12. Bogen

Wir fanden als Länge des Correspondirenden Pendels

$$l = \frac{M}{\mathcal{M} S}$$

Es ist

$$\mathcal{M} S = m s + m_1 \frac{L}{2}$$

Wir fanden schon auch:

für ~~die~~ Kugel $= m\left(s^2 + \frac{2}{5} R^2\right)$

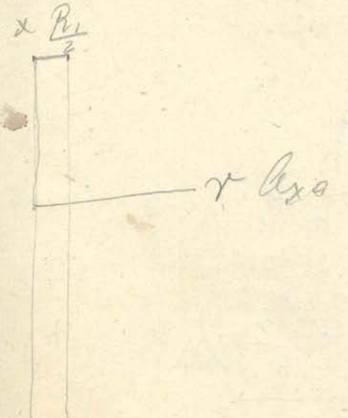
hierzu kommt das Trägheitsmoment des Fadens

Wir rechnen sie um eine Axe durch den Schwerpunkt – x Axe Rot. Axe. –

Für ein Rot. Körper war

$$\mu = 2\pi\rho \iint dx \cdot r\,dr \left(x^2 + \frac{r^2}{2}\right)$$

Der rotirende Körper um welchen die Integr. ausgeführt ist, ist ein Rechteck



Zu integriren

für x von $-\frac{L}{2}$ bis $\frac{L}{2}$

" r von 0 " R_1

$$\mu = 2\pi\rho \int r\,dr \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x r^2}{2}\right)$$

Grenzen:

$$\mu = 4\pi\rho \int r\,dr \left(\frac{L^3}{24} + \frac{L r^2}{4}\right)$$

Auch weiter [illegible]

$$\mu = 4\pi\varrho\left(\frac{r^2L^3}{48} + \frac{Lr^4}{16}\right) \quad ?$$

Die Grenze gesetzt

$$\mu = \pi\varrho R_1^2 L\left(\frac{L^2}{12} + \frac{R_1^2}{4}\right)$$

$$= \frac{\pi\varrho R_1^2 L}{12}\left(L^2 + 3R_1^2\right)$$

Wir führen ein die Masse des Fadens

$$m_1 = \pi\varrho R_1^2 L$$

$$\mu = m_1\left(\frac{L^2}{12} + \frac{R_1^2}{4}\right)$$

Wir haben dann

$$M = \mu + m_1\frac{L^2}{4}$$

also

$$M = m_1\left(\frac{L^2}{3} + \frac{R_1^2}{4}\right)$$

also

$$l = \frac{m\left(s^2 + \frac{2}{5}R^2\right) + m_1\left(\frac{L^2}{3} + \frac{R_1^2}{4}\right)}{ms + m_1\frac{L}{2}}$$

Ich kann eine andere Form einführen indem ich nun m ändere

Und nun s m L und R_1 und ist $\frac{m_1}{m}$ bekannt. $\frac{m}{m_1}$ durch die Wage zu wägen. –

beim Ausführen der Aufgabe kann man $\frac{R^2}{l_1}$ vernachlässigen es ist dann $\frac{m_1}{m}$ sehr klein

Ähnlich verfahren wir wenn wieder Pendel aus noch anderen Stoffen besteht vorausgesetzt dann innerhalb des Theile der Körper homogen ist. – Das kommt bei der Kugeln nicht vor. – Von der Inhomogeneität werden wir frei beim

Reversionspendel. engl.

Bohnenberger stellte es auf Kater benützte es. – Wir setzen die Schneiden parallel – der Schwerpunkt liegt in der Ebene der Schneiden. –

Die Linie steht die Ebene senkrecht auf die Schneiden. Das

Das Pendel hat verschiedene Schwingungsdauer wenn das Pendel auf (1) oder (2) [illegible]

l_1 l_2 correspondir. Pendellänge

$l_1 =$ Trägheitsmoment des Pendels in bezug auf Schneide (1)

$l_2 =$

μ das Trägheitsmoment durch den Schwerpunkt parallel der Schneide

dann $l_1 = \frac{\mu + m s_1^2}{m s_1}$

m Masse des Pendels

$$l_2 = \frac{\mu + m s_2^2}{m s_2}$$

Hieraus lässt sich μ und m eliminieren

$$l_1 s_1 - l_2 s_2 = s_1^2 - s_2^2$$

Man soll auch noch die Schwingungsdauer T_1 und T_2 beobachtet haben

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

Kennten wir s_1 und s_2 so wäre alles bekannt. aber die Bestimmung des Schwerpunktes ist schwer. Die bestimmung von s_1 und s_2 ist unnötig

wenn $T_1 = T_2$ und $l_1 = l_2$ also

$$l_1(s_1 - s_2) = s_1^2 - s_2^2$$

$$l_1 = s_1 + s_2$$

vorausgesetzt dass s_1 und s_2 nicht gleich 0 ist. —

Wir haben vorausgesetzt dass die Schneiden in derselben Ebene liegen.

Also beim Reversionspendel das ~~Schwingungs~~ corresp. Pendel gleich der Entfernung beider Schneiden.

Einfluss des Luftwiderstandes.

Ruht ein Körper in der Luft so erleiden seine Punkte Druckkräfte – die ihren Schwerpunkt in der Figur des Körpers haben.

Könnte man voraussetzen dass auf den schwingenden Körper derselbe Druck herrscht wie auf den ruhenden so wäre nichts anderes zu bemerken.

Das Drehungsmoment welches das Gewicht des Pendels beim φ Ausschlag besitzt.

$Mg\,s\sin\varphi$

Der Druck der Luft übt auch ein Drehungsmoment aus. – Die Resultierende des Luftdruckes ist das ~~Masse~~ Gewicht der verdrängten Luft M' Masse der Luft. – Der Druck greift am Schwerpunkte an – derselbe liegt in der Ebene durch den Schwerpunkt des Körpers und die Drehungsaxe.

Entfernung des Schwerpunktes des Körp[ers]
s'. Also Drehungsmoment

$$M' g s' \sin u .$$

Dies wirkt entgegen — das resultierende Drehungsmoment ist also

$$M \frac{d^2 u}{dt^2} = - g (M s - M' s') \sin u$$

Vergleicht man die Gl. mit der des Einf[achen] Pendels — so erhält man das syn-chrone Pendel von der Länge l.

Es ist nun

$$l = \frac{M}{M s - M' s'}$$

Die Voraussetzung ist unrichtig, denn der Druck der Luft auf den schwingenden Körper ist anders.

Das Pendel selbst hebt mit, und nach Bessel das Trägheitsmoment wird grösser also die Länge grösser.

Es kommt also ? zu $\underline{L}$ noch ein Träg-
heits moment. Nach der Besselschen
Theorie ist dieses Glied von der
Dichtigkeit der Luft abhängig
in schwache deshalb dieses Glied

$(M' S'^2 K)$

M' Masse der Verdräng Luft
S' Einfl
K Eine reine Zahl. es muss eine
Zahl sein da es ein Trägheitsmom
K eine Zahl von der Dichtigkeit un-
abhängig und von der Gestalt
abhängig. —

Bessel hatte ein Pendel beste-
hend aus einer Kugel und einem Fad-
Es hat das Glied der Atm Luft
experimentell bestimmt, er kan

$k = 0{,}95$

Die Hypothese von Bessel daß k von der Luft unabhängig zeigt sich neuerer Zeit falsch.

Versuche über Reibung der Luft zeigten denn wenn die Dichte abnimmt die Reibung nicht in demselben Maasse abnimmt. Und das K wenn die Luft dichter wird –

K nicht der Grösse der Dichtigkeit proportional ist. –

Noch besser das ganze Glied unabhängig zu nehmen. –

Bessel nahm Zinke von dem Elfenbein.

~~Ablesungen~~ einmal dasselbe Pendel in der Luft dann unter der Luftpumpe

Einfluss der Luftschwingung auf den Reversion...

Es seien die Linsen so gestellt dass dasselbe Pendel corrrespondiert wenn das Pendel aus irgend einem Schwingt. l corresp. sei

$$l = \frac{\mu + m s_1^2 + M' \delta'^2 K}{m s_1 - M' \delta'} \qquad (1)$$

$+M'\delta'^2 K$ ist das Glied herrührend der mitschwingenden

M' Masse der ?

δ' Entfernung des Schwerpunktes der Figur des Pendels von der Axe

Ich denke mir nun das Pendel auf ihre andere Schneide gehängt dann ein

$$l = \frac{\mu + m s_2^2 + M' \delta'^2 K}{m s_2 - M' \delta'} \qquad (2)$$

Es ist hierbei angenommen dass die Theile des Pendels symmetrisch sind ~~in~~ Bezug auf schneidende Theile damit ist δ' und k dasselbe wie beim ersten Schneide.

Aus (1) und (2) folgt:

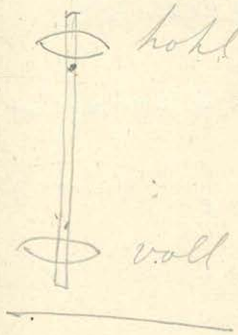
$$l(s_1 - s_2) = s_1^2 - s_2^2 \quad \text{wenn } s_1 - s_2 \text{ nicht } = 0$$

$$\text{ist.} \quad \underline{\underline{l = s_1 + s_2}}$$

dann ist der Fall derselbe wie ohne Luftw.

Wir nahmen an die Vertheilung der Figur symmetrisch, die der Masse nicht —

Der Schwerpunkt der Figur sei ein anderer, der Masse nicht. –



Diese Ver. sind von Bessel ausgeführt. —

Bessel studirte in Königsberg und Berlin. —

Untersuchungen über die Länge des Secundenpendels. – Berl. Akad. Ber. 1826. —

Bessel fand in der Königsberger Sternwarte

$$l = 440,8147 \text{ Par. Lin.}$$

Hieraus folgt die Intensität der Schwere g, wenn es ist: $g = \frac{\pi^2 l}{T^2}$ $\quad \underline{\underline{T = 1^{sec}}}$

$g = \pi^2 l$

$g = 4350,666$ Par. Lin.

$g = 9^m,814360$

Diese Werthe gilt nur für den Beobachtungsort

Die Schwere ändert sich d. i. am Aequator kleiner –

Steigt man ab so nimmt die Schwere zu geht man hinauf

Diese Änderungen der Schwere erklären sich wenn wir annehmen dass die Schwere nur ein Fall der Gravitation ist.

Newtons Ableitung aus den Keplerschen Gesetzen

Irgend zwei Massen üben Anziehung, diese ist direct proportional mit den Mass

Kepler's Gesetze.

Wir berücksichtigen nur die Kraft welche von der Sonne ausgeübt wird — sonst wird alles vernachlässigt.

