Ms 5096/23-24. Eötvös Loránd németországi
egyetemi jegyzetei

Abs. El. Wied. I

Absolute Bestimmung des electrischen Wiederstandes eines Neusilber-Drathes.-

Jul. 18

Die erste Bedingung der Aufgabe ist eine Einheit für den electrischen Wiederstand einzuführen.- Bedeutet i die Intensität, E die electromotorische Kraft eines Stromes und w den Wiederstand des Leiters, in welchem er sich bewegt, dann ist nach dem Ohm'schen Gesetze

$$i = \frac{E}{w}$$

Sind E und i in den Einheiten der electromotorischen Kraft, resp. der Stromintensität ausgedrückt; dann ist es <u>w</u> in einer Einheit, welche wir als Einheit für den Wiederstand annehmen wollen — so dass also:

$$\text{Einh. des Wiederst.} = \frac{\text{Einh. der Electr. Kr.}}{\text{Einh. der Intensität}}.$$

Es müssen nun noch die Einheiten der Electr. mot. Kraft und der Stromintensität aufgestellt werden.- Wirkt auf das Stromelement <u>ds</u> eines Stromes dessen Intensität i ist, in der Entfernung r die Menge μ. Magnetischer Flüssigkeit, eines Magnetpoles – so ist K, die von dieser auf ds ausgeübte Kraft proportional mit:

$$\frac{i\mu ds}{r^2}\sin(ds,r)$$

Setzen wir als Einheit der Zeit 1 Sec., als Einheit der Entfernung $1^{mm.}$, und als Einheit der Masse 1 milligr. fest; so bestimmen wir durch die Gleichung:

$$K=\frac{i\mu ds}{r^2}\sin(ds,r)$$

Auch eine Einheit der Stromintensität i – diese Einheit werden wir im Folgenden benützen. – Sind zwei Leiter so zusammengesetzt, dass die Veränderung der Stromintensität i in dem einen, einen Inductionsstrom in dem andern erregt, und ist V das Potential zweier Ströme ~~von~~ in diesen Leitern, deren Intensität 1 ist – dann ist E, die electromotorische Kraft in dem Secundären Leiter:

$$E=\frac{d(iV)}{dt}.\text{Factor}$$

Es ist in diesem Ausdrucke

$$V=\iint\frac{ds\,ds'\cos(ds\,ds')}{r}$$

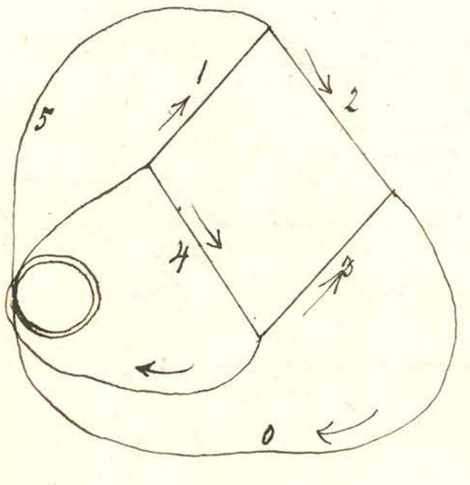
Da wir nun für Zeit, Entfernung und Masse Einheiten festgestellt haben – so ist hier allein die Einheit der Electromotorischen Kraft zu bestimmen – dies thun wir durch die Gleichung:

$$\mathcal{E} = \frac{d(iV)}{dt}$$

In diesem Ausdrucke kommt iV vor, es ist dies die ganze Electricitätsmenge welche ~~in~~ während der Dauer des inducirten Stromes ~~der Zeiteinheit~~ durch einen Querschnitt des inducirten Leiters hindurchgeht – wir nennen sie den Integralstrom multiplicirt mit w. Die Intensität desselben ist

$$= \frac{iV}{w}$$

wo $\underline{w}$ den Wiederstand des Inducirten Leiters bedeutet. – Denken wir uns nun an je zwei ~~Ecken~~ entgegengesetzten Ecken einer Weatstone-schen Brücke zwei leitende Drähte 0 und 5 eingeschaltet – es sollen sich diese bei A. in zwei Rollen decken – so dass die Unterbrechung eines in 0 erregten Stromes in 5 einen Inductionsstrom hervorruft. – Der Integralstrom geht dann durch die Drähte 1, 2, 3, 4, 5, der Widerstand also den er zu bekämpfen hat, ist:



