2 = 2a^2(1-\cos\vartheta)$$

$$z^2\,du = \frac{a^3}{\sqrt{2}}\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$1+\cos\vartheta = 2\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$dz\,\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta} = \frac{a}{\sqrt{2}}\,\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta}\cos\frac{\vartheta}{2} = \frac{a}{2\sqrt{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int^{\vartheta}\cos\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{a^3}{u\sqrt{2}}\int_0\sin\vartheta\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2}(1+\cos\vartheta) = 2\sin\frac{\vartheta}{2}\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$= \sin\vartheta\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$\int_0^{\vartheta}\sin\vartheta\cos\frac{\vartheta}{2} = \cancel{2\int\sin\frac{\vartheta}{2}} = 2\int\sin\frac{\vartheta}{2}\cos^2\frac{\vartheta}{2} = 2\int\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta - 2\int\sin^3\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$\int\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta = 2\int\sin x\,dx$$

$$-2\cos x$$

$$\frac{\vartheta}{2} = x \qquad d\vartheta = 2dx$$

$$\int dx\sin^3x = -\frac{\sin x^2\cos x}{3} + \frac{2}{3}\int dx\sin x$$

$$x = \frac{\vartheta}{2} \qquad 2dx = d\vartheta$$

$$\int\sin^3\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta = 2\int dx\sin^3x = -\frac{2}{3}\,\frac{\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}}{3} + \frac{2}{3}\int d\vartheta\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\int_0^{\vartheta}\sin\vartheta\cos\frac{\vartheta}{2} = 2\int\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta + \frac{4}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} - \frac{4}{3}\int d\vartheta\cos\frac{\vartheta}{2} = \frac{4}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{2}{3}\int\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$= \frac{4}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} - \frac{4}{3}\cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}$$

$$= \frac{4}{3}\left(\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} + 1 - \cos\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$z^2 = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{4}{3}\,\frac{a^3}{u\sqrt{2}}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right) = 2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\left(1 + \frac{2a}{3u\sqrt{2}}\,\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)$$

$$\cos\frac{\vartheta}{2}\left(\sin^2\frac{\vartheta}{2} - 1\right.$$

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1 + \frac{a}{3\sqrt{2}\,u}\,\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)$$

$$1+\cos\vartheta = 1+\cos^2\frac{\vartheta}{2} - \sin^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$= 2\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$\frac{4}{3}\left(1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$2nkz\,dz + 2zd(n\cos\vartheta) + 2z\frac{dz}{\sin\vartheta} = 0$$

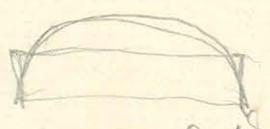
$$2nz\,dz + a^2 d(n\cos\vartheta) - a^2\frac{dz}{\sin\vartheta} = 0$$

$$n^2 dz + a^2 d(n\sin\vartheta) = \qquad -\frac{a^2}{\sin\vartheta} n\,dz$$

$$dz = \qquad n\,dz = \frac{a^2 d(n\sin\vartheta)}{n}$$

$$+2z\,a^2 d(n\sin\vartheta) + a^2 n\,d(n\cos\vartheta) - \frac{a^4 d(n\sin\vartheta)}{n\sin\vartheta} = 0$$

$$\left(2z a^2 - \frac{a^4}{n\sin\vartheta}\right) d(n\sin\vartheta) + a^2 n\,d(n\cos\vartheta) = 0$$



$$\frac{dz}{dx} = tg\,\vartheta \qquad dx = \frac{dz}{tg\,\vartheta}$$

$$n^2 dn\,tg\,\vartheta = a^2\sin\vartheta\,dn + a^2 n\cos\vartheta\,d\vartheta$$

$$n^2 dz = a^2\sin\vartheta\,dn + a^2 n\cos\vartheta\,d\vartheta$$

$$n^2 dn = a^2\cos\vartheta\,dn + a^2 n\frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta}d\vartheta$$

$$n\,dn = a^2\cos\vartheta\frac{dn}{n} + a^2\frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta}d\vartheta \qquad n^2 dz = a^2\frac{dz}{tg\,\vartheta} + a^2 n\cos\vartheta\,d\vartheta$$

$$n^2\frac{a}{\sqrt2}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{c}{n}\right) = a^2\frac{a}{\sqrt2}\frac{\cos\frac{\vartheta}{2}}{tg\,\vartheta}\left(1+\frac{c}{n}\right) + a^2 n\cos\vartheta$$

K-k

Temp. 25°

$2r = 28,4$

2,379

2,611
548
529
566
572
591

} 2,5703

15,422 / 25700
242
02

154218

2,379

~~log 2~~

$14,2 \,/\, 2,279 \,/\, 0,167$
142
951
852
1070
994

0,2047
0,167
21329
18282
2047
0,0508849

0,05088
00310
0,05398

a / u

167
167
1169
1002
167
0,027889

0,003099

20 foknál $a = 2,434$

~~a i ezzgat időleges zonk~~

Correctura ~~a = 2,394~~

452
367
0,085
78
0,00330

26

ezzgat időleges zonk
20 foknál

0,0033
0,033 66
0,0396

0,04

99

172
172
344
1204
172
0,029584

0,00329

$1054 \,/\, 25703 \,/\, 2,438$
2108
4623
4216
4070
3162
9080

$14,2 \,/\, 2438 = 0,172$
142
1018
994
240

0,305
860
5160
0,052460
00329
0,05575

2,2673
4

2,4073

Erőből 2,279 20 foknál

Cégytől 2,434 25 foknál

Cégytől 2,423 20 foknál

Sajátkedvelintől 2,407 20 foknál.

$10557 \,/\, 25703 \,/\, 2,434$
21114
45890
42228
36620
31671
49490

$k = .980$

0
0
+0,024
−0,017
+0,033
+0,07

61
17
644

$k = 0,987$

~~28,2~~

$u_{90} = 14,2$

$u_{180} =$

0,3828
1,15
19140
3828
3828
0,440220

log tg 45 = 0

log tg $22\frac{1}{2}$ = 0,6172243 − 1

.0,3827757

1,1513

+ 0,4402

0,275
2,4
1500
750
0,9000

$\frac{1}{\sqrt{2}}$

−1 + 1,42 − 04402

1,42
8804
17608
4402
0,625084

−1

$\frac{625}{375}$

Lippmanns Motor mit Amalgamierung —

Amalgamierungsströme

$14 / 2{,}693 \; / 0{,}192$
129
136
33

$\frac{a}{u}$ 0,192

$\frac{a^2}{u^2} = 0{,}0369$

0,192
192
384
1728
192
0,0368 64

0,369
0,0555
1845
1845
1845
0,002047 95

0,192
0,235
1060
576
384
0,045 226

$8 / 4025 / 503$
25

$K - k$ $8 / 45{,}14 / 5{,}64$
51
34
0,564

$\frac{1}{6}$

$Z_{180} = \sqrt{2}\, a(1 + 0{,}0452 - 0{,}0020)$

$Z_{180} = \sqrt{2} \cdot 2{,}693 \cdot 1{,}0432$

4302364
1505150
0183676
0,5991190

3,973

$$\frac{Z_{180}}{Z_{90}} = \sqrt{2}\, \frac{1 + \frac{a}{u} 0{,}235 - \frac{a^2}{u^2} 0{,}0555}{1 + \frac{a}{u} 0{,}21 + \frac{a^2}{u^2} 0{,}111} = \sqrt{2}\left(1 + \frac{a}{u} 0{,}235 - \frac{a^2}{u^2} 0{,}0555 - \frac{a}{u} 0{,}21 - \frac{a^2}{u^2} 0{,}111\right)$$

$\frac{Z_{180}}{Z_{90}} = \sqrt{2}\left(1 + \frac{a}{u}\right.$

formula $\frac{Z_{180}\sqrt{\frac{1}{2}}}{Z_{90}} = 1 - 0{,}08 \frac{a}{u} - 0{,}166 \frac{a^2}{u^2}$

K

$Z_{180}\sqrt{\frac{1}{2}} = 2{,}503$

$Z_{90} =$

$2564 / 25030 / 0{,}9762$
23076
19540
17948
15920
15384
5360

való[illegible] $= \frac{Z_{180}\sqrt{\frac{1}{2}}}{Z_{90}} = \frac{2{,}503}{2{,}564} = 0{,}9762$

0,18
0,08
0144

form $= \frac{Z_{18}\sqrt{}}{Z_{90}} = \cancel{1 - 0{,}144 - 0{,}005} = 1 - 0{,}149$

$= 1 - 0{,}0144 - 0{,}005 = 1 - 0{,}0194 = 0{,}9806$

$14 / 250 / 0{,}18$
110
112

18
146
18
0,0326
5

$\cancel{z = \sqrt{2}a}$ $z = a\left(\cancel{1 + \frac{a}{3\sqrt{2}n}}\right)$ $\frac{1-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}}$

$2 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ 1,42 - 5

$\frac{a}{n}\frac{1}{3}\sqrt{2} - \frac{1}{2}$ 0,92

0,307

$$z_{180} = \sqrt{2}\,a\left(1 + \frac{a}{3\sqrt{2}n} - \frac{1}{18}\frac{a^2}{n^2}\right)$$

Quinckénél $z_{180} = 3,557$. 1)

A formula szerint a=2,434el következik

formulából $z_{180} = 3,583$ 2)