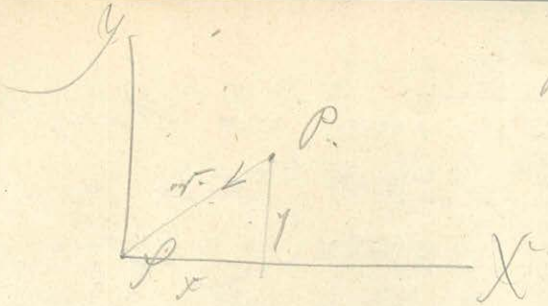
Die Sonne sowie die Planeten betrachten wir nur als Punkte; ihre Massen im Mittelpunkt versammelt gedacht. — Dies ist nicht nur weil es unendlich klein ist, sondern auch aus Potential folgt erlaubt. —

Es soll die Sonne still stehend. —

M Masse der Sonne. R Entfernung des Planeten von der Sonne zur Zeit t, f die Constante die die Anziehung [illegible] 2 der Einh. Massen bei der Einheit der Entfernung aufeinander ausüben.

Die Kraft mit der die Sonne auf die Masseneinheit des Planeten wirkt ist.

$$= \frac{fM}{r^2}$$



P zur Zeit t.
Um die Form [illegible]
rechtwinkeliger Coord
bez.
Die anziehende Kraft
zerlege ich nach den Coordinaten.

X Axe Entgegengesetzt $f\frac{M}{r^2}\cdot\frac{x}{r}$ also nach X $-\frac{fM}{r^2}\cdot\frac{x}{r}$.

Y $-\frac{fM}{r^2}\cdot\frac{y}{r}$.

Z $-\frac{fM}{r^2}\cdot\frac{z}{r}$

Es ist nun

$$\mathrm{I}\quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{fM}{r^2}\frac{x}{r} = -\frac{fMx}{r^3}$$

$$\mathrm{II}\quad \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{fM}{r^2}\frac{y}{r} = -\frac{fMy}{r^3}$$

Diese haben wir zu integrieren um die Bewegung des Planeten zu kennen.

I mit $-y$ II mit $+x$ multipliz.

addiert:

$$-y\frac{d^2x}{dt^2}+x\frac{d^2y}{dt^2} =$$

Auf der linken Seite ein vollst. Diff.
zu bilden

$$\frac{d\left(-y\frac{dx}{dt}+x\frac{dy}{dt}\right)}{dt} = -\frac{dy}{dt}\cdot\frac{dx}{dt}-y\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt}\cdot\frac{dy}{dt}+x\frac{d^2y}{dt^2}$$

also

$$0 = \frac{d\left(-y\frac{dx}{dt}+x\frac{dy}{dt}\right)}{dt}$$

integrieren

$$\underline{-y\frac{dx}{dt}+x\frac{dy}{dt} = C} \quad \mathrm{I}$$

C eine von der Zeit unabhängige Grösse
eine Constante.

I das erste Keplersche Gesetz. –
Wir führen Polarcoordinaten ein –
den Winkel von r mit x sei φ

$x = r\cos\varphi \quad y = r\sin\varphi$

Es ist

$$(3)\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{dr}{dt}\cos\varphi-r\dfrac{d\varphi}{dt}\sin\varphi \\[2ex] \dfrac{dy}{dt}=\dfrac{dr}{dt}\sin\varphi+r\dfrac{d\varphi}{dt}\cos\varphi\end{cases}\quad\begin{vmatrix}-y=-r\sin\varphi \\ x=r\cos\varphi\end{vmatrix}$$

also I gebildet: die Ausgabe

$$c=r^2\frac{d\varphi}{dt}$$

$$\S\quad r^2 d\varphi=c\,dt$$

$r^2 d\varphi$ ist das doppelte der unendl. kleinen Fläche welche der Rad. Vector des Plan. in der Zeit dt besch.

Also sind die Flächen welche der Radius Vector in unendlich kleinen Zeiträum besch.

Also sind die Zeiträume den Flächen propor.

Das 2te Gesetz.

Suchen wir ein anderes Integral von (1)

$$\frac{dx}{dt}\cdot d\frac{dx}{dt}+\frac{dy}{dt}\cdot d\frac{dy}{dt} = -fM\frac{xdx+ydy}{r^3}$$

Wir haben rechts wie links ein vollständiges Diff.:

$$\frac{1}{2}\left(\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2\right) = \frac{dx^2+dy^2}{dt^2}$$

dx^2+dy^2 ist das Quadrat des durchlaufenen Bogens also der Bruch das Quadrat der Geschw.

Die linke Seite $= d\left(\frac{1}{2}v^2\right)$

$r^2 = x^2+y^2$ differenz.

$$rdr = xdx+ydy$$

rechte Seite $= -fM\frac{dr}{r^2}$

$$\frac{dr}{r^2} = -d\left(\frac{1}{r}\right)$$

$$d\left(\frac{1}{2}v^2\right) = fM\, d\left(\frac{1}{r}\right)$$

Integrirt

$$v^2 = 2f\frac{M}{r} \mp h \qquad \text{II}$$

$-h$ Integrationsconstante.

II der Satz von der lebendigen Kraft.

Es zeigt in welchem Verhältnis die lebendige

Kraft mit der

Der Planet muss am schnellsten gehen wenn er in der Sonnennähe Perihel ist. –

Aus (II) schaff ich v heraus indem ich für sie Polarcoord. einführe

Es ist:

$$v^2 = \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \text{ folglich aus (3)}$$

$$(4) \quad \left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = \frac{2fM}{r} - h$$

hieraus und aus I kann man t elim.

wir bekommen dann eine Gleichung die Differentialgleichung der Bahn. –

Aus (4) und $c = r^2 \frac{d\varphi}{dt}$ wird t elimin

wir setzen $dt = \frac{1}{c} r^2 d\varphi$

(4) mit dt^2 multip.

$$(5) \quad c^2(dr^2 + r^2 d\varphi^2) = \left(\frac{2fM}{r} - h\right) r^4 d\varphi^2$$

Wie ist (3) zu in

φ kommt explicite nicht vor

hieraus ergibt sich φ.

Um nun $d\varphi$ finden zu können ordne ich

$$c^2 dr^2 = d\varphi^2\left\{-hr^4 + 2fMr^3 - c^2r^2\right\}$$

$$d\varphi = \frac{c\,dr}{r\sqrt{-hr^2 + 2fMr - c^2}}$$

$$\varphi = \int \frac{c\,dr}{r\sqrt{-hr^2 + 2fMr - c^2}}$$

Hier nun ich für r eine neue Variable

$r = \frac{1}{z}$ ergibt

$$dr = -\frac{dz}{z^2}$$

$$\varphi = -\int \frac{c\,dz}{z\sqrt{-\frac{h}{z^2} + \frac{2fM}{z} - c^2}}$$

$$\varphi = -\int \frac{c\,dz}{\sqrt{-h + 2fMz - c^2z^2}}$$

Den Ausdruck unter dem Wurzelzeichen kann ich nun umformen:

(Z)

$$-h + 2fMz - c^2z^2 \text{ schreibe } = \alpha - (\beta z - \gamma)^2$$

dann kann ich indem ich $\alpha\,\beta\,\gamma$ passend bestimme — Ich erhalte die Ordnung 3 Gleichungen

es ist

$$\text{aus} \quad = \alpha - \gamma^2 + 2\beta\gamma z - \beta^2 z^2$$

Also mit (Z) vergl.

$$\begin{array}{l|l} \beta^2 = c^2 & \beta = c \\ 2\beta\gamma = 2fM & \gamma = \dfrac{fM}{c} \\ \alpha - \gamma^2 = -h & \alpha = -h + \dfrac{f^2M^2}{c^2} \end{array}$$

Also ist das Integral für φ

$$\varphi = -\int \frac{du}{\sqrt{1-u^2}}$$ wo u eine neue Veränd.

bestimmt durch die Gleich.

$$u = \frac{cz - \dfrac{fM}{c}}{\sqrt{-h + \dfrac{f^2M^2}{c^2}}}$$

$$\varphi = \arccos u + \varphi_0.$$

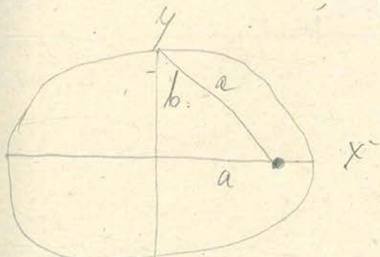
φ_0 Constante

$$u = \cos(\varphi - \varphi_0) \quad \text{für } z = \tfrac{1}{r} \text{ ges.}$$

$$\text{III} \left\{ \; r = \frac{\frac{c^2}{fM}}{1 + \cos(\varphi - \varphi_0)\sqrt{1 - \frac{hc^2}{f^2M^2}}} \right.$$

Also die Bahn ein Kegelschnitt.

Es ist dies die Brennpunktsgleichung eines Kegelschnittes



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad \text{Mittelpunktsgleichung.}$$

Die Excentricität ist gegeben a,

e

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

Ich denke dann das Coordinaten System in den Brennpunkt verschoben.

$$\frac{(x + ae)^2}{x^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

es ist $e^2a^2 = a^2 - b^2$ also $b^2 = a^2(1 - e^2)$

$$\frac{(x + ae)^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2(1 - e^2)} = 1$$

Dann $x^2+y^2=\left(a(1-e^2)-ex\right)^2$

hier führen wir Polarcoordinaten ein –

r und φ nenne ich diese — setze

$$x = r\cos\varphi$$

$$y = r\sin\varphi$$

$$r^2 = \left[a(1-e^2)-er\cos\varphi\right]^2$$

~~[illegible]~~ $r = \pm$

r eine positive Größe es muss demgemäß das Vorzeichen gewählt werden.

nehmen wir das obere Zeichen.