$$w = w_5 + \frac{1}{\frac{1}{w_1 + w_3} + \frac{1}{w_3 + w_4}}$$

Es soll bleiben:

$$w_1 w_4 = w_2 w_3$$

Die Intensität des Integralstromes wird dann:

$$= \frac{iV}{w_5 + \frac{1}{\frac{1}{w_1 + w_3} + \frac{1}{w_3 + w_4}}}$$

Die Intensität des Stromes soll an einer Galvanometernadel gemessen werden – es ist wünschenswerth sie zu vergrössern – und wir erreichen dies auch, indem wir den Strom in $\underline{0}$ öfters in der Zeiteinheit (Einer Secunde) unterbrechen – ist die Zahl dieser Unterbrechungen $\underline{n}$ dann ist die Intensität des Integralstromes:

$$J = \frac{niV}{w_5 + \frac{1}{\frac{1}{w_1 + w_3} + \frac{1}{w_3 + w_4}}}$$

Es sollen nur die Unterbrechungen des Stromes o Aufhören

Nehmen wir die Ströme in der Richtung der Pfeile in unserer Figur als positiv an – dann ist nach den Gesetzen der Stromverzweigung:

$$i_0 = i_1 + i_3 = i_2 + i_4$$

$$i_5 = i_2 - i_1$$

$$i_1 w_1 = i_3 w_3 + i_5 w_5$$

$$i_2 w_2 = i_4 w_4 - i_5 w_5$$

Durch Elimination der Grössen i_1 i_2 i_3 i_4 erhalten wir dann:

$$i_5 = i_0 \frac{\frac{w_1 w_4 - w_2 w_3}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}}{w_5 + \frac{1}{\frac{1}{w_1 + w_3} + \frac{1}{w_2 + w_4}}}$$

Da nun annähernd $i = i_0$, so ist:

$$\frac{J}{i_5} = n\sqrt{\frac{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}{w_1 w_4 - w_2 w_3}}$$

Wird nun der Widerstand ~~so~~ dadurch verändert, dass statt 1 ein andrer Draht eingeschaltet wird dessen Widerstand $w_1 + \delta w_1$ ist, so wird:

$$\frac{J}{i_5} = n\sqrt{\frac{w_1 + w_2 + w_3 + w_4}{w_1 w_4}} \cdot \frac{\Sigma w_1}{\delta w_1}$$

Es ergiebt sich dieser Ausdruck – indem man in den Nenner des erstens gewonnenen Ausdruckes ~~auch in diesem Falle das Gleichgewicht der~~ statt w_1 setzt $(w_1 + \delta w_1)$ ~~Weatstone-schen Brücke herstellt indem also~~:

$$(w_1 + \delta w_1) w_4 - w_2 w_3 = w_4 \delta w_1 + w_1 w_4 - w_2 w_3$$

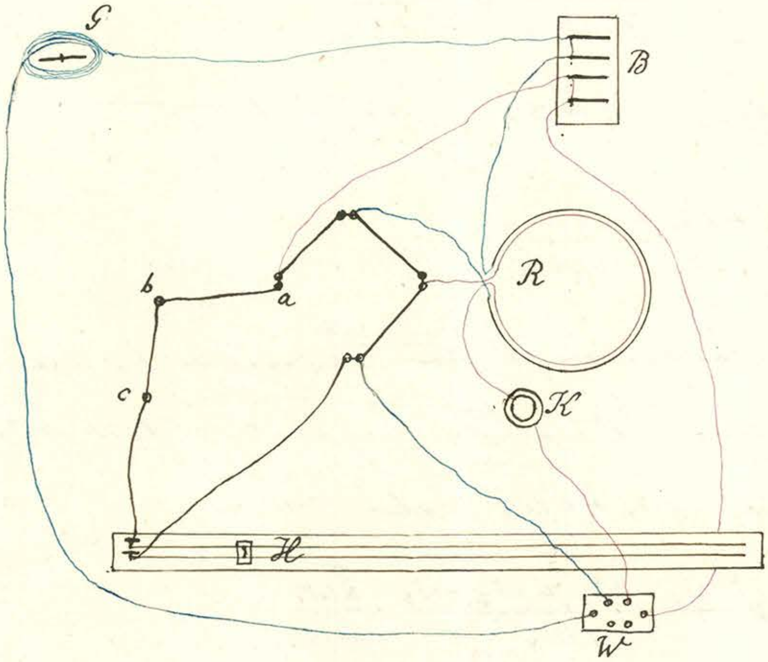
es bedeuten hier w_1 w_2 w_3 w_4 die alten unveränderten Werthe der Widerstände, für welche also

