
V
R
E
S
A
B
1
G
D
2
E'

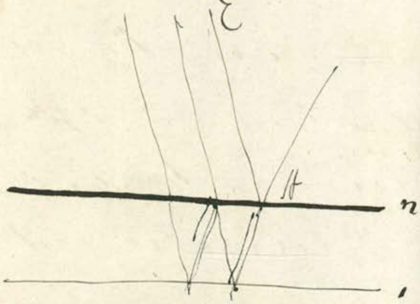
die verallgemeinern jetzt den betrach-
teten Fall indem wir nicht eine sondern
viele Platten einen sogenannten Glas-
satz betrachten. — Und suchen
die Intensität des refl. und des
durchgelassenen Lichtes. — Wir betrachten
die beiden Fälle dass das Licht

nur in der Einfallsebene oder senk-
recht darauf polarisirt ist.
Mit Hülfe solcher Glassätze ist ~~Dec. 1862~~
es möglich theilweise polarisirtes
Licht zu erhalten. — In der Wirklichkeit
findet hiebei starke Absorption
statt — von dieser sehen wir ab. —
Stokes behandelte die Aufgabe auch
mit Berücksichtigung der Absorp.
Phil. Magazin Dec. 1862.
Es sei die Zahl der Pl. n wir su-
chen R_n und D_n
bekannt ist aus vorigem schon;

(9) $R_1 = \frac{2r^2}{1+r^2}$

(10) $D_1 = \frac{1-r^2}{1+r^2}$

Es stelle die obere Gerade schematisch n Platten dar, die untere nur eine.



$\cancel{D_n D_1 D_1 D_n R_n D_n}$

Wenn die Dicken der Platten gross sind gegen die Wellenlängen, so dürfen wir annehmen dass die Strahlen nicht interferiren. — Es sei die Intensität des einfallenden Strahles = 1

Die des von da reflectirten $= R_n$

D_n

$D_n R_1 \qquad D_n^2 R_1 \qquad D_n R_1^2$

Ich habe anzuwenden

$\ldots \quad D_n^2 R_1^2 R_n$

$\ldots \quad D_n^2 R_1^3 R_n^2$

so fortgesetzt erhalten wir die Intensitäten aller reflectirten Strahlen.–

Da keine Interferenz da ist so ist (11) R_{n+1} die Summe all dieser Ausdrücke also:

$$R_{n+1} = R_n + D_n^2 R_1 \left\{ 1 + R_1 R_n + (R_1 R_n)^2 + (R_1 R_n)^3 + \text{etc} \right\}$$

$$R_{n+1} = R_n + \frac{R_1 D_n^2}{1 - R_1 R_n} \quad \ldots \quad (7)$$

eine ganz analoge Betrachtung könnte sich in Bezug auf die durchgegangenen Strahlen anstellen Es ergiebt sich

$$D_{n+1} = \frac{D_1 D_n}{1 - R_1 R_n} \quad \ldots \quad (8)$$

Damit haben wir die ursprünglich gestellte Aufgabe gelöst.–

Wir können (9) und (10) benutzen. R_2 D_2 R_3 D_3 etc. berechnen.–

Führen wir diese Rechnungen für die ersten Platten wirklich aus, so finden wir:

$$(11) \qquad R_n = \frac{2nr^2}{1+(2n-1)r^2}$$

$$(12) \qquad D_n = \frac{1-r^2}{1+(2n-1)r^2}$$

~~Es nun~~ Hier hat r verschiedene Werthe wenn das Licht parallel, oder wenn es senkrecht zur Einfallsebene polarisirt ist: es ist ja.

$$(13) \left\{ \begin{aligned} r_s &= \frac{\sin(\varphi-\varphi')}{\sin(\varphi+\varphi')} \\ r_p &= \frac{\operatorname{tg}(\varphi-\varphi')}{\operatorname{tg}(\varphi+\varphi')} \end{aligned} \right.$$

Ich will jetzt auch in der Bezeichnung die zwei Fälle unterscheiden also ~~un~~ unterscheiden $(R_n)_p$ $(R_n)_s$ $(D_n)_p$ $(D_n)_s$

Es ist dann.

$$(R_n)_p = \frac{2n r_p^2}{1+(2n-1) r_p^2}$$

$$(D_n)_p = \frac{1 - r_p^2}{1+(2n-1) r_p^2}$$

14

$$(R_n)_0 = \frac{2n r_0^2}{1+(2n-1) r_0^2}$$

$$(D_n)_0 =$$

.... (15)

wo r_0 und r_p durch (13) gegeben sind. --

Wenn das einfallende Licht geradlinig aber weder parallel noch senkrecht auf die Einfallsebene polarisirt ist, also etwa das Polarisationsazimuth α hat, so kann man es in zwei Componenten zerlegen – die aufeinander senkrecht stehen. – Die Intensität der parallel-polarisirten Componente ist $\cos^2\alpha$, die der senkrecht polar. Comp. $\sin^2\alpha$

also Intensität des Durchgelassenen

$$\cos^2\alpha\,(D_n)_p$$

$$\sin^2\alpha\,(D_n)_s$$

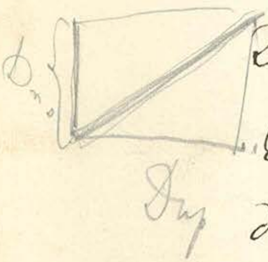
$$\cos\alpha\sqrt{(D_n)_p} \qquad \sin\alpha\sqrt{(D_n)_s}$$

Dabei ist keine Phasenänderung

also

$$\operatorname{tg}\beta = \operatorname{tg}\alpha\sqrt{\frac{(D_n)_s}{(D_n)_p}}$$

also findet beim Durchgange eine Drehung statt welche $= \beta - \alpha$ ist. –



Ein merkwürdiger Umstand ist es dass die Zahl der Platten n als $= \infty$ angesehen werden darf. – Wenn $n = \infty$ so werden im allgemeinen

$$\left.\begin{matrix}(D_n)_p\\(D_n)_s\end{matrix}\right\} = 0$$

d. i. es wird gar kein Licht durchgelassen sondern alles Licht reflektirt. –

Es findet aber eine Ausnahme statt –
nämlich dann wenn das Licht
unter dem Polarisationswinkel
auffällt d. i. wenn

$$\varphi + \varphi' = \frac{\pi}{2}$$

Dann wird

$$(D_1)_s = 1$$

und nicht $= 0$. –

Wenn $\varphi + \varphi' = 90^\circ$ und n nicht ∞

Sehen wir wie gestalten sich in
diesem Falle unsere Formeln.

Dann wird $\qquad \varphi + \varphi'$

$$r_s = 0 \qquad r_p = 0$$

also $(D_1)_s = 1$

Wenn n gross ist ohne aber ∞ zu
werden wird $(D_1)_p$ einen sehr kleinen
Werth annehmen – Es wird $(D_1)_p$
sich der 0 nähern wenn n wächst

Also wird $tg\,\beta = \infty$ welches auch
der Werth von α sei. –

Das von dem Glassatze durchgelassene Licht wird nur senkrecht zur Einfallsebene polarisirt sein; so dass wenn das einfallende Licht auch natürlich ist so wird das durchgegangene doch dennoch polarisirt sein.

Die Intensität ergibt sich aus dem Satze – dass wenn ein

+

Hat der einfallende Strahl die Intensität 1 und senkrecht pol. so ist der durchgehende Strahl

$$(D_n)_p$$

wenn er 1 ist und ~~Eb~~ der [illegible] senkrecht so ist

$$(D_n)_s$$

Nach dem Satze ist also die Intensität des Durchgelassenen

Strahles

$$\frac{(D_n)_p + (D_n)_s}{2}$$

Wenn n sehr gross ist so wird die Intensität $= \frac{1}{2}$. Die andere Hälfte des Lichtes wird reflectirt und ~~hat dann~~ ist parallel der Einfallsebene polarisirt.

Es ist im allgemeinen wenn $n = \infty$ das durchgelassene Licht $= 0$

das hängt ab von dem Verhalten der in diesem Falle ∞ grossen

n und $\frac{1}{\varphi - \rho}$.

In der Wirklichkeit ist noch die Absorption im Spiele

Totale Reflection.

Es sei ~~φ~~ das 2te Mittel ein optischen dünner d. i. es sei $\varphi < \varphi'$. –
Für einen gewissen Werth von φ wird $\varphi' = 90^\circ$ sein. Dies wird stattfinden wenn

$$\sin\varphi = \frac{1}{\mu}$$

wo μ gleich ist dem reciproken Brechungsverhältniss, wenn $\varphi < \varphi'$ so muss $\mu > 1$ sein. – Es ist dann z. B. beim Durchgange von Glas in Luft der Fall. –
Nach den allg. Brechungsverhältnissen muss wenn $\sin\varphi$ gross $>$ als $\frac{1}{\mu}$ ist.

$$\sin\varphi' = \mu \sin\varphi > 1$$

Dann ist $\sin\varphi'$ imaginär ?

$$\cos\varphi' = \sqrt{1 - \mu^2 \sin^2\varphi} = \sqrt{-1}\,\sqrt{\mu^2 \sin^2\varphi - 1}$$

~~und ist~~ In diesem Falle ist

Bei der totalen Reflection geschieht eine Veränderung der Phase. —

Es ist der Folge davon dass wenn ein Lichtstrahl welches senkr. oder parallel polarisirt ist total reflectirt wird, dabei eine Phasenänderung ein tritt, welche für r und s verschieden ist. — Dies erklärt dass ~~das~~ durch totale Reflection Licht in beliebigem Azimuth polarisirt, bei der totalen Reflection ~~zu~~ in einen ellyptisch polarisirten verwandelt wird. — Können wir diese Phasenänderungen dieser Hauptfällen ableiten — so haben wir auch diese Aufgabe gelöst. — Ich werde bei der Bestimmung dieser Phasenänderung

Formeln angeben welche von Fresnel aus Beobachtungen abgeleitet sind. —
Gesetzt es wäre die Bewegung eines Theilchen im einfallenden Strahle

$$u = \sin \frac{t}{T} 2\pi$$

wenn das Licht part. reflectirt wird, so ist die Bewegung derselben Aethertheilchen im reflect. Strahl

$$u' = r \sin \frac{t}{T} 2\pi$$

wo die zwei Fälle p. und s. zu unterscheiden sind. —

Im Falle der totalen Reflection ist hingegen die Bewegung der selben Aethertheilchen im reflectirten Strahle: —

$$u' = \sin\left(\frac{t}{T} - \delta\right) 2\pi$$

wo ~~…~~ δ in den beiden Fällen p. und s. verschiedene Werthe hat. —
Ich beabsichtige δ_p und δ_s abzuleiten.

Fresnel hat gezeigt dass die Grössen in wunderbarem Zusammenhange mit r_p und r_s stehen. – Es ist:

$$r_p = \frac{\sin \varphi - \varphi'}{\sin \varphi + \varphi'}$$

$$r_s = \frac{\operatorname{tg} \varphi - \varphi'}{\operatorname{tg} \varphi + \varphi'}$$

~~bei~~ Wenn part. Reflexion so ist φ und φ' reell wenn dagegen total Refl. so ist (φ') [illegible] imaginär. Dann wird

$$r_p = \cos \vartheta_p - \sqrt{-1} \sin \vartheta_p$$

$$r_s = \cos \vartheta_s - \sqrt{-1} \sin \vartheta_s \qquad (1)$$

Nach den Fresnelschen Formeln sind diese nämlich eben die Phasenänderungen

$$\vartheta_p = \delta_p 2\pi$$

$$\vartheta_s = \delta_s 2\pi \qquad (2)$$

Hieraus will ich nur $(\delta_p - \delta_s) 2\pi$ ableiten, da ja eben von dieser die Bahn der result. Strahlen Theilchen abhängig ist. –

$$r_p = \cos \delta_p 2\pi - \sqrt{-1}\, \sin \delta_p 2\pi$$

$$r_s = \cos \delta_s 2\pi - \sqrt{-1}\, \sin \delta_s 2\pi \qquad (3)$$

Dabei nenne ich

$$(\delta_p - \delta_s)\, 2\pi = \Delta$$

Nach dem Satze über Multiplication und Division complexer Größen. – Finde ich aus (1)

$$\cos \Delta - \sqrt{-1}\, \sin \Delta = \frac{r_p}{r_s} = \frac{\cos \varphi - \varphi'}{\cos \varphi + \varphi'}$$

$$= \frac{\cos\varphi \cos\varphi' + \sin\varphi \sin\varphi'}{\cos\varphi \cos\varphi' - \sin\varphi \sin\varphi'}$$

Zähler und Nenner sind aus reellen und imaginären zusammengesetzt – da ja $\cos\varphi$ und $\cos\varphi'$ imaginär ~~aber~~ und $\sin\varphi \sin\varphi'$ reell sind. –

$$= \frac{\sqrt{-1}\cos\varphi \cdot \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{-1}} + \sin\varphi \sin\varphi'}{\sqrt{-1}\cos\varphi \frac{\cos\varphi'}{\sqrt{-1}} - \sin\varphi \sin\varphi'}$$

Dies auf die Normalform einer Comple-
xen Grösse gebracht: –

$$\cancel{\sqrt{-1}\cos\varphi\frac{\cos\varphi'}{\sqrt{-1}} - \sin\varphi\sin\varphi'}$$

$$= -\frac{\left(\sqrt{-1}\cos\varphi\frac{\cos\varphi'}{\sqrt{-1}} + \sin\varphi\sin\varphi'\right)^2}{(\sin\varphi\sin\varphi')^2 + \left(\cos\varphi\frac{\cos\varphi'}{\sqrt{-1}}\right)^2}$$

Aus dieser Gleichung ziehe ich die Quadrat-
wurzel, nach dem Moivre-schen Satz
folgt: –

$$\cos\frac{\Delta}{2} - \sqrt{-1}\sin\frac{\Delta}{2} = \frac{\cos\varphi\frac{\cos\varphi'}{\sqrt{-1}} - \sqrt{-1}\sin\varphi\sin\varphi'}{\text{Nenner.}}$$

Den Nenner brauche ich gar nicht da
ich ja nur das Verhältniss des reellen und
des imaginären Theiles brauche. –

$$tg\frac{\Delta}{2} = \frac{\sin\varphi\sin\varphi'}{\cos\varphi\frac{\cos\varphi'}{\sqrt{-1}}}$$

Aus dieser Gleichung soll das scheinbar imaginäre heraus-
geschafft werden, und da $\sin\varphi' = \mu\sin\varphi$ das

Verhältniss μ angeführt werden u. s. w.

$$\operatorname{tg}\frac{\Delta}{2} = \operatorname{tg}\varphi\,\frac{\mu\sin\varphi}{\sqrt{\mu^2\sin^2\varphi - 1}} \quad (?)$$

Wir wenden diese Formeln an — wir suchen ob wir durch totale Reflexion nicht etwa kreisförmig polarisirtes Licht erhalten können. —

Die Bedingungen des circularpolarisirten Lichtes sind 1) dass die beiden Componenten gleiche Amplituden haben und 2) um $\frac{\pi}{2}$ oder $\frac{3\pi}{2}$ verzögert seien. —

Es sei das Pol. Azimuth des einfallenden Lichtes α. — dann sind die zwei Componenten die Amplituden

$$\cos\alpha \quad \text{und} \quad \sin\alpha$$

sollen die reflectirten —

$$\cos\alpha = \sin\alpha$$

das ist

$$\alpha = 45^\circ$$

Die zweite Bedingung der circularpolarivierten Zeichen ist dem

$$\Delta = \frac{\pi}{2}\text{, oder } \frac{3\pi}{2} \text{ sei.}$$

Es muss also

$$tg\,\frac{\Delta}{2} = \pm 1 \text{ sein}$$

es fragt sich ob es einen reellen Werth von φ giebt der bei gegebenem Werthe von μ dieser Bedingung genügt.