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\varphi}$$ es ist dies nun + da $e<1$

φ ist von der Hauptaxe gezählt – geschieht dies nicht dann kann ich setzen statt φ nun $(\varphi-\varphi_0)$

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos(\varphi-\varphi_0)} \qquad (8)$$

für a und e passende Werthe gesetzt gibt III

$$e = \sqrt{1-\frac{hC^2}{f^2M^2}} \qquad (9)$$

$$(10) \quad a(1-e^2) = \frac{c^2}{fM}$$

Wenn c und a definiert; also für die Halbaxe der Bahn

$$(11) \quad a = \frac{fM}{h}.$$

<u>II Kepler</u> Die Bahn eines Planeten ist eine Ellipse in deren einem Brennpunkt die Sonne steht. —

Auch c und a bestimmten wir. —

Um die Bewegung vollständig zu kennen müssen wir noch den Ort für irgend einen Werth von t kennen. —

Wir gelangen hierzu aus 8

Ich werde (8) als Gl. der Bahn benutzen und φ so wählen dass statt $\varphi - \varphi_0$ φ zu schreiben sei. Dies haben wir in 8

Aus (9–11) folgt:

$$c = \sqrt{a(1-e^2) fM} \quad (12)$$

also

$$\sqrt{a(1-e^2)\cancel{fM}}\cdot dt = \frac{a^2(1-e^2)^2}{(1+e\cos\varphi)^2}\,d\varphi$$

$$\frac{\sqrt{fM}}{a^{\frac{3}{2}}(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}\,dt = \frac{d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2} \qquad \text{also}$$

$$\frac{\sqrt{fM}}{a^{\frac{3}{2}}(1-e^2)^{\frac{3}{2}}} = \int\frac{d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2} \qquad (20)$$

Führen wir statt φ eine Variable E ein bestimmt durch

$$\operatorname{tg}\frac{\varphi}{2} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\cdot\operatorname{tg}\frac{E}{2}$$

Für $\varphi = 0$ sei daher auch $\underline{E} = 0$

$$\left.\begin{array}{l}\varphi \text{ ist die wahre Anomalie}\\ E \text{ '' die excentrische Anomalie}\end{array}\right\}\text{ des Gestirns}$$

Führen wir dies ein in das Integral

$$\frac{1}{1+e\cos\varphi} = \frac{1}{(1+e)\cos^2\frac{\varphi}{2} + (1-e)\sin^2\frac{\varphi}{2}}$$

für $\cos\varphi$ und 1 den trig. Werth eingesetzt

$$\frac{1}{1+e\cos\varphi} = \frac{1+\operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}}{1+e+(1-e)\operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2}}$$

$$= \frac{1+\frac{1+e}{1-e}\operatorname{tg}^2\frac{\mathcal{E}}{2}}{1+e+(1+e)\operatorname{tg}^2\frac{\mathcal{E}}{2}}$$

$$= \frac{1}{1+e}\cos^2\frac{\mathcal{E}}{2} + \frac{1}{1-e}\sin^2\frac{\mathcal{E}}{2}$$

$$= \frac{1}{1-e^2}\left((1-e)\cos^2\frac{\mathcal{E}}{2} + (1+e)\sin^2\frac{\mathcal{E}}{2}\right)$$

es ist noch $d\varphi$ auszudrücken

$$\frac{d\varphi}{\cos^2\frac{\varphi}{2}} = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \cdot \frac{d\mathcal{E}}{\cos^2\frac{\mathcal{E}}{2}}$$

$$\frac{1}{\cos^2\frac{\varphi}{2}} = 1+\operatorname{tg}^2\frac{\varphi}{2} = 1+\frac{1+e}{1-e}\operatorname{tg}^2\frac{\mathcal{E}}{2}$$

$$= \frac{1}{1-e} \cdot \frac{(1-e)\cos^2\frac{\mathcal{E}}{2} + (1+e)\sin^2\frac{\mathcal{E}}{2}}{\cos^2\frac{\mathcal{E}}{2}}$$

also

$$d\varphi = \sqrt{1-e^2}\,\frac{dE}{(1-e)\cos^2\frac{E}{2}+(1+e)\sin^2\frac{E}{2}}$$

$$\frac{d\varphi}{(1+e\cos\varphi)^2} = \frac{1}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot\left((1-e)\cos^2\frac{E}{2}+(1+e)\sin^2\frac{E}{2}\right)dE$$

$$= \frac{1}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot\left(1-e\cos E\right)dE$$

Integr. (20) $\quad = \frac{1}{(1-e^2)^{\frac{3}{2}}}\left(E-e\sin E\right)$

Constante so gewählt dass für $t=0$ auch $E=0$ also dann auch $\varphi=0$; also daran gesetzt dass $\varphi=0$ und $t=0$ zusammen gerechnet wird für die Zeit dass der Planet sich in der Sonnennähe oder Sonne befindet.

Wir fragen jetzt weiterhin: wo befindet sich der Planet zur Zeit t

$$l = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{fM}}(\mathcal{E} - e \sin \mathcal{E})$$

Umlaufszeit ist während φ von 0 bis 2π wächst

für $\varphi = 0$ $\qquad \mathcal{E} = 0$

$\varphi = \pi$ $\qquad \mathcal{E}$ bis $\operatorname{tg} \frac{\mathcal{E}}{2} = \infty$ also $\mathcal{E} = \pi$

$\varphi = 2\pi$ $\qquad \mathcal{E} = 2\pi$

Umlaufszeit die Zeit wenn $\mathcal{E}$ von 0 bis 2π wächst

Ist T die Dauer der Umlaufszeit

$$T = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{fM}} \cdot 2\pi$$

Das 3te keplersche Gesetz ergibt sich demselben wert also

T^2 proport. a^3

Die Quadrate der Umlaufszeiten verhalten sich also wie die 3ten Potenzen.

Man sieht dann schon aus der Diff. Gl. wenn man sie in Bezug auf Zeit und Länge untersucht.

Wie ändert sich nun die Schwere an der Erde wenn die irdische Schwere nichts ist als ein spez. Fall der Gravitation.

Voraussetzung

m. in dem Punkte a b c

[illegible] [illegible] x^2 y^2

Wir betrachten die Kraft mit welcher m auf 1 wirkt.

die ganze Kraft ist

$$= \frac{fm}{r^2}$$

es ist

$$(1) \quad r^2 = (x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2$$

Componenten der Kraft

$$\frac{f.m}{r^2} \cdot \frac{a-x}{r} = \frac{fm(a-x)}{r^3}$$

$$= \frac{fm(b-y)}{r^3}$$

$$= \frac{fm(c-z)}{r^3}$$

Es sollen nun statt der einen Masse m viele Massen m_2 m_3 etc. da sein alle sollen nach demselben Gesetze wirken — Die setzen sich zu ~~Resultante~~ Resultante zusammen die Componenten derselben sind Summen

$$(2)\quad\left\{\begin{aligned} X &= \sum fm\,\frac{a-x}{r^3} \\ Y &= \sum fm\,\frac{b-y}{r^3} \\ Z &= \sum fm\,\frac{c-z}{r^3} \end{aligned}\right.$$

$x\ y\ z$ immer dieselben verschieden nur die Glieder durch Werthe von abc, r und m

Diese Ausdrücke lassen sich transformieren

Aus (1)

$$r\,\frac{\partial r}{\partial x} = (x-a)$$

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \frac{(x-a)}{r}$$

$$\frac{d\frac{1}{r}}{dr} = -\frac{1}{r^2} \quad \text{ferner}$$

$$\frac{d\frac{1}{r}}{dr}\cdot\frac{dr}{dx} = \frac{\partial\frac{1}{r}}{\partial x} = -\frac{x-a}{r^3} = \frac{a-x}{r^3}$$

Also:

$$X = \sum f m \cdot \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x}$$

m ist in Bezug auf x eine Constante kann also m unter das Diff. zeichen

also

$$X = f \sum \frac{\partial \frac{m}{r}}{\partial x} = f \frac{\partial}{\partial x} \sum \frac{m}{r}$$

$$Y = f \cdot \frac{\partial}{\partial y} \sum \frac{m}{r}$$

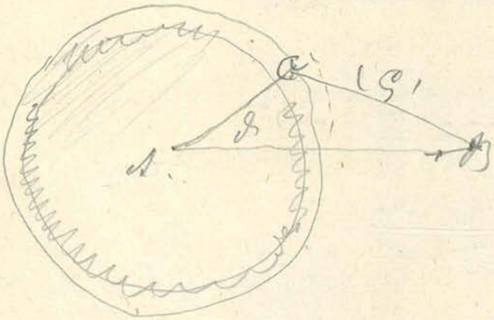
$$Z = f \cdot \frac{\partial}{\partial z} \sum \frac{m}{r}$$

Es ändert nur $\sum \frac{m}{r}$ nicht den m Werth

er nur und f thut er nicht.

~~Die Diff.~~ Also die Comp. der Kraft sind also partielle Diff. Quot. einer und derselben Function. — $\sum \frac{m}{r}$ ist das Potential der Anziehenden Massen in Bezug auf den Punkt xyz. — Hat man das Potential bestimmt so ist alles bekannt.

Wie muss sich die Schwere und die Lage der Fläche ändern. –
Erde eine Kugel, in gleicher Entfernung vom Mittelpunkte die gleiche Dichtigkeit. –
Potential der Erde in Bezug auf eine Masse sehr nah zur Oberfl.



2 Unendlich nahe Kugelflächen, deren Zwischenraum mit Masse erfüllt ist. Wir suchen die Anziehung auf B. C ein Punkt der Schale

Ebene ACB mit einer festen durch AB gehenden Ebene, dies ω. – Wenn $\underline{AB}$ die Rot.-Axe. dann $\underline{\omega}$ geogr. Länge des Ortes C, ϑ geogr. Breite des Ortes C. – Ein Element der Kugeloberfläche ist:

$$\cancel{R^2}\; r^2 \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\omega$$

Die zweite Kugelschale trägt der Radius $\underline{r + dr}$ haben Volumenelement:

$$r^2 dr \sin\vartheta \, d\vartheta \, d\omega$$

Ein Massenelement $k r^2 dr \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\omega$

Element des Potentials $= \dfrac{k r^2 dr \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\omega}{\varrho}$

$$Pot = \iint \frac{k r^2 dr \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\omega}{\varrho}$$

Ich nenne $AB = R$, also

$$\varrho = \sqrt{R^2 - 2rR\cos\vartheta + r^2} \quad \S.$$

der Ausdruck ϱ ist unabhängig also kommt im Integral des Potentials ω nicht vor. —

Integriere in bezug auf ω von 0 .. bis 2π

ϑ von 0 .. π

$$= 2\pi r^2 dr\, k \int_0^\pi \frac{\sin\vartheta\, d\vartheta}{\varrho}$$

die Integration lässt sich ausführen wenn ich statt ϑ, ϱ einführe

$$\varrho\, d\varrho = rR \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$\int_0^\pi \frac{\sin\vartheta\, d\vartheta}{\varrho} = \frac{1}{rR} \int^{\text{Grenzen?}} d\varrho$$

Im Bezug auf $d\omega'$ von 0 bis π zu integr.

für $d\omega' = \pi$ $\quad \rho = \rho'$ $\quad$ für $d\omega' = 0$ $\quad \rho = \rho''$

also

$$= \frac{1}{rR}\int_{\rho''}^{\rho'} d\rho = \frac{1}{rR}(\rho' - \rho'') \quad I)$$

ρ' und ρ'' folgt aus der Gleichung 8

$$\rho' = \sqrt{R^2 + 2rR + r^2} = R + r$$

ρ ist wesentlich positiv daher die entspr. Wurzel

$$\rho'' = \sqrt{R^2 - 2rR + r^2} = \pm(R - r)$$

wobei derjenige Werth zu nehmen ist für welchen ρ'' positiv ist, also wenn $R > r$ so $+$ und wenn $R < r$ dann $-$

Wenn $R > r$ dann

$$= \frac{2}{R} \quad \text{wenn } R > r$$

Potential der Kugelschale $= \dfrac{4\pi k r^2 dr}{R}$ $\quad I$

wenn $R < r$ also wenn der Punkt im Innern der Kugelschale liegt, dann

Φ_i Potenzial $= 4\pi r dr k$ Φ

Das Masse der Kugelschale $m = \pi r^2 dr k$

also

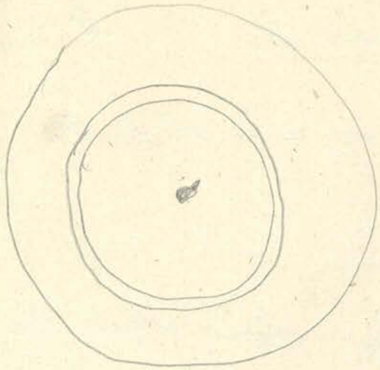
$$\Phi = \frac{m}{R}$$

das Potential unabhängig von dem Radius der Kugel also gleich dem Potentiale der Kugel wenn ihre Masse im Mittelpunkt vereinigt ist. — Also die Kraft die die Masse ausübt ist gleich der Kraft mit der die Masse im Mittelpunkte vereinigt wäre. — Es gilt dies auf irgend einen äusseren Punkt. —

Auf einen inneren Punkt.