$$w_1 w_4 - w_2 w_3 = 0$$

Aus dem Ausdrucke für $\frac{J}{i_5}$, folgt:

$$\frac{w_1 w_4}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4} = \frac{i_5}{J} \cdot \frac{w_1}{\delta w_1} . n . \mathcal{V}$$

Der linke Theil dieses Ausdruckes ist offenbar der Widerstand der 4 Drähte 1 2 3 4, in dem Falle dass sie nebeneinander gelegt werden. –



Der bei Ausführung der Versuche benützte Apparat bestand nun hauptsächlich in Folgendem. Die Drähte 1, 2, 3 bildeten drei Neusilber Drähte deren Widerstände nahezu 18 la sind, – 4 wurde von einem Drahte 16 la und einem Rheostaten gebildet. – Ich versuchte an beigefügter Zeichnung die Weatstone-sche Brücke durch schwarze- die Schliessung 0 dagegen durch rothe, und die 5 durch blaue Linien besser zu versinnlichen. – Die Leitung 0 führt durch vielen Windungen einer Drahtrolle R zur Kette K und dann von derselben durch eine Wippe W zur entgegengesetzten Ecke der Weatstone'schen Brücke. – Die Leitung 5 schwingt sich in ER dicht an den Windungen von 0, und geht dann durch das Galvanometer G und die schon erwähnte Wippe in das Viereck zurück. –

Die Unterbrechung des Stromes geschah mit Hülfe der Vorichtung B – Es tauchen daselbst die Enden der Leitungsdrähte von 0 und 5 in 4 Quecksilbernäpfchen ein – zwischen welchen die Leitung nur bei gewissen Stellungen von 4 Blitzrädern hergestellt werden kann – D. die Drehung dieser Blitzräder wird mit Hülfe eines Helmholtz-schen Rotationsapparates bewirkt. – Bei jeder Umdrehung wird der Strom einmal geschlossen. ich beobachtete die Zahl der Umdrehungen in einer Secunde – und fand so als Mittel mehrer Beobachtungen

$$\underline{\underline{n = 2,9}}$$

Zuerst har bestimmte ich nun die Lage des verschiebbaren Klotzes am Rheostaten so dass die Abweichung der Magnetnadel vor wie nach dem Schliessen der Wippe gleich geblieben – es ist dann offenbar die Bedingung

$$w_1 w_4 - w_2 w_3 = 0$$

Die ~~Abwei~~ Gleichgewichtslage der Magnetnadel war dann: 486 – diese Lage veränderte sich etwas ~~indem~~ wenn das Rotationsapparat in Thätigkeit gesetzt wurde – sie war dann bei ungeschl. Wippe : 489 :–
Das Rot. Apparat in Thätigkeit, Wippe geschlossen Gleichgew. Lage der Magnetnadel : 390,5
Als Control wurde die Richtung der Drehung umgewendet – dann Gleichg. Lage : 587,5 ; also:

$$J = 489 - 390{,}5 = 98{,}5$$

$$\underline{J = 587{,}5 - 489 = 98{,}5}$$

War das Rotationsapparat ausser Thätigkeit – dann lenkte sich die Magnetnadel ~~auf~~ bei zu dem Theilstrich 723 ab.–
Also:

$$\underline{i_5 = 723 - 486 = 237}$$

bei diesem zweiten Versuche setzte ich zwischen a und b an der Stelle eines sehr dicken Drahtes, die beiden Drähte 1a und 1b nebeneinander, veränderte daher den Widerstand ~~um~~ näherungsweise $\delta w_1 = \frac{1}{2} 1_a = \frac{1}{36} w_1$