Soll also der resultirende Strahl circularpolarisirt sein so muss

$$\frac{\mu \sin^2\varphi}{\cos\varphi\sqrt{\mu^2\sin^2\varphi - 1}} = \pm 1 \text{ sein.}$$

Ich will die Aufgabe allgemeiner behandeln ich will nämlich

$$tg\,\frac{\Delta}{2} = \gamma \quad \text{also}$$

$$\frac{\mu \sin^2\varphi}{\cos\varphi\sqrt{\mu^2\sin^2\varphi - 1}} = \gamma$$

setzen. – Diese Gleichung ist eine quadratische Gleichung für $\sin^2\varphi$, welche sich auf folgende Form bringen lässt:

$$\left(\frac{1}{\sin^2\varphi} - 1\right)\left(\mu^2 - \frac{1}{\sin^2\varphi}\right) = \frac{\mu^2}{\gamma^2}$$

oder wenn wir für $\frac{1}{\sin^2\varphi}$ das Zeichen x einführen

$$(x-1)(\mu^2 - x) = \frac{\mu^2}{\gamma^2}$$

je nach dem Werthe von γ kann diese Gleichung reelle oder imaginäre Werthe Wurzeln haben – Sollen die Wurzeln reell sein, dann muss x zwischen 1 und μ^2 liegen – wenn also die Gleichung für x reelle Werthe giebt auch φ reelle Werthe haben wird. – Also wird φ Werthe haben, welche einer totalen Reflection entsprechen – Dies wird aber nicht immer der Fall sein – aufgelöst ergibt sich:

$$x = \frac{1}{\sin^2\varphi} = \frac{\mu^2+1}{2} \pm \sqrt{(\mu^2-1)^2 - 4\frac{\mu^2}{\gamma^2}}$$

Es werden also die Werthe von x reell sein wenn

$$(\mu^2-1)^2 > 4\frac{\mu^2}{\gamma^2} \quad \text{ist}$$

der Grenzwerth der reellen Werthe ist gegeben durch:

$$(\mu^2-1)^2 = 4\frac{\mu^2}{r^2}$$

Wenn also geradlinig polarisirtes Licht durch totale Reflexion in circular polarisirtes übergehen soll, so muss:

$$(\mu^2-1)^2 > 4\mu^2 \text{ sein. d. i.:}$$

$\frac{(\mu^2-1)^2}{4\mu^2} > 1$

$\mu^4 - 2\mu^2 + 1 > 4\mu^2$

$\mu^4 + 1 > 6\mu^2$

$\mu^2(\mu^2-2) + 1 > 4\mu^2$

$$\mu > 1+\sqrt{2}$$

$\mu^2 - 1 > 2$

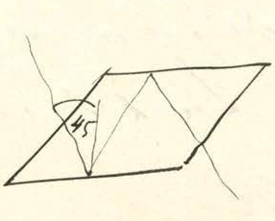
$\frac{\mu^2-1}{4\mu} > 2$

$\mu > 1+\sqrt{2}$

$$\mu > 2,414$$

Es muss also dann der Brechungsverhältniss grösser sein als 2,414. — Es giebt solche Mittel z. B. Luft und Diamant dabei kann man also circularpolarisirtes Licht durch eine totale Reflexion erhalten.

Nicht so ist es bei Glas — es wird jedoch möglich sein auch mit Glas durch mehrmalige totale Refl. geradl. pol. Licht ~~in~~ in circular polarisirtes umzuwandeln.



Wir sehen ob es durch zweimalige möglich ist — und welche dann die Bedingung ist.

$= (1+n^2)^2 + 8n^2 < 0$

$n^4 - 6n^2 + 1 > 0$

Es muss dann

$$\alpha = 45^0 \text{ an}$$

bei jeder einzelnen Reflexion. —
dagegen $\Delta = \frac{\pi}{4}$ oder $\frac{3\pi}{4}$ sein. —

Also muss dann

$$\gamma = tg\,\frac{\pi}{8} \text{ oder } tg\,\frac{3\pi}{8}$$

$$\gamma = tg\,\underline{22\tfrac{1}{2}^0} \text{ oder } tg\,\underline{67\tfrac{1}{2}^0}\ ?$$

Wir müssen sehen ob dann φ reell wird

$$\frac{1}{\sin^2\varphi} = \frac{\mu^2+1}{2} \pm \sqrt{(\mu^2-1)^2 - 4\frac{\mu^2}{\gamma^2}}$$

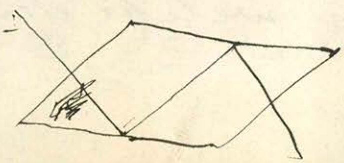
$$\gamma = 0,414 \qquad \gamma = 2,414$$

$$\mu = 1,5$$

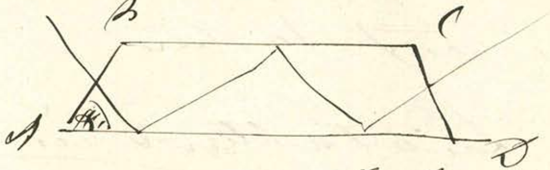
dann ist

$$\varphi = 50^0 14' \text{ oder } \varphi = 53^0 16'$$

Hierauf beruht die Einrichtung des Fresnelschen Parallelepipedums dessen man sich [illegible] circular polarisirtes Licht zu erhalten. —



Man kann die Vorrichtung auch so ändern dass statt 2 nach 3 ~~tot~~ totale Reflectionen das Licht circularpolarisirt werde. –



Man muss den ∡ BAD berechnen. –
Dann muss nehmen

$\Delta =$ oder $\dots$

Da erhält man zwei Werthe für φ deren nur ein ~~[illegible]~~ reell ist.

$$\varphi = 69^\circ 4' \text{ oder } 43^\circ 35'$$

Man kann ein solches Fresnelsches Parallelepiped nur auf Licht von gewisser Farbe genau anwenden – da $\dots$ für verschiedene Farben zu verschieden ist. –

IIII Einwirkung anisotroper Mittel auf das Licht. —

Dabei Rücksicht auf Farbenerscheinungen krystallinischer Platten

1. Bewegung des Lichtäthers in einem doppelt brechenden Krystall. —

Denken wir uns ein unbegrenztes kryst. Mittel in welchem sich ebene Wellen fortpflanzen. — Auch hier findet die Beweg. in der Wellenebene statt. — Nenne ich den Perpendikel auf die Ebene von einem festen Punkte x. so ist die Verrückung eines Theilchens in der Ebene zur Zeit t.

$$u = a \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{Tv}\right) 2\pi \quad \ldots 1,$$

a Amplitude, v Fortpfl. geschw. —

Bei doppeltbrechenden Krystallen kann die Verrückung nur haben zwei aufeinander senkrechte Richtungen. — ~~Die bes~~ bei gegebener Richtung der Wellenebene. — Man unterscheidet diese als die ungewöhnliche und die gewöhnliche Welle. – Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieser zwei verschiedenen Wellen ist eine verschiedene, sie seien so

v_o und v_e

dabei sind v_o und v_e noch abhängig von der Richtung der Wellenebene. –

Es giebt Krystalle bei welchen es eine Richtung giebt für welche

$v_o = v_e$ 1)

für andere Krystalle sind zwei Richtungen der Wellen für welche

$v_o = v_e$ 2)

Diese sind die optische einaxigen und optische zweiaxigen Krystalle.

Bei optische einaxigen Krystallen:

v_o = Const. daher der zwei

$\angle(A, x) = u$

$$v_e^2 = a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2 u$$

$$v_o^2 = a^2$$

wo a und c zwei Constanten des Krystalls sind

Bei uniaxigen Krystallen hängen sowohl V_o als V_e von der Richtung der Wellennormale ab. – Wenn

$$(A_1\, x) = u_1$$

$$(A_2\, x) = u_2 \quad \text{so ist}$$

$$V_e^2 = a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2\frac{u_1+u_2}{2} \quad (1),$$

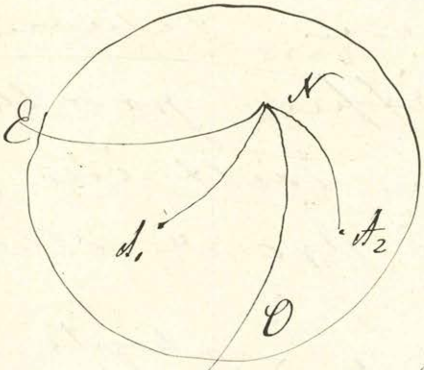
$$V_o^2 = a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2\frac{u_1-u_2}{2} \quad (2),$$

Wenn $u_1 = u_2$ wird, so übergehen diese Formeln in den speciellen Fall der optisch einaxigen Krystalle. –

Ich habe gesagt dass die Version nur in zwei Richtungen möglich ist. –

Polarisationsebene die Ebene durch die Wellennormale und die Richtung der Verschiebung gelegt. – Bei optisch einaxigen Krystallen ist die durch die optische Axe und Wellennormale gelegte Ebene die Polarisationsebene des gewöhnl.

Strahles. – Die [illegible] steht darauf senkrecht.
Optische einaxige Polaren Ebene.
Kugelprojection.



Halbirt die Winkel von den Ebenen NA_1 und NA_2
Satz neu halbirt.

Hieraus lässt sich die Behauptung für
der spez. Fall
optische einaxige Krystalle ableiten

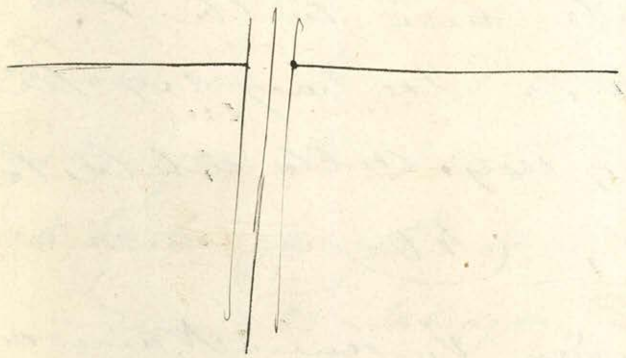
Hauptschnitt. [illegible], NO

Beim optisch I werden V_o einen Namen des
V_o = const.

Nicht bei opt. II.

Ich bediente mich hier oft des Ausdrucks
Wellennormale. So werde ich auch bei
isotropen Mitteln. Ich meine dies da einen
Strahl.

Bei isotr. ist der Winkel zwischen
Strahl und Normale = 0. –
Bei anisotr. nicht. –
Denken wir uns einen unkrystallisirtes
~~Mittel~~ Mittel – und einen Schirm
mit kreisförmiger Öffnung parallel
der Wellenebene. – Da tritt ein
Lichtcylinder ein – die Axe desselben
ist ein Strahl. –



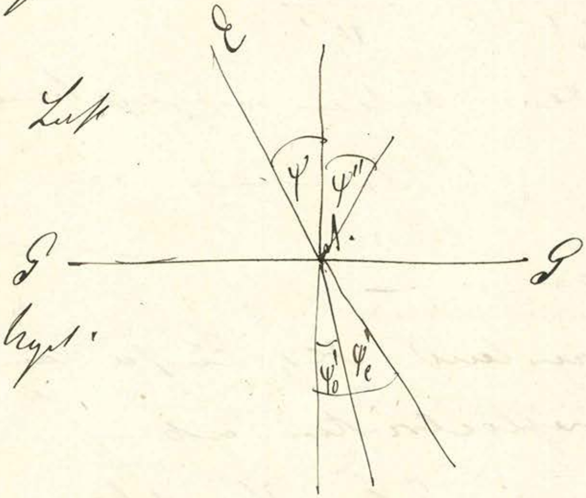
Bei ~~kryst.~~ unkryst. Mitteln
ist vollkommen
Symmetrie da nun
diese Axe muss
senkrecht auf den
Schirm d. i. auf
die Wellenebene sein.

Bei unkryst. Mitteln ist keine solche
Symmetrie also muss auch ~~kein~~ die Norm
von dem Strahle abweichen können. –
Im folgenden werde ich nie von Strahl

einer nur von der Wellennormale und Wellenebene sprechen. –

§ 2.

