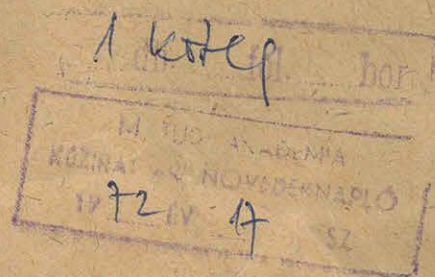


lis 5097/1.

Σότμος Κοράιδ αελευτοσμοφι
εξετασι γυμνασι



§1.

Wir gehen von dem Satze der lebendigen Kraft aus. -
 Berechnet man mit m die Masse mit v die Ge-
 schwindigkeit eines Körpers so ~~ist~~ ^{wird} $\frac{1}{2} m v^2$ die
 lebendige Kraft. - Ebenso berechnet $\frac{1}{2} \sum m v^2$ die
 lebendige Kraft eines ~~ganzen~~ Systems von Körpern. -
 Der erwähnte Satz, welcher eine unmittelbare Folgerung
 aus dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft ist, sagt
~~uns~~ aus, dass bei jeder Veränderung eines Systems

die Vergrößerung der lebendigen Kraft $+ \frac{\text{die gegen die verändernde Kraft geleistete Arbeit}}{\text{die gegen die verändernde Kraft}} = 0$

ist. -

Wenn auf eine Masse die bewegende Kraft R
 wirkt, und sie in Folge dieser Kraft um die
 unendlich kleine Strecke ds in eine Richtung ver-
 schoben wird, welche, mit der Richtung der Kraft
 den Winkel φ bildet, so nennt man:

$$-R \cos \varphi$$

die Arbeit, welche bei dieser Verschiebung geleistet wurde. - Die Arbeit ist also + wenn $\varphi > \frac{\pi}{2}$, sie ist - wenn $\varphi < \frac{\pi}{2}$. -

Beispielsweise ist, wenn wir unter R das Gewicht eines Körpers verstehen, die beim Heben desselben ^{gegen die Schwerkraft} geleistete Arbeit positiv, die beim Senken geleistete Dagegen negativ; diese Arbeit ist = 0 wenn der Körper in horizontaler Richtung fortbewegt wird. -

Sind X, Y, Z die rechtwinkligen Componenten der Kraft R , und $\delta x, \delta y, \delta z$ die Projectionen der Verschiebung δs , auf die Richtungen dieser Componenten, so ist die geleistete Arbeit auch:

$$= -(X\delta x + Y\delta y + Z\delta z)$$

Den bereits angeführten Satz wollen wir in Form einer Gleichung aussprechen; dabei ^{verstehen} ~~nehmen~~ wir ^{unter} die geleistete Arbeit eines Systems, die Summe der geleisteten Arbeiten, der einzelnen Massen, welche zu demselben Systeme ~~gehören~~ gehören. -

Berechnen wir diese Massen mit m_1, m_2, m_3, \dots etc. ihre Orte zur Zeit t mit x_1, y_1, z_1 , resp. x_2, y_2, z_2, \dots etc.

und die Componenten der auf sie wirkenden Kräfte mit X_1, Y_1, Z_1 , resp. $X_2, Y_2, Z_2 \dots$ etc.; so sind die Differentialgleichungen der Bewegung:

$$m_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} = X_1, \quad m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} = Y_1, \quad m_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} = Z_1,$$

$$m_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} = X_2, \quad m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} = Y_2, \quad m_2 \frac{d^2 z_2}{dt^2} = Z_2$$

Diese Gleichungen der Reihe nach mit dx_1, dy_1, dz_1 , resp. $dx_2, dy_2, dz_2 \dots$ etc. multiplicirt und addirt ergeben:

$$m_1 \left(dx_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + dy_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + dz_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} \right) + m_2 \left(\quad \right) + \dots =$$

$$= X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + \dots$$

Da aber:

$$m_1 \left(dx_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + dy_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + dz_1 \frac{d^2 z_1}{dt^2} \right) = m_1 \left(\frac{dx_1}{dt} \cdot d \frac{dx_1}{dt} + \frac{dy_1}{dt} \cdot d \frac{dy_1}{dt} + \frac{dz_1}{dt} \cdot d \frac{dz_1}{dt} \right)$$

$$= \frac{m_1}{2} \cdot d \left(\left(\frac{dx_1}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dt} \right)^2 \right)$$

ist, und die selben Gleichungen auch für m_2 mit m_2, m_3 etc. multiplicirten Größen auf zu stellen sind; so gelangen wir, wenn wir die Geschwindigkeiten der Massen m_1, m_2, m_3 etc. resp. mit v_1, v_2, v_3 bezeichnen, und beachten dass:

4

$$v_1^2 = \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz_1}{dt}\right)^2$$

$$v_2^2 = \left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 + \dots$$

Zu dem Ausdruck:

$$\frac{1}{2} m_1 d.v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 d.v_2^2 + \dots = X_1 dx_1 + \dots$$

Oder:

$$d. \frac{1}{2} \sum m v^2 = X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 \\ + X_2 dx_2 + Y_2 dy_2 + Z_2 dz_2 \\ + \dots$$

Da der Ausdruck links von Gleichheit, wiederum die lebendige Kraft, und der rechts von derselben die geleistete Arbeit des betrachteten Systems ist, bei einer unendlich kleinen Verschiebung desselben — so drückt es den so eben behandelten Satz für unendlich kleine Verschiebungen aus: —

Eine endliche Verschiebung können wir als eine unendliche Zahl ~~von~~ aufeinander folgender unendlich kleiner Verschiebungen an sehen, ~~also~~ und die dabei geleistete Arbeit als die Summe der bei diesen unendlich kleinen Verschiebungen geleisteten Arbeiten an sehen — so dass sich der Satz von der lebendigen Kraft für eine endliche Verschiebung

des Systems, während des Zeitraumes zwischen t' und t'' , ausdrücken lässt durch die Gleichung:

$$\left[\frac{1}{2} \sum m v^2 \right]_{t'}^{t''} = \int_{t'}^{t''} \{ X_1 dx_1 + Y_1 dy_1 + Z_1 dz_1 + X_2 dx_2 + \dots \}$$

§ 2.

Ein gewisse Art von Kräften hat die Eigentümlichkeit, dass die bei der Bewegung eines Systems geleisteten Arbeiten, allein abhängig sind von den Lagen des Systems in den zwei Zeitpunkten des Anfangs und des Beendigung dieses Bewegung, ~~nicht~~ ^{nicht} aber abhängig von der Art und Richtung derselben in der Zwischenzeit. —
 Derartige Kräfte sind die von 2 Massen in der Richtung ihrer Verbindungslinie ausgeübten Anziehungs- und Anstößungskräfte. —

Ich betrachte 2 Massen m_1 und m_2 , welche eine Anziehungskraft auf einander ausüben sollen, welche von ihrer Entfernung abhängig ist, also wenn wir diese mit r_{12} bezeichnen = $f(r_{12})$ ist. —

6.

Die Componenten der Kraft, welche m_2 auf m_1 ausübt sind:

$$f(r_{12}) \frac{x_2 - x_1}{r_{12}}, \quad f(r_{12}) \frac{y_2 - y_1}{r_{12}}, \quad f(r_{12}) \frac{z_2 - z_1}{r_{12}}$$

und die Componenten der Kraft, mit welcher m_1 auf m_2 einwirkt:

$$f(r_{12}) \frac{x_1 - x_2}{r_{12}}, \quad f(r_{12}) \frac{y_1 - y_2}{r_{12}}, \quad f(r_{12}) \frac{z_1 - z_2}{r_{12}}$$

Denken wir uns nun, dass diese Massen unendlich kleine Verdrückungen erleiden, und berechnen dann mit dx_1, dy_1, dz_1 die Projectionen der Verdrückung von m_1 auf die Richtung der Kraft, mit dx_2, dy_2, dz_2 die Projectionen der Verdrückung von m_2 auf dieselbe Richtung, ^{ges. Kraft} so ist die Summe der geleisteten Arbeit =

$$f(r_{12}) \frac{(x_1 - x_2)(dx_1 - dx_2) + (y_1 - y_2)(dy_1 - dy_2) + (z_1 - z_2)(dz_1 - dz_2)}{r_{12}}$$

Da aber:

$$r_{12}^2 = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2$$

also:

$$r_{12} d.r_{12} = (x_1 - x_2)(dx_1 - dx_2) + \dots$$

So ist diese gel. Arbeit = $f(r_{12}) d.r_{12}$

Die Verdrückung der zwei Massen, ist eine Function

der Zeit, die soeben betrachtete unendlich kleine Verschiebung ~~Kann~~ als in ist die Verschiebung in dem Zeitelemente dt ; und die Kraft Arbeit deren Ausdruck wir aufsuchten ist auch in diesem Zeitelemente geleistet. — Die bei einer endlichen Bewegung gegen die bewegende Kraft geleistete Arbeit werden wir demnach aus ~~dieser~~ ^{der bei unendlich kleinen} Verschiebungen geleistet durch Integration über die ganze Zeitdauer der Bewegung erhalten können. — Statt nach der Zeit kann die Integration auch nach r_{12} ausgeführt werden, da ja diese Größe eine Function der Zeit ist, — berechnen wir also mit r_{12}^0 den Werth von r_{12} in der Anfangslage, mit r_{12}^1 dagegen den Werth derselben Größe in der Endlage der zwei Massen m_1 und m_2 — so ist die bei der ganzen Bewegung geleistete Arbeit =

$$= \int_{r_{12}^0}^{r_{12}^1} f(r_{12}) dr_{12}$$

Berechnen wir das Integral:

$$\int f(r_{12}) dr_{12} = F(r_{12})$$

so ist

$$\text{die geleistete Arbeit} = F(r_{12}^1) - F(r_{12}^0)$$

Im Falle also dass sich $\int (x_{12}) dx_{12}$ unbestimmt in-
tegriren lässt, hängt die geleistete Arbeit wirklich
nur von der Anfangs und Endlage des zwei Punkte,
ab. -

Haben wir nun ein ganzes System von Punkten,
so wird sich das erwähnte Integral darstellen in d. Form:

$$\sum F(r) = V$$

Wobei dabei eine Function der Coordinaten des Punkte
des Systems - man nennt es das Potential, oder
auch die Kraftfunction. -

Die von einem System geleistete Arbeit ist also:

$$= V' - V^0$$

Wo $V' = \sum F(r')$ und $V^0 = \sum F(r^0)$ bedeuten - so dass
auch diese Arbeit allein von dem 'Anfang' und der End-
lage des Systems abhängig ist. -

§ 3.

Die mechanische Wärmetheorie geht von der Hypo-
these aus, dass sämmtliche in der Natur vor-
kommenden ^(Elementar) Kräfte derart sind, dass die bei
einer beliebigen Bewegung eines Systems gegen sie
geleistete Arbeiten, einzig und allein abhängig

sind von der Anfang und Endlage dieses Systems,
und vollkommen unabhängig sind von dem
Wege auf welchem das genannte System von
der einen dieser Lagen in die andere überge-
führt worden ist. - Mit dieser Hypothese scheint
das Weber'sche Gesetz im Widerspruche zu stehen;
wie könnten wenigstens dieses Gesetz nicht als
ein Elementargesetz ansehen, wenn die gemachte
Hypothese nicht eine Erweiterung zu ließe; es
ist das die, dass wir statt den Begriffen
der Anfangs und Endlage die Begriffe der Anfangs-
und Endzustandes einführen.