$n = 13,3$

$z_2 - z_1 = 0,026$

142
3
4,26

12,3 / 2,434 / 0,183 $\frac{a}{n}$: 0,183
123
1104
~~431~~
~~173~~
1064
400

4,26 / 0,1870 / 0,043
1704
1260
1278

0,043
0,041

1,041

log 1,041 = 0,0174507
log $\sqrt{2}$ = 1505150
log 2,434 = 3863206
0,5542863

183
183
549
1464
183
18 / 0,03348 9 / 0,0018
18
154

35833

$$a = \frac{z'-2}{\sqrt{2}\left(1-\sin\frac{\vartheta}{2}\right)}$$

$$a\sqrt{2}\left(1-\sin\frac{\vartheta}{2}\right) = z'-2$$

$$\frac{z'-2}{a\sqrt{2}} = 1 - \sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2} = \frac{z'-2}{a\sqrt{2}} - 1$$

$$\sin\frac{\vartheta}{2} = 0,0075 - 1$$

1 - 0,0075
0,9925

$$d\vartheta = \frac{\sqrt{2}}{a}\,dz\,\frac{1}{\cos\frac{\vartheta}{2}}$$

$$dz = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

~~0,0~~ 26

2434 / 2600 / 0,0107
2434
16600

0,0107
1,42
214
428
107
0,015194

ϑ

$$\sqrt{2}\frac{dz}{a} = 0,015$$

$$\frac{z'-2}{a\sqrt{2}} = 0,0075$$

$$r = \frac{a^2}{2}\left(\frac{1}{u} + \frac{d\vartheta}{dr}\right)$$

$$r^2 - \xi^2 = 2a^2 \sin^2\frac{\vartheta}{2}\left\{1 + \frac{2a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}} + \sqrt{2}\,c\frac{a^2}{u_0^2}\cos\frac{\vartheta}{2}\right\}$$

$$r = \sqrt{2}\,a\sin\frac{\vartheta}{2}\sqrt{A}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{A}\right)$$

$$\frac{dr}{d\vartheta} = \frac{a}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\sqrt{A}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{A}\right) + \sqrt{2}\,a\sin\frac{\vartheta}{2}\,\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{A}}\frac{dA}{d\vartheta}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{A}\right)$$

$$-\sqrt{2}\,a\sin\frac{\vartheta}{2}\sqrt{A}\,\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{A^2}\frac{dA}{d\vartheta}$$

$$\frac{dA}{d\vartheta} = \left\{\frac{2a}{3\sqrt{2}u}\cdot\frac{3\cos^2\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\frac{1}{2} - \frac{4a}{3\sqrt{2}u}\frac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^3\frac{\vartheta}{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\frac{1}{2} - \frac{c}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u^2}\sin\frac{\vartheta}{2}\right\}$$

$\frac{\vartheta}{2} = 45^\circ$

$$\frac{dA}{d\vartheta} = \frac{2a}{3\sqrt{2}u}\cdot\frac{3\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}}\cdot\frac{1}{2} - \frac{4}{3\sqrt{2}}\frac{a}{u}\frac{1-\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{2}}}\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2} - \frac{c}{\sqrt{2}}\frac{a^2}{u^2}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{dA}{d\vartheta} = \frac{a}{u}\left(\frac{1}{2} - \frac{(2\sqrt{2}-1)}{3}\right) - \frac{1}{6}\frac{a^2}{u^2}$$

$$\boxed{\frac{dA}{d\vartheta} = -0{,}1095\frac{a}{u} - \frac{1}{6}\frac{a^2}{u^2}}$$

$$\frac{4}{3\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{2}-1}{2\sqrt{2}} \qquad \frac{4(2\sqrt{2}-1)}{12}$$

2,8 $\quad \frac{1{,}8}{3}$

$$\frac{3 - 4\sqrt{2} + 2}{6}$$

$$\frac{5 - 4\sqrt{2}}{6}$$

1,

0,150515

1,4142
5,6568
− 0,6568
− 0,1095

$$a\sqrt{A} + \frac{a}{2}\frac{\xi^2}{\sqrt{A}} = \frac{a^2}{2u} + \frac{a^2}{2}\frac{d\vartheta}{dr}$$

$$\frac{dr}{d\vartheta} = \frac{a}{2}\sqrt{A}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{A}\right) + \frac{a}{2}\frac{1}{\sqrt{A}}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\xi^2}{A}\right)\frac{dA}{d\vartheta} - \frac{a}{2}\frac{\xi^2}{A^{\frac{3}{2}}}\frac{dA}{d\vartheta}$$

$$\frac{dr}{d\vartheta} = \frac{a}{2}\sqrt{A} + \frac{a}{4}\frac{\xi^2}{\sqrt{A}} + \left(\frac{a}{2}\frac{1}{\sqrt{A}} + \frac{a}{4}\frac{\xi^2}{A^{\frac{3}{2}}}\right)\frac{dA}{d\vartheta} - \frac{a}{2}\frac{\xi^2}{A^{\frac{3}{2}}}\frac{dA}{d\vartheta}$$

$$\frac{dr}{d\vartheta} = \frac{a}{2}\sqrt{A} + \frac{a}{4}\frac{\xi^2}{\sqrt{A}} + \frac{a}{2}\frac{1}{\sqrt{A}}\frac{dA}{d\vartheta} - \frac{a}{4}\frac{\xi^2}{A^{\frac{3}{2}}}\frac{dA}{d\vartheta}$$

$A =$

$$\frac{dr}{d\vartheta} = \frac{a}{2}$$

$$\frac{dr}{d\vartheta} = \frac{a}{2} + \frac{a}{2}\left(-0{,}1095\frac{a}{u} - \frac{1}{6}\frac{a^2}{u^2}\right)$$

$$\frac{dr}{d\vartheta} = \frac{a}{2}\left(1 - 0{,}1095\frac{a}{u} - \frac{1}{6}\frac{a^2}{u^2}\right)$$

$$a + \frac{a}{2}\xi^2 = \frac{a^2}{2u} + \frac{a}{2}\left(1 + 0{,}1095\frac{a}{u} + \frac{1}{6}\frac{a^2}{u^2}\right) \qquad \frac{d\vartheta}{dr} = \frac{2}{a}\left(1 + 0{,}1095\frac{a}{u} + \frac{1}{6}\frac{a^2}{u^2}\right)$$

$$\frac{\xi^2}{2} = \frac{a}{2u} + 0{,}1095\frac{a}{u} + \frac{1}{6}\frac{a^2}{u^2}$$

$$z^2 - \zeta^2 = 2a^2 \sin^2\frac{\vartheta}{2}\left(1 + 2c\frac{a}{u}\right)$$

$$2z\frac{dz}{d\vartheta} = \left(1+2c\frac{a}{u}\right) 2a^2 \sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2} = \frac{a}{2}\cdot$$

$$z\frac{dz}{d\vartheta} = \left(1+2c\frac{a}{u}\right)\frac{a^2}{2}$$

$$z^2 = \zeta^2 + a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)$$

$$\cancel{z^2 = a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}$$

$$z^2 = a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)\left(1 + \frac{\zeta^2}{a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}\right)$$

$$\frac{d\vartheta}{dz} =$$

$$z = a\sqrt{1+2c\frac{a}{u}}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\zeta^2}{a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}\right)$$

$$\frac{d\vartheta}{dz} = \frac{2z}{\left(1+2c\frac{a}{u}\right)a^2} = \frac{2}{a}\frac{1}{\sqrt{1+2c\frac{a}{u}}}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\zeta^2}{a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}\right)$$

$$\frac{d\vartheta}{dz}$$

$$z^2 = \frac{a^2}{2}\frac{1}{u} + \frac{a^2}{2}\frac{d\vartheta}{dz}$$

$$z = \frac{a^2}{2u} + \frac{a}{\sqrt{1+2c\frac{a}{u}}}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\zeta^2}{a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}\right)$$

$$\zeta^2 = z^2 - a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)$$

$$\zeta^2 = \frac{a^4}{4u^2} + \frac{a^2}{1+2c\frac{a}{u}}\left(1+\frac{1}{2}\frac{\zeta^2}{a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}\right)^2 + \frac{a^3}{u\sqrt{1+2c\frac{a}{u}}}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\zeta^2}{a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}\right) - a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)$$

$$\cancel{\zeta^2} = \cancel{\frac{a^4}{4u^2}} + \cancel{\frac{a^2}{1+2c\frac{a}{u}}} + \frac{a^2}{1+2c\frac{a}{u}}\cancel{\frac{\zeta^2}{a^2\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}} + \frac{a^3}{u\sqrt{1+2c\frac{a}{u}}} + \frac{a\,\zeta^2}{2u\left(1+2c\frac{a}{u}\right)^{\frac{3}{2}}} - a^2\cancel{\left(1+2c\frac{a}{u}\right)}$$

$$\zeta^2\left(1 - \frac{1}{1+2c\frac{a}{u}}\right) =$$

$$\zeta^2\frac{2c\frac{a}{u}}{1+2c\frac{a}{u}} = \frac{a^4}{4u^2} - a^2\frac{4c\frac{a}{u}\left(1+c\frac{a}{u}\right)}{\left(1+2c\frac{a}{u}\right)^2} + \frac{a^3}{u\sqrt{1+2c\frac{a}{u}}} + \zeta\frac{a}{2u}\ \zeta$$

$$\zeta^2\left(1 - \frac{1}{\left(1+2c\frac{a}{u}\right)^2}\right)$$

$$a^2\left(\frac{1}{1+2c\frac{a}{u}} - 1 + 2c\frac{a}{u}\right) \qquad 1+2c\frac{a}{u} \qquad \zeta^2 = 1 - \frac{1}{\left(1+2c\frac{a}{u}\right)^2}\ \zeta\frac{a}{2u\left(1+2c\frac{a}{u}\right)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\frac{1-\left(1+2c\frac{a}{u}\right)^2}{1+2c\frac{a}{u}}$$

$$-4c\frac{a}{u} - 4c^2\frac{a^2}{u^2}$$

$$4c\frac{a}{u}\left(1+\right.$$

$$z = \frac{a^2}{2}\left(\frac{1}{u} + \frac{4\sqrt{2}}{a}\right)$$

$$z = \frac{a^2}{2u} + 2\sqrt{2}\,a$$

$$z^2 - \zeta^2 = a^2\left(1 + 2c\frac{a}{u}\right) = a^2 + \frac{2}{3}a^2\frac{a}{u}$$

$$\zeta^2 = \left(\frac{a^2}{2u} + 2\sqrt{2}\,a\right)^2 - a^2\left(1 + \frac{2}{3}\frac{a}{u}\right)$$