Ich denke mir das Ebene Lichtwellen in der Luft zur Ebenen Grenze eines Krystalls kommen. –



Es sei EG ein <u>einfallender Strahl</u>. Es bildet sich dann ein reflectirter Strahl und zwei ~~eine~~ durchgelassene Welle der Wellennormale. –

Auch hier ist $\psi'' = \psi$

Wäre dies nicht der Fall so könnte das Reflexionsgoniometer für opt. II nicht gebraucht werden. –

Die beiden gebildeten <u>Wellennormalen liegen auch in der Einfallsebene</u> also in der Zeichnungsebene. —

Ist V_o' die Fortpfl. eines ~~ord~~ linearen oder ~~u der Richtung~~ deren Normale ψ_o' ist und V_e' entspr. Gesch. einer ausser. einer Normale ψ_e' ist, so ist:

$$\frac{\sin\psi}{v} = \frac{\sin\psi_e'}{v_e'} = \frac{\sin\psi_o'}{v_o'}$$

Hieraus und aus der schon angegebenen Formeln für v_e' und v_o' können wir ψ_e' und ψ_o' berechnen. —

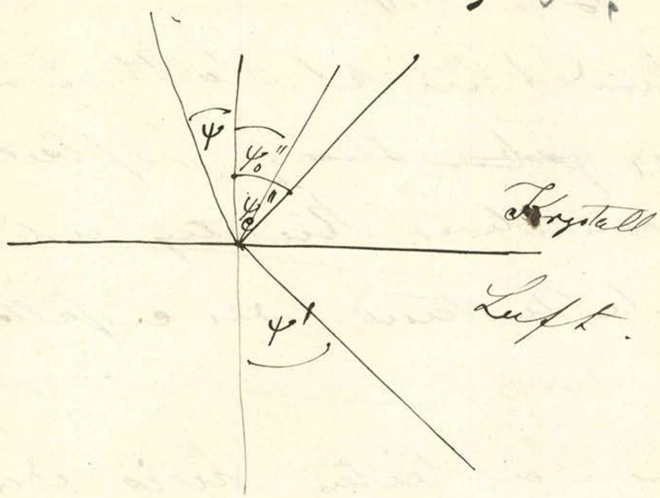
Von dem Polarisationszustand der Einfallenden Welle hängt der der reflectirten ab —

Der Pol. Zustand des Ord. und Extr. Strahles ist aber unabhängig von dem Pol. Zust. des Einfallenden Strahles —

Eine Phasenänderung findet nicht statt.

Die Ampl. der geb. Strahlen werden von der Ampl. des einfallenden, und ~~ihrer~~ deren Richt. abhängig sein. —

§ 3.



Da liegt wieder alles in der Einfallsebene. Es bilden sich zwei reflectirte Wellen.

Das Licht soll von dem Krystall einfallen. —

v Fortpfl. der einfallenden Welle abh. von der Richtung und davon ob es ein gew. oder ungew. Strahl ist.

v_0'' refl. ord.

v_e'' refl. extraord

v' in Luft.

So bestehen die Gleichungen:

$$\frac{\sin\varphi}{v} = \frac{\sin\psi_0''}{v_0''} = \frac{\sin\psi_0''}{v_0''} = \frac{\sin\psi'}{v'}$$

Phasenänderung findet nicht statt. –
Der Pol. Zust. der ~~gebrochenen~~ reflectirten Strahlen hängt von ihrer Richtung ab – und von dem Pol. Zustand der einfallenden Strahlen. –
Wir müssten noch ableiten wie die Amplituden der reflectirten und Strahlen von ~~den Amplituden~~ den Grössen abhängt welche die Amplitude der einfallenden Strahlen bestimmen. –

Neumann. –

§ 9.

Brechung bei senkrecht auffallendem Lichte

Dabei die Principien benützt: –

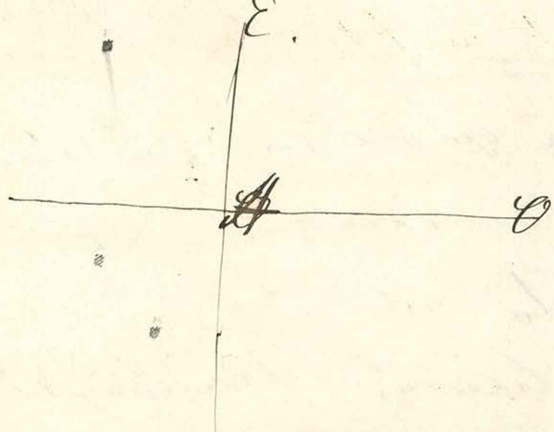
1 Verrückungen der Theile an der Grenze in beiden Mitteln dieselben –

2 Die Summe der lebendigen Kräfte des refl. und gebr. Strahles ist gleich der lebendigen Kraft der einfallenden Strahlen.

Es soll der Einfallswinkel $\varphi = 0$

Diesen speciellen Fall werden wir nur behandeln. – Dann sind auch φ' und φ'' $= 0$ also auch die reflectirten und gebr. Wellenebenen Parallel der brechenden Fläche. –

Es möge die Zeichnungsebene die Grenzchen sein – vorn Luft, hinten doppelt brechenden Krystall. – Hierauf soll rechtw. Licht einfallen. – Dann ist die Richtung der Bewegung in dem einen AO, in dem Anderen AE. –



Es sei das einfallende Licht geradlinig polarisiert. –

1) Fall pol. in der Ebene AO – dann bildet sich nur eine ordinäre gebr. Welle, und eine reflectirte Welle –

alle sind in der Ebene AO polarisirt.
Dass in diesem Falle die Amplitude des extraordinären Strahles = 0 ist — sehen wir am folgenden Bsp. ein.

Ampl. des ein. $\quad 1$

Durch. — $\quad d_o$

reflex. $\quad r_o$

Dann giebt das Princip I die Gleichung

$$1 + r_o = d_o$$

(Im allg. Falle des schiefen irgend wie polarisirten Strahles giebt dieses Princip 3 Gleichungen.)

Das zweite Princip giebt in diesem Falle eine Gleichung zwischen

$$r_o \text{ und } d_o$$

Es lässt sich also beiden Principien genügen mit der Annahme dass $d_e = 0$ und hieraus folgt die Richtigkeit der Behauptung.

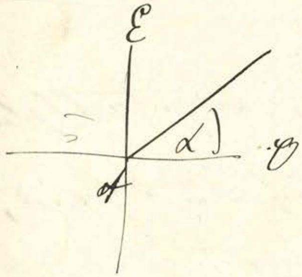
2) Fall das einf. Licht parallel zu AE polarisiert. –

Ampl. der einf. 1

" der durchgeg. d_e $\quad 1 + r_e = d_e$

" der refl. r_e $\quad$ also $d_o = 0$

Nach der Betr. dieser beiden Fälle können wir ~~Pol. zustand der~~ für den allg. Fall der eigen wie pol. einfallenden Strahles angeben. –



Ich zerlege die einfallende in zwei Strahlen deren Ampl. $\cos\alpha$, $\sin\alpha$

$$d_o = (d_o)\cos\alpha$$

$$d_e = (d_e)\sin\alpha$$

Ähnlich könnten auch die Amplituden der reflektierten Strahlen berechnen – Von dem machen wir aber keinen Nutzen

§§

Jetzt sei vorn Krystall hinten Luft. –
Das Licht fallen senkrecht auf.
~~1. Fall~~ der einfallende ein gewöhnli-
che so bildet sich drei Wellen die
in der selben Ebene polarisirt sind

d_0'

d_e'

§

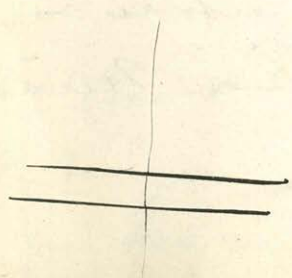
Durchgang des Lichtes durch eine Krystallplatte
die durch parallele Ebenen begrenzt sind,
und es soll das Licht senkrecht auf-
fallen. –

Die Ampl. der nach AO
polarisirten durchgegangenen
Strahles ist daher:

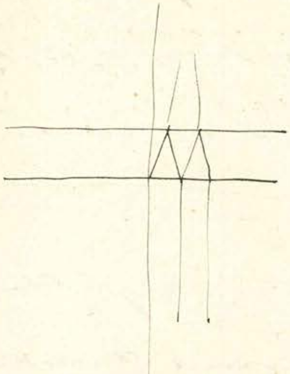
$d_0' d_0 \cdot \cos\alpha$ &

die der um AE polarisirt.

$d_e' d_e \sin\alpha$ &



Wir würden (Grenze genommen) eine unendl. Zahl von refl Strahlen in Rechnung ziehen müssen — die Ampl. der Anderen ist aber sehr gering: —



Die Ausdrücke δδ lassen sich für durchsichtige Krystalle vereinfachen — Für solche ist

k cos α

k sin α

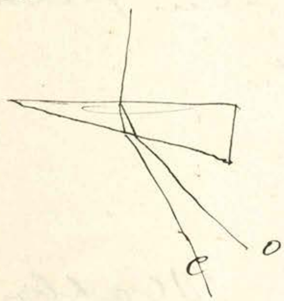
Wäre es möglich einen dieser Strahlen fortzuschaffen so wäre es möglich ebenso wie bei der Spiegelung nur polarisirtes Licht zu erhalten — dann würde auch ein natürlicher Strahl polarisirt werden —

Es giebt Krystalle welche nicht durchsichtig sind und verschiedene Absorption auf ~~durchsichtige~~ ordinäre und extraordinäre Strahlen ausüben: —

die Turmalinplatte. –

Eine solche Turmalinplatte ist so brauchbar als ein polarisirender Spiegel, da sie die Richtung der Strahlen nicht ändert. Dagegen färbt und schwächt sie das weisse Licht. –

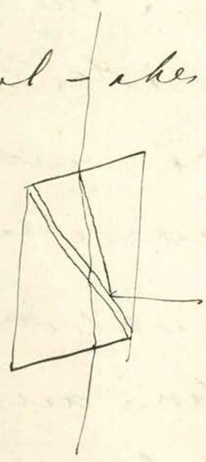
Man kann statt dem eigentlichen doppeltbrechenden Prisma anwenden.



Das eine blendet man.

Daher ist auch der Nachtheil den man doppelte Bilder enthält. –

Nicol-sches Prisma. –



Ein Krystall gespalten dann durch Canadabalsam zusammengeklebt so als ~~wenn~~ wie er in nat. Lage war.

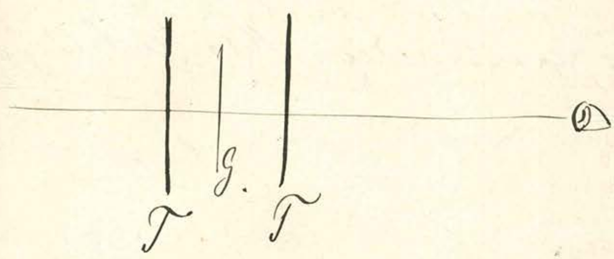
Von dem Canadabalsam wird nun der ordinäre Strahl ~~gebrochen werden~~ total reflectirt werden.

Erscheinungen doppelbrechender Krystallplatten zwischen zwei polarisirenden Vorrichtungen. —

Diese können Nicols, oder Turmalins, oder Spiegel sein. —

Ich nehme an Turmalinplatte. —

Und dazwischen Gypsplatte. —

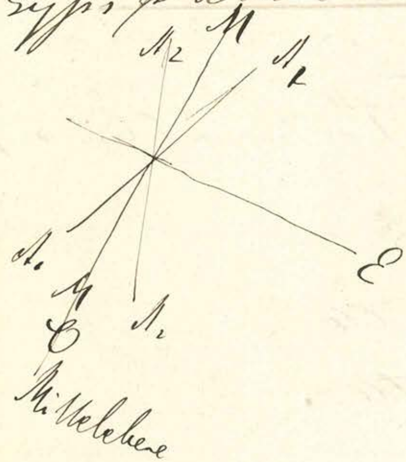


sieht man in der Richtung des Auges durch — so sieht man Farben, die von der ~~Intensität~~ Dicke und Stellung der Platten abhängen. —

Diese Erscheinungen werden wir zu erklären suchen. —

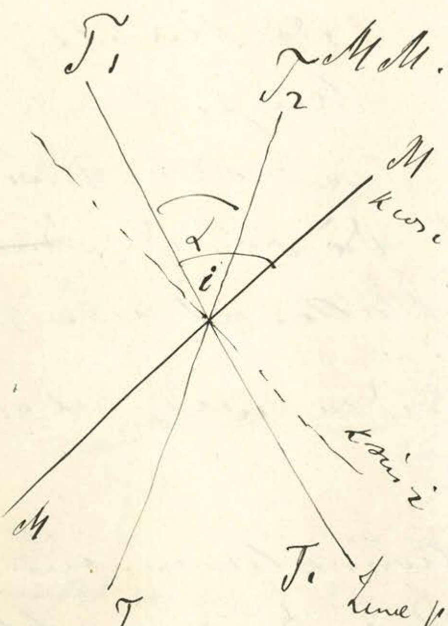
Wie liegen die Polarisationsebenen im Gyps. Gyps ist doppelbrechend. In demselben liegen die optischen Axen?

Hiernach ergiebt sich nach der allgemeinen Regel die Polarisationsebene des ordinären und des extraordinären Strahles in der Gypsplatte. —



Die optischen Axen liegen in der Ebene der Gypsplatten. Sie interessieren uns nicht mehr. —

Andere Zeichnung in der Ebene der Gypsplatte. Darin nur die Mittellinie MM.



Linie parallel mit pol. Ebene des ersten Turm. durch irgend einen Punkt der Platte.

Die Amplitude der Strahlen der aus dem ersten Turmalin austritt setze ich $=1$

Das Licht sei <u>homogen</u>. –

Aus dem Gyps tritt dann ein ordinärer und ein extraordinärer Strahl aus.

Ord. Ampl. $k \cos i$

extraord — $k \sin i$

k Constante abh. von Gyps. –

Dann kommt das Licht in die 2 Turmalin Platte. – Da tritt nur Licht aus pol. nach $T_2 T_2$ aus

$$k k' \cos i \cos(i-\alpha)$$

$$k k' \sin i \sin(i-\alpha)$$

beide Strahlen haben dieselbe pol. Ebene.