Nach der Formel auf Seite 6 wird also, wenn V als ein Resultat ausgedehnter Berechnungen gegeben ist, log V = 7,3659 :

$$\frac{18 \cdot 1_a}{4} = 0{,}582 \cdot 10^{10} \text{ +)}$$

Roland Eötvös

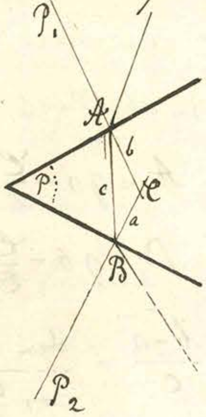
+) Aus diesem Werthe folgt $1_a = 0{,}1292 \cdot 10^{10}$, bei der Vergleichung ~~derselben~~ der Widerstandes ~~de~~ Drahtes mit dem ~~eines~~ von der British Association angegebenen Etalons fand ich $1_a = 0{,}1271 \cdot 10^{10}$

Phys. Üb. I

I Aufgabe, ausgeführt im Phys. Lab. von Kirchhoff.
Heidelberg, 7 Mai. 868

Bestimmung der Brechungsquotienten eines Flintglas-prisma's für einige der Fraunhofer'schen Linien. –

Ist die Papierfläche ein Hauptschnitt des Prisma's, und bedeuten α, β die Winkel die ein einfacher und homogener Lichtstrahl auf das Prisma gerichtet, mit den entsprechenden Einfallslothen ausserhalb derselben bildet – und bezeichnen wir ferner mit A u. B die Winkel zwischen diesen Einfallslothen und dem Lichtstrahle innerhalb des Prisma's – so besteht für das Brechungsverhältniss der zwei Mittel folgender Ausdruck:



$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin A} \qquad n = \frac{\sin\beta}{\sin B}$$

für trigonometrische Berechnungen zweckmässiger gestaltet

$$n = \frac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\sin\frac{A+B}{2}} , \frac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{A-B}{2}}$$

Aus dem Dreiecke ABC folgt:

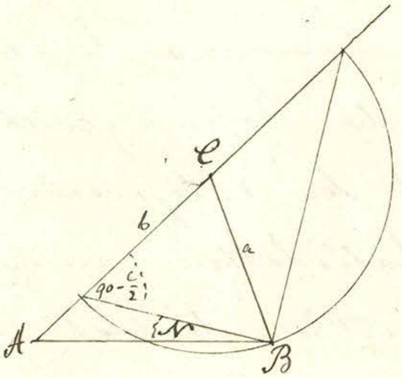
$$\frac{a}{b} = \frac{\sin A}{\sin B} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

Durch Einführung einer passenden Einheit, wird:

$$a = \sin \alpha$$

$$b = \sin \beta$$

Sind α, β, p und die Linie c bekannt, so können auch die andern ~~Fk~~ Winkel des Dreiecks hergeleitet werden – denn $C = 180 - P$ – Und wie es aus der Figur ersichtlich:



$$A = 90 - \frac{C}{2} - N$$

$$B = 90 - \frac{C}{2} + N$$

$$\frac{b-a}{c} = \frac{\sin N}{\cos \frac{C}{2}}$$

$$\frac{b+a}{c} = \frac{\cos N}{\sin \frac{C}{2}}$$

folglich:

$$\operatorname{tg} N = \frac{b-a}{b+a} \operatorname{coty.} \frac{C}{2}$$

Für a und b die Werthe gesetzt erreicht die Gleichung durch trigonometrische Formeln folgende Form:

$$-\operatorname{tg} N = \frac{\operatorname{tg} \frac{\beta - \alpha}{2}}{\operatorname{tg} \frac{\beta + \alpha}{2}} \operatorname{tg} \frac{P}{2}$$