$$\zeta^2 = \frac{a^4}{4u^2} + \frac{2\sqrt{2}\,a^3}{u} + 8a^2 - a^2 - \frac{2}{3}\frac{a^3}{u}$$

$$\frac{2\sqrt{2}\,a}{u} - \frac{2}{3}\frac{a}{u}$$

$$\frac{6\sqrt{2} - 2}{3}$$

$$\zeta^2 = a^2\left(\frac{a^2}{4u^2} + \frac{6\sqrt{2}-2}{3}\frac{a}{u} + 7\right)$$

$$\frac{a^2}{2}\frac{d\delta}{du}+\xi=\frac{2a^2\sin\delta}{u}$$

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{2a^2\cos\delta}{u}\frac{d\delta}{du}-\frac{2a^2\sin\delta}{u^2}$$

$$\sin\delta+\frac{2a^3}{u}\sin\delta$$

$$\frac{u}{2a^2}\sin\delta\left(1+\frac{2a^3}{u^2}\right)=\frac{d\delta}{du}$$

$$\frac{u}{4}\left(1+\frac{2a^3}{u^2}\right)\sin\delta+\xi=\frac{2a^2\sin\delta}{u}$$

$$\xi=\left(\frac{2a^2}{u}-\frac{u}{4}-\frac{a^2}{2u}\right)\sin\delta$$

$$\xi=\left(\frac{5a^2}{2u}-\frac{u}{4}\right)\sin\delta$$

$$\frac{5a^2}{2u}-\frac{u}{4}$$

$$z+\xi=\frac{3a^2\sin\delta}{u}$$

$$\frac{\sin\delta}{u}+\frac{d\delta}{du}=\frac{2z}{u}\qquad\frac{2a^2\sin\delta}{u}$$

$$\cancel{\frac{d\delta}{du}}\,z$$

$$d\ \operatorname{tg}\delta\cdot\frac{du}{d\delta}=\frac{2a^2\cos\delta}{u}\ \cancel{+}\ \frac{2a^2\sin\delta}{u^2}\frac{du}{d\delta}$$

$$\left(1+\frac{2a^2}{u^2}\right)\frac{du}{d\delta}=\frac{2a^3}{u}$$

$$u\,du+2a^2\frac{du}{u}=2a^2\delta$$

$$\frac{u^2}{2}+2a^2\log u=2a^2\delta$$

$$z+\xi=\frac{2a^2\sin\delta}{u}$$

$$z+\xi=\frac{u}{2}+\frac{2a^2\log u}{u}$$

$$z=\frac{2a^2\sin\delta}{u}-\xi$$

$$z=\frac{a^2}{2}\frac{\sin\delta}{u}+\frac{a^2}{2}\frac{d\delta}{du}$$

$$\frac{3a^2\sin\delta}{2u}-\xi=\frac{a^2}{2}\frac{d\delta}{du}$$

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{2a^2\cos\delta}{u}\frac{d\delta}{du}+\frac{2a^2\sin\delta}{u^2}$$

$$\operatorname{tg}\delta=\frac{2a^3}{u}\cdot\frac{d\delta}{du}$$

$$\frac{u\operatorname{tg}\delta}{2a^2}$$

$$\cancel{\frac{2a^2\operatorname{tg}\delta}{u}}$$

$$\frac{a^2\sin\delta}{2u}+\frac{a^2}{2}\frac{d\delta}{du}+\xi=\frac{2a^2\sin\delta}{u}$$

$$\frac{a^2}{2}\frac{d\delta}{du}+\xi=\frac{3a^2\sin\delta}{2u}$$

$$\cancel{\frac{d\delta}{du}=\frac{\sin\delta}{a\left(1+\ldots\right)}}$$

$$\frac{\sin\delta\,du}{u}$$

$$\log\cancel{\sin\delta}$$

$$\frac{a^2}{2}\frac{d\delta}{\sin\delta}+\frac{\xi\,du}{\sin\delta}=\frac{3a^2}{2}\frac{du}{u}$$

$$\frac{u}{\sin\delta}-\frac{u}{\cos\delta}d\delta$$

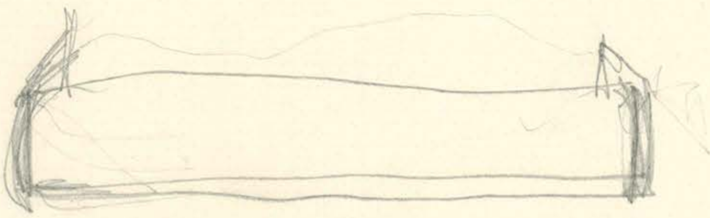
$$\frac{u}{\sin\delta}-u\sin\delta$$

$$\frac{u}{\sin\delta}$$

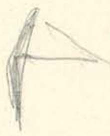
$$\operatorname{tg}\delta=\frac{2a^2\cos\delta}{u}\frac{d\delta}{du}\div\frac{2a^2\sin\delta}{u^2}$$

$$\sin\delta=\frac{2a^3}{u}-\frac{2a^2\sin\delta}{u^2}$$

$$\frac{a^2\sin\delta}{u}=a^2-\frac{u}{2}\sin\delta$$



~~$\kappa\pi u^2 dz$~~

 $\frac{dz}{2}$

$2\sigma u \frac{du\,dz}{2}$

$\kappa \pi u\, du\, dz - 2\pi u k\, du$

$+ 2f\pi\, d(u \sin\vartheta) = 0$

~~$u\,du\,dz$~~

$2u\,du = a^2 d(u\sin\vartheta)$

$2\int u\,du = a^2 u \sin\vartheta + C$

$2f\,d(u\cos\vartheta) - 2f\,ds + 2uz\,dz$

$2u =$

$uz = \frac{a^2}{2}\left(\sin\vartheta + u\cos\vartheta \frac{d\vartheta}{du}\right)$

$a^2 d(u\cos\vartheta) - a^2 ds + 2uz\,dz = 0$

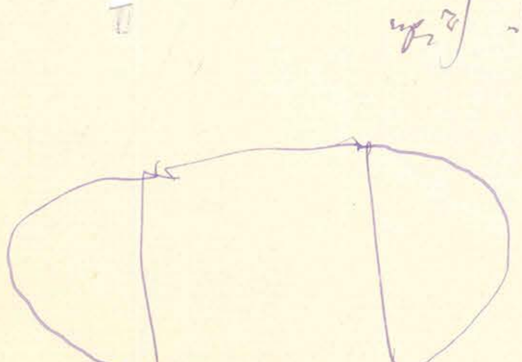
$\frac{2z}{a^2} =$

$a^2\cos\vartheta \frac{du}{dz} - a^2 u \sin\vartheta \frac{d\vartheta}{dz}$

$- a^2\frac{ds}{dz} + 2uz = 0$

$uz = \frac{a^2}{2}\left(\frac{1}{\sin\vartheta} + u\cos\vartheta\frac{d\vartheta}{du} - \frac{\cos^2\vartheta}{\sin\vartheta}\right)$

$\sin\vartheta + u\cos\vartheta\frac{d\vartheta}{du}$



$2\pi\rho z\,dz$

$\int uz\,dz$ $\int z^2 du$

$\int v\,du = uv - \int u\,dv$

$\int uz\,du = uz^2 - \int z^2 du$

~~$\int u\,du\,dz$~~

$uz\,du$ $\int uz\,du = u^2 z - \int u^2 dz$

$\kappa\pi u^2 \frac{z+\zeta}{2} = 2\pi f u\sin\vartheta$

$u\frac{z+\zeta}{2} = a^2\sin\vartheta$

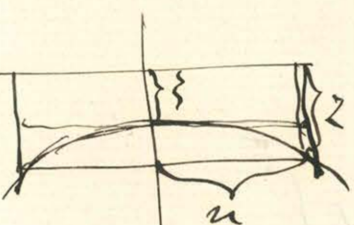
$\zeta^3 u\,\pi\,a^2(1-\cos\vartheta)$

Z-re vonatkozó formula akkor mikor a sinusban a gör-
bületi sugár nem null.

Vízszintes erőintensitás = null.

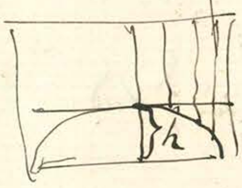
$\cancel{2uk\frac{z^2}{2}} - \cancel{2uk\xi}$

$$2uk\frac{z^2}{2} - 2\frac{k}{2}\int z^2 du + 2u\alpha(1-\cos\vartheta) + 2\alpha\int(ds-du)$$



Speciális számítás $\vartheta = \frac{\pi}{2}$-re vonatkozólag.

$$2uk\frac{z'^2}{2} - 2\frac{k}{2}\int z^2 du + \cancel{} + 2\alpha\int(ds-du) = 0$$
$$+ 2u\alpha$$



$\cancel{u'\frac{z'^2}{2}}$

$$u'z'^2 - \int z^2 du - u'a^2 - a^2\int(ds-du) = 0$$

Ebben teszünk $z = \xi + x$

$x = h\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}$ ~~és $x = \frac{h}{\sqrt{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}$~~ hol $h = z' - \xi$

$dx = \frac{h}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}$

$$ds - du = dx\frac{2\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin\vartheta} \qquad dx = \frac{h}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

tehát $ds - du = \frac{h}{\sqrt{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}$

lesz tehát

$$u'z'^2 - \int\xi^2 du - 2\int\xi x\, du - \int x^2 du - u'a^2(1-\cos\vartheta) - a^2\int\frac{h}{\sqrt{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

$$u'z'^2 - \xi^2 u' - 2\xi\int x\, du - \int x^2 du - u'a^2(1-\cos\vartheta) - a^2\frac{h}{\sqrt{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