Φ ist unabhängig von R, also der Entfernung des Punktes die Kräfte auf irgend einen inneren Punkt ist gleich 0. —

demnach finden wir die Anziehung der Erde. — Also die Erde eine Kugel, welche sich in concentr. Schichten von gleicher Dichtigkeit theilen lässt,



P — Wenn P aussen liegt dann ist es für alle ein aussen —

dann wird die Anziehung der ganzen Erde auf sie dieselbe sein als wenn die Masse der Erde im Mittelpunkt wäre. M Masse der Erde R wie vorher so Kraft $\frac{M}{R^2}$

Hieraus ergiebt sich schon wie die Schwere sich ändern muss, wenn man sich erhebt. — Schwere G R' Radius der Erde.

$$G = \frac{M}{R'^2}$$

Die Schwere an einem Punkte um h von der Oberfläche erhöht.

$$G_h = \frac{M}{(R'+h)^2}$$

die zwei dividiert:

$$G_h = g \cdot \frac{R'^2}{(R'+h)^2}$$

dieser Ausdruck vereinfacht sich wenn h sehr klein genommen wird.

$$G_h = g\left(1+\frac{h}{R'}\right)^{-2}$$

$$G_h = g\left(1-2\frac{h}{R_1}\right)$$ das übrige fortgenommen

die Schwere am Meeresniveau g.

$$g = G_h\left(1+2\frac{h}{R_1}\right)$$

Diese Formel dient dazu die Schwere in der Höhe auf die des Meeres-niveaus zu reduziren. — Die Schwere mit l Länge des einfachen Pendels proportional l Länge am Meer l_h in der

Höhe

so ist

$$l = l_h\left(1 + 2\frac{h}{R_1}\right)$$

Bessel fand in Königsberg

$$l_h = 440{,}8147 \text{ Par. Lin.}$$

es war: $h = 67{,}2$ Pariser Fuss.

Man kann h die Höhe der Pendelkugel nennen.

Der Radius des Aequators 19 631 000 pariser

$$l = 440{,}8177 \text{ Par. Linie}$$

Der Unterschied von l_h ist eine Größe die noch etwas grösser ist als die Beobachtungsfehler. —

Änderung der Schwere wenn man unter die Erde absteigt.

Denken wir die Erde zerlegt in einen inneren und einen Theil der äusseren Theil über gar keine Kraft aus, also es wirkt nur, – Die Annahme glaube der Masse des inneren Theiles mit R beschwert dann mit R^2 ~~also~~

Die Masse dieser Kugel ist.

r Abstand eines variabeln Punktes von dem Mittelpunkte der Erde.

$$\frac{\int_0^R k 4\pi r^2 dr}{\qquad}$$ k Dichte in r

Masse in der Kugel mit R beschrieben, –

Anziehung $\frac{4\pi}{R^2}\int_0^R r^2 dr\, k$

man kann nicht weiter rechnen wenn die Dichtigkeit k nicht als $f(r)$ bestimmt ist, –

Wenn k constant wäre, dann wäre

$$\frac{4\pi k}{R^2}\cdot\frac{R^3}{3} = \frac{4\pi k}{3}\cdot R$$

Fremmich. Möchte die Schwere direkt proportional abnehmen.

Die Schwere nimmt aber zu wenn man abwärts steigt.–

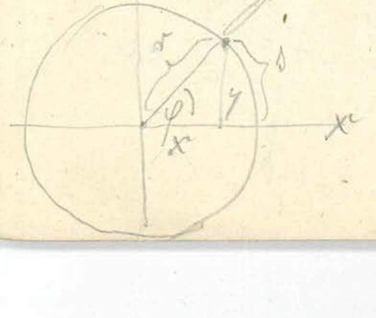
Bis jetzt nahmen wir an am Meeresniveau die Schwere überall gleich.

Änderungen rühren

1) von der Centrifugalkraft her
2) von der Ellypsoidgestalt der Erde.–

(1) Centrifugalkraft.–

Ich denke einen materielle Punkt der um eine Axe mit gleichförmiger Geschwindigkeit bewegt.



Die Componenten der Kraft die auf der Punkt wirken sind

X, Y die Kräfte der m.

Die bewegenden Kräfte sind eben X Y

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = X$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = Y$$

~~Wir~~ wir ~~suchen~~ nehmen die Bewegung als gegeben an, und suchen die Kräfte. der zur Zeit t beschriebene Bogen sei s, v sei die Const. Geschw.

Dann

$$s = vt$$

$$x = r\cos\varphi$$

$$y = r\sin\varphi$$

Ich habe weiter

$$s = r\varphi$$

wenn der Punkt zur Zeit t durch die x axe gieng. – hieraus:

$$\varphi = \frac{vt}{r} \quad \text{also:}$$

$$x = r\cos\frac{vt}{r} \qquad y = r\sin\frac{vt}{r}.$$

Derivirt nach t differ
hiernach
$$X = -m\frac{v^2}{r}\cdot\cos\frac{vt}{r}$$
$$Y = -m\frac{v^2}{r}\cdot\sin\frac{vt}{r}$$
$$X : Y = x : y$$
Also die Resultante der Kräfte
hat dieselbe Richtung wie die Resultante
nach dem Mittelpunkte gerichtet

Die Resultante selbst $\sqrt{X^2+Y^2} = m\frac{v^2}{r}$
es ist diese die Centrifugalkraft.
Es werde $\underline{P}$ von $\underline{D}$ angezogen, dann beschreibt er
einen Kreis, mit der Geschw. v, wenn P mit D fest
verbunden ist, dann übt der Punkt auf den Stab
gar keinen Druck. – Wird von D eine Anziehungs-
kraft ausgeübt die grösser ist, denn
Für einen Punkt P am Aequator – er übt
auf die Unterlage einen Druck aus welcher
um $\frac{mv^2}{r}$ kleiner ist als die Anziehungskraft.

bei die Anziehung g'

mg' es wäre dies der Druck der Masse wenn die Erde sich nicht drehte — es ist —

dann wäre Druck

$$mg = mg' - \frac{mv^2}{r}$$

$$\underline{g = g' - \frac{v^2}{r}}$$

Es ist leicht $\frac{v^2}{r}$ zu berechnen.

Es ist $\quad r = 6,367000$ met.

$$v =$$

v berechnet. ein Punkt des Aequators beschreibt in der Zeit 24 Stunden $2r\pi$ also

$$v = \frac{2r\pi}{24 \cdot 60 \cdot 60}$$

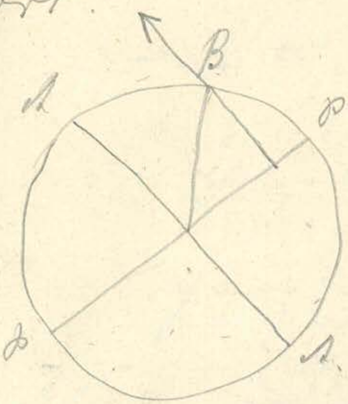
$$\underline{\frac{v^2}{g} = 0,^{m}03367} = \underline{\underline{\alpha}}$$

$\underline{\alpha}$ die Centrifugalkraft unter dem Aequator.

$\underline{\underline{g = g' - \alpha}}$ ist die Schwere am Aequator.

Es ist eine Änderung ungefähr $\frac{3}{1000}$ tel des ganzen. —

Versetzen wir uns an einen andern Beobachtungsort.



φ Geogr. Breite

Centrifugalkraft wirkt in der Richtung des Pfeiles

$$\frac{\left(\frac{2\pi r\cos\varphi}{24.60.60}\right)^2}{r\cos\varphi} = \text{Centrifugalbeschl. in B.}$$

Es ist diese auch $= \underline{\alpha\cos\varphi}$.

die weit proport. am Aequator.

Dann ist.

$$g = \sqrt{g'^2 - 2g'\alpha\cos^2\varphi + \alpha^2\cos^2\varphi}$$

Da α sehr klein gegen g' ist. Entwickeln wir nach $\frac{\alpha}{g'}$ so können wir nur das erste Glied behalten.

$$g = g'\left\{1 - \frac{1}{2}2\frac{\alpha}{g'}\cos^2\varphi\right\}$$

$$\underline{g = g' - \alpha\cos^2\varphi}$$

Hier kommt g' die Anziehung wenn wir jetzt den Werth am Aequator ein so ist dann

G $\quad G = g' - \alpha$

$$g = G + \alpha \sin^2\varphi$$

hier α hat den Zahlenwerth . . –

Die Pendel versuche ergeben:

$$G = 9^m,78048 + 0^m,05091 \sin^2\varphi \quad \mathrm{I}$$

Dieser Unterschied zwischen Theorie und Beobachtung rührt davon her dass wir die Erde als Kugelform annehmen – Ihre wirkliche Gestalt ist aber eines eines abgeplatteten Ellypsoids — Die Schwerkraft muss überall senkrecht sein, und ist auch deshalb eine Kugelform der Erde unmöglich. –

Die Dichtigkeit nimmt zu, man kennt das Gesetz nicht. man kann daher die Gestalt nicht berechnen. mit –

Clairaut zeigte aber dass die Änderungen der Schwere auf der Erde möglich sind wenn man nur annimmt dass die Erde in concentrischen Schichten theilbar ist

Laplace Mécanique céleste III Band

Ich leite den Satz nicht ab — sondern führe ihn an. —

G Schwere am Aequator ΔG Zuwachs wenn man vom Aequator zum Pol geht — es besteht dann wieder wie vorhin

$$g = G + \Delta G \sin^2 \varphi$$

Ich bezeichne mit a die Abplattung der Erde aus der Gradmessung.

Clairauts Satz spricht aus

$$\Delta G + aG = \frac{5}{2}\alpha$$

hier $\alpha = 0^m,03367$

$$a = \frac{1}{300}$$

$$G = 9^m,78048$$

Also:

$$\Delta G = 0^m,0516$$

Es ist dies eine neue Übereinstimmung mit den Resultaten I der Pendelvers.

Die Lehre von der Electricität.

Electrostatik.