Sie werden mit einander interferiren. –

Die Ampl. des resultirenden Strahles hängen von den Ampl. der Componenten – und von ihrem Phasenunterschiede ab. —

Ein solcher Phasenunterschied ist der in Folge der verschiedenen Geschwindigkeit, welche die beiden Strahlen das Gypsblättchen passirten. —

Die Verzögerung des einen Strahles gegen den anderen ist:

$$\frac{D}{v_o} - \frac{D}{v_e} = D\left(\frac{1}{v_o} - \frac{1}{v_e}\right)$$

Also ist der Phasenunterschied Δ:

+) $$\Delta = D\left(\frac{1}{v_o} - \frac{1}{v_e}\right)\frac{2\pi}{T}$$

Aus diesem Phasenunterschiede und aus den Amplituden der componenten Strahlen wird sich die Ampl. des resultirenden Strahles berechnen lassen. —

+) D = Dicke des Blättchens.

vert.

Ich nenne die Intensität der resultirenden Strahlen J, und die ~~der~~ Amplitude der einzelnen ~~Amp.~~ Strahlen a_1 und a_2 so u. s. w.

$$J = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\Delta$$

$$J = (a_1 + a_2)^2 - 4a_1 a_2 \sin^2\frac{\Delta}{2}$$

Wir fanden

$$\begin{cases} a_1 = kk' \cos i \cos(i-\alpha) \\ a_2 = kk' \sin i \sin(i-\alpha) \end{cases}$$

$$\Delta = \mathcal{D}\left(\frac{1}{v_o} - \frac{1}{v_e}\right)\frac{2\pi}{T}$$

Diese Werthe in J eingesetzt:

$$J = (kk')^2\left\{\cos^2\alpha - \sin 2i \sin 2(i-\alpha)\sin^2\frac{\Delta}{2}\right\}$$

Diese Formel setzt voraus dass das einfallende Licht homogenes ist. – Es sei dasselbe gemischtes, etwa weisses. – Und ich will a nennen die Amplitude eines der Bestandtheile deren Schwingungsdauer T ist. – Damit die Intensität des einf. Strahlen

$$= \Sigma a^2$$

und

$$J = \Sigma\left\{\cos^2\alpha \cdot a^2 - \sin 2i \sin 2(i-\alpha)\sin^2\frac{\Delta}{2} a^2\right\}$$

Da α unabh. von der Farbe, also ~~von~~ für die Summation eine Constante ist:

$$J = \cos^2\alpha \sum a^2 - \sin 2i \sin 2(i-\alpha) \sum a^2 \sin^2\frac{\Delta}{2}$$

für $\frac{\Delta}{2}$ den Werth gesetzt:

$$J = \cos^2\alpha \sum a^2 - \sin 2i \sin 2(i-\alpha) \sum a^2 \sin^2 \delta\left(\frac{1}{v_o} - \frac{1}{v_e}\right)\frac{\pi}{T}$$

Die erste Grösse dieser Differenz stellt die Intensität einer gewissen Menge weissen Lichtes dar. — Der zweite Ausdruck ist die Menge homogenen Lichtes. — Wenn $\sin 2(i-\alpha)$ pos. ist so ist die Farbe die Complementäre — ist sie positiv so ist sie die durch den Ausdruck dargestellte. —

Bei der Theorie der Newton'schen Ringe fanden wir:

$$J_r = \sum a^2 4r^2 \sin^2\frac{L}{\lambda}2\pi$$

wo λ die Wellenl. L Dicke der Platte war. —

Führe ich statt λ ein $\lambda = vT$ wo v Fortpflanzungsg. der Luft.

$$J_r = \sum a^2 4r^2 \sin^2\frac{L}{Tv}2\pi$$

Ich kann ohne besonderen Fehler zu begehen, indem ich von der Dispersion absehe schreiben

$$J_r = 4r^2 \sum a^2 \sin^2 \frac{L}{\lambda V} 2\pi$$

Dann ist die Farbe bei der Luftdicke L.

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit dem I. so sehen wir dass sie dieselbe Form haben, ja sie werden identisch, wenn

$$\frac{2L}{v} = D\left(\frac{1}{v_0}-\frac{1}{v_e}\right)$$

Denken wir uns L hieraus berechnet so stellen beide Ausdrücke Licht von derselben Farbe dar. – Hieraus sehe ich dass wenn

$\sin 2i : \sin 2(i-\alpha)$ = negativ ist

dann die Farbe des Blättchens dieselbe ist als die der Newtonschen Ringe bei Luftdicke L und senkrechtem Auffallen

Wenn dagegen

$$\sin 2i \sin 2(i-\alpha) = \text{pos.}\ \text{ist}$$

so ist die Farbe des Blättchens

die complementaire. —

Um die Farbe kennen zu lernen müssen

wir demnach L, also V_o und V_e be-

rechnen. — Wir fanden

$$V_o^2 = a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2\frac{u_1 - u_2}{2}$$

$$V_e^2 = a^2 - (a^2 - c^2)\sin^2\frac{u_1 + u_2}{2}$$

Dies haben wir auf vertical durchschnittenes

Blättchen anzuwenden:

also $\qquad u_1 + u_2 = 90^0$

$$V_o = a$$

$$V_e = c$$

In unserem Falle sind als V_o und V_e gera-

dezu die Constanten. —

Die Werthe derselben wurden, durch

Lichtstrahls durch die Ablenkung in einem Gyps-prisma berechnet:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{v} \cdot 1{,}5297$$

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{v} \cdot 1{,}5205$$

Man kann nun $\mathfrak{L}$ durch $\mathfrak{D}$ berechnen.

$$\mathfrak{L} = \frac{\mathfrak{D}}{218}$$

d. h. das Gyps-blättchen zeigt dieselbe Farbe, wie ein Newtonsches Blättchen bei 218 facher ~~Weg~~ Dicke. –

Dabei ist die Intensität der Färbung für verschiedene Werthe von i ~~und $\mathfrak{L}$~~ und α verschieden. Ja es wird die Farbe $= 0$ und das Licht wird weisses sein

Wenn $\sin 2i \sin 2(i-\alpha) = 0$

d. i. $i = 0°$ ~~oder~~ oder $90°$ $180°$ $270°$ ist

oder $i - \alpha = 0°$ .. $90°$ $180°$ .. $270°$

In all' diesen 8 Fällen ist. $J = \cos^2\delta \sum a^2$

also weißes Licht. —

Die Intensität des Weissen Lichtes hat

ein maximum für

$$\cos\alpha = 1$$

und ein minimum für

$$\cos\alpha = 0$$

Die Intensität der Färbung hat dagegen

ein maximum wenn

$$\sin 2i \sin 2(i-\alpha) = \pm 1$$

d. i. wenn

$\sin 2i = \pm 1$ und zugleich $\sin 2(i-\alpha) = \pm 1$

Damit ~~[illegible]~~ $\sin 2i = 1$ sei muss $i = 45^\circ$ sein,

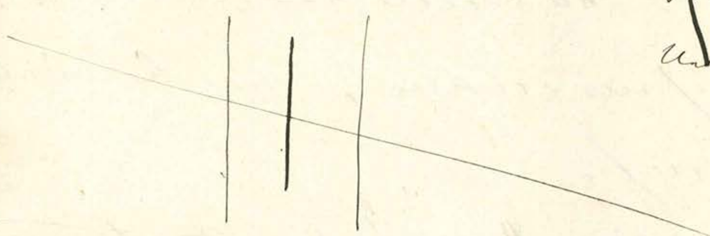
Wenn dann auch $\sin 2(i-\alpha) = \pm 1$ sein soll,

so muss $\alpha = 0$ oder $\alpha = 90^\circ$ sein. —

In beiden Fällen ist die Färbung die Complementäre; wie es die Gleichungen zeigen. —

Farbenerscheinungen bei schief auffallendem Licht – trotzdem sei der Winkel ein Kleiner.

Dabei werden wir sehen dass die Intensität von der Richtung abhängt. (Dies erklärt bei verschiedenen ganz Licht die Farben Ringe.)

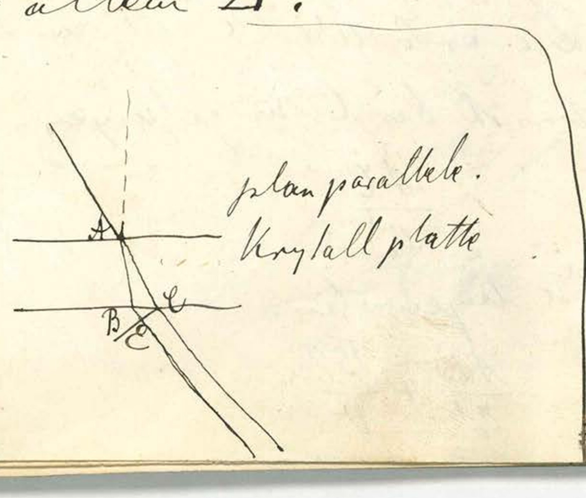


Z.B. Δ wächst der Phasenunterschied

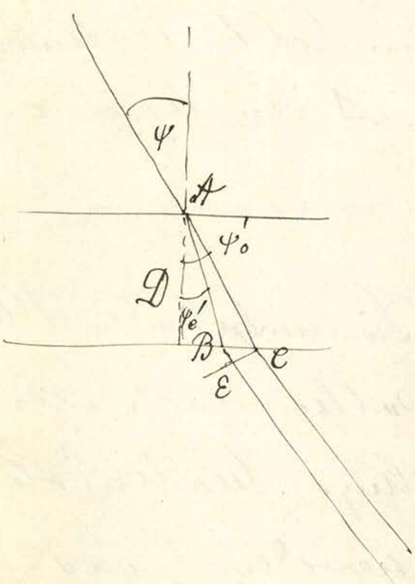
Wir behalten dieselben Bezeichnungen. Dann gilt unverändert

$\mathring{\delta}$ – worin aber, τ und Δ zu berechnen sind – –

Vor allem Δ.



Die auffallenden Strahlen sollen durch das Auge beobachtet werden, das auf ∞ accomodirt ist — solche parallele Strahlen fallen auf dieselbe Stelle der Retina, und interferieren da — statt die Aufgabe so zu lösen, stelle ich sie anders auf. Bei CE sei eine Wellenebene — das Licht von C braucht ebensoviel Zeit bis in die Retina zu gelangen, als das Licht bei E. — Statt also den Phasenunterschied in der Retina aufzusuchen, suche ich ihn bei C und E auf. —



Um Δ zu finden suche ich ~~den Gangunterschied~~ die Verzögerung (?) der Strahlen bei C und E.

Die erste Welle braucht um bis C zu gelangen

$$\frac{AC}{v_0'}$$

die ungewöhnliche

$$\frac{AB}{v_e'} + \frac{BE}{v}$$

die Verzögerung ist die Differenz dieser zwei Ausdrücke — also

$$\Delta = \frac{2\pi}{T}\left\{\frac{AC}{v_o'} - \frac{AB}{v_e'} - \frac{BE}{v}\right\}$$

Jetzt nur AC, AB, und BE durch die Winkel und die Dicke des Blättchens auszudrücken. Die Dicke sei D.

$$D = AC \cdot \cos\psi_o' \qquad AC = \frac{D}{\cos\psi_o'}$$

$$AB = \frac{D}{\cos\psi_e'},$$

$$BC = D(\operatorname{tg}\psi_o' - \operatorname{tg}\psi_e')$$

$$BE = D(\operatorname{tg}\psi_o' - \operatorname{tg}\psi_e')\sin\psi$$

Diese Werthe und gleichzeitig die Werthe aus

$$\frac{\sin\psi}{v} = \frac{\sin\psi_o'}{v_o'} = \frac{\sin\psi_e'}{v_e'}$$

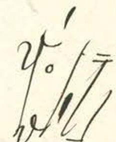
führe ich in die Gleichung für Δ ein:

$$\Delta = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{D\sin\psi}{v}(\operatorname{cotg}\psi_o' - \operatorname{cotg}\psi_e')$$

Dies ist dann in Å einzusetzen ... –

Vorl. Mart. 1, 1869.

Wir werden diesen Werth nun für Δ umformen auf einen Ausdruck in φ und den Constanten des Krystall's. — Wir fanden



$$\frac{\sin\psi_0'}{v_0'} = \frac{\sin\psi_e'}{v_e'} = \frac{\sin\psi}{v};$$

hieraus kann ich bilden

$$\sin^2\psi_0' = \frac{\sin^2\psi}{v^2}\left(a^2 - (a^2-c^2)\sin^2\frac{u_1'-u_2'}{2}\right) \quad ...(1,$$

u_1' und u_2' sind im Innern. — Ich bezeichne alle die Grössen im Innern mit einem '

$$\sin\psi_e' = \frac{\sin^2\psi}{v^2}\left(a^2 - (a^2-c^2)\sin^2\frac{u_1'+u_2'}{2}\right) \quad ...(2,$$

In den beiden Gleichungen haben strenge genommen u_1' und u_2' verschiedene Werthe. — Da aber der Winkel welchen die beiden Wellennormalen mit-einander bilden bei allen in der Natur vorkommenden Krystallen ein sehr kleiner ist; so begehen wir einen sehr kleinen Fehler wenn wir in beiden Ausdrücken denselben Werth unter u_1' und u_2' verstehen, d.i. wenn wir von der Doppelbrechung in diesen

Ausdrücken absehen.
Es ist in diesem Falle auch (a^2-c^2) sehr klein
~~auch~~ bei Entwickelung nach dem binom. Lehrsatze werden wir demzufolge nur die Glieder niedrigster Ordnung zu berücksichtigen haben. –

$$\sin\varphi_0' = \frac{\sin\varphi\, a}{v}\cdot\left(1-\frac{1}{2}\,\frac{a^2-c^2}{a^2}\sin^2\frac{u_1'-u_2'}{2}\right)$$

hieraus $\cot\varphi_0'$ berechnet ergiebt sich

$$\Delta = \frac{\pi}{T}\cdot\frac{D(c^2-a^2)}{a^3}\cdot\frac{\sin u_1'\sin u_2'}{\sqrt{1-\frac{a^2\sin^2\varphi}{v^2}}}$$

Wir beschränken uns auf die Betrachtung des Falles dass $\varphi = 0$ sei – von dem haben wir noch nicht Gebrauch gemacht, thun wir dies, so wird

$$\Delta = \frac{\pi}{T}\cdot D\,\frac{c^2-a^2}{a^3}\sin u_1'\sin u_2'$$

Die Farbe welche der Strahl hat können wir auch hier durch die Luftdicke angeben, welche bei Newton's Ringen der Farbe entspricht. –

nenne ich L die Luftdicke so ist.