$\cancel{u'(z'^2-\xi^2)}$

$$z'^2 - \xi^2 = a^2(1-\cos\vartheta) + \frac{2\xi}{u'}\int x\, du + \frac{1}{u'}\int x^2 du + \frac{a^2}{u'}\frac{h}{\sqrt{2}}\int\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

$$x\, du = x\frac{dx}{\mathrm{tg}\,\vartheta} = h\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\cdot\frac{h}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\frac{1}{\mathrm{tg}\,\vartheta} = \frac{h^2}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta$$

$$x^2 du = 2h^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cdot\frac{h}{\sqrt{2}}\cos\frac{\vartheta}{2}\frac{1}{\mathrm{tg}\,\vartheta} = \frac{h^3}{\sqrt{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta$$

$$z'^2 - \xi^2 = a^2(1-\cos\vartheta) + \frac{\xi}{u'}h^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\vartheta\, d\vartheta + \frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\, d\vartheta + \frac{a^2}{u'}\frac{h}{\sqrt{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}d\vartheta$$

átírtuk a másik oldalra

$$z'^2-\zeta^2=a^2+\frac{\zeta}{u'}h^2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\vartheta\,d\vartheta+\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\,d\vartheta+\frac{a^2}{u'}\frac{h}{\sqrt{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$z'^2-\zeta^2=a^2\cancel{+\frac{\zeta}{u'}h^2+\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta+\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta}-\frac{2h^3}{\sqrt{2}u'}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^3\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta+\frac{a^2}{u'}\frac{h}{\sqrt{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$z'^2-\zeta^2=a^2+\frac{\zeta}{u'}h^2+$$

$$z^2-\zeta^2=2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}+\frac{\zeta}{u}h^2\int_0^{\vartheta}\cos\vartheta\,d\vartheta+\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\int_0^{\vartheta}\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\vartheta\,d\vartheta+\frac{a^2}{u}\frac{h}{\sqrt{2}}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$z^2-\zeta^2=2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}+\frac{\zeta}{u}h^2\sin\vartheta+\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\int\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta-\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}2\int\sin^3\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta+\frac{a^2}{u'}\frac{h}{\sqrt{2}}\int\sin\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta$$

$$\int\sin^3\frac{\vartheta}{2}\,d\vartheta=2\int\sin^3x\,dx=-\frac{2}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\cancel{+\frac{2}{3}}\int-\frac{4}{3}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$=-\frac{2}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}+\frac{4}{3}\left(1-\cos\frac{\vartheta}{2}\right)$$

$$z^2-\zeta^2=2a^2\sin^2\frac{\vartheta}{2}+\frac{\zeta}{u}h^2\sin\vartheta+\left(\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}+\frac{a^2}{u'}\frac{h}{\sqrt{2}}-\frac{4}{3}\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\right)2\left(1-\cos\frac{\vartheta}{2}\right)+\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\frac{4}{3}\sin^2\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}$$

$$z'^2-\zeta^2=a^2+\frac{\zeta}{u}h^2+\frac{h}{\sqrt{2}u'}\left(\cancel{h^2}+a^2-\frac{h^2}{3}\right)2\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\frac{h^3}{2u'}\frac{2}{3}$$

$$\frac{2(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}}$$

$\frac{a^3}{3u'}\frac{2}{3}2(\sqrt{2}-1)$

$1-\cos^2\frac{\vartheta}{2}$

$\frac{a^3}{3u'}(2\sqrt{2}-1)+\frac{a^3}{3u}$

$$+\frac{h}{u}\left(a^2-\frac{h^2}{3}\right)(\sqrt{2}-1)+$$

$$\frac{h}{u'}a^2(\sqrt{2}-1)-\frac{h^3}{3u'}(\sqrt{2}-1)+\frac{h^3}{3u'}$$

$$\frac{h}{u'}a^2(\sqrt{2}-1)-\frac{h^3}{3u'}\sqrt{2}+2\frac{h^3}{3u'}$$

$\frac{a^3}{u'}\sqrt{2}-1$

$+\frac{a^3}{3u'}\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$

$\frac{a^3}{u'}(\sqrt{2}-1)\left(1+\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$

$\frac{1}{2}-\frac{1}{6}$

$\frac{3}{6}-\frac{1}{6}$

$$z'^2-\zeta^2=a^2+\frac{\zeta}{u'}h^2+\frac{h}{u'}a^2(\sqrt{2}-1)+\frac{h^3}{3u'}\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$$

$$\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\frac{4}{3}\sin\frac{\vartheta}{2}+2\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}2\sin\frac{\vartheta}{2}\cos^2\frac{\vartheta}{2}$$

$$2z\frac{dr}{d\vartheta}=2a^2\sin\frac{\vartheta}{2}\cos\frac{\vartheta}{2}+\frac{\zeta}{u}h^2\cos\vartheta+\left(\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}+\frac{a^2h}{u'\sqrt{2}}-\frac{4}{3}\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\right)\sin\frac{\vartheta}{2}\cancel{+\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}4\cos^2\frac{\vartheta}{2}\sin\frac{\vartheta}{2}}\cdot\frac{1}{2}$$

$$\left(2r\frac{dr}{d\vartheta}\right)_{\vartheta=\frac{\pi}{2}}=\cancel{a^2+\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{ha^2}{u'\sqrt{2}}-\frac{1}{3}\frac{h^3}{\sqrt{2}u'}\right)+\frac{h^3}{2u'}=a^2+\frac{ha^2}{2u'}-\frac{h^3}{6u'}+\frac{h^3}{2u'}}=a^2+\frac{ha^2}{2u'}+\frac{h^3}{3u'}$$

$$\cancel{\frac{1}{r}}\ \frac{1}{u'}+\left(\frac{d\vartheta}{dr}\right)'=\frac{2r'}{a^2}\qquad z'=\frac{a^2}{2u'}+\frac{a^2}{2}\left(\frac{d\vartheta}{dr}\right)'\qquad\left(2r\frac{dr}{d\vartheta}\right)_{\vartheta=\frac{\pi}{2}}=$$

$\cancel{h = 2} \xi$

$$z'^2 = \xi^2 + \underbrace{a^2 + \frac{\xi}{u'} h^2 + \frac{h}{u'} a^2(\sqrt{2}-1) + \frac{h^3}{3u'}\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}_{A.}$$

$$z'^2 = \xi^2 + A \qquad \cancel{\xi} = z'^2 = A\left(1 + \frac{\xi^2}{A}\right)$$

$$z' = \sqrt{A}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{A}\right) = \underline{\sqrt{A} + \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\sqrt{A}}}$$

$$\cancel{\frac{dz'}{d\xi} = a^2}$$

$$\underbrace{\left(\frac{d\xi}{dz}\right) = \frac{2z'}{a^2 + \frac{ha^2}{2u'} + \frac{h^3}{3u'}}}$$

$$a^2 + \frac{a^3}{u'}(\sqrt{2}-1) + \frac{a^3}{3u'}\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$$

$$A \cdot a^2 + \frac{a^3}{u'}(\sqrt{2}-1)\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$

$$\sqrt{A} + \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\sqrt{A}} = \frac{a^2}{2u'} + \frac{a^2 z'}{a^2 + \frac{ha^2}{2u'} + \frac{h^3}{3u'}}$$

$$\sqrt{A} + \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\sqrt{A}} = \frac{a^2}{2u'} + \frac{a^2\left(\sqrt{A} + \frac{1}{2}\frac{\xi^2}{\sqrt{A}}\right)}{a^2 + \frac{ha^2}{2u'} + \frac{h^3}{3u'}}$$

$$A + \frac{1}{2}\xi^2 = \frac{a^2}{2u'}\sqrt{A} + \frac{\cancel{a}\left(A + \frac{1}{2}\xi^2\right)}{1 + \frac{h}{2u'} + \frac{h^3}{3a^2u'}} \qquad h =$$

$$\left(\frac{h}{2u'} + \frac{h^3}{3a^2u'}\right)\left(\cancel{2}A + \cancel{1}\xi^2\right) = \frac{a^2}{\cancel{2}u'}\sqrt{A}\left(1 + \frac{h}{2u'} + \frac{h^3}{3a^2u'}\right) \cancel{\frac{h^2}{10}}\xi \quad \frac{6}{5}$$

$$A \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad 3+$$

$$\cancel{\frac{5}{6}\frac{a}{u'} \quad A + \frac{1}{2}\xi^2 = \frac{6}{10}\frac{a^3}{u'}} = \frac{6}{10} a\sqrt{A}.$$

$$\xi^2 = \frac{6}{5} a\sqrt{A} - A$$

$$\xi^2 = \frac{6}{5}a^2\sqrt{1 + \frac{a}{u'}(\sqrt{2}-1)\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)} - a^2\left(1 + \frac{a}{u'}(\sqrt{2}-1)\left(1 + \frac{\sqrt{2}}{3}\right)\right)$$

$$\xi^2 = \frac{a^2}{u'}\sqrt{A}\,\frac{1 + \frac{h}{2u'} + \frac{h^3}{3a^2u'}}{\frac{h}{2u'} + \frac{h^3}{3a^2u'}} - 2A$$

$$a^3$$

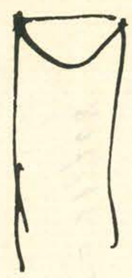
$$\frac{a^3}{u}$$

$$\cancel{\frac{a^3}{u'} = 2a^2}$$

$$a^2$$

$$\frac{u' + c}{u'c} \qquad \frac{a}{2} + \frac{a}{3} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad \frac{5}{6}$$

$2\mathfrak{A} = 2rh\kappa$



Emelkedés két lemez között

$\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'} = \frac{2h}{a^2}$

$$2\mathfrak{A} = (h+m)2r\kappa l - (ABD)l\kappa.$$

Oben. a görbületi sugár $\frac{1}{\rho} = \frac{2h}{a^2}$

$$\rho = \frac{r^2}{m} = \frac{a^2}{2h}$$

$$m = 2h\frac{r^2}{a^2}$$

ABD területe.

$$(ABD) = lK\tfrac{1}{2}r\,2h\frac{r^2}{a^2}\pi$$

$$2\mathfrak{A} = (h+m)2r\kappa l - l\kappa rh\frac{r^2}{a^2}\pi$$

$$a^2 = (h+m)2r - rh\pi\frac{r^2}{a^2}$$

$$a^2 = 2hr + 2r\cdot 2h\frac{r^2}{a^2} - rh\pi\frac{r^2}{a^2}$$

$$a^2 = 2hr\left(2\frac{r^2}{a^2} - \frac{\pi}{2}\frac{r^2}{a^2}\right)$$

$$a^2 = 2hr\left(1+\left(2-\frac{\pi}{2}\right)\frac{r^2}{a^2}\right)$$ Eötvös

$a^2 = 2hr\sqrt[3]{1+\frac{2r^2}{a^2}}$ Hagen.