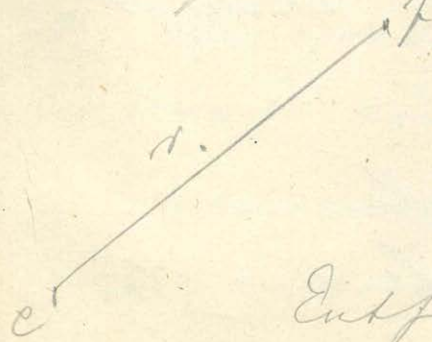
Die Erklärung sämmtl. Electrischer Erscheinungen beruht auf die Annahme electr. Flüssigk. Sie haben Entgegengesetzte Eigenschaften, man nennt sie positive und negative. — Jeder Körper hat sie in sich, aber gleichförmig vermengt, nach aussen hin kann dann keine Wirkung möglich sein. Beim Acte des Electrisiren wird diese Vertheilung zerstört, wenn z. B. der Körper mit dem Andern gerieben wird. Dann Tauchen nach die Electr. aus — Jeder Körper enthält freie Electricität, man nennt so den Ueberschuss der einen electr. Flüssigkeit. — Trennt man die

Körper so hat man gem—
Die Wirkung ist in Kraft — Theil-
chen elast. — Einige stossen sich
ab, andere ziehen sich an. —
Die Theilchen können durch Bewegung
— und übergehen; die Leichtigkeit
wie das geschieht ist bei verschied.
Körpern verschieden. Bei Metallen
ist diese Bewegung sehr leicht —
bei andern Körpern ist ein Widerst.
da, ähnlich der Reibung. — Wie da
muss hier die Kraft eine gewisse Grenze
überschreiten um dann Bewegung ein-
Die Grösse des Widerstand um
So schlechtester Leiter der Körper-
Seide, Glas, etc — Man nennt
sie auch nicht Leiter oder Isolatoren,

Da sie den Durchgang bis zu einem gew. Grade verhindern. – Die Benennung nicht leiter ist falsch. –
Metalle nur ~~Leiter~~ schlecht & kann an Leiter genannt. – Ist in einen Leiter freie Electr. so kann sie nur im Gleichgew. sein bei gewisser Anordnung der Theilchen. –

Die Bedingung des Gleichgewichtes der Electricität in einem Leiter.

Es seien in den zwei Punkten Electr. mengen e und f angehäuft sein



Kraft proportion. $\frac{ef}{r^2}$

$K = \frac{ef}{r^2}$ Fact.

Abhäng. von der Einh. Entfern. und Kraft Einheit.
dann ist noch die Einheit für

die Flüssigk. [illegible]
er kann also ~~[illegible]~~ gewählt werden so daß

$$K = \frac{ef}{r^2}$$

ist. Einheit der Elec. Fluida
welche auf gleiche Menge in Einh.
der Entf. wirkend die Einheit der
Kraft hervorbringt.
Die Kraft ist abstossend wenn
die Flüssigk. gleichartig sind,
anziehend wenn sie –
Positiv ist die Abstossende,
negativ die Anziehende Kraft.

$$K = \pm \frac{ef}{r^2}$$

+ gilt wenn e und f gleich –
– wenn e und f ungleichartig.
Wir werden eine negative Flüssigk.

als ein gleichgrosse positiver Strom
unbetrachten negativ geworden –
Dann ist auch keineswegs

$$k = \frac{ef}{r^2}$$ zu setzen.

Negative Energie Electron = negative Energie positiven Elec.
Es ist dies bei der Rechnung erlaubt
trotzdem dem eine negative Energie keine
Sinn hat. –
Die Kraft ist also gleich der Grav.
Kraft – der Unterschied nur
dass sie Abstossend sind – es tritt
nach die Erscheinung des zweierlei
Vorzeichen ein. –
Bei der Gravit. ~~hatten~~ die Componenten
der Kraft ein Potential.
Wir nun etwas ganz ähnliches aufzu-
stellen wir Potential in welchem
die Kraft wirkt auf den Punkt abei...

Maxwell . — Die Funktion wird die Form des Potentiales haben

Das Potential der Elem. Mengen wird sein

$$V = \frac{c}{r} + \frac{c_1}{r_1} + \ldots$$

Und A B C comp. der Kraft aus
A b c nimmt den Coord an

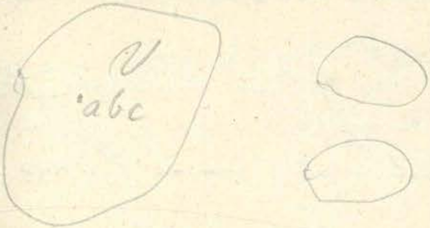
$$A = -\frac{\partial V}{\partial a}$$

$$B = -\frac{\partial V}{\partial b}$$

$$C = -\frac{\partial V}{\partial c}$$

das negative Zeichen wegen abstossenden Kräften

Mit Hülfe dieses Begriffs werden wir die Verbindung in einem Lehrsatz allgem. aussprechen können



a b c ein Punkt im Leiter.
V das Potential in Bezug auf diesen Punkt

Es kann dann Gleichgew. nur bestehen wenn $\frac{\partial V}{\partial a}=0 \quad \frac{\partial V}{\partial b}=0 \quad \frac{\partial V}{\partial c}=0$

für alle Punkte im innern. Wenn die Kraft nicht 0 wäre —
Wenn diese nicht für alle Punkte des innern besteht so nun Bewegung.
Die (B) Gleichungen zeigen dass

$$V = C$$

innerhalb des ganzen Leiters, und dies ist die allgemeine Bedingung des Gleichgewichtes. —
Hieraus lässt sich die Folgerung ziehen dass

kein Spannungs- die freie Electricität
auf die Oberfläche beschränkt ist;
und dass im innern gar keine freie
Electr. vorhanden ist. — Dies
soll bewiesen werden; hierzu
brauche ich aber einen Hülfssatz.

V sei das Potential für irgend einen
Punkt abc.

Zu beweisen ist:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial b^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial c^2}=-4\pi k$$

k Dichtigk. in abc; k die Menge
der Elect. Fluss. in einem Raumelem.
dividirt mit dem Raume. —

1) Der Punkt ausserhalb des wirkenden Potentials V ist. — Wenn also
k=0,

2) Potential herrührend von einer Masse welche eine Kugel ~~mit~~ mit gleichförmiger Dichtigkeit erfüllt — ; und die Punkte innerhalb derselben.

---

(1) $d\tau$ ein Element des Volumens, die Dichtigkeit in ihm k', die rechtwinkl. Coord. sein $x\ y\ z$; Element des Potentials

$\frac{k' d\tau}{r}$ wenn $r^2=(a-x)^2+(b-y)^2+(c-z)^2$ wo r positiv sein muss

$$\iiint \frac{k' d\tau}{r} = V$$

Wenn der Punkt ausserhalb liegt. 0 nie wird zwischen den Grenzen der Integr., wie 0 aber die zu integr. Grösse nicht unendlich — Integr. werde also beliebig oft differentiiren können, die in Integr. Grösse (und wie unendlich.

$$\frac{\partial V}{\partial a} = \iiint k' dt \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial a}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial a^2} &= \iiint k' dt \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial a^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial b^2} &= \iiint k' dt \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial b^2} \\ \frac{\partial^2 V}{\partial c^2} &= \iiint k' dt \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial c^2} \end{aligned}\right\} \oint$$

da die Integr. aller über dasselbe Volumen zu nehmen.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial c^2} = \iiint k' dt \left(\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial c^2} \right)$$

aus $r^2 = (a-x)^2 + \ldots$

folgt $r \cdot \frac{\partial r}{\partial a} = (a-x)$

$2 r \frac{\partial r}{\partial a} = 2(a-x)$

$\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial r} = -\frac{1}{r^2}$

also $\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial a} = -\frac{a-x}{r^3}$

$\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial a^2} = -\frac{1}{r^3} + 3\frac{(a-x)^2}{r^5}$

$$\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial b^2} = -\frac{1}{r^3} + 3\frac{(b-y)^2}{r^5}$$

$$\frac{\partial^2 \frac{1}{r}}{\partial c^2} = -\frac{1}{r^3} + \ldots$$

$\oint$ addirt geben 0 also

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial c^2} = 0$$

Ich beweise jetzt den Satz für einen andern Fall.
Eine Kugel gleichmässig erfüllt, x abc in der Kugel liegend. — Die constante Dichtigkeit in der Kugel k.

Mit Radius r eine concentrische Kugel gez. — Ich denke mir eine zweite mit Radius r + dr. Zwischen diesen beiden befindet sich die Electricitätsmenge

$4\pi r^2 dr\, k$

Wir haben bereits schon gesehen dass eine auf der Kugelfläche gleichmässig verbreiteten Masse — auf einen inneren Punkt —

— — — — — auf einen äusseren Punkt. — —

Abstand von abc von dem Mittelpunkt R.

~~Es ist~~ ziehen wir mit R eine Kugel

Wenn $R > r$ dann

$$V = \frac{1}{R} \cdot k \int_0^R 4\pi r^2 dr + \int_R^{R_0} k 4\pi r dr$$

$$= \frac{4\pi k}{R} \cdot \frac{R^3}{3} + 4\pi k \left(\frac{R_0^2}{2} - \frac{R^2}{2} \right)$$

$$\underline{V = 2\pi k \left\{ R_0^2 - \frac{1}{3} R^2 \right\}}$$

~~Es ist dies~~ Das Potential für irgend einen Punkt im inneren. —

Ich führe jetzt ein rechtw. Coordinatensystem ein der Punkt für welchen der Abstand R war sei a, b, c als

$$R^2 = (a - x_0)^2 + (b - y_0)^2 + (c - z_0)^2$$

$$V = 2\pi k\left\{R_0^2 - \frac{1}{3}\left((a-x_0)^2 + (b-y_0)^2 + (c-z_0)^2\right)\right\}$$

Es ist dies eine rationale Function 2ten Grades – ohne Schwierigkeit bilden wir die 2ten Diff. Also

$$\frac{\partial V}{\partial a} = -\frac{4\pi k}{3}(a - x_0)$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} = -\frac{4\pi k}{3}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial b^2} = -\frac{4\pi k}{3}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial c^2} = -\frac{4\pi k}{3}$$

Also $$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial c^2} = -4\pi k.$$

Es wird nun leicht sein diesen Satz allgemein zu beweisen: –

Es möge a, b, c in einer Masse liegen welche ganz beliebig mit Elect. erfüllt ist. Nehmen irgend einen festen Punkt in der Nähe von abc eine Kugel beschr

durch Diese Kugel unendlich klein

V_2 abc perlexp. V_1

$$V = V_1 + V_2$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial c^2} = \frac{\partial^2 V_1}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 V_1}{\partial c^2} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 V_2}{\partial c^2}$$

Es ist aber V_1 das Potential einer Masse auf abc einen Punkt welcher ausserhalb liegt.