In diesem Begriffe ist dann die Lage, die
Geschwindigkeit und die Beschleunigung des Systems
enthalten. - Der soeben behandelte Satz ^{über} für die

1) Bei Problemen der
mech. Wärmetheorie können
wir die Satz Hypothese in
dieser Energie Form anwenden,
wie werden also von Anfangs-
und Endlage nicht aber von
Anfangs und Endzustand
sprechen. -

lebendige Kraft, lässt sich also auch so aus-
sprechen, dass wenn ein System von Körpern ^{so bewirkt wird}
auf einem ganz beliebigen Wege in seinen ursprüng-
lichen ^{Zustand} Lage zurückgeführt wird; so ist die dabei
geleistete Arbeit = 0. -

Mit Hilfe dieses Satzes lässt sich die Folgerung
ziehen dass Wärme ein Merkmal der Bewegung ist. -

Denken wir uns ein Rad, welches an einer Stelle

befestigt, sich um die Axe der Welle mit derselben
 drehen kann, - die Enden der Welle rollen dabei
 auf Lagern ruhen, welche bei der Drehung eine
 merkliche Reibung ausüben. - Um das Rad sei
 ein Faden mit einem Gewicht geschlungen -
 dieses Gewicht bewirkt die Drehung des Rades, welche
 nach einer gewissen Zeit, sobald die Reibung gleich
 der Beschleunigung wird, ein constantes Geschwin-
 digkeit annimmt. - Fassen wir eine Umdrehung des Rades
 ins Auge, in einem Zeitpunkte in welchem es
 seine constante Geschwindigkeit schon erreicht hat. -
 Es sind da zwei wirkende Kräfte zu betrachten,
 1) die Reibung, 2) das ^{wirkende} Gewicht - bezüglich auf
 die Reibung sind alle Theile des Systems nach Vollendung
 der Umdrehung in denselben ^{System} Lage zurückgekehrt, in
 welchem sie beim Anfange desselben waren - die
 gegen die Reibung geleistete Arbeit ist also in
 diesem Falle = 0. - Nicht so ist es mit der
 Kraft, welche das sinkende Gewicht hervor-
 gerufen hat, ^{gegen} dieselbe ^{gewirkt} ~~beirätet~~ bei der gedachten
 Umdrehung eine negative Arbeit geleistet, -
~~und~~ dem Satze von der lebendigen Kraft entspre-
 chend schließen, ^{wie} dass eine positive Vermehrung
 der lebendigen Kraft geschehen musste. -

Eine sichtbare Veränderung der lebendigen Kraft ist bei dem gedachten Prozesse nicht vor sich gegangen; bei demselben wurde aber in der Welle und in den Layern Wärme erzeugt, wir müssen also schließen dass diese Wärme die ^{Vermehrung der} lebendigen Kraft enthält, dass also Wärme eine Bewegung sei. —

Joule bestätigte nun experimentell, dass die Wärmemenge welche, bei in solchen Prozessen an Stelle der ^{Vermehrung der} lebendigen Kraft tritt zum Vorchein kommt proportional ist, mit dieser lebendigen Kraft. —

Nemer wie nun Wärmeeinheit diejenige Wärmemenge welche erfordert wird um die Gewichtseinheit Wasser um ein Grad der hunderttheiligen Scale zu erwärmen, und bezeichnen mit k die ~~von~~ lebendige Kraft, welche der Wärmeeinheit entspricht; so ist die ^{Vermehrung der} lebendigen Kraft bei einem Prozesse bei welchem die Wärmemenge w erzeugt wurde $= wk$.

k ist das mechanische Aequivalent der Wärme, dasselbe ist bei bei allen Prozessen bei welchen lebendige Kraft in Wärme verwandelt wird denselben constanten Werth. —

Den Satz von der lebendigen Kraft können wir demnach so formulieren:

„Bei jeder Bewegung eines Systems ist, der sichtbare Zuwachs der lebendigen Kraft + die mit K multiplizierte erzeugte Wärmemenge + die gegen sämtliche Kräfte geleistete Arbeit = 0

Es ist dies der 1^{te} Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, welcher man wohl auch den Satz von der Äquivalenz von Wärme und Arbeit nennt.

In manchen Fällen ist die sichtbare Vermehrung der lebendigen Kraft = 0. Dann wird der Satz lauten:

„Bei jeder Bewegung eines Systems, bei welcher die lebendige Kraft desselben sichtbar constant bleibt, ist die bei der Bewegung erzeugte Wärmemenge mit K multipliziert + die geleistete Arbeit = 0“

Will man diesen Satz fruchtbar machen, so stellt sich ein grosser Hinderniss auf dem Wey, der nämlich, dass man bei jedem Schritte mit ^{Bewegungen} ~~Sträften~~ zu thun hat, von welchen man so viel wie gar nichts weiss, und welche man mit dem allgeweinern Namen der Moleularbewegungen bezeichnen.

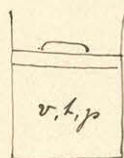
Man kann aber dieses Hinderniss schlaues weise
dadurch umgehen, dass man eine Bewegung des
Systems ins's Auge faßt, bei welcher - alle Theile
des Systems, ~~von~~ ^{auf} welchem solche Moleculare Kräfte
wirken sind, in ihre ursprüngliche Lage zu-
rückführt. - Dann ist nöthig nicht die gegen die-
selben geleistete Arbeit = 0 . -

Die Arbeit die ~~von~~ ^{gegen} solchen unbekanntes Kräfte,
hervorht die man auch innere Kräfte nennt,
berechnet man mit dem Wärmes des inneren
Arbeit; während dann ^{des Ausdrucks} „äußere Arbeit“ dieje-
nige Arbeit bedeutet, welche von äußeren
Kräften hervorht. - Die Gesamtarbeit ist
die Summe der äußeren und der inneren Arbeit;
„Wenn also bei der Bewegung eines Systemes
die innere Arbeit gleich 0 ist; so ist die
mit U multiplicirte Wärmemenge, welche bei
der Bewegung erzeugt wurde + die geleistete äußere
Arbeit = 0 . -

§4.

Als Beispiel zur näheren Erläuterung dieses
Satzes, zugleich aber auch als Ausgangspunkt

unserer weiteren Betrachtungen, wollen wir folgenden Fall ins Auge fassen. —



Ich denke mir eine Gasmasse in einem Cylin-
der durch einen Stempel abgekloppt — dieser
Stempel soll ~~er~~ voll kommen dicht verschließen
und ~~soll~~ soll sich in dem Cylinde ohne Reibung
bewegen können. — Gewichte, welche auf dem
Stempel gelegt werden bestimmen den Druck unter
welchem die Gasmasse steht. — Es sei v das Volumen,
 t , die Temperatur, und p der Druck unter welchem
die Gasmasse steht. — Diese drei Größen p, v, t ,
stehen in einem enghen Zusammenhang mit
einander ändert sich nur eine derselben, so
ändert sich wenigstens eine der beiden übrigen; und
sind zwei derselben bestimmt so ist auch die
dritte bestimmt. — Ohne ^{hier} darauf näher einzu-
gehen wollen wir dies System einem Prozesse
unterwerfen, bei welchem die gewöhnlich inne-
ren Kräfte geleistete Arbeit = 0 ist — um
dann durch Sat 1^{ten} Hauptsatz in der Form anwen-
den zu können, wie wir es zuletzt ausgesprochen
haben, wollen wir die gedachte Bewegung in
unendlich kleinen Zwischenstufen ausgeführt
denken, so dass die lebendige Kraft der höchst-

baren Bewegung unendlich klein sei. -

Der ganze gedachte Proceß zerfällt in 4 Theile:

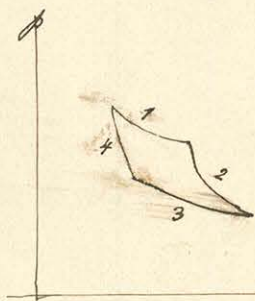
1) Es soll der Druck p , der auf dem Gase lastet allmählich abnehmen; die dabei nothwendig eintretende Verminderung der Temperatur soll aber dadurch verhindert werden, dass der ganze Cylinders in ein Wärme reservoir gestellt wird, dessen Temperatur $= t$ ist, und welches bewirkt dass die Gasmasse ^{die} Constante Temperatur t behält. -

2) Soll das Reservoir entfernt werden, und der Druck so lange vermindert werden, bis die Gasmasse die Temperatur t' , welche offenbar $t' < t$ ist, angenommen hat.

3) Soll die Gasmasse durch ein Reservoir dessen Temperatur t ist, auf der Constanten Temperatur t , erhalten ~~wenden~~, und dabei der Druck so weit vermindert ^{werden}, dass wenn,

4) das Reservoir entfernt ~~wird~~, und der Druck so lange vermindert ^{wird}, bis es wieder gleich dem ursprünglichen Drucke p wird; dann die Gasmasse ~~zu~~ ihr ursprüngliches Volumen und ihre ursprüngliche Temperatur ~~ausnimmt~~ ^{erhält}.

Einen derartigen Process, wie wir ihn eben ausgeführt dachten, bei welchem also die Theile des Systems in welchem innere Kräfte wirksam sind in ihrem ursprünglichen Zustand zurückgeführt werden nennt man einen Kreisprocess. — Man kann sich denselben graphisch so darstellen dass man p und v als rechtwinklige Coordinaten eines Punktes in der Ebene betrachtet; jeder Änderung des Zustandes der Gasmasse entspricht dann eine Veränderung der Lage dieses Punktes; so dass die ~~folgende~~ ^{bestehende} in sich zurückkehrende gebrochene Linie entsteht. —



- 1) Temp. = t , p nimmt ab, v nimmt zu. —
- 2) p nimmt ab, aber auch t nimmt ab, v wächst langsamer wie in 1). —
- 3) Temp. = t' , p nimmt zu, v nimmt ab. —
- 4) Temp. wächst, p wächst, v nimmt ab. —

Bei diesem Process ist keine innere Arbeit geleistet; bei demselben ist aber Wärme verbraucht, da beim 1^{ten} Process dem 1^{ten} Reservoir mehr Wärme ~~abgegeben~~ ^{zugeführt} wurde, als beim 2^{ten} Process vom 2^{ten} Reservoir ~~abgenommen~~ ^{abgegeben} wurde, es ist daher auch äussere Arbeit geleistet. —

Hierauf müssen wir noch näher eingehen. —

Wir nehmen die Arbeit, welche bei einer endlichen Veränderung des Gasen, gegen die äusseren d. i. gegen die Druckkräfte geleistet wird. - Nennt man die Höhe der Gasmasse h , den Querschnitt des Cylinders q , und den Druck auf die ~~Fläche~~ ^{Flächeneinheit} wie früher p ; so ist das Gewicht des Stempels =

$$= pq$$

Wenn dann der Stempel gehoben wird, so dass die Höhe der Gasmasse den unendlich kleinen Zuwachs dh erleidet, so ist die dabei gegen die Kraft pq geleistete Arbeit = $pq dh$

$$\text{Da aber} \quad hq = v$$

$$\text{also} \quad q dh = dv$$

$$\text{so ist dieselbe Arbeit} = p dv$$

Erleidet aber bei irgend welchem Prozesse die Gasmasse eine endliche Vergrößerung oder Verminderung ihres Volumens - so ist die dabei gegen die äusseren, den Druck bewirkenden Kräfte geleistete Arbeit:

$$= \int p dv$$

wo das Integral, zwischen den von dem Prozesse vorgezeichneten Grenzen zu nehmen ist. - Bei dem von uns betrachteten Kreisprozesse, für welche

Wie die Veränderungen von v und p auf Seite 16 graphisch dargestellt haben, ist nun die Arbeit zu finden, welche beim ganzen Prozesse gegen die äußeren Klüfte ~~den Druck~~ geleistet wurde, die Integration über die ganze ~~da das~~ Curve 1274 auszuwickeln. Das Spds zwischen diesen Grenzen genommen ist aber die Fläche welche durch die erwähnte Curve eingeschlossen ist. - Da diese Fläche nicht $= 0$ ist, so muss demnach bei dem Prozesse äußere Arbeit geleistet worden sein. -

Wie wir bereits erwähnt haben, wurde bei diesem Prozesse Wärme verbraucht - nennen wir die Wärmemenge welche beim 1) Prozesse dem ersten Reservoir ^{entzogen} ~~abgegeben~~ wurde q ; und die Wärmemenge welche beim 2) Prozesse ~~von dem~~ zweiten Reservoir ^{abgegeben} ~~entzogen~~ wurde q' ; so ist $q < q'$, und es ist der Verbrauch an Wärme $= q - q'$ - dies mit K multiplicirt ist gleich der geleisteten Arbeit a . - Also ist:

$$q - q' = \frac{1}{K} a$$

Denken wir uns nun mit dieser Vorrichtung, welche wir Kerosney's eine Maschine nennen wollen, nach einer andern solche Prozesse ausge-

führt; Dann wird dabei dem Reservoir 1.
 n -mal die Wärmemenge Q , und dem Reservoir
 2 n mal die Wärmemenge Q' abgezogen — die
 geleistete Arbeit ist dann aber auch n mal
 so gross; so dass wenn wir setzen:

$$na = A, \quad nq = Q, \quad nq' = Q,$$

Dann

$$Q - Q' = \frac{1}{\kappa} A$$

es sind also Q, Q' und A mit q, q' und a pro-
 portional.

§ 5.