$\frac{2hr}{a^2}\left(1+2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\frac{r^2}{a^2}\right) = A$

$$a^2 = 2hr\left(1+\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\frac{r}{h}\right)$$ Laplace.

~~Hagen~~:

[illegible]

$\delta = 80\,ra$. $\delta = pra$

$A = 0{,}99757 \mid A = 0{,}99744$

$$h = \frac{a^2}{2r} - r\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$$

Volkmann szerint.

$\frac{2hr}{a^2}\frac{1}{1+0{,}2146\frac{r}{h}-0{,}052\frac{r^2}{h^2}} = 0{,}73065$

$$a^2 = 2hr\left(1+\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\frac{r}{h}\right)$$ Poisson.

$$a^2 = 2rh\left(1+0{,}2146\frac{r}{h}-0{,}052\frac{r^2}{h^2}\right)$$ Volkmann

$a^2 = hr + hr\sqrt{1+4\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\frac{r}{h}}$

$$a^2 = hr + hr\sqrt{1+4\frac{r}{h}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)}$$ Eötvös

ha $\frac{r}{h}$ kicsiny akkor

$\cancel{a^2 = 2rh\left(1+\frac{1}{4}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\frac{r}{h} - \frac{1}{16}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)^2\frac{r^2}{h^2}\right)}$

$a^2 = 2hr\left(1+0{,}2146\frac{r}{h}-0{,}046\frac{r^2}{h^2}\right)$ $a^2 = 2hr\left(1+\left(1-\frac{\pi}{4}\right)\frac{r}{h} - \left(1-\frac{\pi}{4}\right)^2\frac{r^2}{h^2}\right)$

Nagy buborék

belül

$$z = a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}\,\frac{1-\cos^2\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}\right)$$

kívül

$$z' = a\sqrt{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\left(1-\frac{a}{3\sqrt{2}u}\,\frac{1-\sin^2\frac{\vartheta}{2}}{\cos^2\frac{\vartheta}{2}}\right)$$

$\log a = 0,[\ldots]6031$

$\log u = 1,4976759$
$\log 3 = 0,4771213$
$\log\sqrt{2} = 0,1505150$
$2,1253122$

$2,3516031-2$
$2,1253122$
$0,2262909-2$

$\log\frac{a}{3\sqrt{2}u} = 0,2262909-2$

$\vartheta = 97^\circ 20'$ $\quad \frac{\vartheta}{2} = 48^\circ 40'$ $\quad a = 2,247$ $\quad u = 31,454$

$\log\sin\frac{\vartheta}{2} = 0,8755705-1$

$\log\cos\frac{\vartheta}{2} = 0,8198325-1$

$\log\sin^2\frac{\vartheta}{2} = 0,7511410-1$

$\log\cos^2\frac{\vartheta}{2} = 0,6396650-1$

$\log\sin^2\frac{\vartheta}{2} = 0,6267115-1$ $\quad \sin^2\frac{\vartheta}{2} = 0,42336$

$\log\cos^2\frac{\vartheta}{2} = 0,4594975-1$ $\quad \cos^2\frac{\vartheta}{2} = 0,28807$

$\log 0,71193 = 0,8524373-1$
$0,2262909-2$
$0,0787282-2$
$7511410-1$
$0,3275872-2$

$0,021261$

$\log 1,0213 = 0,0091533$
$0,3516031$
$0,1505150$
$0,8755705-1$
$0,3868419$

$\log 1-\sin^2(0,57664) = 0,7609048-1$
$0,2262909-2$
$0,9871957-3$
~~0,4~~
$0,6396650-1$
$0,3475307-2$

~~0,3849~~
01

11547
38490
$0,39647$

$0,022260$

$\log 0,97774 = 0,9902234-1$
$0,3516031$
$0,1505150$
$0,8198325-1$
$0,3121740$

$\boxed{z = 2,4369}$

$z' = 2,0520$

$z-z' = 0,3849$

$p = (z-z')\,1,03$

$p = 0,39645$

$\log 0,396447 = 0,5981884-1$
$\log 21,708 = 1,5011688$
$1,0993572$

$12,571$

$\frac{4f}{r} = p$ formula szerint.

$f = \frac{pr}{4}$ $\quad r = 31,708$

4

Okoz-e a Dumas-féle golyó üvege elég eltolódást.

Kétszer egy üveghengeren voltak lemérve —

Szabadon	Közbe helyezve egy Dumas golyó töredékét.	
	Körbe egyszerest Vastags. ½ m.m	Más lencse 1 mm–0,5 mm-es erősen prizmatikus
~~[illegible]~~ 399,5	400	
399,5	400	400
399,5	400	400
399,5	400	400,5
399	400	399,5
399	Szabadon	399,5
399	400	Szabadon
399	399,5	399,5
399		400
400		

~~[illegible]~~

Ms 5098/7. Eötvös Loránd jegyzetei – folyadékok felszíni feszültségéről

Folyadékfelületi feszültségét

Értekezés

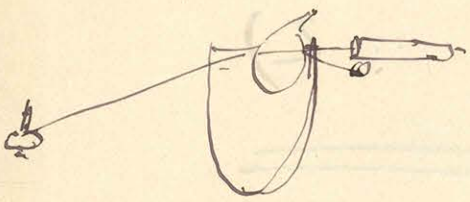
a Becherglas [illegible]

Előterjesztve [illegible] az Aug 14ike (1885)

Mölt

Vízmentes aczetsav és víz s alcoholmentes éther állandóinak meghatározása a folyadékok Thantál. 1885 Julius 26

Alkoholedénybe víz abba vízzel kell golyó rajta két pontosan le nem mert ahogy csak nagyon vigyáz a töréskör befogására.



A ϑ és ϑ' szögletek kapilláris lennének.
Lemérik a két csík távolát a vízgolyóban.
" a két csík távolát aczetsavas golyóban
a két csík távolát étheres edényben.

Nem kell a szögleteket ismerni pontosan, elégséges azokat egészen durván ismerni ~~az~~ a töréskör befogása miatt.

Legyen a vízre nézve

$$z - z' = a\sqrt{2}\left\{\sin\frac{\vartheta}{2}\left(1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}c\right) - \sin\frac{\vartheta'}{2}\left(1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}c'\right)\right\}$$

a hol $c = \dfrac{1-\cos^3\frac{\vartheta}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta}{2}}$ és $c' = \dfrac{1-\cos^3\frac{\vartheta'}{2}}{\sin^2\frac{\vartheta'}{2}}$

~~c és~~ ~~értékei~~ c és c' értékei 1,2 és 1,5 között változnak különbözés kicsiny és így ezért

$$z - z' = a\sqrt{2}\left(1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{c+c'}{2}\right)\left(\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\vartheta'}{2}\right) + a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta}{2}\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{c-c'}{2} - a\sqrt{2}\sin\frac{\vartheta'}{2}\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{c'-c}{2}$$

egy másik anyagra nézve egyszerre legyen: ϑ legyen ϑ+Δϑ

és ϑ' = ϑ'+Δϑ' akkor írhatjuk:

$$z_1 - z_1' = a_1\sqrt{2}\left(1+\frac{a_1}{3\sqrt{2}u_1}\frac{c+c'}{2}\right)\left(\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\vartheta'}{2}\right) + a_1\sqrt{2}\frac{a_1}{3\sqrt{2}u_1}\frac{c-c'}{2}\left(\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\vartheta'}{2}\right)$$

$$+ a_1\sqrt{2}\cos\frac{\vartheta}{2}\frac{\Delta\vartheta}{2}\left(1+\frac{a_1}{3\sqrt{2}u_1}c\right) - a_1\sqrt{2}\cos\frac{\vartheta'}{2}\frac{\Delta\vartheta'}{2}\left(1+\frac{a_1}{3\sqrt{2}u_1}c'\right)$$

Könnyen látható, hogy a z−z' kifejezés második és harmadik és z_1-z_1' kifejezésének ~~...~~ második harmadik és negyedik tagjai $\frac{1}{300}$ ~~$\frac{1}{...}$~~ $\frac{1}{400}$ vagy $\frac{1}{500}$ legyen az első tag hibája akkor értékes bátran elhanyagolom.

$$\frac{a_1}{a} = \frac{z_1-z_1'}{z-z'}\cdot\frac{1+\frac{a}{3\sqrt{2}u}\frac{c+c'}{2}}{1+\frac{a_1}{3\sqrt{2}u_1}\frac{c+c'}{2}}$$

Ha δ és δ' értékei közel $= 0$ és $= 90^\circ$ akkor

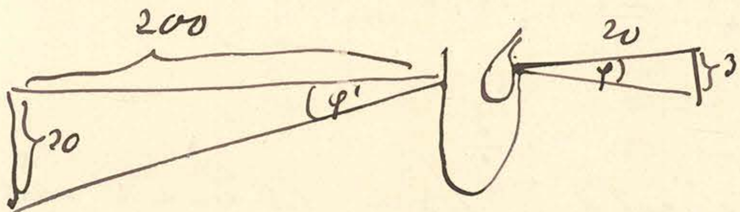
a $\frac{c}{2\sqrt{2}}$ és $\frac{c'}{2\sqrt{2}}$ értékek 3,08 és 2,52 körül vannak

$$\frac{c+c'}{2\sqrt{2}} = 0{,}328 \text{ vagy akkor } = \frac{1}{3} \text{ vagy után}$$

$$\cancel{\frac{a}{a_1} = \frac{z-z_1}{}} \quad \frac{a_1}{a} = \frac{z_1 - z_1'}{z - z'} \, \frac{1 + \frac{1}{3}\frac{a}{u}}{1 + \frac{1}{3}\frac{a_1}{u_1}} \quad \ldots \; 2)$$