V_2 das Potential der Electricität welche innerhalb der Kugel liegt – da die Kugel unendl. klein so sehe ich den Dichtigk. als constant an – e ist diese die Dichtigkeit in abc also = k nennen wir

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial c^2} = -4\pi k$$

Der Beweis hat die Lücke dass es nicht bewiesen ist, dass die Dichtigkeit eine conti-
Gauss gab einen ganz strengen Beweis.
Resultate aus den Beobachtungen des magn. Vereins. Jahrg. 1839. Allg. Lehrsätze in Bezug auf die umgekehrt zum Quadrat wirkenden Abstossungs und Anziehungs-Kräfte. —

Mit diesem Satze wird es leicht zu beweisen sein dass im Gleichgewichtsfalle die freie Electricität im Innern $= 0$ ist

Es ist

$V = \text{const}$ und also auch

$$\frac{\partial V}{\partial a} = 0 \qquad \frac{\partial V}{\partial b} = 0 \qquad \frac{\partial V}{\partial c} = 0.$$

abermals diff.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial b^2} = 0 \qquad \frac{\partial^2 V}{\partial c^2} = 0$$

Wenn also die Electricität im Gleichgewicht ist, ein

$$\frac{\partial^2 V}{\partial a^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial b^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial c^2} = 0$$

nach dem allg. Satze ist aber $= -4\pi k$

und dies ist nur möglich wenn k für alle Punkte des Inneren des Leiters $= 0$ ist. – Wir müssen uns die Electr. angehäuft denken in einer unendlich dünnen Schicht. –

Wirkten auf die Electr. keine andern Kräfte ein, so würde jeder Theil fortgestossen werden. – Da ein Leiter Electricität behalten kann, müssen wir annehmen dass Kräfte da sein die Electr. Eier zurückhalten. –

Es sind dies Kräfte herrührend von den wägbaren Molekülen des Körpers es sind dies Kräfte von der Art der Molecularkräfte – welche nur in unmessbar kleinen Entfernungen wirksam und merkbar sind" – Für Theilchen in endlicher Entfernung von der Oberfläche heben sich diese Molec.-Kräfte auf – so wie bei andern –

Die Betrachtungen, und den bei kommen nur in Übereinstimmung gebracht werden wenn man dies annimmt

Gleichgewichtsbedingungen –

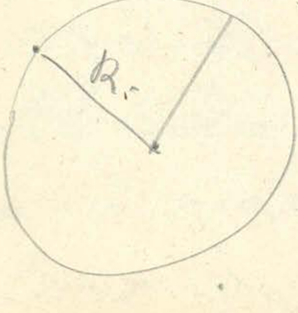
Ich denke mir eine Kugel welche freie Electricität enthält, wir wollen bestimmen

nach verschiedenen Richtungen findet eine vollkommene Symmetrie statt – die Dichte der Electr. wird überall dieselbe sein

Ich verstehe hier unter Dichtigkeit Volumen welches sich auf ein. Flächenstück bezieht ändert mit der Grösse derselben. Wir haben es hier mit einem andern Begriffe zu thun als vorher. — Bei einer Kugel, wie wir sie uns dachten muss die Dichtigk. der Oberfläche überall dieselbe sein. — Wollen wir den Potential für einen Punkt kennen so haben wir die Gesamtelectricität auf der Oberfl. mit dem Radius dividiren

Ist e die Ganze Electr. an der Oberfl

R der Rad.



für alle Punkte im Innern muss dann

$V = \frac{e}{R}$ sein

ε die Dichtigkeit

$$e = \varepsilon . 4\pi R^2.$$

also $V = \varepsilon . 4\pi R$

Wir dachten uns die Kugel vollkommen isolirt, ist sie mit andern Leitern verbunden dann verändert sich vieles —

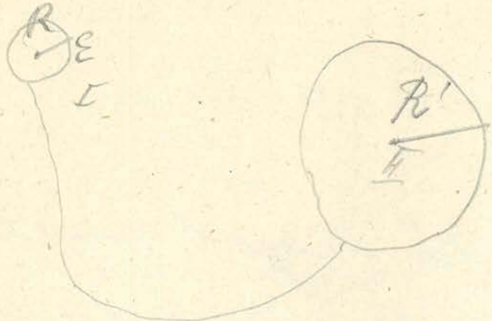
Man kann sich aber einen Fall denken wo der Kugel verbunden ist aber die Electricität dann so vertheilt

Ist die Kugel mit 1 langen dünnen Draht mit einem Leiter verbunden. —

Dann wird der Draht keine Grössen Änderung mit sich bringen.

Denken wir uns zwei Kugeln durch einen sehr dünnen und langen Draht.

verbunden. Sei ε die Constante dicht in der Kugel I



ε' in II

Welche Beziehung besteht zwischen ε und ε' ?

Suchen wir das Potential von einer, so ist dies:

$$4\pi \varepsilon R$$

$$\frac{4\pi \varepsilon R^2 = e}{e}$$

$$4\pi \varepsilon' R'.$$

Es wäre unmöglich den einen Draht so zu wählen dass dies werden so wäre. —

Die beiden Kugeln bilden aber einen und denselben Leiter, es nun also

$$\varepsilon R = \varepsilon' R'$$

Wenn e und e' die Electricitätsmengen auf den Kugeloberflächen sind, so wird

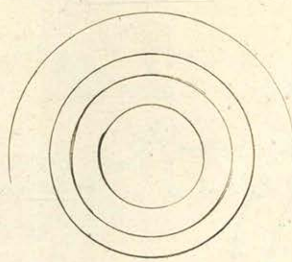
$$\frac{e}{R} = \frac{e'}{R'}$$

~~Man konnte~~ Also verhalten sich e und e' umgekehrt wie die Radien —

Wenn ursprünglich die eine Elektricität wäre, etwa mit freier electronen Menge e_0 dann müsste sich der Theil, es wären die Theile zu bestimmen seien

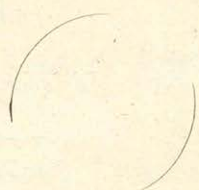
$$e_0 = e + e'$$

und $$\frac{e}{R} = \frac{e'}{R'}$$

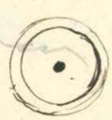


Folglich

$$e = e_0 \frac{R}{R+R'}$$



$$e' = e_0 \frac{R'}{R+R'}$$

es theilt sich also die freie Electr 

nach einem Verhältniss welches von

den Radius abhängt. –
Werden zwei Leiter mit ein-

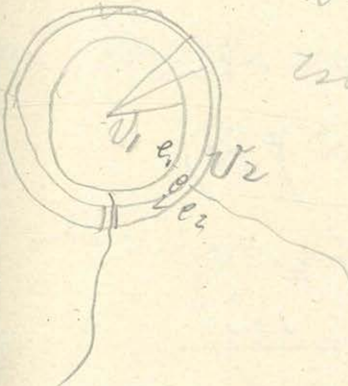
So theilt sich die Electricität ab-hängig von der Form und Dimen-

Dieses Verhältniß zu berechnen über-steigt manchmal die Kräfte der Rech-nung. –

Steht einem isolirten Leiter ein anderer nahe, so wird dieser auch electrisch werden [illegible], dieser wird dann wieder rückwärts einwirken. – Hierauf beruht die Theorie der Leydener Flasche und des Condensators. –

Der Eine Leiter sei eine Kugel, der Zweite
sei eine concentrische Hohlkugel.

Die beiden Leiter sollen einzeln



isolirt sein. Die Hohlkugel sei
unendlich dünn, darüber
seien beiden Drähte durch
ich nun mit irgend welchen
Elect. Enthaltenden Leiter
Stellen — Es wird sich
die Electricität so vertheilen dass
die eine V_1 das Potential wird,
die andere V_2

Wir suchen die Anordnung welche eintreten
ist um dies vorzunehmen.

e_1, e_2, e_3 Electricitätsmengen an
den 3 Flächen — Da auch hier alles
symmetrisch ist, so dürfen wir an-

nehmen dass die Electricität an allen Flächen gleichmäßig ist –

R_1 R_2 R_3 die 3 Radien.

Unser Punkt ist ein innerer.

$$V_1 = \frac{e_1}{R_1} + \frac{e_2}{R_2} + \frac{e_3}{R_3} \quad (1)$$

Das Gleichgewicht erfordert daß

~~V_2~~ V_1 constant ist

Er ist das immer erfüllt wenn die Anordnung der Electricität auf den 3 Flächen eine gleichmäßige ist.

V_2 ist auch von 3 Theilen zusammengesetzt –

$$V_2 = \frac{e_1}{\varrho} + \frac{e_2}{\varrho} + \frac{e_3}{R_3} \quad (2)$$

Es kann die Electricität nicht im Gleichgewicht sein wenn V_2 nicht = Constanten –

Aber ϱ variirt also kann V_2 nur … wenn

e_1 muss daher $e_1 + e_2 = 0$ (3) sein

Hierbei sehen wir dann auf den beiden inneren Flächen gleiche Mengen der Entgegengesetzten Elec- vorhanden sein sollen

Aus (1), (2) und (3) berechnet man e_1 e_2 e_3

$$V_1 = e_1\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + \frac{e_3}{R_3}$$

$$V_2 = \frac{e_3}{R_3}$$

Abgezogen $e_1 = (\underbrace{V_1 - V_2}) \dfrac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}$

$$e_2 = -e_1$$

$$e_3 = V_2 R_3$$

Der Leiter enthält e_1 der ...

$$e_2 + e_3 = (V_2 - V_1)\frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1} + V_2 R_3$$

Also die Ausdrücke kann man vereinfachen wenn man $V_2 = 0$ setzt —. Wir nehmen an dass die Hohlkugel zur Erde abgeleitet ist — sind die Electr. Menge der Erde kann annähernd = 0 gesetzt werden

Es wird dann

$$e_1 = V_1 \frac{R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

$$e_2 = -e_1$$

$$e_3 = 0$$

Also e_1 sehr viel grösser als wenn die Hohlkugel fehlte — denn wäre

$$e_1 = V_1 R_1$$

und es ist hier e_1 um $\frac{R_2}{R_2 - R_1}$ grösser

Je grösser also R_1 um so grösser —

Es könnte eine kugelförmige ~~Kug~~ Leydener Flasche ~~es Versuchte~~ Faraday machte eine solche mit festem Isolator dazwischen. — Aber die Isolatoren isolieren nicht vollkommen — so würde sich die Elektr. auch in der bis jetzt betrachteten Fläche verbreiten

dass dies wirklich geschehen würde zeigte schon
Faraday – er fand dass dies abhängig ist
von der Natur des Isolators. –

Wir können den betrachteten Apparat
nun als einen Condensator betrachten –
Man braucht blos nun eine Electricitäts-
mengen zu vergrössern –

In der Luft verhält sich Electricität
nicht so.

In der Wirklichkeit ist ein Condensator

Um die genaue Theorie
des Condensators zu finden kann
wir die Potentiale in
beiden Platten berechnen
e_1, e_2 Electricitätsmenge
in den Platten es können dann e_1, e_2
Functionen von v_1 und v_2 sein. –
Die mathematische Schwierigkeit erlaubt nicht
e_1 und e_2 ganz zu berechnen – man kann

über die Art der Function bestimmen.