Wir nennen einen Umkehrbaren Kreisprozess
 einen Kreisprozess, welcher im entgegengesetzten
 Sinne ausgeführt, die entgegengesetzte ~~Arb.~~ ^{negative}
~~Arbeit~~ Arbeit leistet. — So dass wie die Arbeit
 welche, beim Prozesse in dem einen Sinne ge-
 leistet wurde, verrichtet können wenn wir
 diesen Prozess im entgegengesetzten Sinne aus-
 geführt denken. —

Wir beabsichtigen nun den Satz zu beweisen,
 dass sich keine Maschine erfinden lässt, welche

Durch ~~unreversible~~ ^{beliebige} Kreisprozesse Wärme in Arbeit verwandelt, die mit demselben Reservoir verbunden, wie die eben betrachtete Maschine, um dieselbe Arbeit zu leisten, weniger Wärme verbrauchen würde als die erste. -

Denken wir uns außer der schon betrachteten Maschine die wir M nennen wollen, noch eine zweite M' wirksam, dieselbe soll mit demselben Reservoir R_1 und R_2 verbunden sein, deren konstante Temperaturen t_1 und t_2 sind, und zwar so dass $t_1 > t_2$. - Nach derselben Anzahl von Kreisprozessen sollen beide Maschinen dieselbe Arbeit A leisten; es soll aber der Prozess der Maschine M ein umkehrbarer sein, so dass ^{er} wenn die von Prozess in entgegengesetztem Sinne durchgeführt die Arbeit $-A$ leistet. - Ich denke mir also M in umkehrbarem Sinne wirksam, dabei zieht sie dem Reservoir R_1 die Wärmemenge Q_1 ab, und entrichtet dem Reservoir R_2 die Wärmemenge Q_2 ; - die Maschine M' zieht dagegen dem Reservoir R_1 die W.M. $-Q_1'$ ab, und entrichtet von R_2 die W.M. Q_2' ; so dass beim

ganzen Prozesse, dem Reservoir R abzugeben
 wurde, die Wärmemenge $Q - Q'$
 und dem Reservoir R, ^{entzogen} ~~zugeführt~~ die W.M. Q, Q'
 Da die geleistete Arbeit $= A - A = 0$ ist, so ~~ist~~
 kann bei diesem Prozesse keine Wärme verbraucht
 oder erzeugt worden sein, so dass:

$$Q - Q' = Q_1 - Q_1'$$

Da M. einen ganz beliebigen Kreisprozess bedeutet,
 welcher umkehrbar sowohl als nicht umkehrbar
 sein kann - so haben wir hierdurch den ~~selben~~
 ausgesprochenen Satz für beide Fälle ^{bewiesen} ~~ausgesprochen~~.

Ein Grundsatz der mechanischen Wärmetheorie, welcher
 bekannt ist unter dem Namen des Carnot-schen *)
 Satzes ist der, dass, ohne Arbeit zu leisten, keine
 Wärme aus einem kälteren Körper in einen wärme-
 ren übergeführt werden kann. - Wäre dies
 Satz unrichtig so könnten wir einen Körper
 mit der Erde verbunden, durch deren Wärme be-
 liebige hoch erwärmen - und wir könnten dann
 einen Theil dieser Wärme in Arbeit verwandeln,
 mit einem Worte wir könnten ein *perpetuum
 mobile* überlicher Ding construiren. -

Die Absurdität dieses Schlusses beweist den Satz genügend. -

Reflexions sur la puissance motrice du feu 1824 Paris.

Wir haben angenommen, dass die Temperatur t des Reservoirs R höher sei, als die Temperatur t' des Reservoirs R' ; demnach kann nach dem Carnot'schen Satze, bei dem gedachten Prozesse, bei welchem keine Arbeit geleistet wurde dem Reservoir R auch keine Wärme zugeführt worden sein, - es ist also:

$$Q - Q' = Q_1 - Q'_1 \equiv 0$$

Bis jetzt sehen wir noch nicht fest ob die Maschine M' , einen umkehrbaren Kreisprozess leisten kann oder nicht - nehmen wir aber an dass das erstere möglich sei; und denken wir uns nun beide Maschinen im entgegengesetzten Sinne wirken so dass M die Arbeit $+A$ und M' die Arbeit $-A$ verrichte; so können wir zu dem Schluss kommen dass:

$$Q'_1 - Q = Q_1 - Q'_1 \equiv 0$$

Also die 2. Gl. zusammengefasst:

$$Q - Q = Q_1 - Q_1 = 0$$

d. h.

$$\underline{Q = Q'}$$

$$\underline{Q_1 = Q'_1}$$

Ja, also die den Reservoirs, bei derselben Arbeitsleistung, von den zwei verschiedenen Maschinen abgegebene ^{resp. entzogen} Wärmemengen dieselben sind so gelangen wir zu dem Satze:

„Wenn eine Maschine durch umkehrbare Kreisprozesse Wärme in Arbeit verwandelt und durch die Arbeit A aus einem Wasserreservoir R von der Temperatur t , die Wärmemenge Q zieht, und in einem andern R_1 , ~~ist~~ von der Temperatur t_1 , ~~überführt~~, die Wärmem. Q_1 , überführt; so hängen Q und Q_1 nur ab von der geleisteten Arbeit und von den Temperaturen t und t_1 ; nicht aber von der Einrichtung der Maschine“.

Wir machten oben die Bemerkung dass Q und A proportional seien; demnach wird also der Quotient $\frac{Q}{A}$ einzig und allein von den ~~den~~ Temperaturen t und t_1 abhängen; also:

$$\frac{Q}{A} = f(t, t_1)$$

Da diese Function symmetrisch sein muss in Bezug auf t und t_1 , so ist t auch:

$$\frac{Q_1}{A} = f(t_1, t)$$

Also:

$$1 = f(t, t_1) \cdot f(t_1, t)$$

§ 6.

Denken wir uns nun drei Reservoirs R, R_1, R_2 , deren Temperaturen t, t_1 und t_2 seien, und zwar so, dass $t > t_1 > t_2$ sei. —

Die Maschine M , welche einen unkehrbaren Kreisprozess ausführen kann, sei zuerst mit den Reservoirs R und R_1 in Thätigkeit gesetzt, und soll dabei dem Reservoir R die Wärmemenge Q entziehen, und dem Reservoir R_1 die Wärmemenge Q_1 zuführen. — Nun denken wir uns dieselbe Maschine mit den Reservoirs R_1 und R_2 in Thätigkeit verbunden, und so lange in Thätigkeit gesetzt bis dem Reservoir R_1 die Menge Q_1 entzogen, und dem Reservoir R_2 die Menge Q_2 zugeführt ist. — Endlich soll die Maschine mit den Reservoirs R und R_2 verbunden, so lange wirken, bis die Summe der bei diesem ^{verschieden Kreis} Processen geleisteten Arbeiten = 0 ist, dabei soll die dem Reservoir R zugeführte Wärmem. Q' und die dem Res. R_2

entwogen Q_2' sein. - Berechnen wir des Kreis
wegen die den Reservoir eingeführten W. M. mit
dem +, die denselben entzogenen mit dem - be-
zeichnen, so lässt der beschriebene Vorgang so dar-
stellen:

	<u>R</u>	<u>R₁</u>	<u>R₂</u>
1)	-Q	+Q ₁	
2)		-Q ₁	+Q ₂
3)	+Q'		-Q ₂ '

Dem ganzen Vorgang ist also dem Res. R₁ nichts
eingeführt und nichts entzogen, dem Reservoir
R aber entzogen:

$$Q - Q'$$

und dem Reserv. R₂ eingeführt.

$$Q_2 - Q_2'$$

Da die geleistete Arbeit = 0 ist, so muss:

$$Q - Q' = Q_2 - Q_2'$$

sein. - Vermöge des schon erwähnten Carnot-
schen Grundsatzes kann hier keine Wärme aus
R₂ nach R gewandert sein; ~~es ist also, d. h. es kann~~ $Q - Q'$ nicht neg.
sein, also:

$$Q - Q' = Q_2 - Q_2' \geq 0$$

Da wir angenommen haben, dass der Kreisprozess

umkehrbar sei, so folgt ähnlich:

$$Q' - Q = Q_2' - Q_2 \stackrel{!}{=} 0$$

also nun:

$$Q' - Q = Q_2' - Q_2 = 0$$

d. i.

$$\underline{Q = Q'} \quad \text{und} \quad Q_2 = Q_2'$$

sein.

Nach den Resultaten von § 5, ist also:

$$\frac{Q}{Q_1} = f(t, t_1)$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = f(t_1, t_2)$$

$$\frac{Q}{Q_2} = f(t, t_2)$$

Hieraus ist:

$$f(t, t_2) = f(t, t_1) \cdot f(t_1, t_2)$$

$$\text{also:} \quad f(t, t_1) = \frac{f(t, t_2)}{f(t_1, t_2)}$$

t, t_1, t_2 sind ganz beliebige Temperaturen, über
eines derselben wird man jedenfalls nach Willkür
verfügen können; so will ich annehmen ^{den K₂} ~~eine~~
Constantes Werth habe, dann also ~~die~~ Functionen

$f(t_1, t_2)$ und $f(t_2, t_1)$ ~~als~~, Functionen je einer Variable t_1 resp. t_2 werden. - Ich bezeichne ~~f~~ unter dieser Voraussetzung $f(t_1, t_2) = T(t_1)$ und $f(t_2, t_1) = \tilde{T}(t_1)$; oder um noch kürzer zu sein führe ich für diese Functionen die Zeichen T und \tilde{T} ein; wo dann zu bemerken ist dass \tilde{T} dieselbe Function von t_1 als T von t_2 ist. - Es ist also:

$$\frac{Q}{Q_1} = \frac{T}{\tilde{T}}$$

oder auch:

$$\frac{Q}{T} - \frac{Q_1}{\tilde{T}} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

Dieses ist die Relation, welche zwischen Q, Q_1 besteht wenn wenn durch umkehrbare Kreisprozesse Wärme in Arbeit verwandelt wird.

Wir haben ausserdem noch die Relation:

$$Q - Q_1 = \frac{1}{k} A \quad \dots \dots \dots (2)$$

also ergibt sich aus diesen beiden

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{1}{k} \cdot A \cdot \frac{T}{T - \tilde{T}} \\ Q_1 &= \frac{1}{k} \cdot A \cdot \frac{\tilde{T}}{T - \tilde{T}} \end{aligned} \right\} \dots \dots (3)$$

Aus diesen Gleichungen lassen sich die der Arbeit A entsprechenden Wärmemengen Q und Q_1 berechnen.

Hieran sehen wir auch, dass je größer der Unterschied zwischen T und T_1 , d. i. zwischen t und t_1 , ist, eine um so größere Wärmemenge in Arbeit verwandelt wird. — Nehme er einen Temperaturwerth von t für welcher $T(t) = 0$ würde, und setze diesen Werth von $t = t_1$; so würde die ganze Wärmemenge des Reservoirs, dessen Temperatur t ist, entzogene Wärmemenge in Arbeit verwandelt werden. — Wie wir später sehen werden wird $T(t_1) = 0$ für den absoluten Nullpunkt der Temperatur. —

§7.

Dieses in §6 durch 1) angedeutete Satz lässt sich auch wesentlich verallgemeinern. — Dieses so verallgemeinerte Satz, der den 2 Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie für unkehrbare Kreisprozesse ausspricht lautet:

„Wenn eine Maschine durch unkehrbare Kreisprozesse Wärme in Arbeit verwandelt, und dabei aus den n Wärmereservoirs $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$, deren Temperaturen ^{resp.} $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ sind, die Wärmemengen ^{resp.} $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ ^{entzieht} ^{abnimmt}, so besteht die Gleichung:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} + \dots + \frac{Q_n}{T_n} = 0$$

Wo T_1, T_2, \dots, T_n die Werthe in und derselben Function $T(t)$ für die Werthe $t_1, t_2, t_3, \dots, t_n$ der Variable t bedeuten! -

Um in Folgenden jede Verwirrung zu vermeiden, werden wir immer von der Wärmemenge sprechen, welche die Maschine von den Reservoirs aufgenommen hat; und werden möglicherweise, diesen Begriff dadurch die Berechnung der aufgenommenen Wärme ausdrücken. -

Bevor wir zum Beweise der soeben angesprochenen Satzes übergehen, müssen wir einen auf denselben beruhenden Hilfsatz aufstellen. -
Dieser ist: Denken wir uns eine Maschine M welche einen umkehrbaren Kreisprozess in der angegebenen Weise verrichtet, und dabei die Arbeit A leistet; und denken wir auch noch eine zweite Maschine M' , welche mit demselben Reservoir verbunden, dieselbe Arbeit A leistet, und dabei aus dem Reservoir die Wärmemengen $Q'_1, Q'_2, Q'_3, \dots, Q'_n$ aufnimmt; sind dann $n-2$ der Größen Q und Q' ^{einige} gleich, das ist;

$$Q_1 = Q_1', \quad Q_2 = Q_2', \quad \dots \quad Q_{n-2} = Q_{n-2}'$$

So müsste auch

$$Q_{n-1} = Q_{n-1}', \quad \text{und} \quad Q_n = Q_n'$$

sein. —

Um dies zu beweisen denken wir uns den Kreisprozess der Maschine M' umgekehrt verrichtet; dabei leistet sie dann die Arbeit $-A$ und nimmt aus den entsprechenden zwei Reservoirs die Wärmemengen $-Q_1', -Q_2' \dots -Q_n'$ auf. — Beim Zusammenwirken von M in dem einen, und von M' in dem umgekehrten Sinne ist also die geleistete Arbeit $= 0$; und auch die Summe der von beiden aufgenommeneren Wärmemengen ist $= 0$ also; da sich alle andern Q -s nach der gewählten Voraussetzung aufheben:

$$Q_{n-1} - Q_{n-1}' + Q_n - Q_n' = 0$$

d. i. e.

$$Q_{n-1}' - Q_{n-1} = Q_n - Q_n'$$

Da $t_1 > t_2 > t_3 > \dots > t_n$, und die gel. Arbeit $= 0$; so kann nach dem Carnot'schen Satze dem Reservoir R_{n-1} keine Wärme zugeführt worden sein d. i. e. es kann die von demselben ^{von der Maschine} aufgenommene Wärmemenge nicht negativ werden; also:

$$Q_{n-1} - Q'_{n-1} = Q'_n - Q_n \geq 0$$

Denken wir uns dann die Provene so um-
gekehrt dass M die Arbeit $-A$, und M' die
Arbeit $+A$ leistet, so gelangen wir ebenso zum
Resultate:

$$Q'_{n-1} - Q_{n-1} = Q_n - Q'_n \geq 0$$

Durch Vereinigung dieser beiden Resultate, ergibt sich
der Beweis des Hilfsatzes, nämlich dass:

$$Q'_{n-1} = Q_{n-1}$$

$$Q'_n = Q_n$$

Um den Beweis des 2^{ten} Hauptsatzes in Bezug auf
die Maschine M führen zu können, denke ich mir
auch eine zweite Maschine ~~oder~~ ^{welche} M' welche
als M verbunden ~~ist~~ ^{ist} und dieselbe Arbeit A
leistet wie die Maschine M .