Észleletek

A víz golyóban, az ecetsavban és az éterben észlelt kísérletek úgy mint az ábra mutatja:



Közelítő mérés

(e szerint $\varphi = \varphi'$) a víz törésmutatójával számolva

~~$\varphi = 86^\circ 50'$~~ ~~$\varphi' =$~~

Közelítőleg $\delta = 86^\circ 50'$ $\delta' = 3^\circ 10'$

A víz törésmutatója $= 1{,}333$) $\left.\begin{matrix}\text{víz}\\ \text{éter}\end{matrix}\right\} = 1{,}015$

Az éter törésmutatója $= 1{,}353$) $\left.\begin{matrix}\text{víz}\\ \text{ecetsav}\end{matrix}\right\} = 1{,}029$

Az ecetsav törésmutatója $= 1{,}372$

Feltéve hogy a vízre nézve δ és δ' fenti értékei helyesek

van a többire

	δ	δ'	$\Delta\delta$	$\Delta\delta'$
víz	$86^\circ 50$	$3^\circ 10'$		
ecetsav	$86^\circ 56'$	$3^\circ 7'$	$+6'$	$-3'$
éter	$86^\circ 53'$	$3^\circ 8'$	$+3'$	$-2'$

tehát $\frac{\Delta\delta}{\delta}$ legfeljebb $3' < \frac{1}{1000}$

ez a megjegyzés módot ad, hogy mind e kiküszöböléseknél ~~az~~ a 2) formula használható.

1ső észlelési sorozat.

Vizzel telt golyó külső átmérő 78 m.m. tehát

$u = 37$.

Tett észlelések.

737	738
739	739
738	739
738	739
738	738

Temperatura 23°2 C.

Középs $= 738,0$ $z - z' = 3,69$

2ik észlelési sorozat

étherrel telt ~~golyó~~ legér átmérője belül 39 m.m.

$u' = 19$ m.m.

Temperatura 23°2 C.

427	430
430	427
427	433
430	427
431	433

Középs $= 429,5$ $z_1 - z_1' = 2,147$

Kiszámitás e szerint az étherre.

$$a_1 = a \frac{z_1 - z_1'}{z - z'} \frac{1 + \frac{1}{3}\frac{a}{u}}{1 + \frac{1}{3}\frac{a'}{u'}}$$ formula szerint

tudva hogy víz nagysága ... formulám szerint 23°2 folyás

$a^2 = 14,59$ $a = 3,819$

és hogy ... éther nyilatkozásom szerint 23°2 nál $a_1 = \sqrt{4,793} = 2,189$

mely érték a correctió legtöbben ... következés

étherre $a_{23,2} = 2,207$ $a^2_{23,2} = 4,870$

3ik észlelési sorozat.

ecetsavval telt golyó külső átmérő 78° m.m.

$u' = 37$.

Temperatura 23°2 C.

448	447
446	449
446	446
447	447
446	449

$z_1 - z_1' = 2,235$

Középs 447

Kiszámitás úgy mint fent az ecetsavra előbb következő érték $a = 3,8\frac{2,2}{3,7} = 2,26$

ecetsavra $a_{23,2} = 2,342$ $a^2_{23,2} = 5,487$

~~Exrat~~

4ik ciklikus sorozat.

ércz a dehidrakció oldatban

Temperatura 21°8 C.

387	385
385	386
387	385
385	387
386	385

Közép 385,8 $\quad z_1 - z_1' = 1{,}929$

Közelítőleg $a = 2{,}34$

$n_1^t = 37$

ugyanabban

Temperatura 105,5

Közép 333

$z_1 - z_1' = 1{,}665$

közelítőleg $a = 2{,}00$

A 2 formula szerint

$$\frac{a^2_{21,8}}{a^2_{105,5}} = \frac{1{,}929\left(1+\frac{1}{3}\frac{2}{37}\right)}{1{,}665\left(1+\frac{1}{3}\frac{2{,}0}{37}\right)} = 1{,}155^2 = 1{,}334$$

minthogy pedig

$$a_t^2 = a_0^2(1+\alpha t)$$

$$a_{t'}^2 = a_0^2(1+\alpha t')$$

tehát $\dfrac{a_t^2}{a_{t'}^2} = \dfrac{1+\alpha t}{1+\alpha t'}$ miből ~~ dα~~ $\dfrac{a_t^2}{a_{t'}^2} - 1 = \alpha\left(t - \dfrac{a_t^2}{a_{t'}^2}t'\right)$

$$\alpha = \frac{0{,}334}{118{,}9} = -0{,}002809$$

tehát

éczetsavra $\quad a^2 = a_0^2(1 - 0{,}002809\,t)$

tudva hogy $t = 23°2$ ra $\quad a^2 = 5{,}487$ következik

$$a_0^2 = \cancel{5{,}869} = 5{,}870$$

és így $a^2 = \cancel{5{,}869} -$

$$a^2 = 5{,}870 - 0{,}01649$$

tehát

$$a_{15}^2 = 5{,}623$$

Bède szerint $a_{15}^2 = 5{,}56$ $\qquad$ Mendelejeff szerint $= 5{,}57$.

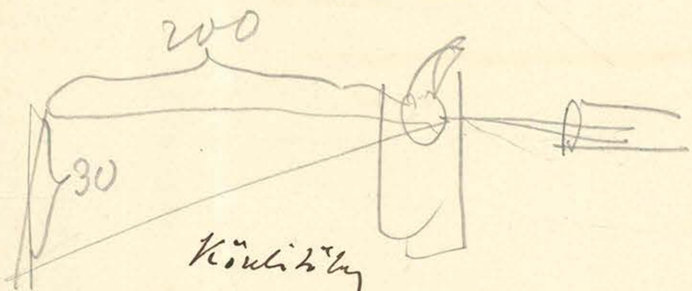
Vizzel telt golyó átmérője 78 m.m.

737
739
738
738
738
738
741
741
740
738

738
369

Temperatura

27,2



$\vartheta_1 = 3^\circ 10'$ $\vartheta_2 = 86^\circ 50'$

Víz és alcoholmentes aether Thantól.

belső átmérő 89 m.m.

426
430
427
430
432
431
430
433
427
433
429

Temperatura

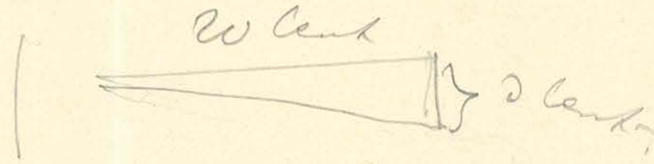
23,2

Ezüstszál : Kvarcszál 7,7 mm átmérővel

448
446
446
446
447
447
449
446
447
449

Temperatura 23,2

Mért a nyílt kvarcbelső



Ezüstszál Kvarcszál Schmidt-féle oldat
új csőben mért
Temperatura

387
458 385
387
közép 385
385,8 386
2-2' = 7 385
386
385
387
385

Temperatura
21,8

Ezüstszál sűrűsége 1,05005

$V = 1 + 0{,}0010570\,t + 0{,}000000\,5\cancel{6244}^{18323}\,t^2$
$+ 0{,}000000000\,\cancel{542}^{9644}\,t^3$

ezüstszál törésmutatója D vonalra 1,3775 1,370

éther törésmutatója D vonalra ~~1,355~~ 1,356
víz 1,353

Érintésre
Tengervastag 105–106

Forrás közben érintve. 105–106

331
333,5
332
335
332
335
334
333
332,5
332,5
332
333,5
332
335
334
332,5

Közép 333

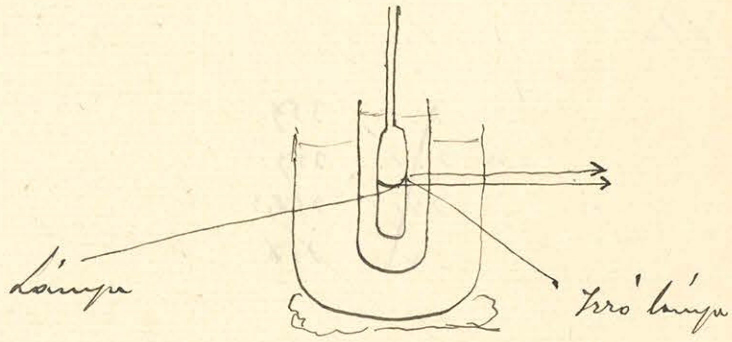
16 / 50 / 3
48
20

Forrás megszüntetésével csökken

335
336
gyors
332,5
335

júl. 27.

1. Aether.



Az aetheres cső (41 m.m. külső átmérő) alkoholos aetherfürdőben 13,5 cm. átmérőjű hengerben van, ez pedig 20,5 cm. átmérőjű üvegharangban, vízfürdőben; a harang szalmakoszorúra van állítva.

A fürdők közös hőmérséklete t = 19,6

↓
276
275
275,5
274
274
274,5
274
273,5

~~374~~
274,3

↑
274,5
274
274
273,5
273,5

A lemérések mindig ugyanazon csavarási iránnyal történtek, s a távcső minden egyes lemérés után vagy fel- vagy le tolatott, aszerint, amint az alsó v. a felső csíkra állíttatott be első ízben. ↓ jelenti, hogy a távcsövet a csavar lefelé húzza; ↑ az ellenkezőt. Úgy tapasztaltam, hogy ez a legmegbízhatóbb methodus.

A vízfürdő meleg vízzel töltetett meg.

Vízfürdő hőmérséklete 42°

Aether-alkohol fürdő t = 27,6

NB. Az aether-alkohol fürdő hőmérséklete a mérések közben többször olvastatott le.

11ó. t = 27,6

241	359
241	359
241,5	358,5
242	358

t = 27,7

239	361
239,5	360,5
239,5	360,5

t = 27,5

239	361
240	360

t = 27,2

12 óra.