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= a_1 V_1 - b_1 V_2 \\ c_2 &= -a_2 V_1 + b_2 V_2 \end{aligned}\right\} \mathrm{I}$$

Wo a_1 b_1 a_2 b_2 Constanten sind von der Relativen Lage der Platten nicht aber von dem Potentiale abhängig

— Dies werde ich beweisen.

Die Platten sind mit weiten Seiten einer dünne Drähte verbunden.

Element der Oberfläche der ersten Platte

dO_1 mit Dichtigkeit ε'

$$\int^{\text{über Oberfl. der ersten Platte}} \frac{\varepsilon_1 \, dO_1}{r_1}$$

Potential auf einen Punkt der ersten Platte.

$$\left.\begin{aligned} V_1 &= \int \frac{\varepsilon_1 \, dO_1}{r_1} + \int^{\text{über das Ganze}} \frac{\varepsilon_2 \, dO_2}{r_1} \\ &\text{ε_1 und ε_2 die Dichtigkeiten in dO_1 und dO_2} \\ &\text{Potential auf einen Punkt der zweiten Platte} \\ V_2 &= \int \frac{\varepsilon_1 \, dO_1}{r_2} + \int \frac{\varepsilon_2 \, dO_2}{r_2} \end{aligned}\right\} \mathrm{II}$$

Es muss nun ε_1 und ε_2 eben derart sein dass v_1 Constant und auf v_2 constant Lösungen der Gleichung sind aber

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \alpha_1 v_1 + \beta_1 v_2\\ \varepsilon_2 &= \alpha_2 v_1 + \beta_2 v_2\end{aligned}\right\} S$$

wo $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ vier Functionen sind die unabhängig sind von v_1 und v_2.

In der That wird S in II gesetzt – so erhalten wir | es sollen diese bestehen für alle Werthe von v_1 und v_2 ~~be~~ – es ist dies nur möglich wenn die Coefficienten von v_1 und v_2 gleich null

$$v_2 = \int \frac{\alpha_1 v_1 \, d\omega_1}{r_2} + \beta_1 v_2$$

$$\left.\begin{aligned}1 &= \int \frac{\alpha_1 \, d\omega_1}{r_1} + \int \frac{\alpha_2 \, d\omega_2}{r_1}\\ 0 &= \int \frac{\beta_1 \, d\omega_1}{r_1} + \int \frac{\beta_2 \, d\omega_2}{r_1}\end{aligned}\right\} D$$

ebenso muss:

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \int\frac{\alpha_1 dW_1}{r_2} + \int\frac{\alpha_2 dW_2}{r_2} \\ 1 &= \int\frac{\beta_1 dW_1}{r_2} + \int\frac{\beta_2 dW_2}{r_2} \end{aligned}\right) \mathrm{I}$$

Wenn $\alpha_1\ \beta_1\ \alpha_2\ \beta_2$ diesen Gleichungen erfüllen so werden auch II erfüllt.

Dass Lösungen wirklich möglich sind zeigt dass I) nur specielle Fälle von (II) sind — die sind es wenn wir einmal $v_1 = 1$ und $v_2 = 0$ dann $V_1 = 0$ und $V_2 = 0$ setzen, physikalisch ist dies zu verwirklichen. —

Es giebt also solche Lösungen, diese Werthe genügen dann diesen Gleichungen die Dichtigk. eine homogene lineare Function über ganze Condensatorpl.

$$e_1 = \int \varepsilon_1 \, dO_1 =$$

$$e_2 = \int \varepsilon_2 \, dO_2 =$$

$$e_1 = V_1 \int \alpha_1 \, dO_1 + V_2 \int \beta_1 \, dO_1$$

$$e_2 = V_1 \int \alpha_2 \, dO_2 + V_2 \int \beta_2 \, dO_2$$

diese 4 Integrale sind unabhängig

ich setze sie a_1 b_1 a_2 b_2 —

(I) sind die Grundgleichungen der Theorie des Condensators. — ist der Abstand beider Platten sehr klein — der Condensator sehr empfindlich dann wird

$$\underline{a_1 = a_2 = b_1 = b_2}$$

Es lässt sich dies folgendermassen einsehen — Sammeln sich an den zwei Platten ~~ein~~ wenn der Abstand unendlich klein im Verhältniss zu der Grösse der Platten

Wenn $V_1 = V_2$ wäre dann würden

sich keine endlichen Electricitätsmengen

anhäufen können weil kein Ge

Wenn also $V_1 = V_2$ dann ist e_1 und e_2

nicht endlich also $= 0$

Es können dann a_1 und a_2 nicht ver-

den sein

Denn

$$e_1 = -e_2 = a(V_1 - V_2)$$

Diese Resultate bestätigen sich vollkom-

Wir fanden beim Kugelspiegel Cond.

$$e_1 = (V_1 - V_2)\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$$

ferner ergab uns

$$e_2(e_2 + e_3) = (V_2 - V_1)\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1} + V_2 R_3$$

Also sind e_1 und e_2 lineare homogrene Form —

Wir erkennen dies wenn der Kugelspannung Condensator unendl. empfindlich aber $R_1 R_2$ [illegible] gleich. Denn

wird aus

$$e_1 = -e_2 \quad \text{und beide gross}$$

prop. mit $(V_1 - V_2)$

wobei $a = \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$.

Wenn die Platten unendl. nahe so lässt sich

Instrument $a = \frac{f}{4\pi c}$

f die innere Fläche des Condensators c der Abstand der Platten. —

Wenn $R_2 - R_1$ = unendl. klein so kann man $R_1 = R_2$ setzen und

$R_1^2 = \frac{f}{4\pi}$ und so folgt wieder

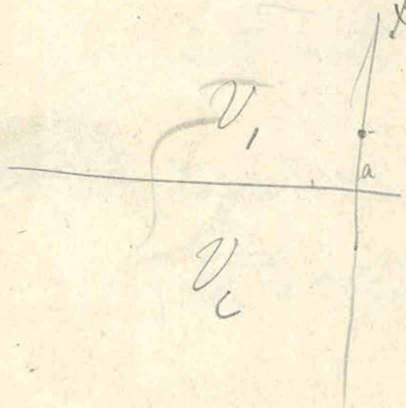
$\underline{\underline{a}}$

Erregung der Electricität durch Berührung

Es kann in einem Leiter nur dann Gleichgewicht bestehen wenn $V = C$. wenn 2 in Verbindung sind so ist ihr Verhältniss gleich. – Hiergegen lässt sich aber ein Einwand machen wenn die beiden Leiter heterogen sind. – Bei dennoch mit starker Electricität wird man dann $V_a = V_m$ nicht merklich abweichen, aber bei schwachen –

Wir nehmen an es ändert sich das Potential beim Übergange von einem Körper zum andern. An der Oberfläche wird man einwirkende Kräfte annehmen müssen. –

Bei sehr kleinem Entfernung [illegible] –



Die kurve sei ein Theil der Berührungsfläche – wegen der Kleinheit eine Ebene annehmen

XY Eben die Berührungsebene setz[en]
Ein Punkt in der x Axe $x = a$ a für unsere Sinne unwahrnehmbar klein. — In diesem Punkte ein Electricitäts theilchen (1,
wenn V das Potential der freie Elec. auf diesen Pun[kt] dann wirkt in der Richtung
x

$$-\frac{\partial V}{\partial a}$$

Hierzu kommt noch eine Kraft von den Weg bewegen molekulen — diese Kraft sei $f(a)$, diese Function ist abhängig von der chemischen Natur der beiden Leiter. Also bei Gleichgewicht

$$f(a) - \frac{\partial V}{\partial a} = 0$$ muss gelten für alle Werthe von a.

deshalb kann ein unbekannt ... +1 −1 wachsen entspringen

$$\int_{-1}^{+1} da$$

$$\int_{-l}^{+l} f(a)\,da = V_l - V_{-l}$$

l ist unbestimmt, es muss nur messbar sein. –

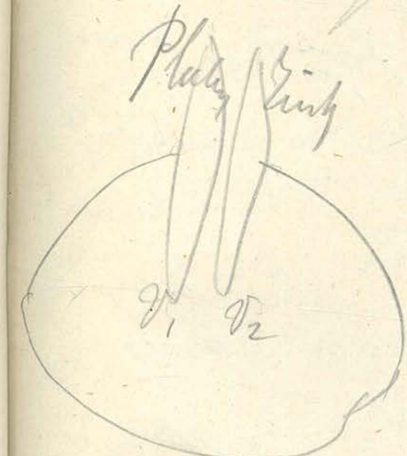
$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(a)\,da = V_1 - V_2 \quad *$$

V_2 wird der Werth des Potentials im kleinen Leiter, V_{-l} im zweiten Leiter sein – im endlichen Abstände

Das Potential erleidet also einen Sprung der gleich $*$ ist, indem es ist $(V_1 - V_2)$ die Electr. zu Differenz der beiden Leiter welche nur von dem chem. Natur abhängt.

Versuche von Kohlrausch aus dem
82^ten Band von Poggendorff.
1851

Denken wir uns einen Condensator aus
2 heterogenen Metallen



Sie sollen Entfernt werden
können – und wieder
zurückgeschoben wenn man
an beiden die Ausgleichungs
plattendruckt.
Es wird dann freie Elektr.
auftreten müssen; da Zink und
Platin nur das Verschwinden von
Bedingung des Gleichgewichts.

$V_2 - V_1 = (Z, P)$ der Sprung aus Platin in Zink

und $V_1 - V_2 = (P, Z)$ aus Zink in Platin

Betrachten wir nun die Electricitäts-
mengen e_1 und e_2

$$e_2 = -e_1 = a(V_2 - V_1)$$
$$= a(Z, P)$$

Werden nun die Drähte getrennt – werden die Platten entfernt so ändert sich das Potential aber nicht

e_2 und $-e_1$.

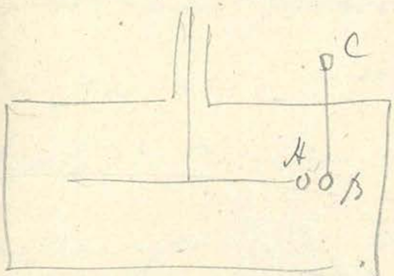
Kann man diese messen dann wird man die Electr. Differenz

kann man nach der Trennung die Electricitätsmengen der einen oder anderen kennen –

Kohlrausch wandte zu dieser Messung eine Electrowage ähnlich der Coulomb-schen Drehwage. –

An einem solchen Drehwage an einem Pendel

ein Kolben mit Kügelchen a bei gleichzeitig
ist das Kügelchen A in der Nähe von B.