Diese Maschine M' sei zuerst mit dem Reservoir
 R_1 und R_2 verbunden, wobei sie die Wärme
 q_1 und q_2' aufnimmt; dann sei sie mit dem Reser-
voir R_2 und R_3 verbunden, und nehme die W. q_2
und q_3' auf u. s. w. bis sie endlich mit dem
Reservoir R_{n-1} und R_n in Thätigkeit gesetzt wird,

und aus denselben die Wärmemengen q_{n-1} und q_n' aufnimmt. — Der ganze Proceß ist also folgender:

M' mit R_1 und R_2 verbunden, nimmt q_1, q_2' auf.

" " R_2 " R_3 " " " " q_2, q_3'

" " R_3 " R_4 " " " " q_3, q_4'

 " " R_{n-1} " R_n " " " " q_{n-1}, q_n'

Also ist aus R_1 aufgeworfen q_1

" R_2 " " $q_2 + q_2'$

" " " " " " " " " " " "

" R_n " " " " q_n'

Alle diese einzelnen mit M' angeführten Kleinproceße sollen umkehrbar sein; also können wir auf jede derselben einzeln die in § 6 (1) erhaltenen Resultate anwenden, es ist also:

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2'}{T_2} = 0 \quad , \quad \frac{q_2}{T_2} + \frac{q_3'}{T_3} = 0 \\ \text{-----} \\ \frac{q_{n-1}}{T_{n-1}} + \frac{q_n'}{T_n} = 0 \end{array} \right.$$

finer wollen wir die einzelnen Proceße so einrichten, dass:

$$q_1 = Q_1, \quad q_2 + q_2' = Q_2, \quad \dots, \quad q_{n-2} + q_{n-2}' = Q_{n-2} \quad \dots \quad (2)$$

Sei; und weiter nach dem ganzen Vorgang so ein-
 beweisen, dass, wie wir oben erwähnt haben,
 die durch M' geleistete Arbeit gleich werde der
 durch M geleisteten, — so also dass die Summe
 der durch M' aufgegebenen wärme-mengen
 ebenfalls gleich ^{wird} der Summe der durch M auf-
 genommenen W . Mengen. — Dann ist:

$$q_1 + q_2 + \dots + q_{n-1} + q_2' + q_3' + \dots + q_n' = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad \dots \quad (3)$$

Es fragt sich noch ob wir all' diese bezüglich auf
 die Größen q_1, \dots, q_{n-1} und q_2', \dots, q_n' gesuchten Be-
 dingungen erfüllen können? — Diese Frage können
 wir mit ja beantworten, denn die Zahl der
 erwähnten Argumente ist $2n-2$, und ebenso gross
 ist die Zahl der in (1), (2) und (3) enthaltenen Be-
 dingungsgleichungen. —

Auf diesen Fall können wir daher den oben
 bewiesenen Hilfsatz anwenden; hierdurch
 erhalten wir die Gleichungen:

$$q_{n-1} + q_{n-1}' = Q_{n-1} \quad \text{und} \quad q_n' = Q_n \quad \dots \quad (4)$$

Absolutes wie nur die Gleichungen (1) und berück-

Richtiges dabei die Gleichungen 2) und 4) so ergibt sich:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots + \frac{Q_n}{T_n} = 0$$

also der zu beweisende zweite Hauptsatz. —

§ 8.

~~Dieses~~ Bis jetzt haben wir den 2^{ten} Hauptsatz, nur für den Fall umkehrbaren Kreisprocess abgeleitet; wir müssen noch sehen, wie sich derselbe gestaltet, wenn wir von dieser Beschränkung absehen. —

Bei dieser Untersuchung müssen wir zwei Eigenschaften der Function T annehmen — diese sind: 1) dass die Function T mit dem Argument t zusammen wächst, und 2) dass sie einen willkürlichen Factor enthält, so dass sie stets als positiv zu betrachten ist. —

Wir denken uns nun die beliebig construirte Maschine M , welche jedoch in diesem Falle keinen umkehrbaren Kreisprocess ausführen können darf, wie früher mit den Reservoirs $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$

verbunden, deren Temperaturen resp. t_1, t_2, \dots, t_n sind; durch ~~betriebs~~ Kreisprozesse eine Arbeit A leisten, wobei sie ^{an} dem genannten Reservoir die Wärmemengen Q_1, Q_2, \dots, Q_n aufnehmen soll. Für diesen Fall ~~erfordert~~ ^{erfordert} der Hauptsatz der mech. Wärmetheorie ~~die Bedingungen, dass:~~ ^{dass:}

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots + \frac{Q_n}{T_n} \leq 0$$

Der Beweis ist. dem für unkehrtbare Kreisprozesse geführten, ähnlich, es beruht auch auf demselben Hilfssatz, — dieses erfordert aber unter denselben Bedingungen, als die, welche ~~die~~ ^{er} in Bezug auf. unkehrtb. Kreisprozesse voraussetzt, in diesem Falle nur dass:

$$Q'_{n-1} - Q'_{n-1} = Q'_n - Q'_n \leq 0$$

sei. —

Ausser der Maschine M , denken wir uns mit demselben Reservoir verbunden auch eine zweite Maschine M' wickeln, welche durch Kreisprozesse, die ~~ganz~~ ^{ganz} den von M' in §7 ausgeführten ~~gleich~~ ^{gleich} sollen, also auch unkehrtbar sind, ~~die~~ ^{ebenfalls} Arbeit A leisten. Behalten wir alle in §7 gebrauchten

Berechnungen; so bestehen auch in diesem Falle die Gleichungen (1), und wir werden auch in diesem Falle die Größen q_1, q_2, \dots, q_{n-1} und q_2', \dots, q_n' so bestimmen können dass sie den Gleichungen (1), (2) und (3) genügen. - Abstrahirt man nun die Gleichung (1), so erhält man:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots + \frac{Q_{n-2}}{T_{n-2}} + \frac{q_{n-1} + q_{n-1}'}{T_{n-1}} + \frac{q_n'}{T_n} = 0$$

oder

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots + \frac{Q'_{n-1}}{T_{n-1}} + \frac{Q'_n}{T_n} = 0$$

Berücksichtigt man die durch den Hilfsatz ge-
triebene Gleichung:

$$Q'_{n-1} - Q_{n-1} = Q_n - Q'_n \neq 0$$

so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots + \frac{Q_n}{T_n} &= \frac{Q_{n-1} - Q'_{n-1}}{T_{n-1}} + \frac{Q_n - Q'_n}{T_n} \\ &= (Q_{n-1} - Q'_{n-1}) \left(\frac{1}{T_{n-1}} - \frac{1}{T_n} \right) \end{aligned}$$

Hierin ist der Factor

$$Q_{n-1} - Q'_{n-1} > 0 \quad \text{d. i. pos.}$$

da ~~wir~~ wir schon erwähnten T_n stets positiver ist,
und ferner $T_{n-1} > T_n$ ist, da ja $k_{n-1} > k_n$ ist, so muss

$$\frac{1}{T_{n-1}} - \frac{1}{T_n} < 0 \quad \text{d. i. negativ sein.}$$

Und somit ergibt sich der 2. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie für nicht umkehrbare Kreisprozesse:

$$\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots + \frac{Q_n}{T_n} \cong 0$$

Carnot sprach den nach ihm benannten Satz im Jahre 1824 aus, auf Grundlage desselben leitete Clausius den 2^{ten} Hauptsatz ab, ~~aber~~ auf einer Weise, welche von dem von K. verfolgten ganz verschieden ist. -

II

Beziehungen zwischen Druck, Volumen und Temperatur . -

§1.

Der erste Hauptsatz bezieht sich auf jede Maschine, welche durch Kreisprozesse Wärme in Arbeit und umgekehrt ^{Hauptsatz} verwandelt; der zweite in seiner spezielleren Form abgeleitete Hauptsatz bezieht sich dagegen nur auf Maschinen, welche un-

kehrbare Kreisproceſſe ausführen können. —

Als eine ſolche Maſchine kann man einen jeden Körper anſehen, welcher durch thermiſche Ausdehnung Arbeit leiſtet; und wenn man auf einen ſolchen die erwähnten Hauptkräfte anwendet; ſo wird man zu den geſuchten Relationen zwiſchen ~~dem~~ Druck, Volumen u. Temp. gelangen können. —

Iſt der Körper ein flüſſiges (tropfbarfl. oder gasf.) ~~so~~ ſo iſt der auf denſelben ausgeübte Druck nach allen Richtungen gleich, und ſenkrecht auf jedem Punkt Element der ^{die} Fläche deſſelben. —

Wenn dagegen der Körper ein feſter iſt, ſo kann der Druck unter welchem er im Gleichgewichtszuſtande ſteht, in verſchiedenen Theilen deſſelben ungleich und ungleich gerichtet ſein. —

Ohne etwas näheres über den Aggregatzuſtand des zu betrachtenden Körpers ~~zu ſetzen~~ feſt zu ſtellen, wollen wir annehmen, daß der Druck in demſelben überall gleich und ſenkrecht auf ſeiner Oberfläچه iſt. —

Dieſen ſenkrechten Druck wollen wir auf die Flächen-einheit bezogen mit p bezeichnen. —

Derner nehmen wir an daß das Gewicht des Körpers der Gewichtseinheit gleich ſei, und nennen

$p = \text{Druck}$

Sein Volumen v und seine Temperatur t . - p, v und t sind zusammenhängende Werthe, zwischen denselben bestehen gewisse Relationen die wir ableiten wollen. - Sind zwei dieser Größen gegeben so ist auch die Dritte, also der Zustand des betreffenden Körpers bestimmt. - Je zwei dieser Größen werden wir als unabhängige Variable betrachten, welche die Dritte bestimmen. - Vor allem ^{nehmen wir an es} seien v und t die unabhängigen Variablen. -

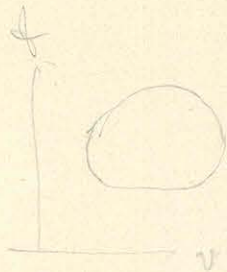
Es soll in Folgendem des 2^{te} Hauptsatzes der mech. Wärmetheorie, um ihn in seiner einfacheren Form wie es sich natürlich auf umkehrbare Kreisprozesse bezieht, wollen wir den Prozess den der Körper ausführt so einrichten, das es ein umkehrbares wird. - Zu diesem Zwecke müssen wir uns annehmen, das der Körper eine endliche Arbeit dadurch leistet, das es der Reihe nach in Verbindung mit unendlich vielen Reservoiren einen ~~Kreis~~ Prozess ausführt; aber so das die Temperatur des Reservoirs mit welchem es in Verbindung ist bei jedem dieser Prozesse nur unendlich wenig verschieden von seiner Temperatur sei. - Hierdurch wird es möglich das so-

kann und die Temperatur des Körpers beliebig
 zu ändern, ohne es jemals mit einem Percevoir
 in Verbindung zu setzen deren Temperatur endlich
 verschieden mit einer Temp. wäre. — Ein so
 ausgeführtes ^{Frei}Proven ist ein unkehrbares. —
 Man kann sich diesen Vorgang geometrisch er-
 läutern, wenn man v und t als rechtwinkeli-
 che Coordinaten eines Punktes in der Ebene
 betrachtet. — Einer endlichen Veränderung
 von v und t entspricht dann eine endliche Linie
 und einen Kreisbogen eine in sich zurückkehrende
~~Linie~~
^{Linie}
 Curve. —