So auch:

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{\sin \frac{P}{2}} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha - \beta}{2}}{\cos N}$$

α, β und P zu bestimmen ist nun die Aufgabe der Beobachtung – hiebei müssen dieselben Bedingungen erfüllt werden, die bei dieser Ableitung berücksichtigt wurden. – Es muss also das Licht wenn auch nicht einfaches; doch ein Bündel paralleler Strahlen sein – dass ist die Strahlen müssen von der Unendlichkeit herkommen – diese Bedingung wird erfüllt, wenn der Spalt der Colimatorröhre sich im Brennpunkte der Linse derselben befindet. – Ebenso muss das Fadenkreuz des Fernrohrs im dem Brennpunkte der Ocularlinse gebracht werden – Ist dies so, dann kommen die parallel eintretenden Strahlen auch parallel zum Auge des Beobachter's. – Die zweite Bedingung einer Richtigen Beobachtung ist die, dass die Fernröhre vertical zur Drehungsaxe der Kreistheilung – und die Flächen des Prisma's parallel zurselben zu stehen kommen. – Fällt der markirte Punkt des Spaltes durch das Fernrohr gesehen mit dem Mittelpunkte des Fadenkreuzes zusammen – und können auch die Spiegelbilder der markirten Punktes auf beiden Seiten des Prisma's mit dem Fadenkreuze zur 2.

zur Deckung gebracht werden – so ist der Apparat richtig eingestellt – ist dies nicht, so muss durch passende Correctionen auch diesem Fehler nachgeholfen werden. –

Um die Axen der Röhren zu richten, gebraucht man eine planparallele Glasplatte.

– Zur Bestimmung von P schraubt man das Hülfsfernrohr an und beobachtet auf beiden Seiten des Prisma's den Punkt in welchem das Spiegelbild des einen Fadenkreuzes mit dem andern Fadenkreuz zusammenfällt. – Es ist dann:

$$P = 180 - \text{Abl}.$$

Es ergab sich so:

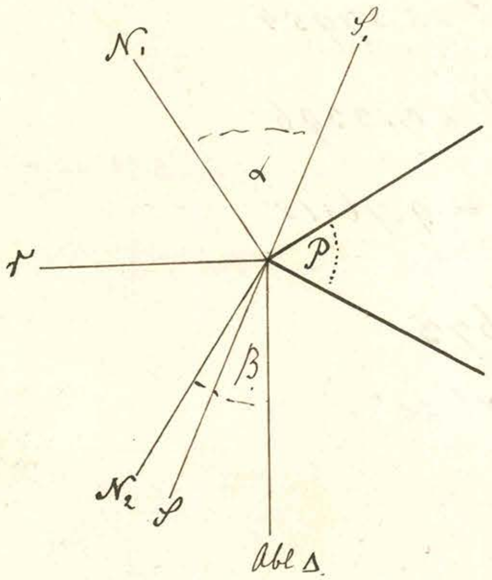
Erste Stellung.		Zweite Stellung.	
Nonius III	144° 30′ 10″	Non. II	294° 26′ 40″
" I	324° 28′ 20″	" IV	114° 29′ 40″
Mittel	234° 29′ 15″	Mittel:	204° 28′ 10″

Um von I, III die erste Stellung von II u. IV zu erhalten ~~gab ich~~, addirte ich 90° 0′ 55″ – eine Correction die ich auch bei der Berechnung von S u. r berücksichtigte. – hiernach:

$$\text{Abl} = 120^\circ\ 2'$$

und $$\underline{P = 59^\circ\ 58'}$$

Ist S S, die Richtung des Einfallenden Δ die des gebrochenen Strahles – und ist r eine Ablenkung eine Ablenkung, bezüglich auf die Lage, welche das Fernrohr haben muss um das Spiegelbild des Spaltes im Prisma beobachten zu können, so folgt aus der Figur:



$$\alpha = 90° - \frac{r-s}{2}$$

$$\beta = \Delta + P - \alpha$$

Wobei

$$\Delta = s - D$$

In Folgenden sind die Resultate meiner Beobachtungen und die darauf bezogenen Rechnungen zusammengestellt.