$$(3)\qquad L = \tfrac{1}{4} D \cdot \frac{v(c^2-a^2)}{a^3} \sin u_1' \sin u_2'$$

Wir betrachteten früher den spez. Fall der Gypsblättchen wobei:

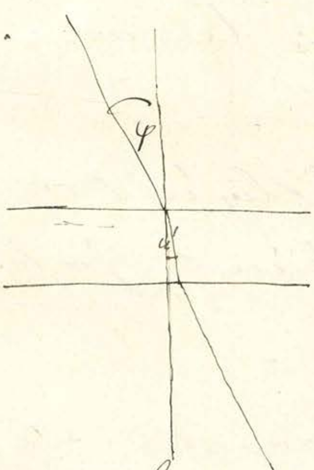
$$u_1' = u_2' = 90^0 \quad \text{war}$$

setzen wir dies ein so sehen wir zu einem vom vorigen verschiedenen Werthe kommen, welcher aber nur um Grössen der Ordnung $(a^2-c^2)^2$ verschieden sind. Eine ~~Die~~ Folge davon dass wir beim zweiten Falle Gebrauch davon gemacht haben dass a^2-c^2 unendl. klein ist was wir im ersten Falle nicht thaten. –

$$\frac{D}{4} \cdot \frac{c^2-a^2}{a^2 v} \sin^2\varphi$$

In verschiedenen Richtungen auffallendes Licht. – (6)

Beschreibung der Erscheinung. –
Einfache Fälle der Behandlung unterworfen. –
Eine Platte aus einaxigem Krystall (Kalkspath) geschliffen senkrecht auf die opt. Axe. – So dass die Normale des Blättchens die opt. Axe sei. –



Axe

In diesem Falle kann ich von einem gebrochenen Strahle sprechen – da ja in dem Ausdrucke (3) schon angenommen ist dass die Normalen zusammenfallen. – Ich nenne: (hier ist dann $u_1' = u_2'$)

$$u_1' = u_2' = u'$$

Ich könnte auch hier ~~set~~ bezeichnen

$$u' = \varphi'$$

Es ist:

$$\frac{\sin\varphi'}{a\,(2.)} = \frac{\sin\varphi}{v}$$

oder

$$\frac{\sin\alpha'}{(2.)\,a} = \frac{\sin\varphi}{v}$$

So bekomme ich:

$$L = \frac{D}{4}\cdot\frac{c^2-a^2}{av}\sin^2\varphi$$

Der Winkel φ bestimmt einen kreisförmigen Kegel — von diesem φ hängt die Farbe ab — die isochromatischen Curven sind daher Kreise. —

In jedem Kreise ist die Helligkeit verschieden — die Lichtstärke hängt ja hauptsächlich von i und α ab. —

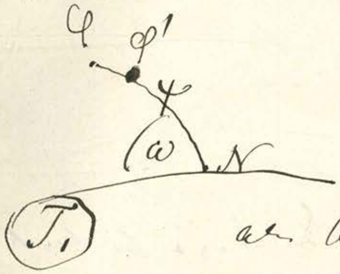
Ja so oft der Factor $(i-\alpha)$ das Vorzeichen wechselt muss die Farbe des Kreises in die Complementäre übergehen. —

Wenn

$$\sin 2i \cdot \sin 2(i-\alpha) = 0$$

so erhalten wir farblose Linien. —

Diese farblosen Linien will ich aufsuchen
Kugelprojection. N Schnittpunkt einer Linie
parallel mit Normale mit Kug. Fläche. –
S parallel. mit einf. Strahl. –



größter Kreis als Anfangspunkt.

Die Farbe ist von ω unabhängig, aber die Intensität ist es. – Ich will annehmen daß die Ebene des größten Kreises die ~~Ebe~~ Polarisationsebene T_1 sei. Dann ist

$$\frac{\sin \alpha'}{a} = \frac{\sin \varphi}{v}$$

S' Schnittpunkt des gebrochenen Strahles mit Kugeloberfläche derselbe liegt auf SN d. i. in der Einfallsebene. – Polarisationsebene des ~~extraord~~ ordinären Strahles ist S'N. –
D. i. für farblose Linien ist:

$$\sin 2\omega . \sin 2(\omega - \alpha) = 0$$

Dies kann sein wenn:

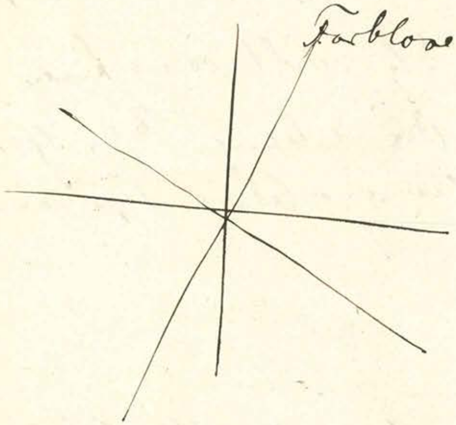
$w = 0$ oder $90°$ oder $180°$ oder $270°$

oder wenn $w - i = 0$ " " " " $270°$

Die isochromatischen Farben sind dann Kreuze. – Die Intensität dieser Kreuze ist.

$$J = \cos^2 \alpha \, \xi a^2$$

Farblose Curven.



Die Intensität $= 0$ wenn $\alpha = 90°$ oder $270°$ ist.

Die Intensität wird ein Maximum wenn $\alpha = 0$ oder $\alpha = 180°$

Dann sind die beiden Kreuze weiss. –

Zweiaxig

Salpeter. ~~parallel~~ vertical der Mittellinie

Da ist achromatische ~~Farben~~ Curven, und farblose Curven. — Dann ist:

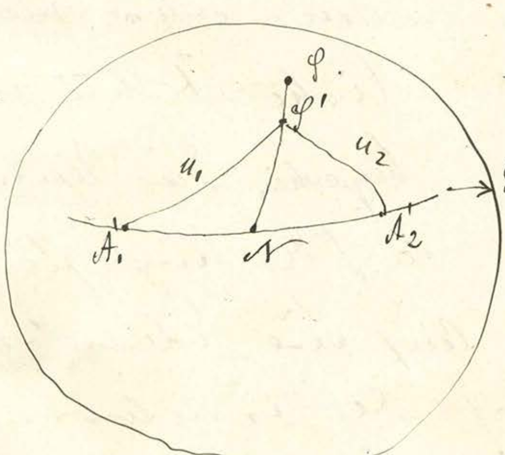
$$L = \frac{1}{4} D \frac{v(c^2-a^2)}{a^2} \sin u_1 \sin u_2$$

In diesem Falle ist:

$$\sin u_1' \sin u_2' = \text{const}.$$

Construction auf Kugeloberfläche. —

N durch Mittelp. parallel der Normale, welche in diesem Falle die Mittellinie ist



Ebene der opt. Axen.

S einfallender Strahl.

Gesucht wird u_1' und u_2' von der Brechung abgesehen.

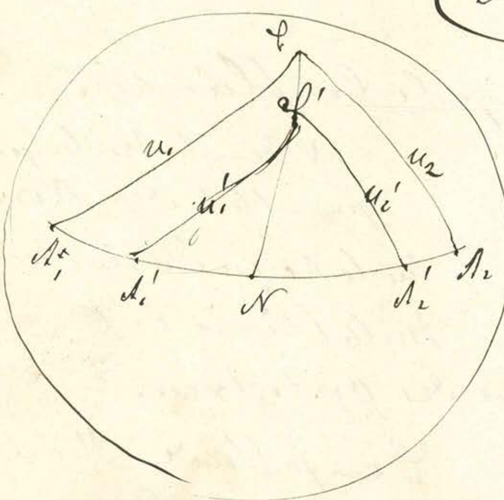
Der gebrochene Strahl in der Einfall.ebene SN. — S' wenn nach Snell:

$$\frac{\sin NS}{v} = \frac{\sin NS'}{a}$$

Statt u_1 und u_2 führe ich andere Winkel ein. Ich will diejenigen Strahlen in der Luft betrachten, welche wenn sie in den Krystall eintreten, die Richtungen der optischen Axen annehmen — man nennt diese Richtungen die scheinbaren optischen Axen. –

$$\frac{\sin A_1 N}{v} = \frac{\sin A_1' N}{a}$$

Fig 1.



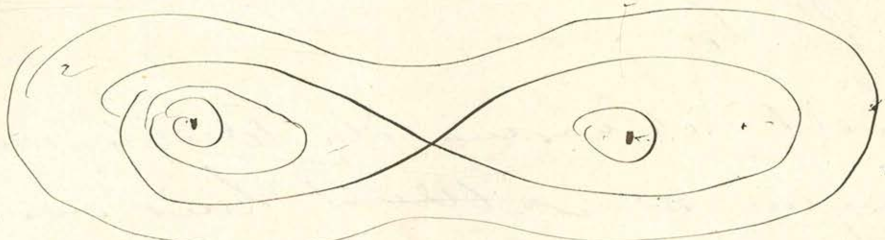
Wenn die Einfallswinkel sehr klein sind, so können wir ohne merkliche Fehler zu begehen die Deutung auf der Kugelfläche auf eine Ebene beziehen. – Die Gleichung der isochromatischen Curven ~~sin~~ ist:

$$u_1' u_2' = \text{const.}$$

d. i.

$$u_1 u_2 = \text{const}$$

~~Die~~ Ein zu der Richtung ~~der opt~~ senkrechter Schnitt trifft die Opt. Axen bei A_1 und A_2. —
Die Curven $u_1 u_2$ = Const. sind Lemniscaten.



etc.

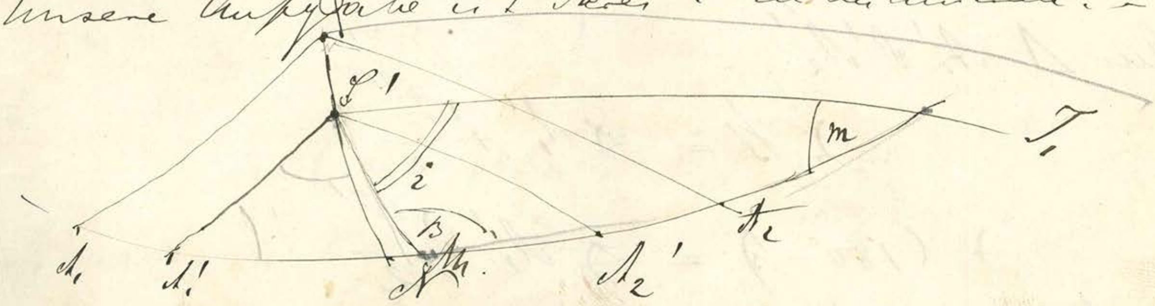
Die Brennpunkte entsprechen den scheinbaren optischen Axen. —

Welche sind die farblosen Curven? Mar. 7.

Ihre Gleichung ist:

$$\underbrace{\sin 2i \cdot \sin 2(i-\alpha) = 0}$$

Unsere Aufgabe ist diese i zu bestimmen. —



Die Winkel dieser sphärischen Figur sind klein; wir können sie als eine Ebene ansehen.

Wir können uns dieselbe auf die Ebene eines Schirmes projicirt denken. —

Es sei S' die Polarisationsebene der gewöhnlichen Welle — wo aber

$$\sphericalangle A_1' S' M = \frac{1}{2} A_1' S A_2'$$

Durch S' T_1. —

Es handelt sich darum den Werth von i für irgend eine ~~Welt~~ Lage von S' zu finden. —

m, β willkürliche Bezeichnungen.

$$i = 180^\circ - m - \beta.$$

m können wir als unmittelbar gegeben ansehen, dann ist noch β zu berechnen um i zu kennen. —

Aus $\Delta A_1' S' A_2'$

$$\sphericalangle \beta = \sphericalangle A_1' + \frac{\sphericalangle S'}{2}$$

$$\sphericalangle (180^\circ - \beta) = \sphericalangle A_2' + \frac{\sphericalangle S'}{2}$$

Dabei schon Ebene Zeichnung. —

hieraus:

$$\beta = 90^\circ + \frac{A_1' - A_2'}{2}$$

Statt A_1' und A_2' kann ich wegen Ähnlichkeit der Dreiecke setzen A_1 und A_2 so daß

$$\beta = 90^\circ + \frac{A_1 - A_2}{2}$$

Demnach ist:

$$i = 90^\circ - m + \frac{A_2 - A_1}{2}.$$

Die Gleichung der farblosen Curven

$$\sin 2i \cdot \sin 2(i - \alpha) = 0$$

zerfällt in zwei, nämlich

$$\sin 2i = 0 \quad \text{und}$$

$$\sin 2(i - \alpha) = 0$$

Also

$$\sin(2m + A_1 - A_2) = 0$$

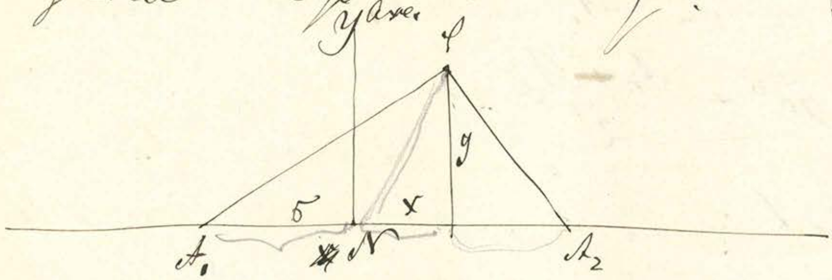
die andere

$$\sin(2m + 2\alpha + A_1 - A_2) = 0$$

A_1 und A_2 bestimmen in der That S. —

Wir müssen aber nun einsehen was für Curven dies sind doch nach andere Coordinaten

einführen, und zwar rechtwinkelige. —
Der Deutlichkeit halber entwerfe ich eine
~~Ch~~ geradlinige Zeichnung: (? ! ! !)



$$tg\, A_1 = \frac{y}{\sigma + x}$$

$$tg\, A_2 = \frac{y}{\sigma - x}$$

Wir transformiren jetzt die Gleichungen der farblosen Curven, auf solche Coordinaten.