Ich berechne mit dQ die unendlich kleinen W. u. u.,
 welche dem Körper zugeführt werden wenn damit
 v um dv und t um dt wachse. — Zwischen
 dQ , dv und dt besteht eine Relation, welche da die
 genannten Arg. unendl. klein derselben Ordnung sind
 durch eine lineare homogene Gl. ausgedrückt ist:

$$(I) \quad dQ = Mdv + Cdt$$

wo M und C Functionen von v und t sind. — Wir
 wollen zuerst die Bedeutung von C und M unter-
 suchen. — Setzen wir $v = \text{const.}$ also $dv = 0$, so wird:



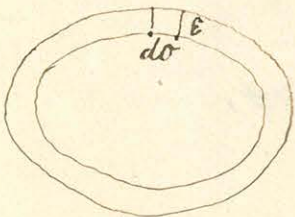
Dann es dabei ~~was~~ ~~unp~~ v und t wieder ihre ursprünglichen Werthe ^{wieder} erhalten sollen; dann ist die durch v und t als Coordinaten eines Punktes in der Ebene beschriebene Linie eine in sich zurückkehrende; es ist also die gegen die äusseren Kräfte geleistete Arbeit $= 0$. - Dann sagt der 1^{te} Hauptsatz aus:

die gegen die äusseren Kräfte gel. Arbeit $=$ K. aufz. W. M. $= 0$

Die beim gansen Process durch den Körper aufgenommene W. M. ergibt sich durch Integ. von dQ über die ganze erweiterte geschlossene Linie, somit ist:

$$\int dQ = \int (M dv + C dt)$$

Wir haben der Ausdruck der äusseren Arbeit zu bilden. Da indem dem Körper die W. M. dQ zugeführt wird werde soll sich dasselbe ausgedehnt haben - es stelle die innere Linie einen Querschnitt des Körpers vor der Ausdehnung dar, und die äussere Linie den Querschnitt nach der Ausdehnung. - Tragen ein Oberflächen element do des Körpers hat sich dabei bewegt durch einen unendl. kleinen Cylinde ~~des~~



Höhe z sein soll. - Der auf das Element dd von
 aussen wirkende Druck ist pdd , also die von
 dem Elemente gegen denselben gel. Arbeit ist $= pdd$
 Die bei dieser unendl. kl. Ausdehnung von dem
 ganzen Körper gel. Arbeit ist daher folgender
 über seine ganze Oberfläche aus zu nehmen der In-
 tegral:

$$\int p dV = p \int dV$$

Es ist aber $\int dV$ die Vergrößerung des Volumens
 des Körpers also $= dv$ - somit ist die bei
 dieser unendl. kleinen Zustandsänderung des Körpers
 gel. Arbeit $= p dv$. -

Die bei einem endlichen Kreisprozeß, wie wir
 es durchspürt haben gegen den Druck ge-
 leistete Arbeit ist daher:

$$= \int p dv$$

Das Integral über ~~dieses~~ Linie ausgedrückt,
 welche ^{die durch} v und t als Coordinaten ^{dargestellte}
 Punkt bei dem Kreisprozeß beschreibt. -

Die durch den 1^{ten} Hauptsatz geleistete Gl. ist also:

$$\frac{1}{k} \int p dv = \int (M dv + C dt)$$

Da beide Integrale über dieselbe Curve ausrechenbar sind; so ist:

$$\int \left(\frac{1}{\kappa} p - M \right) dv - \mathcal{L} dt = 0$$

Diese Gleichung muss ihre Gültigkeit behalten, welches auch der ausgeführte Kreisprozess sei; sie muss also bestehen für eine jede geschlossene Linie. - Dies ist nur möglich, wenn die Integration sich unbestimmt ausführen lässt d. h. wenn der Unter dem Integrationszeichen stehende Ausdruck ein vollständiges Differential ist. - Die Bedingung dafür dass ein Ausdruck von der Form

$$a dx + b dy$$

ein vollst. Differential sei, ist

$$\frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial b}{\partial x}$$

diese Bedingungs-gleichung gestaltet sich in unserem Falle:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\kappa} p - M \right) = - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v}$$

und hieraus:

$$(II) \quad \dots \quad \kappa \left(\frac{\partial M}{\partial t} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v} \right) = \frac{\partial p}{\partial t}$$

Eine zweite Relation liefert der 2^{te} Hauptsatz. Derselbe war für umkehrbare Kreisprozesse ausgesprochen, bei einer endlichen Anzahl von Reservoirs:

$$\sum \frac{Q}{T} = 0$$

In unserem Falle aber, in welchem die Zahl der Reservoirs unendlich gross, die den einzelnen Reservoirs entzogenen Wärme mengen dagegen unendlich klein $= dQ$ sind, gestaltet sich derselbe Satz, wie folgt:

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

Worin die Integration über die geschlossene Curve ausgedehnt werden soll, welche den Kreisprozess darstellt: — Setzen wir hierin den durch I gelieferten Werth von dQ ein, so ist:

$$\int \left(\frac{M}{T} dv + \frac{C}{T} dt \right) = 0$$

Diese Gleichung besteht für jeden ^{Kreisprozess} ~~prozess~~, also für jede diesen darstellende geschlossene Curve. Der unter dem Integralzeichen stehende Ausdruck

Muss daher ein vollständiges Differential sein,
d. h. es muss:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{M}{\mathcal{F}} \right) - \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{F}} \right) = 0$$

sein; oder:

$$(I) \quad \frac{1}{\mathcal{F}} \left(\frac{\partial M}{\partial t} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial v} \right) = \frac{M}{\mathcal{F}^2} \frac{d\mathcal{F}}{dt}$$

~~Setzen wir hierin den durch Vereinfachen aus~~
dies Gleichung durch II; so ergibt sich die
Zweite, durch den 2^{ten} Hauptsatz gelieferte
Relation, wie folgt:

$$(III) \quad \frac{K}{\mathcal{F}} \frac{d\mathcal{F}}{dt} \cdot M = \frac{\partial p}{\partial t}$$

\mathcal{F} ist allein von t abhängig. Daher das Zeichen
 d des vollständigen Differentialen. —

§ 2.

Es sollten nun die Relationen zwischen p , v &
für den Fall abgeleitet werden, dass p und t
als unabhängige Variablen, und v als eine Funktion
denselben betrachtet wird. —

Ist also die unendl. kl. W. M. welche durch einen
Kreisbogen dem Körper eingesät werden muss

um t um dt und p um dp zu vergrößern, so besteht zwischen diesen Größen eine lineare Gleichung:

$$dQ = N dp + C' dt \quad \dots \dots \dots (IV)$$

Wo $C' = \frac{dQ}{dt}$ für $dp = 0$

Somit die spec. Wärme bei constantem Druck bedeutet. - Dagegen ist, wie früher:

$$C = \frac{dQ}{dt} \text{ für } dv = 0$$

Die spec. Wärme bei constantem Volumen. - In diesem Falle ist:

$$dv = \frac{\partial v}{\partial p} dp + \frac{\partial v}{\partial t} dt = 0$$

den hieraus sich ergebenden Werth von dp in IV gesetzt, folgt:

$$\frac{dQ}{dt} = C = C' - N \cdot \frac{\frac{\partial v}{\partial t}}{\frac{\partial v}{\partial p}}$$

d. i.:

$$N = (C' - C) \frac{\frac{\partial v}{\partial p}}{\frac{\partial v}{\partial t}} \quad \dots \dots \dots (6)$$

Der 1^{te} Hauptsatz liefert nun die Gleichung:

$$\int \left\{ \overset{\text{über eine geschlossene Linie}}{K(N dp + C' dt) - p \left(\frac{\partial v}{\partial p} dp + \frac{\partial v}{\partial t} dt \right)} \right\} = 0$$

dies spricht aus, dass ~~das~~ unter dem Integralzeichen

47

stehende Ausdruck ein vollständiger Diff. ist, die Bedingung besteht also:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(kN - p \frac{\partial v}{\partial p} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(k\mathcal{E}' - p \frac{\partial v}{\partial t} \right)$$

$$k \left(\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial \mathcal{E}'}{\partial p} \right) - p \frac{\partial^2 v}{\partial p \partial t} + \frac{\partial v}{\partial t} + p \frac{\partial^2 v}{\partial p \partial t} = 0$$

$$(V) \dots \dots k \left(\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial \mathcal{E}'}{\partial p} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

Wir haben hier nach dem 2^{ten} Hauptsatz anzuwenden, in der Form in der wir ihn in §. 1 dieses Abschnittes für unendlich viele Reservens ausgeprochen haben. - Setzen wir da statt dh den mit aus III ergebenden Werth dieser Größe mit:

über eine geschl. Linie.

$$\int \left(\frac{N}{\mathcal{F}} dp + \frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{F}} dt \right) = 0$$

hier erfordert dass:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{N}{\mathcal{F}} \right) - \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{\mathcal{E}'}{\mathcal{F}} \right) = 0$$

also:

$$\frac{1}{\mathcal{F}} \left(\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial \mathcal{E}'}{\partial p} \right) = \frac{N}{\mathcal{F}^2} \frac{d\mathcal{F}}{dt}$$

~~da d. i.~~

$$\mathcal{F} \left(\frac{\partial N}{\partial t} - \frac{\partial \mathcal{E}'}{\partial p} \right) = N \frac{d\mathcal{F}}{dt}$$

bei . .

Aus diesen letzten und aus der Gleichung V. ergibt sich dann die 2^{te} gemachte Relation:

$$\frac{\kappa}{\rho} \cdot \frac{dT}{dt} N + \frac{\partial v}{\partial t} = 0 \quad \dots \dots \dots (VI)$$

§ 3.

Endlich sollen auch diese wichtigen Relationen für den Fall abgeleitet werden dass ρ und v unabhängige Variablen sind, und t durch dieselben bestimmt wird.

Ist also die W. m. welche zugeführt werden muss um ρ um $d\rho$, v um dv zu vergrößern, so setzen wir:

$$dQ = P d\rho + V dv \quad \dots \dots \dots (VII)$$

Da nun

$$\frac{dQ}{dt} = C \text{ ist, wenn } dv = 0 \text{ wird}$$

so ist aus (VII)

$$C = \frac{P d\rho}{dt}$$

und da

$$dt = \frac{\partial t}{\partial \rho} d\rho + \frac{\partial t}{\partial v} dv$$

also für $dv = 0$

$$dt = \frac{\partial t}{\partial \rho} d\rho$$

ist; so ergibt sich:

$$P = C \cdot \frac{\partial t}{\partial \rho} \quad \dots \dots \dots (F)$$

Durch ganz analoge Betrachtungen finden wir:

$$(8) \dots \quad V = C' \frac{\partial t}{\partial v}$$

Für jede beliebige durch solche Kreisproben durchgeführte Veränderung liefert nun der 1^{te} Hauptsatz

$$\int_{\text{über geschl. Linie}} \{ \kappa (P dp + V dv) - p dv \} = 0$$

Die Bedingung dass der Ausdruck unter dem Integralzeichen ein vollständiges Differential sei, ist:

$$\frac{\partial}{\partial v} (\kappa P) = \frac{\partial}{\partial p} (\kappa V - p)$$

woraus:

$$\kappa \left(\frac{\partial V}{\partial p} - \frac{\partial P}{\partial v} \right) = 1$$

$$(VIII) \dots \quad \kappa \left(\frac{\partial P}{\partial v} - \frac{\partial V}{\partial p} \right) + 1 = 0$$

Der 2^{te} Hauptsatz sagt aus dass:

$$\int_{\text{über geschl. Linie}} \left(\frac{P}{T} dp + \frac{V}{T} dv \right) = 0$$

d. h.

$$\frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{P}{T} \right) = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{V}{T} \right)$$

also:

$$J \left(\frac{\partial P}{\partial v} - \frac{\partial v}{\partial t} \right) = \frac{dJ}{dt} \left(P \frac{\partial t}{\partial v} - v \frac{\partial t}{\partial p} \right)$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (VIII) gestaltet sich diese Gleichung, wie folgt:

$$\frac{\kappa}{J} \cdot \frac{dJ}{dt} \left(P \frac{\partial t}{\partial v} - v \frac{\partial t}{\partial p} \right) + 1 = 0 \quad \dots \dots \dots (IX)$$

§4.