Richtung S.

Nonius III 116° 32' 40" N. I 296° 31' 50"

" IV 206° 33' 50" " II 26 31 10

Das Mittel genommen – und nach der erwähnten Correction

$$s = 26° \; 32' \; 50''$$

Ablenkung r.

N. I 4° 46' 0" N. III 184° 47' 50"

" II 94° 47' 30" " IV 274° 48' 0"

hiernach $r = 94° \; 47' \; 47''$ und:

$$\alpha = 55^\circ \quad 52' \quad 32''$$

Frauenhofer-sche Linie C. –

$$\beta = 51^\circ \quad 31' \quad 28''$$

$$\frac{\alpha-\beta}{2} = 2^\circ\ 10'\ 32'' \quad \log tg\,\frac{\alpha-\beta}{2} = 8{,}57954$$

$$\frac{\alpha+\beta}{2} = 53^\circ\ 42'\ 0'' \quad -\log tg\,\frac{\alpha+\beta}{2} = 0{,}13396$$

$$+\log tg\,\frac{P}{2} = 9{,}76115$$

und so:

$$\log tg\,N = 8{,}20673$$

$$N = 0^\circ\ 55'\ 20''$$

$$\log \sin\frac{\alpha+\beta}{2} = 9{,}90629$$

$$\log \cos\frac{\alpha-\beta}{2} = 9{,}99968$$

$$\log \sin\frac{P}{2} = 9{,}69875$$

$$\log \cos N = 9{,}99994$$

$$\log n = 0{,}20728$$

$$n = 1{,}6117$$

Ähnlich erhielt ich die Werthe von n für die andern Linien – da $\cos N$ sich fast nur unmerklich ändert so hab ich seinen Werth allein ~~nur~~ noch bei der Linie G berechnet, und fand ihn 9,99997 – dem gemäss beschätzte ich ihn für E u. B 9,9995 für F 9.9999^{6} .–

– Kurz gefasst kann ich also meine Beantwortung der [illegible] Aufgabe folgendermassen tabellarisch zusammenstellen:

Brechender Winkel = 59° 58′

Frauenhofer-sche Linie	Einfallswinkel α.	Richt. des gebr. Strahles β.	Brechungsquotient n
C	55° 52′ 32″	51° 31′ 28″	1,6117
D	" " "	51° 58′ 3″	1,6165
E	" " "	52° 33′ 3″	1,6227
b	" " "	52° 39′ 3″	1,6238
F	" " "	53° 5′ 50″	1,6284
G	" " "	54° 8′ 50″	1,6392

Roland Eötvös

Wellenlänge I

Bestimmung der Wellenlänge des Natrium- und Lithiumlichtes. –

Heidelberg $\frac{23}{5}$

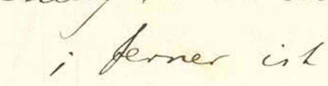
Die Theorie der Beugunserscheinungen durch mehrere Öffnungen giebt als Ausdruck der Intensität des gebeugten Strahles

$$J = \left(\frac{\sin nA}{n \sin A}\right)^2 \left(\frac{\sin B}{B}\right)^2$$

wo:

$$A = (\sin\beta - \sin\alpha)\frac{a}{\lambda}\pi$$

$$B = (\sin\beta - \sin\alpha)\frac{b}{\lambda}2\pi$$

In diesen Ausdrücken bedeuten: n die Anzahl der Öffnungen, b die Breite einer Öffnung, und a den Abstand von zwei Öffnungen ; ferner ist α der Winkel den des Einfallende, β der Winkel den der gebeugte Strahl mit der Normale der beugenden Fläche bildet. –