$$\sin(2m + A_1 - A_2) = 0$$

erfordert daß

$$2m + A_1 - A_2 = 0 \text{ oder } 180° \text{ sei:}$$

oder

$$tg(A_1 - A_2) = -\,tg\, 2m$$

$$tg\, 2m = \frac{tg\, A_2 - tg\, A_1}{1 + tg\, A_1\, tg\, A_2}$$

$$tg\,2m = \frac{\frac{y}{\sigma-x} - \frac{y}{\sigma+x}}{1+\frac{y^2}{\sigma^2-x^2}}$$

$$tg\,2m = \frac{2xy}{\sigma^2+y^2-x^2}$$

ist die Gleichung einer farblosen Curve worin m eine Constante ist, sobald die 3 Krystallplatten eine feste Lage gegen einander haben. – Ich kann diese Gleichung auch noch auf die Form bringen:

$$\underbrace{y^2-x^2-2xy\,cotg\,2m+\sigma^2=0} \qquad (1)$$

oder:

$$x^2-y^2+2xy\,cotg\,2m=\sigma^2$$

Welcher Art diese Curve ist sieht man leicht ein. – Sie ist eine 2ten Grades und zwar ein Kegelschnitt, da y^2-x^2 hierin vorkommt so ist dies eine Hyperbel. –

Das ist die eine farblose Curve. –

Wir haben noch eine zweite deren Gleichung ist:

$$x^2-y^2+2xy\,cotg\,2(m+\alpha)=\sigma^2 \qquad (2)$$

das ist eine zweite Hyperbel. —
Wir wollen noch die Lage untersuchen —
ich will nachweisen dass die Hyperbeln
gleichseitige Hyperbeln sind. —
Die Gleichung gleichseitiger Hyperbeln
ist, auf die Hauptaxen bezogen: —

$$\xi^2 - \eta^2 = \mu^2$$

wo μ den halben Abstand beider Scheitel also
die Hälfte der reellen Axe bedeutet. —
Für ein anderes Coordinatensystem
seien die Coordinaten eines Punkts $\xi\eta$
die Coor x und y.
Wenn dann φ der Winkel ist den die
x Achse mit der ξ Achse bildet, so ist:

$$\xi = x\cos\varphi + y\sin\varphi$$

$$\eta = -x\sin\varphi + y\cos\varphi$$

In diesem Systeme ist also die Gleich.

$$x^2 - y^2 + 2xy\,\mathrm{tg}\,2\varphi = \frac{\mu^2}{\cos 2\varphi} \qquad (3,$$

(1) und (3), werden identisch, wenn

$$\cot 2m = \tan 2\varphi \quad \text{und}$$

$$\underbrace{\delta^2 = \frac{\mu^2}{\cos 2\varphi}}$$

hieraus

$$\varphi = 45^\circ - m \quad \text{da ja } \underbrace{2m + 2\varphi = 90^\circ}$$

$$\underbrace{\mu^2 = \delta^2 \sin 2m}$$

Hiermit sind die Elemente jener gleichseitigen farblosen Hyperbel bekannt —
setzen wir hierin statt m, m−α
so finden wir die Elemente der zweiten
farblosen Hyperbel. —

Spezielle Fälle.

Es sei: $\alpha = 90^\circ$

dann werden die beiden farblosen Hyperbeln identisch, sie fallen zusammen. —
In diesen Hyperbeln ist dann $\delta = 0$
~~Dann~~ haben sind demnach die Turmaline

gekreuzt so haben wir eine schwarze Hyperbel: ~~Ihre~~ Der Abstand ihres Scheitel hängt nun von m ab —

Wenn $m = 0$ oder $90°$ so ist $\mu = 0$

Wenn also . . . .

Dann haben wir ein schwarzes Kreuz.

Wenn $m = 45°$ so zeigt sich dass $\mu = \sigma$ ist.

Dann haben wir eine schwarze gleichseitige Hyperbel, deren Scheitel die optischen Axen sind da ja, der Abstand = Abst. der Axen und $\varphi = 0$ ist. —

~~Wenn~~ Zweitens $\sigma = 0$ ist

Auch dann haben wir nur eine farblose Hyperbel, in dieser findet aber dann Maximum von J statt. d. h. wir haben eine weisse Hyperbel:

$$\alpha = 0 \qquad J = \text{Max.}$$

Wenn

$$m = 0^\circ \text{ oder } 90^\circ \text{ so wird } \mu = 0$$

Wenn

$$m = 45^\circ \text{ so wird } \mu = \sigma \text{ und } \varphi = 0$$

D. h. dann haben wir weisse Hyperbel deren Scheitel die Optischen Axen sind.

V Beugungserscheinungen.

(Diffraction)

Die Theorie beruht auf den Gesetzen der Interferenz, dann auf dem Huygens-schen Prinzip. –

Das Huygens-sche Prinzip

Denken wir uns es wäre ein Punkt des Aethers plötzlich erschüttert. Derselbe sei zur Zeit $t = 0$ in A.

Der Aether verhalte sich gleich nach allen Richtungen, dann ist die Erschütterung nach der Zeit t, in ~~A~~ einem Kreis angekommen, die ich mit S bezeichnen will. –

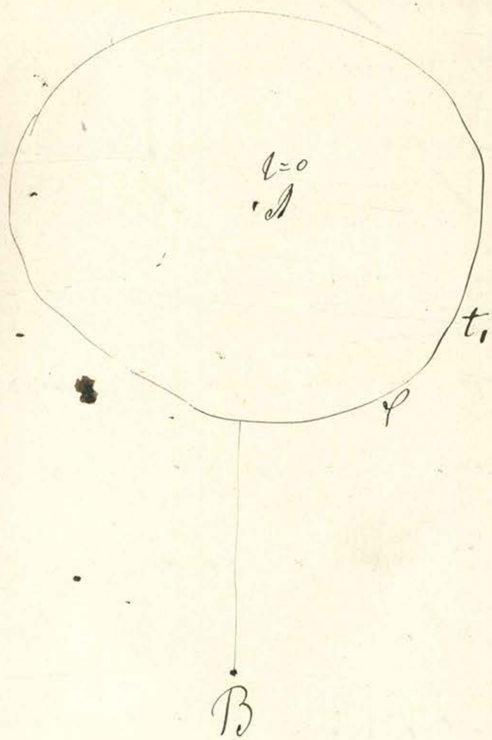
Der Zustand des Aethers in irgend einem Zeitpunkte kann angesehen werden als Folge ~~eines~~ des Zustandes in einem vorangegangenen Zeitpunktes. – –

Zur Zeit t_0 ist alles in Gleichgewicht nur in der Kugel veränderung..

~~Die Bew~~

Ich kann ansehen dass von jedem Punkt Kugel aus gehen.

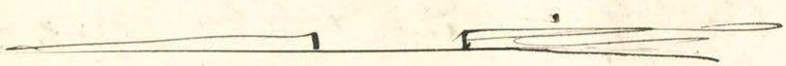
Dann ist B



Bis jetzt war nur eine Bewegung in A.
Sei jetzt A ein leuchtender Punkt mit periodischer Bewegung.

Dies Prinzip ist streng, bei der Theorie der Beugungserscheinungen wird dasselbe auf unendlich lange Welle angewendet –

A.



B.

Die Res. übereinstim.

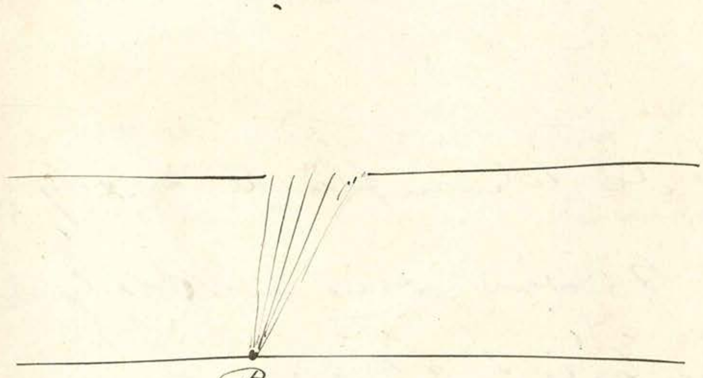
Jetzt undurchsichtiger Schirm gemacht. –

Angenommen dass die Theilchen ebenso aber in der Öffnung als ob wenn kein undurchsichtiger Schirm da wäre.

Keine Theorie mit Rücksicht[?] weit die Undurchsichtigkeit nicht angesprochen ist.

Es sei A ein leuchtender Punkt vor dem ein undurchsichtiger Schirm. –
Die Punkt der Öffnung sind nach Huygens Princip als leuchtende Punkte zu betrachten die so schwingen als sie in Folge des Punktes A leuchten würden wenn der ~~Punkt~~ Schirm nicht da wäre. Es senden alle Punkte Lichtstrahlen nach B. –

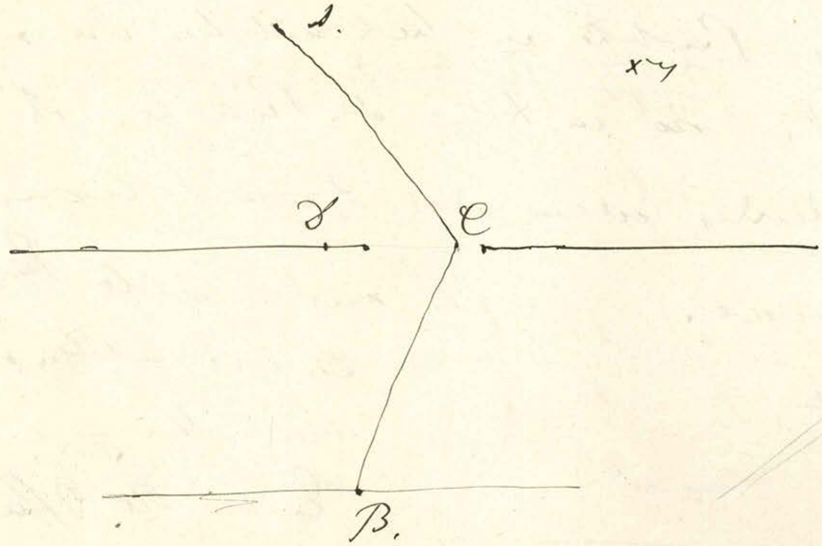
A



B

Es sei die Öffnung sehr klein gegen die Entfernung von A und B von dem Schirme.
In diesem Falle gehen all diese Strahlen nahezu zusammen. – Deshalb können wir annähernd sagen dass die Verrückung von B = ist der Summe der Verrückungen in ~~den einzelnen~~

Strahlen. – Diese Strahlen haben verschiedene
Phasen — diese hängt ab von den Längen
A – s und B – s gegen die Öffnung — nach
deren Phasen unterschieden variirt die
Intensität in B. –
Coordinatensystem in der Ebene der Öff.



Es sei ein Element der Schirmfläche = $dxdy$
Die Amplitude in s wird sein = $K\,dxdy$
wo K eine Constante ist abhäng –
Ich suche jetzt die Phase im Strahle CB. –
Ich wähle die ~~Ampl.~~ Phase so, dass ~~sie~~ die Ampl.
tude im Punkte A. zur Zeit t sei:

$$= \sin \frac{t}{T} 2\pi$$

Die Zeit die das Licht braucht um von A nach C und von C nach B zu gelangen ist demnach:

$$\frac{AC + BC}{v}$$

Die Phase im Punkte B in Folge des Strahles CB ist demnach:

$$\frac{t - \frac{AC + BC}{v}}{T} 2\pi$$

Die Verrückung zur Zeit t in dem Aetherpunkte B, wenn Licht nur durch dx dy Element gehen würde ist demnach

$$= K dx dy \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{AC + BC}{d}\right) 2\pi$$

K unabhängig von x und y. –

Es ist die Verrückung von B zur Zeit t.

$$u = K \iint^{\text{über Öffnung}} dx\,dy \cdot \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{AC+BC}{\lambda}\right)2\pi \qquad (1)$$

Jetzt können wir wohl auch die Intensität aufsuchen. –

Hiezu füge ein Variable ϑ zu und ziehe ab, so wird:

$$u = \sin\left(\frac{t}{T}2\pi + \vartheta\right) \overbrace{K \iint dx\,dy \cos\left(\frac{AC+BC}{\lambda}2\pi + \vartheta\right)}^{I} \qquad (2)$$

$$- \cos\left(\frac{t}{T}2\pi + \vartheta\right) \overbrace{K \iint dx\,dy \sin\left(\frac{AC+BC}{\lambda}2\pi + \vartheta\right)}^{II}$$

Diesen Ausdruck muss ich nun auf die passende Form bringen. –

Ich bezeichne das

$$I = C \quad \text{und} \quad II = S \quad \ldots (3)$$

Dann kann ich schreiben

$$u = K\sqrt{C^2+S^2}\cdot\sin\left(\frac{t}{T}+\delta\right)2\pi \quad \ldots (4),$$

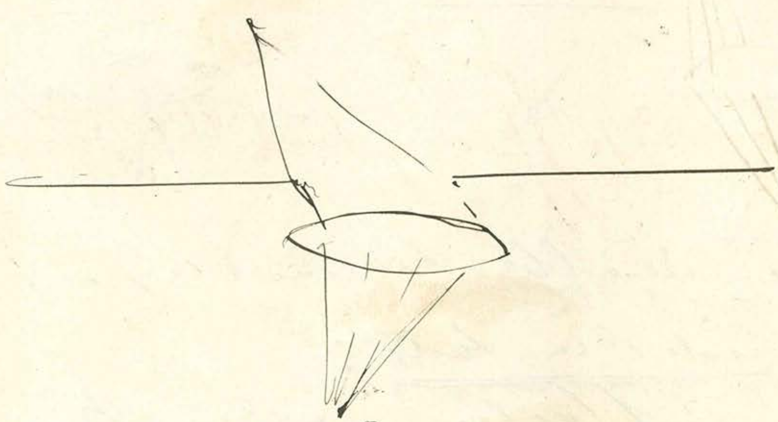
Dann ist:

$$\underbrace{J = K^2(C^2+S^2)} \quad \ldots (5)$$

~~Jetzt~~ So wird J berechnet werden können.