Die zuletzt abgeleiteten Berechnungen werden wir auf den Fall eines idealen Gases anwenden. Wir nehmen natürlich an dass unser Gas dem Mariotte'schen und dem Reynault'schen Gesetze ^{constantem Druck} durch ganz strenge gehorche, und dass es sich bei gleicher Temperatur erhöhung um gleichviel ausdehne; — wir werden sehen dass Gase, welche diesen Bedingungen genügen auch dem Gay Lussac'schen Gesetze folgen. — In Folge des Mariotte'schen Gesetzes muss für ein ideales Gas das Volumen v bei constanter Temperatur constant ^{sein}, es muss also bei constanter Temp.

$$v = \frac{R}{p}$$

sein. — wo R eine

nur von der Natur des Gases abhängige Constante bedeutet. - Da ferner das Volumen ^{des Gases} bei constantem Druck, bei gleicher Temperaturerhöhung um gleichviel zunehmen soll, so ist:

$$(9) \dots \dots p v = R(1 + \alpha t)$$

Wo α den Ausdehnungscoefficienten des Gases bedeutet. - Die Constante R lässt sich aus der Gleichung (9) bestimmen, wenn so drei zusammenhängende Werthe von p , v , und t bekannt sind - bezeichnen wir nämlich diese mit p_0 , v_0 , t_0 so ist:

$$R = \frac{p_0 v_0}{1 + \alpha t_0}$$

Es ist also die Constante R umgekehrt proportional mit dem spezifischen Gewichte des Gases gemein bei einem bestimmten ^{Druck} ~~Temp.~~ und ^{Temperatur} ~~Volumen~~.
 Zu bemerken ist hier dass unsere folgenden Betrachtungen sich ebenso wie die vorausgehenden auf die Gewichtseinheit des Gases beziehen. -

Reynault wies nach dass die spezifischen Gewichte ^{Wärmen} E und E' eines idealen Gases unabhängig sind von Druck, Volumen und Temperatur und allein von der

chemischen Beschaffenheit desselben abhängen; es thut dies indem es zuerst zeigt dass \mathcal{C}' , und dann dass $\frac{\mathcal{C}}{\mathcal{C}'}$ unabhängig ^{ist} von den genannten Argumenten. - Da unser Gas diesem Gesetz folgen soll, so ergeben die Gleichungen (7) und (8):

$$P = \mathcal{C} \cdot \frac{v}{\alpha R}$$

$$v = \mathcal{C}' \frac{P}{\alpha R}$$

und wenn wir diese Werthe in (VIII) einsetzen:

$$\frac{k(\mathcal{C} - \mathcal{C}')}{R\alpha} + 1 = 0$$

$$\mathcal{C}' - \mathcal{C} = R \frac{\alpha}{k} \quad (10)$$

Die Gleichung (IX) giebt in diesem Falle:

$$\frac{k}{T} \frac{dT}{dt} (\mathcal{C}' - \mathcal{C}) \frac{vP}{\alpha^2 R^2} = 1$$

Das mit Berücksichtigung von (10):

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} \frac{vP}{R\alpha} = 1$$

und in Folge von (9):

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = \frac{\alpha}{1 + \alpha t} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha} + t}$$

da T allein eine Function ~~ist~~ des einzigen Argumentes t sein soll, so ergibt sich durch Integration dieser letzten Gleichung:

$$T = \left(\frac{1}{\alpha} + t\right) \text{const.}$$

Setzen wir dann diese von unserer Willkür abhängige Const. = b ^{*)}, so ist:

$$(11) \quad \dots \quad T = \frac{1}{\alpha} + t$$

Da nach ihrer ursprünglichen Definition die Function T unabhängig ist von der Natur der Gase, so folgt dann auch α von derselben unabhängig ist, und hiermit ist das Gay-Lussac'sche Gesetz bewiesen, d. i. gezeigt, dass sich alle vollkommenen Gase bei gleicher Temperaturerhöhung um gleich viel ausdehnen.

Jetzt können wir auch auf die Bedeutung der Gleichung (10) eingehen; diese sagt ^{aus} dass das spezifische Gewicht C' immer größer ist als C und ^{2^{tes}} dass die Differenz des spezifischen ^{Wärmes} Gewichtes für alle ^{vollk.} Gase umgekehrt proportional ist ihrem

*) Es ist dies die willkürliche Constante, welche uns berechnete ~~T~~ immer als positiv auszu sehen.

spezifischen Gewichte gemessen bei einem bestimmten Druck und Temperatur — Diese letztere Fiktion ist eine Folge davon dass α und κ von der Natur der Gase unabhängige Konstanten sind. —

§ 5.

Für ein vollkommenes Gas fand man:

$$\alpha = 0,00366$$

Demnach ist:

$$\frac{1}{\alpha} = a = 273^\circ \text{C.}$$

Also

$$T = a + t \quad \dots \dots \quad (12)$$

Wo t ebenfalls noch Gradus der Hundelttheiligen Scale zu messen ist. — Man nennt die Temp. $= -a$, für welche $T = 0$ wird den absoluten Nullpunkt, und kann daher T mit dem Namen der absoluten Temperatur bezeichnen. — In wiefern eine solche Benennung gerechtfertigt ist, soll die folgende Betrachtung zeigen. —

Es soll unsere schon früher betrachtete Gasmaschine — durch einen Umkehrbaren Kreisprozess Wärme in Arbeit verwandeln, wobei dasselbe

mit zwei Reservoirs in Verbindung steht, deren resp. Temperaturen t und t_1 sind, und zwar so dass $t > t_1$ ist. - Ist Q die dem Reservoir t , vom Gase entzogene, Q_1 dagegen die dem Reservoir (t_1) abgegebene Wärmemenge, ferner A die geleistete Arbeit so ist:

$$Q - Q_1 = \frac{1}{k} A$$

und

$$\frac{Q}{T} - \frac{Q_1}{T_1} = 0$$

Hieraus folgt:

$$Q = \frac{1}{k} A \frac{T}{T - T_1}$$

$$Q_1 = \frac{1}{k} A \frac{T_1}{T - T_1}$$

Wovon:

$$T = a + t$$

und

$$T_1 = a + t_1$$

ist. -

Wenn wir nun annehmen dass die Temperatur des einen Reservoirs gleich dem absoluten 0 Punkt

ist also $t_1 = -273$ so ist

$$T_1 = 0$$

und folglich:

$$Q = \frac{1}{k} A \quad \text{und} \quad Q_1 = 0$$

Bei einer solchen Maschine würde also die ganze dem wärmeren Reservoir entzogene Wärmemenge in Arbeit verwandelt werden. -

Wenn die Maschine ihren Kreisprozess umgekehrt ausführt, also Arbeit in Wärme verwandelt, so wird dem kälteren Reservoir keine Wärme zugeführt - sondern es wird ihm Wärme entzogen - denn es wird ja offenbar Q_1 negativ wenn A positiv wird. - Nehmen wir wieder an dass $t_1 = -273$ sei; so sehen wir ein dass $-Q_1$ i. i. die dem kälteren Reservoir entzogene Wärmemenge gleich 0 ist, während

$$Q = -\frac{1}{k} A$$

ist. - Das ist wenn das eine Reservoir die Temp. des absoluten Nullpunktes hat, dann wird die ganze ~~von der~~ geleistete Arbeit in Wärme verwandelt welche dem ~~ersten~~ wärmeren Reservoir abgezogen wird. - Wichtig ist nach dem hieraus gezogenen Schluss dass dem Reservoir dessen Temp. $= -273^\circ$ ist, durch Arbeit,

wäre sie noch so gross, keine Wärme entzogen werden kann. - Diese Thatsache erklärt es warum man die Temp -273 den absoluten Nullpunkt nennt, man muss nämlich annehmen dass ein Körper dieser Temperatur gar keine Wärme mehr enthält, d. i. gar keine Wärmebewegung mehr aufweist. -

Eine Maschine deren ein Reservoir die $t = -273^{\circ}$ hätte, wäre eine vollkommenere Maschine, überklagen wir jetzt in wie fern es möglich wäre eines solchen praktisch möglichst nahe zu kommen. -

Wir könnten heutzutage praktisch kaum Wärmere Reservoirs als von $+300^{\circ} \text{C}$. und Kältere als von 0°C . anwenden. - Was wir untersuchen wollen ist besteht darin, wie gross das Verhältnis des ^{ganzen} dem wärmeren Reservoir entzogenen Wärme, zu dem Theile der ^{selben} Wärme ist, welche in Arbeit umgesetzt werden kann. - Bei der oben betrachteten idealen Maschine ist dieses Verhältnis = 1. -

Die bei einer Maschine in Arbeit umgesetzte

Wärmemenge ist:

$$= Q - Q_1$$

also das Verhältnis dieser W.M. zu der ganzen
dem Wärmereis Reservoir entzogenen W.M.

$$= \frac{Q - Q_1}{Q}$$

Es ist nun:

$$\frac{Q - Q_1}{Q} = \frac{T - T_1}{T}$$

und wenn $t = 300^\circ$, $t_1 = 0^\circ$ sein soll so
ist dieses Verhältnis:

$$= \frac{200}{573}$$

Eine Dampfmaschine in diesem Kessel die Temp.
 300° Cels. herrscht, und deren Condensator die
Temp. 0° hätte, würde demnach über $\frac{1}{2}$ der ver-
brauchten Wärmemenge in Arbeit verwandeln.
Die heutigen Dampfmaschinen sind viel un-
vollkommener, es wird durch sie höchstens $\frac{1}{10}$
des Verbr. W.M. in Arbeit umgesetzt.

§ 6.

MAGYAR
TUDOMÁNYOS AKADÉMIA
KÖNYVTÁRA

Wie verhält sich nun ein Gas mit dessen Druck

und Volumen verändert werden, ohne dass Wärme zugeführt würde? Es ist das ein Frage welche uns namentlich in der Form entgegen tritt, wie gross ist die Temperaturerhöhung beim plötzlichen Zusammenpressen eines Gases? - In welchen Fällen ist $dQ=0$, folglich:

$$PdV + VdP = 0$$

Da ferner:

$$P = C \cdot \frac{V^{\gamma}}{R}$$

$$V = C' \frac{P}{R}$$

so ist

$$C'VdP + C'PdV = 0$$

$$C \frac{dP}{P} + C' \frac{dV}{V} = 0$$

und dies integriert:

$$(13) \dots p \cdot v^{\frac{1}{\gamma}} = \text{const.}$$

Wenn der Anfangszustand des Gases d. s. zwei zusammenhängende Werthe von p und v gegeben sind, so dass man sich die Constante bestimmen lässt so kann diese Gleichung dann dienen, entweder wenn p gegeben ist v ; oder wenn v gegeben,

Auf der Tafel:

Spezifische Wärme

	<u>Spez. w.</u>	<u>Atomgew.</u>	<u>Grad</u>
Wismuth	0,0288	1330	38,20
Gold	0,0298	1243	37,04
Platin	0,0314	1116	37,40
Kupfer	0,0949	395,7	37,55
Eisen	0,1100	399,2	37,31
Schwefel	0,1880	201,1	37,80

Atem. Luft	0,257
Sauerstoff	0,2182
Stickstoff	0,2440
Wasserstoff	0,4046
Chlor	0,1214

So wie feste Körper so leiten auch Flüssigkeiten die Wärme. - Bei der Best. der Leitungsfähigkeit der Wärme in Flüssigkeiten so muss man möglichst die Strömungen vermeiden. - Deshalb wird man bei der Best. der Leitungsfähigkeit für Wasser dasselbe von Oben erwärmen müssen. Auch in Gasen ist das der Fall. - Bisher ist es nicht gelungen die Leitungsfähigkeit in Gasen zu bestimmen. - Man kann aber ablesen dass die Leitungsfähigkeit erst sehr klein ist.

Hierauf beruht auch das Warmhalten unseres Kleides. -

Auf die Scheukleiter sind die Einbauten besetzt, deren Wände mit Stroh gefüllt sind, - das ruht auch den ^{Gebrauch} Nutzen der Feuerfesten Strahlen, schlössen. -

Die Stärke der Strahlung u. der Leitung der Wärme geben an, wie viel Wärme ein Körper erhält oder verliert. -

Jetzt wollen wir uns mit der Frage beschäftigen welche Temperaturänderung ein Körper erleidet wenn ihm eine gewisse Wärmemenge zugeführt wird. -

Die Wärmemenge W welche nothwendig ist um ein Gewicht p eines Körpers um t Grade zu erwärmen ist proportional mit pt . - Wird das Gew. p um t abgefühlt so ist die entzogene W u. d. i. W prop. auch pt . -

Haben wir 1 Pfund Wasser mit der Temp. t und ein zweites Pfund mit der Temp. t' so erhalten wir durch Mischung 2 Pfund W von der Temperatur $\frac{t+t'}{2}$

Haben wir ein Gew. p von Temp. t und ein Gew. p' von Temp. t'

und was denn diese Ges. Hl. —
~~ist die~~ und es sei $t' \& t$, so ist
 die dem Ges. p ^{zugehörige} ~~zugehörige~~ Wärme w
 prop. $p(t-T)$ und, die dem p' zugehörige
 Wärme w' mit $p'(T-t')$, so ist

$$p(t-T) = p'(T-t')$$

also:

Dies gilt aber nur wenn die beiden
 Quantitäten derselben Art sind. — Mithin,
 mit z. B. Hg u. Hl so wird die Gleichung
 nicht gelten es ist unmöglich:

$$W = p \cdot t \cdot s \quad \S$$

wo s ein von der Natur des Körpers
 abhängige Größe ist. — Es ist s der
 spez. Ges. —

Ist $p=1$ und $t=1$ so wird

$$s = w.$$

Hieraus folgt Def. der spez. Wärme. —
 So wie bei dem spez. Ges. so auch bei dem
 spez. Wärme ~~dem~~ drückt das selbe durch
 eine besondere Einheit aus. — Die Einheit
 der spez. Wärme ist ~~das~~ spez. Ges. der
 Wärme nach der Definition s .