~~A vízfürdő megujíttatott~~

Vízfürdő t = 47°

Aeth-alk. t = 28°

t = 28°

240	360
241	359

t = 28,1

241	359
241,5	358,5

t = 28°,1 (Vízfürdő 42°)

241,5	358,5
242	358

bl-
né-
lvas.

$t = 38{,}1$ (Vízfürdő 41,5)

339 361
342,5 357,5

$t = 38{,}0$

341,5 358,5
341,5 358,5

$t = 38{,}0$ (Vízfürdő 40°)

342,5 357,5
341,5 358,5

$t = 37{,}8$

342,5 357,5
342 358

Kézégs hőmérséklet
$t = 37{,}7$
Kéz[illegible] 2-2'
= 359

A meleg víz szobahőmérsékletű vízzel helyettesíttetett (1 órakor).

D. u. 3 óra.

Fürdő $t = 20{,}3$

371
371,5
372,5
371
371,5

½ óra mulva $t = 19{,}9$

374
373
373,5
374
373

Később

$t = 20,1$

373
373
373
374
372

$t = 19.9$

372
374
373,5
374
374

5-kor **NB**

$t = 19,6$

373
373,5
374,5
374
374,5

$t = 19,6$

374,6
373,5
374
373
374

373,9

19,6

Jéggel körülvéve

$t = 0,8°$

398
397

NB. Az aether-alkohol fürdő eltávolíttatott és az aetheres cső csakis ~~víz~~ vízben fürdött.

Kreis

t = 1,10

Kreis 2-2' = 295,55

t = 0,7

↑ 297,5
298,5

t = 1,0

296,5
↓ 295,5
297
297

t = 1,2

295
295
↑ 294,5
295
294

t = 1,5

↑
295
295
294
292,5
295,5

294,5
↓ 295,5
296
292,5
294,5

t = 1,6

Jul. 28-án

Aetherfolytatva.

Fürdő hőm. $t = 19{,}1$

274,5
274,5
275
272,5
274

20 perccel később

$t = 19{,}2$

272
272
272
272
274

VI. Éretsav.

Éretsavas golyó 20,5 cm-
átmérőjű harangban.

$t = 19,5$

406
405
405
404,5
405

$t = 19,6$

404,5
405
406
405
406

Jéggel hűtve; 1 órával a | 10 ó 30 perckor.
jég betevése után

$t = 1,9$

419
420) 419,5

$t = 2°$

420
422) 421

$t = 1,8$

420,5) 419,7
419

$t = 1,8$

419,5) 420
420,5

$t = 2°$

419) 419,5
420

Több jeget hozzávéve, a vizet jéggel alaposan összekavarva, a hőmérséklet a mérés tartama alatt — 20 perc — állandónak maradt.

$t = 2,2$

	419,5			418
	420	közép		419
↓	419	418,8	↑	419
	418			417,5
	420			418

$t = 2,2$

A kísérlet 1 órakor ért véget, a jég kiszedetvén, a hideg víz szobahőmérsékletű ~~jeg~~ vízzel helyettesíttetett.

D. u. 3. órakor

$t = 18,7$ (fürdő hőm.)

	406,5		407
↑	407	↓	407,5
	407,5		406,5
	407		406
	407		406,5

Mivel az eszetsav meleg fürdője nem volt kéznél — egy nagy főző pohár megrepedt (tornérzetlesen „magától") s a benne levő Klórcalcium Ferencet leöntötte — az alkohol vétetett munkába.

Alkohol.

Egy uj Dumas-féle teke a „vásárolható legjobb" alkohollal (sürüsége = 0,793 Westphallal mérve) megtöltetett, 85° hőmérsékletű vízben forraltatott s forrás körben leforrasztatott.

Vízfürdő hőmérséklete 19,8

	417,5		417,5
	416,5		418,
↓	417,5	↑	418
	417,5		416,5
	417,5		416,5

Jól megrázva:

422
417
417

Ujból megrázva:
($t=20$)

422
422
419
418,5
419
418,5

A lemérések tartanak 10 percz

Jul. 29-én.

Alkohol ben maradt a fürdőben.
$t = 21$

418
419

418
419

Jól megrázva

427
421
240
419
418

5 percz alatt

Az edényt a cső letörése által megnyitva s azonnal mérve:

(10ó 30p-kor)

418
418,5
418,5
418
418

11ó.

419,5	418,5
419,5	419

Jól megrázva:

418,5	419
418	419

Újra

419	418
419	419

Összehasonlítás kedvéért <u>víz</u>-
gömb tétetett az alkohol helyébe:

679	675
681	674
679	675
679	674

Éretsav.

d. u. 3ó.

Ecretsavas golyó chlorcalcium fürdőben

t = 25

380	381,5
381	381
381	380,5
380	381
381,5	382

3ó. 3p-kor a fürdő melegítése megindíttatott.

Ecretsav ~~aug 1-én~~. 31/VII

t = 30°

↑ 360	361
361,5	360
360,5	361

t = 29,6

Melegítve

t = 126°

309
306,5
307

t = 127°

305
304
304

304

127°

↑ 301	↓ 305
301	306
305	305
304	304
305	304

Aug. 1-én

t = 25

↓ 361	↑ 361
361	361
360,5	361,5

t = 19,6 — 374,0

5 × 5 25
6 × 4 24
2 × 2,5 7
10 | 56 | 40
52
40

37,6
37,7
37,5
37,0
38
38,1
38,1
38,1
38
38
37,8
11 | 854 | 77
77
74

8 × 8
3 × 7
64
21
8

366

0
0
+2 −0,5
+1,5 −1
+1,5 −0,5
4 × 0 2 × +1 2 +2 −0,5
6 × −0,5 2 × 1,5 3 +1 −0,5
3 × −1 3 × 2 6 +1 −1
3 × −1,5 0 −0,5
−3 0 −0,5
−3 0 −0,5
−4,5 11 32 −0,5
−10,5 59 −1,5
20 | +0,5 | 0,02 −0,5
−1,5
35902 −1

−1 +0,5
−0,5 0
−0,5 +0,5
−1 +0,5
−3 0
−1,5 0
1,5
374
15
372,85

0,8
0,7
1,0
1,2
1,5
1,6
6,8
1,13

396 +2 −0,5
+1 −1
+1,5 −1
+2,5 −1,5
+0,5 −1
+1 −2
+1 −1
−1
9,5 −2
−2,5
−0,5
−1,5
−0,5
0
−2,5
−1,5

396
20 | 10,5 | 0,45
92
100 395 55

200
9,5
−105

18,5 ($t = 1,13$ · 395,1) 20,8 régi 395,9

(19,6 — 374,3) 15,3 374,3 / 373,9

18,1 (37,7 — 359,0

$$\frac{a}{a_1} = \frac{1+\frac{1}{3}\frac{a_1}{n_1}}{1+\frac{1}{3}\frac{a}{n}} \cdot \frac{z-z'}{z_1-z_1'}$$

régi cikkben akkor 2,5 nál $a = 2,31$

19,8° nál — 2,21

39° — 2,09

$n_1 = n = 19$

tehát $a_{1,1} = 2,32$

$a_{19,6} = 2,21$

$a_{37,7} = 2,10$

ezért számítva

$$\frac{a_{1,1}}{a_{19,6}} = \frac{1+\frac{1}{3}\frac{2,21}{19} \times 395,1}{1+\frac{1}{3}\frac{2,31}{19} \times 374,3} = 1,0538 \qquad \left(\frac{a_{1,1}}{a_{19,6}}\right)^2 = \cancel{1,10} = 1,1105$$

$$\frac{a_{37,7}}{a_{19,6}} = \frac{1+\frac{1}{3}\frac{2,21}{19}}{1+\frac{1}{3}\frac{2,10}{19}} \frac{359,0}{374,3} = 0,9609 \qquad \left(\frac{a_{37,7}}{a_{19,6}}\right)^2 = 0,9233$$

éther sűrűsége 1,1 foknál = 0,735 | a sűrűség $\sqrt[2]{3}$ 0,9025

19,6 fokná = 0,714 | 0,8938

37,7 fokná = 0,693 | 0,8849

$t = 5$

201 400
201

145
144
725
580
145
21025

$t = 13,5$

145
146

146
147
146
145
146

21,025

15
5
19°

4,8 | 201 | 42
1 92
9 1

5 400 4,8 | 201 | 42
13,5 2100
23° 1300

Hőmérsékleti adat

$t = 23°$

Átmérő
külső 7,7
falvastagság 1,3
belső átmérő 4,8

91
84 107
114,5
122

109
117 113

113
116 114,5

113
114,5 113,7

113
114 113,5

112
115,5 113,8

1129

114
114
456
114
114
114

~~t = 4,3~~

~~203~~ $t = 4,6$

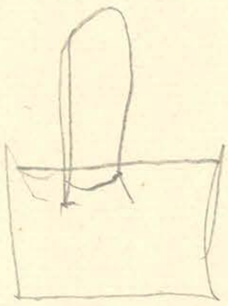
205
200

$t = 4,8$

202 203 205
200 200 199

Szénsavcső kísérl

[illegible] I átmérő



78 mm átmérőjű üvegpohár 747

746

Temp. 22° 747

746.

Cső

Átmérő 18 mm 738 Temp.

[illegible] 17,6 737 22°

736

737.

---

18 | 737 | ~~5~~ 4,09

54

~~197~~

[illegible] 72

170

~~3,68~~ | ~~1800~~ | 4

$\frac{a}{a} =$ 9 | 3,68 | 0,409

2,5 | 1,00,8 | 40,3

80

A jó contsraz kiszámítása.

Ilyformán áll $a_{22,1} = 2,2201$ mint jó érték.

$n = 27.$

$$\frac{a'}{a} = \underbrace{\frac{\xi'}{\xi}\,\frac{\sin\frac{D_2}{2} - \sin\frac{D_2}{2}}{\sin\frac{D_i}{2} - \sin\frac{D_i}{2}}}\left\{1 + \frac{1}{3n}(a - a')\right\}$$

$\frac{\sin\frac{D_i}{2}}{\sin\frac{D_i}{2}}$ ~~...~~ poirandi las correctióra.