<u>Verallgemeinerung</u> Es soll zwischen Öffnung und Schirm noch eine Linse angesetzt.

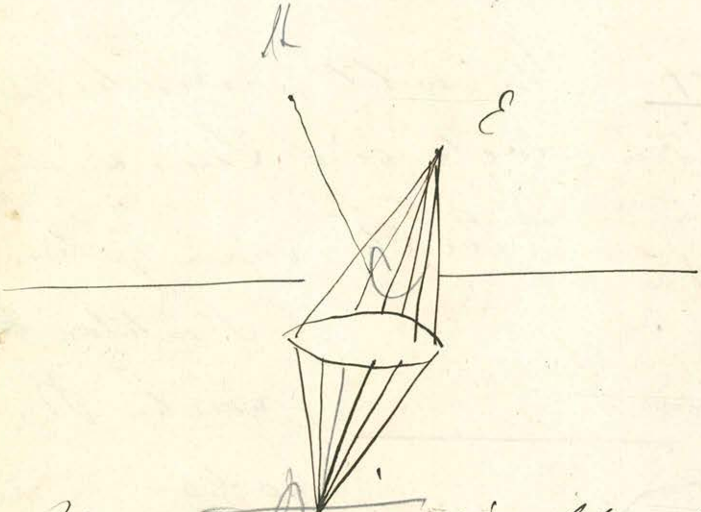
Auch dann gehen Strahlen nach B. aber andere wie in dem nicht betrachteten Falle. – Es fragt sich

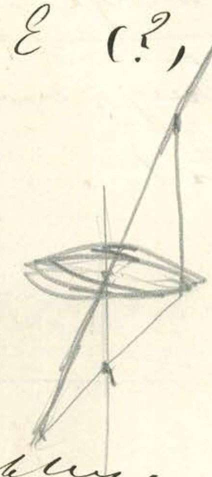


B

Dann was ist J. –

Dieser Fall ist allgemeiner — da er
ja bei Linse mit ∞ Radius in die
soten ~~hindurch~~ über geht.
Ein solcher Apparat ist da wenn wir
einen kl. Öffnung unmittelbar vor das
Auge bringen — da ist auch beim
uns Retina als Schirm. —





Wir machen dieselbe Betrachtung.
Dabei denke ich an das.
Wenn durch Reflexion oder Brechung
Lichtstrahlen von einem Punkte in
einen zweiten übergehen, so brauchen

diese Strahlen alle dieselbe Zeit um vom ersten Punkt zum zweiten zu gelangen. — Es folgt dies unmittelbar aus dem Prinzipe der schnellsten Ankunft. —

Diese Zeit die die Strahlen von A nach B zu gehen brauchen nenne ich τ. So ist die Phase:

$$= \frac{t - \left(\frac{AC}{v} + \tau - \frac{EC}{v}\right)}{T} 2\pi$$

Ähnlich wie früher folgt dann:

$$K\,dx\,dy \sin\left(\frac{t-\tau}{T} - \frac{AC - EC}{\lambda}\right) 2\pi$$

Wenn das System unser Auge ist, so ist E der fixierte Punkt. —

Definiren wir für diesen Fall C und S durch die Ausdrücke:

$$6\left\{\begin{aligned} C &= \iint dx\,dy \cos\left(\frac{Al - El}{\lambda}2\pi + \vartheta\right) \\ S &= \iint dx\,dy \sin\left(\frac{Al - El}{\lambda}2\pi + \vartheta\right) \end{aligned}\right.$$

so geht (5, die Intensität . —
Über ϑ kann ich immer noch
nach belieben verfügen ich wähle
ϑ so . . . . . .

dann:

$$\left.\begin{aligned} C &= \iint dx\,dy \cos\frac{(Al - AD) - (El - ED)}{\lambda}2\pi \\ S &= \iint dx\,dy \sin\frac{(Al - AD) - (El - ED)}{\lambda}2\pi \end{aligned}\right\} (7)$$

(7, und

$$J = K^2(C^2 + S^2) \dots (5,$$

enthalten die allgemeine Theorie der Beugungserscheinungen. –
Dies auf manche spec. Fälle angewendet.

1) es sollen A ~~und D~~ ∞ weit von der Schirm entfernt sein. –
Also wenn Auge dann auf die Unendlichkeit accomodirt. –

Coordinatensystem. in der Ebene der Schirmes.
Darin Coordinaten von A. a, b, c
von E $a'\ b'\ c'$

Ferner
$$\left.\begin{aligned} AD &= r = \sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ ED &= r' = \sqrt{a'^2+b'^2+c'^2} \end{aligned}\right\} \text{beide unendlich gr.}$$

$$AC = \sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2+c^2}$$
$$EC = \sqrt{(a'-x)^2+(b'-y)^2+c'^2}$$

a, b, c , a', b', c' sind ∞

dagegen xyz sehr klein.

Nach aufsteigenden Potenzen entwickelt ist

$$AC = r\left(1 - \frac{ax+by}{r^2}\right)$$ das übrige verschwindet

$$AC - AD = -\frac{ax+by}{r}$$

$$EC - ED = -\frac{a'x+b'y}{r'(?)}$$

r ist darin ∞ ebenso a b und a' oder b'

Statt dieser Grössen führen ich andere Grössen ein. Ich bezeichne:

$$(r, x) = \alpha$$
$$(r, y) = \beta$$

Ebenso

$$\left.\begin{aligned}(r', x) &= \alpha' \\ (r', y) &= \beta'\end{aligned}\right\}$$ diese bestimmt die Richtung der gebeugten Strahlen.

$$AC - AD = -(x\cos\alpha + y\cos\beta)$$

$$EC - ED = -(x\cos\alpha' + y\cos\beta')$$

Dies in (7) gesetzt:

$$C = \iint dx\,dy\,\cos \frac{x(\cos\alpha - \cos\alpha') + y(\cos\beta - \cos\beta')}{\lambda}\,2\pi$$

(8)

$$S = \iint dx\,dy\,\sin \frac{x(\cos\alpha - \cos\alpha') + y(\cos\beta - \cos\beta')}{\lambda}\,2\pi$$

Diese enthalten allgemeine Theorie der Erscheinungen wenn der leuchtende und der gesehene Punkt in der ∞ liegen.

Ich werde nur von diesen sprechen — es ist aber theoretisch von Fresnel auch andere Fälle untersucht worden. —

Um den Fall weiter zu spezialisieren müssen wir bestimmte Voraussetzungen über die Form der Öffnung dann über die Lage

von B und etwas auch von E zu ver-
fügen. –

1) Es sei ein Schlitz – darauf senkrecht die x Axe. – Die Gleichungen der Ränder des Schl.

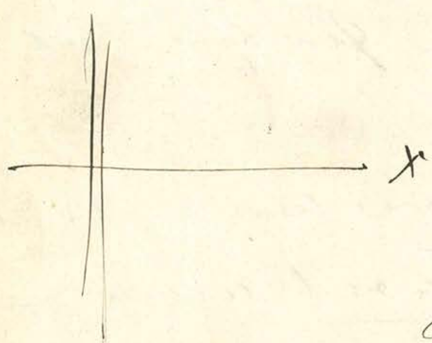
$$x = -e$$
$$x = +e$$
$$y = -h$$
$$y = +h$$

Also $2e$ die Breite, $2h$ die Länge des Spalts

Es liege der Punkt B in der Z Achse

dann wird

$$\alpha = \beta = 90^\circ$$



Auch in Bezug auf E machen wir spezielle Annahmen, also dann

$$\beta' = 90^\circ$$ also E in einer hor. Ebene [illegible].

$$\left.\begin{aligned} C &= \int_{-h}^{+h}\int_{-e}^{+e} dx\,dy \cos \frac{x \cos \alpha'}{\lambda} 2\pi \\ S &= \int_{-h}^{+h}\int_{-e}^{+e} dx\,dy \sin \frac{x \cos \alpha'}{\lambda} 2\pi \end{aligned}\right\} (10)$$

an

$$C = 2h \int_{-e}^{+e} dx \cos \frac{x \cos \alpha'}{\lambda} 2\pi$$

Also $C = 2h \dfrac{1}{\dfrac{\cos \alpha'}{\lambda} 2\pi} 2 . \sin\left(e \dfrac{\cos \alpha'}{\lambda} 2\pi\right)$

dagegen ist

$$S = 0$$

Setzt man dies in (5, ein so wird Gleichung durch folgenden Ausdruck bestimmt; ~~wenn wir mit~~ die Fläche doppeln :

$$J = K^2(4he)^2 \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin\left(\frac{e\cos\alpha'}{\lambda}2\pi\right)}{\frac{e\cos\alpha'}{\lambda}2\pi}\right)^2}$$

Diesen Ausdruck discutieren wir jetzt. –
Dabei will ich das Zeichen einführen

$$\frac{e\cos\alpha'}{\lambda}2\pi = \xi$$

α' Winkel zwischen x Achse und gebeugten Strahl – früher liegt der Winkel zwischen Z Achse und dem gebeugten Strahle, ich nenne diesen Winkel ϑ, so dass

$$\frac{e\cos\alpha'}{\lambda}2\pi = \xi = \frac{e\sin\vartheta}{\lambda}2\pi$$

also:

$$J = K^2(4he)^2\left(\frac{\sin\xi}{\xi}\right)^2$$

Der Faktor $\left(\frac{\sin\xi}{\xi}\right)^2$ hat eine Reihe von abwechselnden Maximis und Minimis. –
Ihr grösstes max ist $=1$, dieses stärkste max. um der Intensität will ich mit J_0 bezeichnen, so dass allgemein

$$J = J_0\left(\frac{\sin\xi}{\xi}\right)^2$$ sei

der Max und Min. wollen wir aufsuchen.
Die Max. und die Minima giebt die Gleichung:

$$\underbrace{\frac{\sin\xi}{\xi}\cdot\frac{\xi\cos\xi-\sin\xi}{\xi^2}=0}$$

Diese Gleichung zerfällt in zwei " –
für die Minima gilt

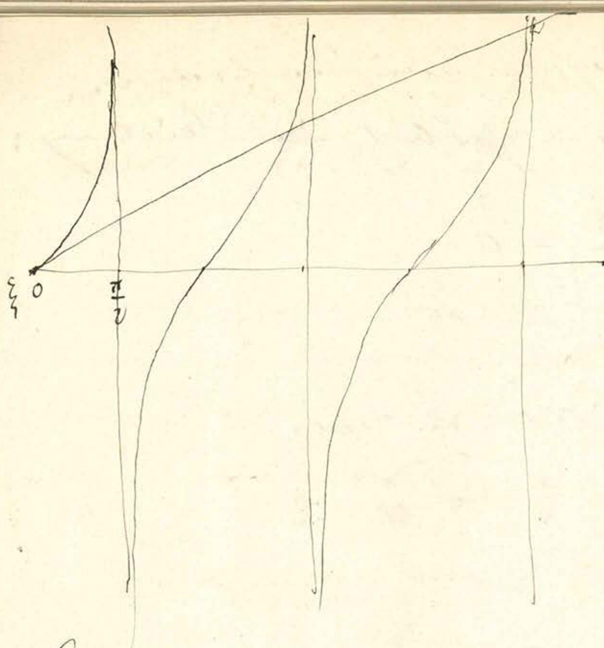
$$\frac{\xi\cos\xi-\sin\xi}{\xi^2}=0$$

Also muss:
für Min. $\xi = n\pi$ sein wo $n = 1, 2, 3, \ldots$ etc.

Für d. Maxima gilt die Gleichung

$$\underbrace{tg\,\xi = \xi}$$

für $\xi = 0$ ist $tg = 0$
" $\xi = \frac{\pi}{2}$ " $tg = \infty$
– – – – – etc.



Die Durchschnittspunkte entsprechen den Wurzeln der Gleichung. —
Diese sind circa

$$0\,,\ \frac{3\pi}{2}\,,\ \frac{(2n+1)\pi}{2}\,,\ \frac{5\pi}{2}\ \text{etc.}$$

Mit wachsendem Ordn. ~~Zahl~~ n nähern wir uns immer mehr den Werthe. —

Genauere Werthe erhält man dadurch dass man: nach der Reihe annimmt.

So findet man statt $\frac{3\pi}{2}$

$$\xi = 2,86059\,\frac{\pi}{2}$$

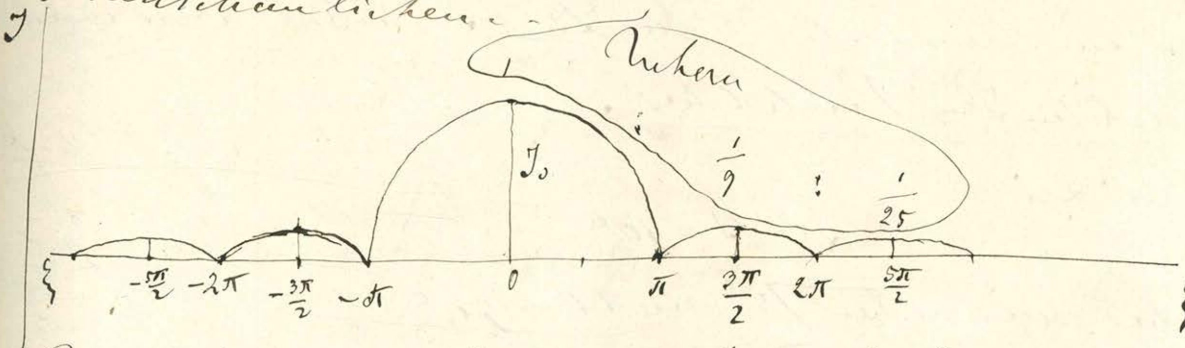
Suchen wir die diesen max. und min. entsprechenden Intensitäten. —

Für $\xi = 0$ ist $I = I_0$

" $= \frac{3\pi}{2}$ " $= I_0 \frac{1}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2}$

" $= \frac{5\pi}{2}$ " $= I_0 \frac{1}{\left(\frac{5\pi}{2}\right)^2}$

Man kann sich die Vertheilung des Lichtes in der betrachteten Linie durch eine Zeichnung veranschaulichen. –



Man wird nur eine sehr beschränkte Zahl von Streifen sehen können. –

Wir sehen dass diese ~~Z Lang~~ ξ abhängt von c und d – die max. Punkte rücken um so mehr aneinander je ~~grösser~~ kleiner d. und je grösser c. – Wir sehen auch dass sobald c eine gewisse Grenze übersteigt gar nicht das erste Minimum zu Stande kommt.