Wenn wir nämlich in Φ $\rho = 1$ so erhalten
 wir die einem Gew. p Wasser zugeleitete
 W. W . W' welche eine Temp. Erhöhung t
 derselben hervorruft also:

$$W' = p t$$

Und somit ist das spec. Gew. irgend eines
 Körpers

$$s = \frac{W}{W'}$$

Definition:

Jetzt können wir die Temperatur eines Körpers
 angeben.

Wir nehmen einen Körper

Gewicht	Temp.	spec. Gew.
p	t	s

Wir nehmen Wasser,

Gew.	Temp.
p'	t'

Es sei $t > t'$ also das warme Kühlwasser
 Hier gilt die Gleichung

$$p \cdot s(t - T) = p' \cdot (T - t')$$

Heran wäre Therienbar.
Aus diese St. u. einem Versuch ist aber
auch Δ bestimmbar. —
Wenn man p und p' weißt t & t' und
 T mit Thermometer bestimmt. — Es ist

$$\Delta = \text{—————}$$

Hierauf beruht eine Methode der Janssens
Bestimmung welche die genaueste unter allen
ander ist. — Es ist die ^{soj.} Methode des Mincny.

Die St. beruht auf der Annahme dass während
des Mincny keine Wärme ab oder zugeleitet
wird — man wird also näher müssen
bei möglichst an zu nähern, man wird
also näher müssen die Zeit des Mincny
möglichst klein zu machen. —

Man wird deshalb p sehr klein wählen
müssen. — Und wird den Körper möglichst
gleichmäßig erwärmen müssen, man kann
dies mit umspülen durch siedendem Wasser-
dampf erreichen können; dies darf aber nicht
durch geschehen damit sich kein Wasser
an ihm abkühlen. — Um die Zeit des
Mincny möglichst klein zu machen wird
man auch die Oberfläche möglichst groß
machen. —

Die Dulong Petit - sche Methode nennt man
Methode der Abkühlung.

Diese Methoden sind wohl für tropfbare Flüssigkeiten
nicht aber für Säure anwendbar.

Die ersten Bestimmungen von spezifischen Wärmem
der Säure führte Delaroché und Berard aus.
Beschreibung ihrer Methode...

Nach dem selben Prinzip führte später Regnault Best.
an aus.

Dulong - Petit - s Gesetz. Tafel.

Die Verallgemeinerung dieses Satzes auf Verbin-
dungen wurde zu gleicher Zeit von Newman
u. von Regnault ausgesprochen.

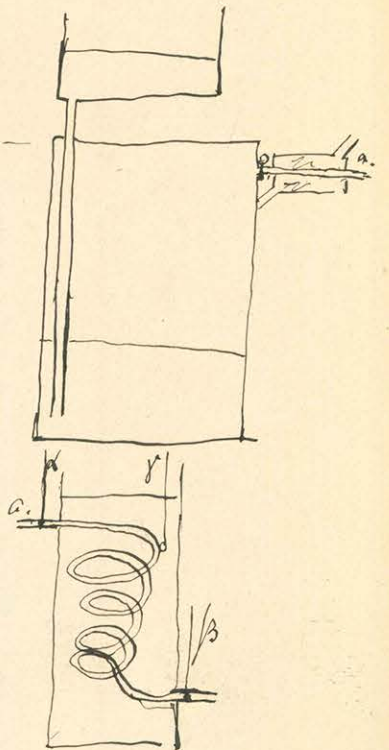
Dass das Dulong - sche Gesetz nicht streng
sein kann folgt schon daraus dass die spez.
Wärme eines Körpers nicht allein von seiner
chem. Natur abhängt. Die spez. Wärme
ändert sich eben mit der Temperatur.

Spezifische Wärme der Säure ist von Dichte, +
u. Dorch unabhängig.

Der Satz von Kopps für spezifische Wärmem fester Körper.

Die spezifische Wärmecapazität = spezifische Wärme \times Gewicht des Körpers.

Satz: Die Wärmecapazität eines demselben festen
Körpers ändert sich nicht, wenn derselbe Körper in
einem oder mehreren chemischen Verbindungen
nacheinander.



Mit Hilfe dieser Daten kann man die Hypo-
thetische gem. Wärme festgewordener Gase
berechnen —

Wir wenden uns jetzt zu den Processen
bei denen Wärme erzeugt u. vernichtet
wird. —

Auf der Tafel:

$$1^{\circ}C. = 1.$$

Mechanischer Aequivalent der Wärme

$$= 423^m 5$$

Latente Wärme

Wasser	79
Blei	5
Wismuth	12
Zinn	13
Zink	28

Materialle Theorie der Wärme. — Hiergegen spricht
die Thatfache dass durch Bewegung Wärme erzeugt
wird. — Mechanische Theorie der Wärme
Sind die Moleküle aller Körper in Bewegung und
ist der Temperaturgrad von der Intensität
dieser Beweg. abhängig, so ist die Wärmee-
rzeugung

gung durch Reibung erklärbar. -
Welcher Art die Molekularbeweg. ist ist bejdet
nicht mehr erklärbar, wenn für Sare nicht was
mit eine präzisere Vorstellung zu bilden. -
Sare ⁱⁿ Moleküle ~~ist~~ zusammengepackt, die Ent-
fernung der Moleküle ~~is~~ gegen die Größe derselben,
und so gross dass zwei benachbarte Moleküle
nicht mehr auf einander wirken. - Mischen-
schwammgerichte. - Von der mittleren Dichte,
hängt die Temperatur der Sare ab. - Das Druck
eines Sares auf ein Gefäss ist die Summe der
Stöße auf die Fläche - hieraus erklärt
sich dann auch die Zunahme der Dichte durch
Temperaturerhöhung, und durch Vergrößerung
der Dichtigkeit. - Im ersten Falle wird die Inten-
sität der Stöße, im zweiten ihre Anzahl
vergrössert. - Die Annahme dass die Entf.
mehrer benachbarter Moleküle so gross ist,
dass sie keine Kräfte auf einander ausüben
führt dann direkt zu dem Mariotte'schen
zu Gay Lussac'schen Gesetzen. -
Arbeitsgröße und Wärmemenge sind einander
proportional, es können in einander umge-
wandelt werden. -
Diesen Satz nennt man den Satz von der
Äquivalenz von Wärme u. Arbeit. -

Mechanisches Äquivalent der Wärme -
 Temperaturerhöhung durch Compression des Gas. -
 Die ~~Theorie~~ Materietheorie schloßte die
 dadurch dass es die ~~Abnahme~~ ^{Abnahme} des spez.
 W. des Gas mit ihrer Dichtigkeit anwachsen.
 Die neueren Untersuchungen zeigten dass
 die spez. W. des Gas mit ihrer Dichtigkeit
 merklich nicht geändert bleibt - Die Temp.
 Erhöhung bei Compression muss daher eine
 Folge der ~~Temperatur~~ ^{Wärmeerzeugung} durch mechanische
Arbeit sein.

Pneumatischer Feuerzug Versuch.

Ein anderer Versuch.



Es sei a ein verblower Glasglocke von
 etwa 10 Zoll Höhe mit ~~der~~ mit der
 Luftpumpe verbunden. Eine an ihrem
 Hals gehende Röhre reicht in Hg (b),
 die Pumpe die Luft aus bis das Hg bis
a steigt. - Dann lasse ich plötzlich Luft zu
 und verhältnisse zurück wieder. - Die Hg Säule
 welche beim öffnen mit dem Wasser
 Niveau gleich war steigt dann wieder bis
b. - Es ist dies eine Folge der Erwärmung bei
 der plötzlichen Verdichtung. -
 so konnte die W. Menge gemessen werden

Versuche dieses Art für Wasser, u. Delphin
am ...
Speriside u. de. Saes bei Constanten Volumen ist
kleiner als spez. Wäre der Saes bei Constanten
Druck. -

Cl. u. Del. bestimmten durch die genannten
Versuche das Verhältnis zwise beiden Sperisiden,
Wäner, und fanden demselbe für atmosph.
Luft = 1,35

Auf einem anderen Wege fand man das Ver-
hältnis noch zu erklären. - Dies Weg
ist der aus der beobachteten und theoretischen
Tropfen des u. der Schaller. - Es fand man
das Verhältnis = 1,42

Man hat dasselbe auch aus dem mechanischen
Wärmewertent und dem 2ten Satze der
Theorie berechnet.

Dieser Satz den man auch den Carnot-satz
nennt will ich hier nicht aussprechen.

Ich will nur das Prinzip angeben, welches
eben schon Carnot aussprach, und aus welchem
dieser Satzgefolgert wurde. - Aus diesem

Prinzip folgerte Clausius den 2ten Satz. -

Nach diesem Satz kann ^{Arbeit durch Wärme} ~~Wärme~~ nur erzeugt
werden, wenn Wärme aus einem Wäneren in einem
kälteren Körper übergeht. -

Aus den beiden Hauptfällen sind nun auch = 1,44.
Hiermit ist für alle Sare.

$$s - s' : \frac{1}{d}$$

Wo d die Dichtigkeit der Sare ist -

- Ein andere Erscheinung bei welcher Wärme erzeugt oder verbraucht wird sind die Änderungen des Aggregatzustände -

Latente Wärme des Wassers. -

Veruch. Auf den Schalen eines Wapp sind

2 Becken gläser in Gleichgewicht sich stehen
in das andere Eis, in das andere

6. ebenfalls sich verbrennendes Eis. -

Das Wasser hat die Temp. von 90° , das
schmelzende Eis 0° . -

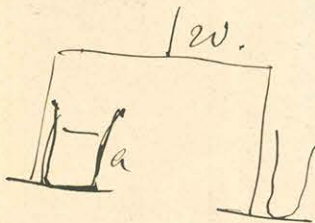
Würde ich statt dem Eis Wasser von
 8° anwenden, so müsste das Gemisch

die Temperatur von 45° Grad haben. -

Es hat aber nur die Temperatur von 10° .

Indem also das Eis von 0° in Wasser

von 0° übergeht wird d. h. verbraucht.



Die Wärmemenge die die Gewichtseinheit Eis von 0° braucht um in Wasser von 0° übergeführt zu werden nennt man latente Wärme des Wassers. -
Hierauf beruht die Theorie der Kältemischung bestehend aus Eis und Salz. -

Bestimmung der latenten Wärme

Haben wir ein Gew. e von Eis von 0° und haben wir ein Gew. w von Wasser von t° Temp. Die beobachtete Temperatur der Mischung sei T . -
Die Wärmemenge die das Eis aufnehmen ist $Q_{\text{Eis}} = w(t - T)$ diese ist zu zwei Zwecken gebraucht 1) zum Schmelzen diese ist $= el$ 2) zum Erwärmen auf T Grad das ist $= eT$ also ist

$$w(t - T) = el + eT$$

Hieraus folgt l - und so sind die Zahlen der Tabelle gefunden. -

Die Hauptschwierigkeit des Besten ist die das es sehr schwierig ist sich ein Gewicht von Eis mit 0° zu verschaffen.

Wie beim Schmelzen des Eis Wärme verbraucht wird, so genügt es auch bei anderen Körpern, man spricht deshalb auch von der latenten Wärme der Schmelze des Wismuths etc.

Die Zahlen auf der Tafel sind von Perron gefunden, Beschreibung seiner Methode.

Perron beobachtete die Abnahme des Temp.

des Zeit nach. - so fand Person für das
 Jahr.

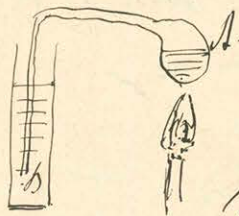
Die Zeit welche notwendig war um
 von 290° auf 280° abzu kühlen = 14 Sec.

"	240	230	23
+	230	220	560
	220	210	33

Hieraus ist die latente Wärme berechnet
 worden.