Setzt man dies [illegible]
so geht ein Theil über
welcher proportional
ist mit e_1 der Aus-
schlag ist also einer pro-
portional zu e_1

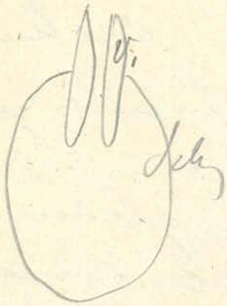
Die Kügelchen A und B werden gleichartig
electrisiert werden und sich abstoßen.
Durch die Torsion des Fadens kann man
die Kraft messen – diese ist direct propor.
mit der Kraft –

e_1^2

so dann die Quadratwurzel der Kraft
proportional ist mit ~~der Kraft~~ e_1

Also $\sqrt{\text{Kraft}}$ prop. mit (P, 2)
diese Quadratwurzel wird bei gewisser
Einheit ~~proportional~~ gleich sein mit (P, 2)

Es werden jetzt dieselben Platten statt mit einem Platindraht etwa mit ein Silberdraht verbinden. —



$$V_1$$

Silberdraht $V_1 + (S,P)$

$$V_1 + (S,P) + (Z,S) = V_2$$

Die Differenz beider Polenden

$$V_1 - V_2 = (P,S) + (S,Z)$$

Die Electricitätsmengen

$$e_1 = -e_2 = a\left\{(P,S) + (S,Z)\right\}$$

Wenn wir die Kraft nennen

$$(P,S) + (S,Z)$$

Die Erfahrung zeigt dass die Kraft bei diesem Versuch gerade dieselbe ist wie beim ~~[illegible]~~ Platinversuch dass folgt

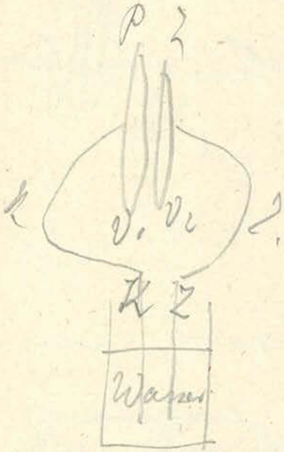
$$\underline{\underline{(P,Z) = (P,S) + (S,Z)}}$$

Diese merkwürdigen Geräthe folgen noch
andere Körper als Metalle —
Diejenigen die ihm folgen nennt man
Leiter ersten Klasse, Metalle etc.
Diejenigen die ihm nicht folgen nennt man
Leiter zweiten Klasse — Flüssigkeiten

Numerische Resultate. —
Wenn könnte man theoretisch am
einfachsten kommen — wenn man
Platten ganz derselben ~~...~~ Gestalt verhältnissen würde —
Die Condensatoren sollten sehr wenig empfind-
lich — Dies ist ein grosser Nachtheil
der Sache. —
Kohlrausch zog Leiter 2ter Klasse zu
Hülfe — er verfuhr wie folgt —

Ein Condensator von irgend einem Metallen in Verbindung gesetzt aber nicht durch einen Metalldraht sondern etwa mit Wasser

$$e_1 = -e_2 = a(v_1 - v_2)$$



Es ist $(v_1 - v_2)$ zu berechnen

Auf die Natur der Drähte kommt es gar nicht an.

V_1 in der Platinplatte

$$V_1 + (K,P)$$

In der Flüssig $V_1 + (K,P) + (F,K)$

Im Zn $V_1 + (K,P) + (F,K) + (Z,F) = V_2$

$$V_1 - V_2 = (P,K) + (K,F) + (F,Z)$$

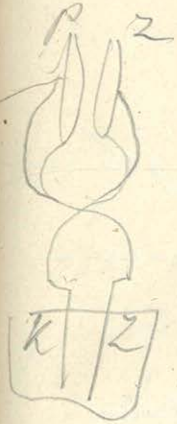
In die Rechnung führe ich ein

$$(K,F) + (F,Z) + (Z,K) = k$$

k ist die Elektromotorische Kraft der hier benutzten Kette. —

$$v_1 - v_2 = k + (P,K) + (K,Z) = k + (P,Z)$$

Denken wir nun bei den Platten umgekehrt verbunden.



$$V_1 - V_2 = -k + (P,Z)$$

Man wird demnach das Verhältniss von (P,Z) zu k finden können. —

Macht man nun Versuche mit einem neuen Condensator

Darum kommt man

Ich gehe hierauf noch etwas näher ein. Schalte man für

$$\mathrm{I}\left\{\begin{array}{l}(Z,P) - k = a \text{ gesetzt} \\ (Z,P) + k = b\end{array}\right.$$

Hätte man nun den Versuch mit demselben Condensator angestellt mit anderem Metalldraht so wäre -

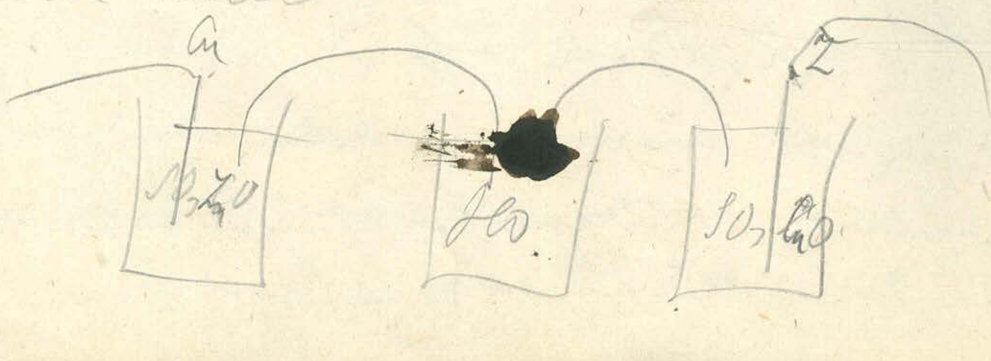
I ($(Z, P) = c$

Aender I $\frac{a+b}{2} = c$

Setzt man die Zahlenwerthe a, b und c ein so findet man wie genau war. —

~~Kohle~~ Die Wahl der Substanzen welche die Kette bilden ist nur unabhängig. — Die Unreinheiten verändern die Metalle — die soll bei gewöhnlichen nicht sein.

Kohlrausch stellt 2 gefäße nebeneinander



Bei dieser Anordnung gelten die Relat
nicht genau weil sie nur für ein bes.
gelten — sind die drei Pkte $F_1 F_2 F_3$

denn $$k = (K, F_1) + (F_1 F_2) + (F_2, F_3) + (F_3, Z) + (Z, K)$$

Bei Versuchen mit den Zink
platten Condensator
fand Kohlrausch

$a = -2,96$

$b = 12,00$

$c = 4,46$

Einheit von der Gest. des Condensators und
des Elektrometers abhängig. —

$\frac{a+b}{2} = 4,52$ also sehr nahe zu c.

Die andern Versuche von Kohl

Z, K Condens

$a = -3,08$

$b = 11,06$

$c = 3,98$

also $\frac{a+b}{2} = 3,99$ sehr nahe zu c

Aus den ersten Versuchen kann man (Z,P) durch k ausdrücken

Die Zahlen geben

$$\underline{(Z,P) = 0,604 \cdot k}$$

Ähnlich

$$\underline{(Z,K) = 0,564 \cdot k}$$

Daraus

$$(Z,P) = 1,07\,(Z,K)$$

Nach Kohlrausch Versuchen:

(Zink, Kupfer) = 1

(Pb, Cu) = 0,93

(Zn, Cu) = 0,42

(Fe, Cu) = 0,25

(Cu, Cu) = 0

(Ag, Cu) = − 0,06

(Pt, Cu) = − 0,07

(Au, Cu) = − 0,13

Die Electrische Diff. irgend zweier gegeneinander lassen sich nun leicht berechnen z. B.

$$(Z,P) = (Z,K) - (P,K)$$

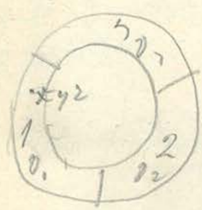
$$= 1,07$$

Die Reihenfolge wird dieselbe sein wenn [illegible] man aus irgend einer andern [illegible] — es ist dies die Electrische Spannungsreihe. —

Electrodynam

I Theorie der Galvan. Kette. —

~~Die Theor~~



In einem solchen System ist Gleichgewicht nur dann möglich wenn die 3 Leiter 1er Ordnung [illegible]

V_1 Potential auf einem Punkt des ersten Leiters V_2 auf einem des 2ten Leiter ist, so

$V_1 = \text{Const}$ $V_2 = \text{Const}$ $V_3 = \text{Const}$.

… nun aber an

wegen der Berührung $V_1 - V_2 = (1,2)$

$V_2 - V_3 = (2,3)$

$V_3 - V_1 = (3,1)$

Addirt $0 = (1,2) + (2,3) + (3,1)$

Dies ist eben die Gleichung welche aussprach dass 1, 2, und 3 Leiter 1ter Klasse sind [illegible]. Ist dies nicht so dann müssen sich die Flüssigkeiten bewegen.

Anfangs ist die Bewegung schon Anfangs wie bei der Schleuse welcher eben geöffnet ist – so wie aber an der Schleuse das Wasser [illegible] durch [illegible] — wird auch der Zustand stabil

Vorläufig untersuchen wir nur
stationäre electrische Ströme. –
Ein Theil der wirkenden Kräfte rührt von der
freien Electricität her. –

x, y, z Coordinaten eines Punktes des einen Leiters
V Potential des Gesammt-Leiters auf $x\ y\ z$
V von der Zeit unabhängig da der Strom
stationär sein soll. –
V wird aber variiren von einem Punkte
zum andern.

$$-\frac{\partial V}{\partial x}, \quad -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad -\frac{\partial V}{\partial z}$$ geben unmittelbar
die Kräfte an mit welcher sie wirken auf
die Einheit. –
Wären diese Kräfte die einzigen so würden
wir die Bewegungsgleichungen sofort folgenderweise aufstellen:
Wir betrachten zuerst die positive Electr.
im Raumelemente bei x, y, z. $\underline{e}$ Menge der
freien Elem. in $x\ y\ z$; auf diese wirkt
die freie Electr. – die Kräfte an

$$-e\frac{\partial V}{\partial x} \quad -e\frac{\partial V}{\partial y} \quad -e\frac{\partial V}{\partial z}$$

die Masse derjenigen Menge Electr. die wir als Einheit angenommen haben. –
Die Masse ist was anderes als die Menge
Electricität. –
Die Masse eines Gewissen Electricitäts Quantum ist proportional mit seiner
Menge. –

u, v, w Componenten der Geschw. der positiven Electr. im Punkte x, y, z
nach dem allg. Principien der Dynamik müsste dann

$$me\frac{du}{dt} = -e\frac{\partial V}{\partial x}$$

$$me\frac{\partial v}{\partial t} = -e\frac{\partial V}{\partial y}$$

$$me\frac{\partial w}{\partial t} = -e\frac{\partial V}{\partial z}$$

hieraus wen

$$m\frac{du}{dt} = -\frac{dV}{\partial x} \quad \text{etc.} -$$

Ähnliche Gleichungen werden für die negative Electricität gelten. – Hieraus geht hervor dass wenn V const. ist u v w constant sein müsste und das kann nicht.