Sobald c grösser ist als $\frac{d}{2}$ so giebt es keinen reellen Werth mehr für welchen $\xi = \pi$ wäre. –

Die Betrachtung ist dieselbe für eine Lichtlinie die parallel ist mit der Öffnung, ~~so wird man~~ homogenes Licht.

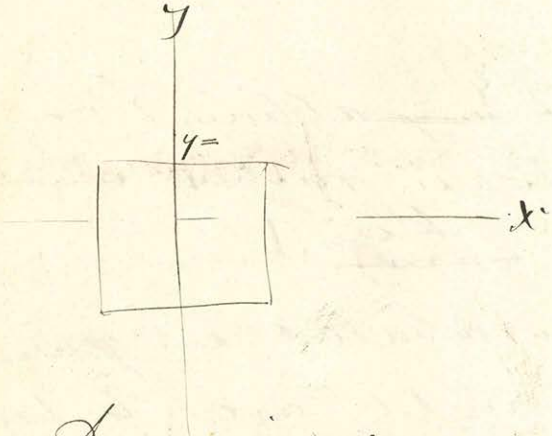
Weisses Licht. – Dabei linear. –

2) Wir wollen ~~specialisiren~~ — die Öffnung sei ein Rechteck. – Das Licht rühre von einem leuchtenden Punkt her.

Es sei

$$\alpha = \beta = 90^\circ$$

aber wir setzen β' null $= 90^\circ$



$y = \pm h$

$x = \pm c$

Dann wird:

$$C = \iint dx\,dy \cos \frac{x\cos\alpha' + y\cos\beta'}{\lambda}\,2\pi$$

$$S = \iint dx\,dy \sin \text{———}$$

$$J = K^2(C^2 + S^2) \qquad (5)$$

ich setze:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\cos\alpha'}{\lambda}2\pi &= p\\ \frac{\cos\beta'}{\lambda}2\pi &= q\end{aligned}\right\} \quad \dots \quad (13)$$

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{C} &= \int_{-e}^{+e}\int_{-h}^{+h} dx\,dy\,\cos(px+qy)\\ \mathfrak{S} &= \int_{-e}^{+e}\int_{-h}^{+h} dx\,dy\,\sin(px+qy)\end{aligned}\right\} \quad 14$$

Ausführung der Integration. Es ist $\int dy\cos(px+qy) = \frac{1}{q}\sin(px+qy)$

$$\int_{-h}^{+h} = \frac{1}{q}\left(\sin(px+qh) - \sin(px-qh)\right)$$

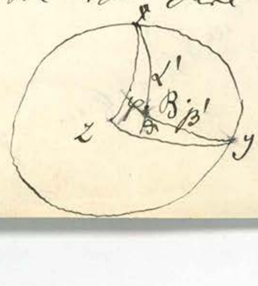
$$= \frac{2}{q}\cos px \sin qh$$

$$\mathfrak{C} = \frac{2}{q}\int_{-e}^{+e}\cos px \sin qh\,dx = \frac{2\sin qh}{q}\cdot\frac{2\sin pe}{e}\quad,\quad \mathfrak{S} = 0$$

Dann wird

$$J = K^2(4eh)^2\left(\frac{\sin pe}{pe}\right)^2\left(\frac{\sin qh}{qh}\right)^2 \quad \dots (14)$$

dabei nun p und q durch (13) definirt. — Statt p und q führe ich ihre Ergänzungswinkel zu $90°$ ein. Kugelzeichnung. (B.)



δ und φ bestimmen demnach den betreff. Punkt des Gesichtsfeldes. —

Wenn δ und φ sehr klein sind so kann ich sie als rechtw. Coord. des Punktes Gesichtsfeld Punktes betrachten. —

Nun will ich

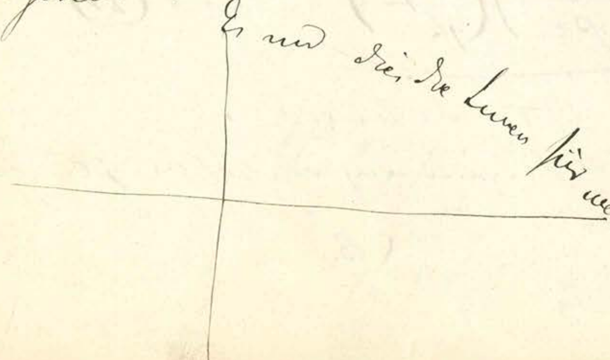
$$p\alpha = \xi$$

$$qh = \eta \quad \text{setzen.}$$

Dann wird $\underbrace{J = J_0\left(\frac{\sin\xi}{\xi}\right)^2\left(\frac{\sin\eta}{\eta}\right)^2}$

Wo J_0 die Intensität des Strahles ist für welche δ und $\varphi = 0$ sind

Suchen wir hiernach die Erscheinung zu construiren für ~~Weiß~~ wenn das einfallende Licht homogen ist. —



ξ und η sind die Linien für welche $\delta = 0$ und $\varphi = 0$ ist

Für Minima ist:

$$\frac{\sin\xi}{\xi}=0 \qquad \frac{\sin\eta}{\eta}=0$$

Also $\xi = \pi,\ 2\pi,\ 3\pi \ldots$ etc.

oder $\xi = -\pi,\ -2\pi,\ -3\pi \ldots$ etc.

~~Daraus~~ Dann.

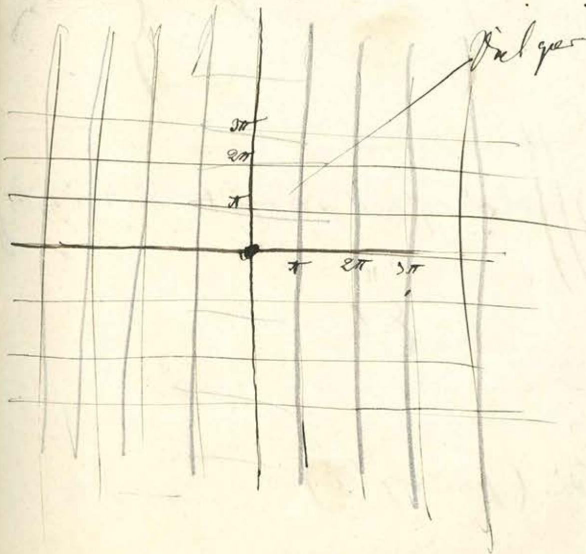
$$\eta = \pi,\ 2\pi \ldots 3\pi \ldots$$

$$\eta = -\pi,\ -2\pi \ldots$$

Dies sind schwarze Linien.

Nicht aber ist ein Min bei $\xi=0$ und $\eta=0$, im Gegentheil sind dies die grössten Maxima.

Viel geringere Intens., zwischen Abständen Erscheinen eines Maximums



3) Viele gleiche Öffnungen in gleicher Lage. —

Auch dann gelten (5), (13), (14) nur müssen die Integrale über sämtliche Öffnungen ausgeführt werden..

$$\begin{array}{cccc} \cancel{a_1\ b_1} & a_1 & a_2 & a_3 \\ & b_1 & b_2 & b_3 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} a_1+x' & a_2+x' & a_3+x' \\ b_1+y' & b_2+y' & b_3+y' \end{array}$$

Die Integrale (14) zerlegt in die Summe vieler Integr. und ~~wird~~ werde dann ~~diese~~ erhalten:

$$C = \sum_i \iint dx'dy' \cos\{p(a_i+x') + q(b_i+y')\}$$

wo das Integr. über die ite Öffnung genommen ist und dann die Summe gebildet werden muss. —

$$S = \sum_i \iint dx'dy' \sin\{ \qquad \}$$

$$C = \sum_i \{\cos(pa_i+qb_i) \underbrace{\iint dx'dy' \cos(px'+qy')}_{= C'} - \sin(pa_i+qb_i) \iint dx'd\ldots$$

und $S = \ldots\ldots$

$$C = C' \sum \cos(pa_i+qb_i) - S' \sum \sin(pa_i+qb_i)$$

$$S = C' \sum \sin(pa_i+qb_i) + S' \sum \cos(pa_i+qb_i)$$

Quadriren und addiren wir so wird:

$C^2 + S^2$ = sehr einfach

nicht mehr wenn ... neue.

$\sum \cos(pa_i + qb_i) = c$ und

$\sum \sin(pa_i + qb_i) = s$ so dass

$$(C^2+S^2) = (C'^2+S'^2)(c^2+s^2)$$

Ist J' die Intensität die eine Öffnung giebt

$$J' = K'(C'^2+S'^2)$$

so wird $J = J'(c^2+s^2)$

Dies zeigt dass wenn die Öffnung gleich [illegible] erhalten und Gerechnet[?] nur dann [illegible] die vielen Öffnungen verschwinden. —

Wenn die Öffnungen in einer Geraden so wenn wir diese zur X Achse wählen so ist dann

$b_1 = b_2 = \ldots 0$ ferner kann man wählen

$a_1 = 0 \quad a_2 = e \quad a_3 = 2e$ u.s.w.

$\int dx'dy' \sin(px'+qy')$

S'

So ergiebt sich

$c = 1 + \cos pe + \cos 2pe + \cos 3pe + \ldots + \cos(n-1)pe$

$s = \sin pe + \sin 2pe + \sin 3pe + \ldots + \sin(n-1)pe$

Nach der Methode der [illegible] die wir bei Newtons Ringen anwendeten, finden wir — es wird:

$$c = \frac{\sin\frac{n}{2}pe \cos\frac{n-1}{2}pe}{\sin\frac{pe}{2}} \qquad s = \frac{\sin\frac{n}{2}pe \cdot \sin\frac{n-1}{2}pe}{\sin\frac{pe}{2}}$$

$$c^2+s^2 = \left(\frac{\sin n\frac{pe}{2}}{\sin\frac{pe}{2}}\right)^2 \qquad J = n^2 J' \cdot \left(\frac{\sin n\frac{pe}{2}}{n \sin\frac{pe}{2}}\right)^2$$

(J' Intensität an dem Orte[?] [illegible] einzelnen Öffn. an derselben Stelle)

Schreibe ich $\frac{pe}{2} = \xi$ so wird: $\underbrace{J = n^2 J' \left(\frac{\sin n\xi}{n \sin \xi}\right)^2}$

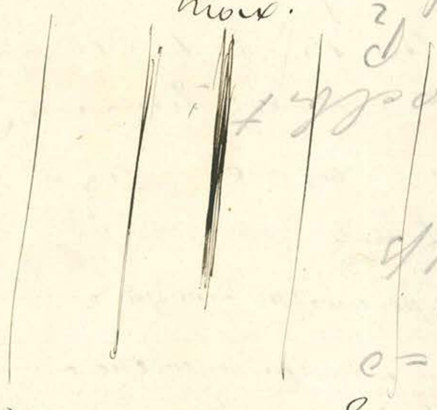
Der Faktor $\left(\frac{\sin n\xi}{n \sin \xi}\right)$ hat die Eigenschaft dass wenn ξ einen der Werthe hat $\xi = 0, \pi, 2\pi$ so stellt er sich als $\frac{0}{0}$ dar. – In der Nachbarschaft ist $\left(\frac{n \cos n\xi}{n \cos \xi}\right)^2$ an $\xi = 0$ so n oder $= 1$ also ist da

$J = n^2 J'$

An allen Stellen die um etwas ~~weniges~~ endliches von $\xi = 0$ (π, 2π etc) verschieden ist ist dann aber $J = 0$ wenn namentlich **n** sehr gross ist. –

Ist die einzelne Öffnung ein Spalt, und die Lichtquelle eine ihr parallele Linie, so tritt die Erscheinung (aequidistanter Linien) ein. –

max.



Die Intensität ist abhängig von der Gestalt der Öffnungen. Über den genauen wir Analyse machen. –

Wenn e bekannt ist so wird man aus dem scheinbaren Abstande die Wellenlänge berechnen können. –

Die Entfernungen am grössten beim rothen Lichte

~~Man sieht beim Sonnenspectrum die Fraunhofer~~schen Linien.

Wir führen bei der Schallfortpfl. Gl.

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = 0$$ zurück

auf

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial \alpha \partial \beta}$$

$$\xi = \varphi(\alpha) + \psi(\beta)$$

$$f(x, y, x, y) = 1$$

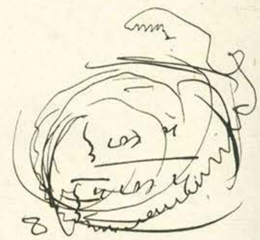
$$\cancel{\varphi(x)} + \psi(y) = 1$$

$$\cancel{\varphi(\alpha)} + \psi(y) = 1$$

$$\varphi(x) + \psi(\beta) = 1$$

Addire ich die beiden letzten Gleichungen so wird

$$Z = |Z| - \int^{2} \frac{\partial z}{\partial \ldots} \frac{dy}{\ldots} ds$$

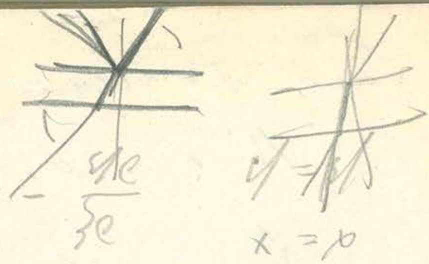


So fand Fraunhofer:

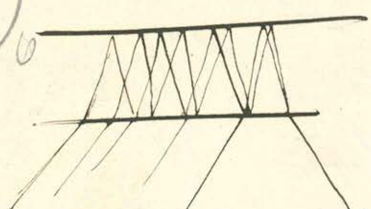
B +	0,00002541	Par. Zoll.
D	0,00002175	—
H.	0,00001464	—

$\Delta V_k = 0$

$V_i = \mathrm{const.}$



$\int \varepsilon \varrho^2 \, d\eta \, d\vartheta$



$\sum a^2 \sin^2 (n+\delta) 2\pi$

$\sin n 2\pi \cos\delta + \cos n 2\pi \sin\delta$

$\sin\delta$