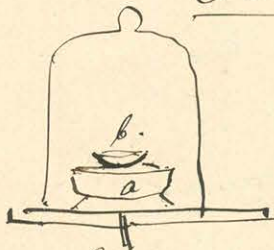
Latente Wärme der Dämpfe.

Versuch.



In A wird H₂O gehalten und der Dampf
 durch eine Röhre durch B geleitet. -
 Das H₂O in B erwärmt sich bis zu
 100 Grad, was ein Beweis dafür
 ist dass sich die Dämpfe Wärme abge-
 geben haben indem sie sich condensierten.

Versuch. In a concentr. S₂O₈ um das
 H₂O zu verschicken. In b Wasser.
 Apparat pumpet das H₂O in b und es
 setzt sich in Eis.



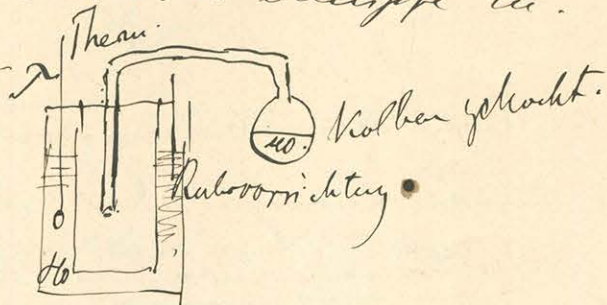
Die Verdunstungskälte benutzt man
 auch um ~~ein~~ feste Kohlenäure Gas
 zu stellen.

Aus der latenten Wärme der Dämpfe
 erklärt sich der Lidenrost iche Phänomene.
Versuch.

Hiermit hängt auch die Erscheinung zusammen,
 dass man mit der Hand einen Schlauchplumben-
 Seifels durch Abblasen sticht.

Bestimmung der latenten Wärme des Dampfes zu
 Wasser & des Wassers.

Versuchsapparat.



Es sei das Gewicht des überdestillierten Wassers

$$m \text{ ist } dH + d(100 - T) = w(T - t)$$

w sei das Gewicht des Kühlwassers.

Latente Wärme beim Siedepunkte

Wasserdampf 537

Alkoholdampf 214

Ätherdampf 90

Es kann die Verdampfung eines Flüssigkeit bei
 verschiedenen Temperaturen vor sich gehen
 und es liegt die Frage auf der Hand ob die latente
 Wärme bei verschiedenen Temperaturen dieselbe
 ist oder nicht, und ob sie nach welchem
 Gesetze sie variiert.

Versuche von Reynault - aus diesen folgt

	latente Wärme des H ₂ O Dampfes bei 0°C.	606
1	" 50 "	572
	" 100 "	537
	" 150 "	502

Auch bei chemischen Prozessen werden Wärmemengen erzeugt oder verbraucht.

Verbrennungswärme Untersuchungen von Faore u. Silbermann ... - Beschreibung ihrer Methode.

Verbrennungswärme

Wasserstoff 24500

Halbkohle 7500

Steinkohle 6000

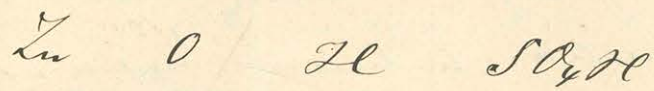
Einheit des W. M. Die W. M. welche notwendig ist um die Einheit des Gewichtes Wasser um 1° Cel. zu erwärmen.

Definition des hundertfachen Verbrennungswärme.
Wärme erzeugt beim Mischen von Wasser und S₂H.

Ich will hier einen Satz aussprechen:

Denken wir uns ein System von Körpern zwischen welchen chemische Prozesse möglich sind, und von einem Anspannungszustand durch chem. Prozesse in einen anderen Endzustand übergeführt, und denken wir uns diese Überführung auf zwei we-

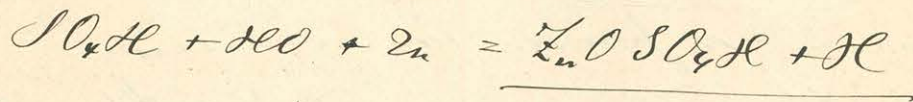
andere Wege ausgeführt, so ist die in
beiden Fällen erregte W. M. dieselbe.
Prinzip habe ich



alles nach Äquivalenten, und verbinde
zuerst ZnO dann die mit SO_4H zu
 $\text{ZnO SO}_4\text{H}$ Das Endresultat ist also



Zu kam aber am Ou. H verbunden die
mit SO_4H verbundenen $\text{SO}_4 + \text{H}_2\text{O}$ actie
als hierzu zu so wird



also dieselbe.

Man sieht wie auf diese zwei Wege
zwei Gleichungen aufgestellt werden können,
und welchen Nutzen man hieraus zur
Bestimmung des Verbrennungswärme zu
ziehen ist.

Die latente Wärme bestimmt den Siedepunkt.
Dieser Siedepunkt ist ^{hauptsächlich} von der chemischen
Natur, doch auch von dem Druck abhängig.
Diese Änderung durch den Druck ist eine Folge
der Theorie sowohl als ein Ergebnis der Experimente.

Proben von Thomson

In den beständiger Apparat ein Gemenge von Eis und H_2O ~~er~~ ^{darin} welche nur immer die Temperatur des Schmelzpunktes haben. In dasselbe reichte ein Therm. - wurde das Innere verwickelt es sank das Thermometer; da dann der Schmelzpunkt sank und kein Stückchen Wärme verbraucht wurde.

Es ist ein Druck von etwa 16 Atmosph. nöthig um den Schmelzpunkt des Eises um $\frac{1}{10}$ Grad abzu drücken.

Dücht man also zwei Eistücke bei 0° zusammen so frieren sie zusammen.

Bei allen Körpern wird der Schmelzpunkt verändert, er wird erniedrigt bei Körpern welche sich bei Schmelzen zusammenziehen, er wird in die Höhe gerückt bei Körpern welche sich beim Schmelzen ausdehnen.

Eine solche Erhöhung zeigte schon Dunsen beim Wallrath. Das



ist die Capillartube C geschlossen so wird beim Erwärmen ein starkes Druck hervorgehoben.

Dunsen nahm zwei solche Apparate ~~aus~~ ein bei C offen das andere bei C geschlossen

tauchte es beide in H_2O von 100° Grad
 so schnell das Wallrath in dem offenen
 blieb ist im geschlossenen Gefäße . .
 Dessen brachte es einen Druck von 180 At
 möglichen ^{her} vor . .

Umschreibung der Wässer - Versuche von Salzen
 Umschreibung der Unterdruckflüssigkeiten Natron
 Versuch ein kleiner Krystall Natriumchlorid bringt
 gleich Isolierung hervor . . Das Gefäß erwärmt
 sich . .

Graf der Tafel:

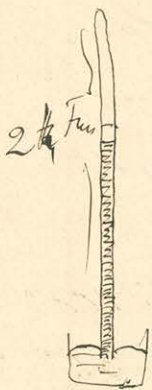
Spannung der Wasserdämpfe .

100°C	1 Atm.	100°C	760 mm
120°	2	80	352
140°	$3\frac{1}{2}$	60	145
160°	6	40	53
180	15	20	17
200	22	0	5
240	33	-20	1.
260	45		

Betrachten wir heute den Übergang aus dem
 tropfbarflüssigen Zustand in den gasförmigen
 und umgekehrt.

Der Versuch dachte man das das Verschiedene

des Wassers in offener Gefäße ^{die Folge} einer Dampfsprosser Wärme, man dachte natürlich dass die Luft Wasser auflöse. Versuch welcher das Gegenteil nachweist. Eine Röhre mit Hg gefüllt ist dann etwas Alkohol hinein und die Säule wird herabgedrückt. Dieses etwas was hier den Druck ausübt ist Aetherdampf.

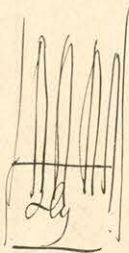


Das Maximum des Druckes den ein Dampf bei einer gewissen Temp. aushalten kann ohne in ~~die~~ Flüssigkeit überzugehen nennt man Spannung des Dampfes.

Compression des Gases.

Verhalten des barometrischen Apparats.

Unter Hg: Residualgas. - In dem Hg stehen 4 Röhren die oben regulirt werden und die 4 Röhren enthalten 1) Schweflige Säure
2) Luft.

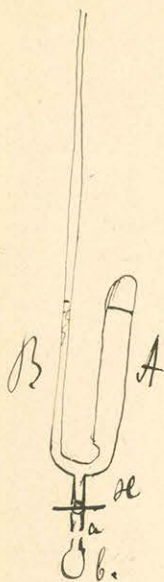


3) Cyanas

4) Ammoniak

Ich pumpte sie folgen Anzeigen alle dem Maximum der Säure. Später treten Schweflige Säure ein erst condensirt sich SO_2 dann Cyan endlich Ammoniak.

Bestimmung der Spannung des Dampfes.



Das zuletzt erwähnte Dalton-sche Gesetz kann
durch folgende Vorrichtung geprüft werden. -
A ist geschlossene B offene Röhre in beiden
Hg. -

Versuch ausgeführt. -

In A Luft es wird die Höhe des Hg in beiden
Armen gleich gemacht, dann durch ein luft-
dicht eingeschlossenes Gefäß b in A Luft gebracht.
Das Luftverdrängt das Volumen des Saugpfeffers
in A wird größer etc.

+

Dämpfe von Mischungen zeigen Abweichungen
von dem Dalton-schen Gesetz. -

Hygrometer.

Tarbois'sches Haars-Hygrometer. Vorzeichen.

Das Haar ist mit Alkohol angefeuchtet. -

Daniel's Hygrometer. Prinzip. Taupunkt der
Luft. -

August's Psychrometer. -

Kathmann's H. -

Der Taupunkt hängt von dem Druck
ab. - Versuch

Einfluss der Krümmung auf den Siedepunkt. -

Reynold unter der Luftpumpe wurde H₂O von 40° nun kochen gebracht. -

Vorzeichen eines Pulshammers. -

Siedepunkt bei höherem Dr. Papin'scher Topf.

Reynold unterhalb der Kesselbohle eine derartige Vorrichtung um die Spannung des Dampfes bei verschiedenen Temperaturen zu bestimmen. -

Thermobarometer. Apparat. Thermometer von 93° bis 101 Grad. - Das Thermometer sehr empfindlich in $\frac{1}{100}$ Grade getheilt. -

Apparat von Seissler ..

Um Lehen der Wärme

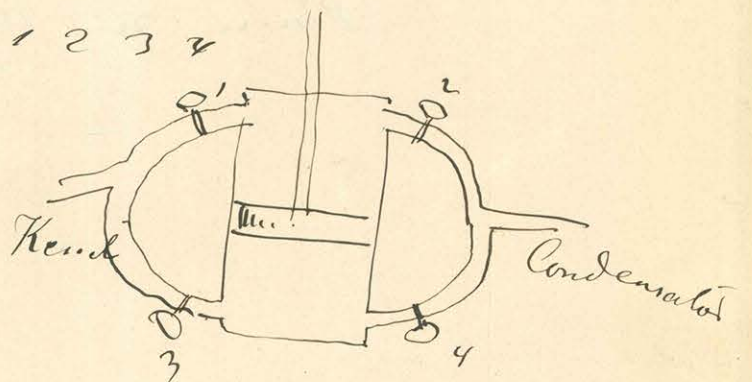
Dampfmaschine. Beschreibung der Watt'schen Maschine. - Model.

Haupttheil ein Zylinder. Um es zu verstehen

sehen wir uns 4 Hölzer 1 2 3 4

die durch Menschenhand ge-

öffnet werden. -



Expansionsmaschinen -

Eine Dampfmaschine wäre vollkommen wenn die ganze W.M. in Arbeit eingesetzt würde. Die Leistung einer solchen können wir berechnen. Er habe ein solches den Stundenverbrauch von 1 Kilogr. - Die W.M. die die Verbrennung eines Kilogr. Kohle liefert ist \approx der W.M. welche erforderlich ist 1 Kilogr. Wasser auf 6000° zu erwärmen. - Die Maschine müsste also eine Arbeit leisten die $= 6000 \cdot 423,5$ Kilogramm = 2540000 Kilogr.

Die Zahl der Pferdekraft $= \frac{2540000}{270000} = 9$

Eine vollkommene Maschine würde

für eine Pferdekraft in der Stunde $\frac{1}{2}$ Kilogr. Kohle ^{brauchen.} verbrauchen
Die besten Maschinen verbrauchen heute $1\frac{1}{5}$ Kilogr.

Die mech. Theorie d. W. zeigt uns denn es unmöglich ist eine vollkommen Maschine zu construiren durch ^{noch} ~~ein~~ ein großes Mann sie vollkommen zu machen.