5°5 nál $\xi = 2,1108$

76° nál $\xi = 1,8895$

29° nál $\xi = 1,9882$

135° nál $\xi = 1,6880$

Közelítőleg $a_{22} = 2,220$ $a_{135} = \overset{1,928}{\cancel{...}}$ $a_{29} = \overset{2,294}{\cancel{2,206}}$ $a_{5,5} = 2,381$ $a_{76} = 2,132$

$$\frac{a_{76}}{a_{5,5}} = \frac{1,8895}{2,1108}(1+)\,1,00\cancel{22}.1,0022 = \overset{0,89910}{\cancel{0,89...}} \qquad \frac{a_{76}^2}{a_{55}^2} = \overset{0,80838}{\cancel{0,79430}}$$

$$\frac{a_{135}}{a_{29}} = \frac{1,6880}{1,9882}.1,0033.1,0033 = 0,85461 \qquad \frac{a_{135}^2}{a_{29}^2} = 0,73036$$

Sűrűség $\delta_{5,5} = 1,074$ $\delta_{76} = 0,995$ $\delta_{29} = 1,048$ $\delta_{135} = 0,922$

gőznyomás $p = 60$ at.

számítva 2,07.

kitett gőznyomás $\frac{2,07}{1+\alpha t}\,\frac{p}{760}\,\frac{1}{773}$ $\sigma_{135} = 0,003$

$p = 119,72$

	δ	σ	$\delta - \sigma$	$\frac{p}{\delta}$	λ	λ^2
5,5	1,074	0	1,074	111,5	4,813	23,16
29	1,048	0	1,048	114,2	4,853	23,55
76	0,995	0	0,995	120,3	4,927	24,27
135	0,922	0,003	0,919	129,7	5,062	25,62

ebből $\frac{(f\lambda^2)_{76}}{(f\lambda^2)_{5,5}} = 0,78807$ $\alpha_1 = 0,002955$

$\frac{(f\lambda^2)_{135}}{(f\lambda^2)_{29}} = 0,6966$ $\alpha = 0,002654$

~~az α_1 értékkel~~ $(f\lambda^2)_0 = (f\lambda^2)_{22} = 66,646$ a második $(f\lambda^2)$ α_1 értékkel

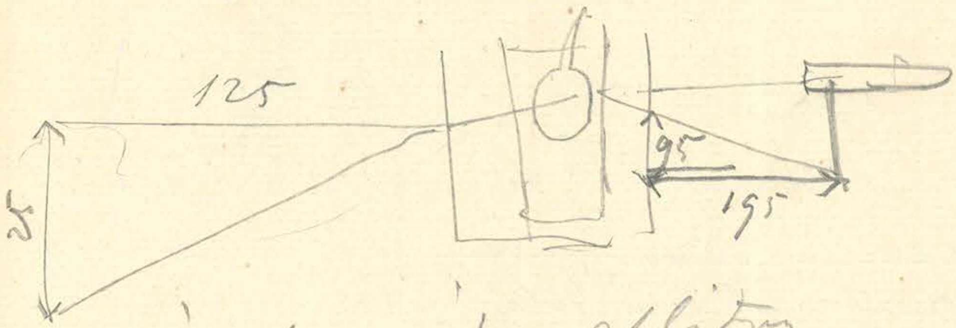
$(f\lambda^2)_0 = 71,28$ és $\frac{\Delta f\lambda^2}{\Delta t} = 0,2106$

ez értékek között α_0 vagyis a Plateau edénybe állítva gerjesztett

α_2 von Bechergläschen — ez kiszámított eltérés [illegible]

Kísérletek 1885 Aug. 8ikán.

Eresztem alkoholos elhalt Platinum edénybe állítám



7 órakor jégbe állítám

9 órakor lemérve

Temperatura 5°

422	közép	422
423	422,15	422
423		422,5
422,5		421,5
421,5		421,5 temp. 5°5

Az egészt meleg vizzel melegítve 9½ órától kezdve

10 óra 45 perckor 69,5 — A thermometer a fedő alatt 13° és a külső temperatura 24°

10 óra 55 perckor pont 74,4

11 óra 5 71° 383 másodperczben 381,5
382 382 Temp. 70 negyedperc

11 óra 13' 72,1

11 óra 24 perckor erősen pont ~~71,8~~ 74,8

" 27 p ~~77~~ ... temp. 75,1

378 m... 379,5) 378,75
378,5 379 temp 74,6

37 perckor ... 76

378 m... 378) 378
378 378 temp 75,6

41 — — — — —

X-es mérés

11 óra 57' erősen fűt 10 percig át Temp. ~~77~~ 77,1

277	m.i.	279 percig	Temp.
278		277	77,1

közép hőmérséklet 76°

277	m.i.	278	
277		276,5	Temp. 76,4

közép 277,9

Lehűlt Temperatura kívül 22 belül 2,2 °C

1 órakor mérve

413	m.i.	413
422		412,5
413		412,5
413	412,9	412,5
413		413

3/4 3 kor

397	m.i.	397
397,5		397
398		398
399	397,65	398
397		398

kis thermometer ~~...~~ nagy 30,4 ; nol fegyver melegít az oldalakban

Temp. 31

Forralva alágyújtva

Szükséges állandó egyenletes hűtést

~~Nagy 360~~

nagy 360 Thermometer	kis 120 thermom.
20,3 ~~19~~	19,0
100,5 ~~98~~	98,9

Chlorcalcium oldat forraz 4 óra 50 perckor Temp. Nagy therm. 126

forr 5 óra 5 perckor ~~...~~ 135 fokmás

5 óra 10 perckor 135,1 {339, 132,5 {339 | 5 óra 15 perckor 135 {339, 133,5 {338 | 136 {338, 133,8 {338 | 135,5 {338, 134,5 {337,5 | 137 {337, 136 {338

136,2 {137,5, 135,4 {137,5 | 137,2 {338, 136,3 {337,5 | 137,4 {338, 136,4 {337,5

Temperatura 137, 136,7 közép 136,6

337,5
337,5
337,75
337,75

közép 337,6

Sfém ad

7° 171
172
171
172 } közép 171,7
172
171
~~175~~
172
8°

$z'-2 = 0{,}858$

$\frac{z'-2}{n} = 0{,}343$

$a^2_{7,5} = 0{,}8194$

$\frac{a}{z'-2} = 1{,}0550$

$a_{7,5} = 0{,}9052$

deleted 99,5 100 100 100 100 100 Temperatur 24,5

100
99 } T= 23,7
100
99

100
100 } Temp.
100
102

99
100 } 23,7

Vizes együttes temperatur 25
Külső átmérő 28,4 $n = 13{,}6$ vizes $a_{25} = 3{,}820$

732 732 } 732
730 732

$z'-2 = 3{,}66$

$\frac{z'-2}{n} = 0{,}2691$ $\frac{a}{z'-2} = 1{,}0437$

Vizes cső temperatur 25
Külső 22,4 $n = 10{,}6$

$z'-2 = 3{,}622$

724 724
725 725
$\underbrace{725}_{724,5}$

$\frac{z'-2}{n} = 0{,}341$ $\frac{a}{z'-2} = 1{,}0547$

Este fél 10 operatio az ecetsavval
Temperatur t = 58 Nagy therm.
381
381 − t = ~~33~~56 n. therm

8 óra 10 temp 52,0 n. Th. 51°

383 m.: 384
384 . 384
Temp 51. n. Th.
385 385
384 385

49° 7 } közép 50°

49°

383,5
384
384,5 közép 384,25
385

temp. 50,2
386 385

Temp. 50

acetan. 22°1 $a = 2,220$ $a^2_{22,1} = 53824$

Batoni ek éjtelei szerint

{ 19,6° $z_1 - z_1 = \frac{405,2}{200} = 2,026$

2°20 $z_1 - z_1 = \frac{418,8}{200} = 2,094$

$\frac{a_{22}}{a_{19,6}} = 1,03291$ } = 1,0322 $(\ )^2 = 1,06564$

prismatikus correctioval

t.
25° - $z_1 - z_1 = \frac{361}{200} = 1,8050$ $\frac{a_{127}}{a_{25}} = 0,84593$ $(\ )^2 = 0,72182$

$t\,127°$ $z_1 - z_1 = \frac{304,3}{200} = 1,5215$ prism. correctioval = 0,8496

Saját régibb éjteleimből

$\frac{a_{21,8}}{a_{105,5}} = 0,86557$ prismatikus correctioval = 0,8692 $(\ )^2 = 0,75551$

21°8 $z_1 - z_1 = 1,929$

105,5 $z_1 - z_1$ 1,665 $\frac{a^2_{21,8}}{a^2_{105,5}}$ = 1,4334.

egyenletből az a hőmérsékletre $a^2 = 5,870 - 0,01649t$

tehát a közölt számításnál használt a és tehát lesznek

$a_{2,2} = 2,42$ $a_{19,6} = 2,35$ $a_{25} = 2,24$ $a_{22} = 2,35$ $a_{105} = 2,03$ $a_{127} = 1,95$

ezek szerint:

$a^2_2 = 5,7906$

$a^2_{22} = 5,3844$

$a^2_{25} = 5,2235$

$a^2_{105} =$

$a^2_{127} = 3,9308$

1,4536

Csak saját éjteleim szerint

$a^2_{22} = 5,3844$) $\frac{1,3161}{83} = 0,01585$

$a^2_{105} = 4,0683$

$\mu = 59,86 \times 2$
$= 119,72$

e szerint $a^2\ 120° = 3,8306$

t	a^2	s	f	$\frac{\mu}{s}$	λ	λ^2	$f\lambda^2$
22	5,384	1,060	2,853	112,94	4,834	23,36	66,646
120	3,831	0,942	1,805	127,10	5,027	25,27	45,612

21,034 / 98

$\frac{\Delta f\lambda^2}{\Delta t} = 0,225$