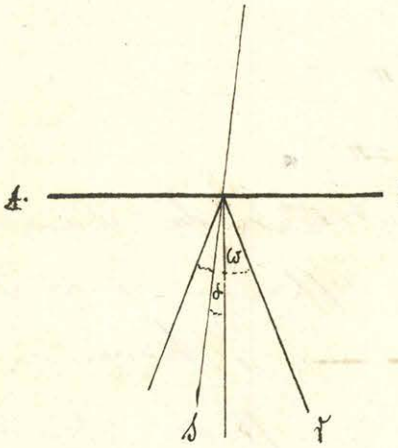
Ist n sehr gross so verschwindet J für gewisse Werthe von A, kann aber nie gleich 0 werden wenn A = 0, oder wenn:

$$(\sin\beta - \sin\alpha)\frac{a}{\lambda} = h$$

h bezeichnet hier eine ganze Zahl, u. zwar die Ordnungzahl des Spectrums. – Um λ die Wellenlänge einer homogenen Lichtart aus diesem Ausdrucke zu erhalten müssen nur α, β, h und a bekannt sein – sie können aus Beobachtungen bestimmt werden. –

Bei folgenden Untersuchungen wurde als beugende Fläche eine mit dem Diamanten fein geritzte Glasplatte benützt – nach Angabe des Verfertigers (Nobert in Greifswald) beträgt an derselben $a = \frac{1}{2400}$ Par. Zoll.

An dem Apparate muss es nun erzielt werden dass die Richtungen der einfallenden und gebeugten Strahlen in derselben Ebene, vertical zur Drehungsaxe der Kreistheilung zuerst zu stehen kommen. –



Dies wird erreicht indem man die Fernröhre und die Colimatorröhre vertical zur Drehungsaxe, die getheilte Glasplatte, und die Ritze derselben parallel zu dieser Axe stellt. –

Nachdem man die erste Bedingung erfüllt, sucht man das Spiegelbild des Fadenkreuzes des einen Fernrohres mit dem Fadenkreuze des zweiten zur Deckung zu bringen — und beobachtet ob der markirte Punkt des Spaltes in allen sich folgenden Spectren ~~in der~~ mit dem Fadenkreuze des Fernrohrs zusammen fällt — ist dies so, dann ist die richtige Einstellung des Apparates erreicht. –

Sei s die Ablesung indem das Fernrohr auf den Spalt gerichtet ist, s' die Ablesung indem der Spalt durch das Hülfsfernrohr beobachtet; r jene Stellung in welcher das Spiegelbild des einen Fadenkreuzes mit dem andern Fadenkreuze zur Deckung kommt — dann ist nach der Figur

$$\alpha = s - r - \frac{w}{2} \qquad \text{wo} \quad w = s - s_{,}$$

Ablesung s

Non. III 116° 33′ 10″

" I 296° 31′ 40″

$s = 206°$ 32′ 25″

Ablesung $s_{,}$

Non. III 148° 46′ 20″

" II 328° 42′ 30″

$s_{,} = 148°$ 43′ 30″ ….+)

Ablesung r.

Non. II 353° 39′ 50″

" IV 173° 43′ 50″

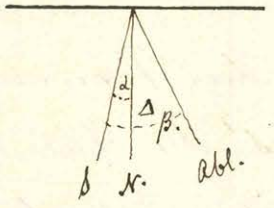
$r = 173°$ 40′ 55″….+)

+) Mit Berücksichtigung der vom Apparate bedingten Correction beim Uebergange von I u III zu II u. IV hienach

$$w = 57° 48' 55'$$

und : $\alpha = 3° 57' 3''$

Nach diesen wurde die Ablenkung des gebeugten Strahles beobachtet diese ist :



$$\Delta = S - \text{Ablenkung}$$

Es ist aber auch

$$\Delta = \beta - \alpha$$

Diesen Werth in die Gleichung für h gesetzt folgt, nach trigonometrischer Umwandlung:

$$\frac{h\lambda}{2a} = \sin\frac{\Delta}{2}\cos\left(\frac{\Delta}{2} + \alpha\right)$$

— Wellenlänge der Natriumlinie. —

Es wurde das 4te Spectrum beobachtet :

1) Rechts vom Spalte

Ablenkung : Non III 104° 33' 40''
" I 284° 32' 20''
Mittel 194° 33'
S - Abl = Δ, = 11° 59' 35''

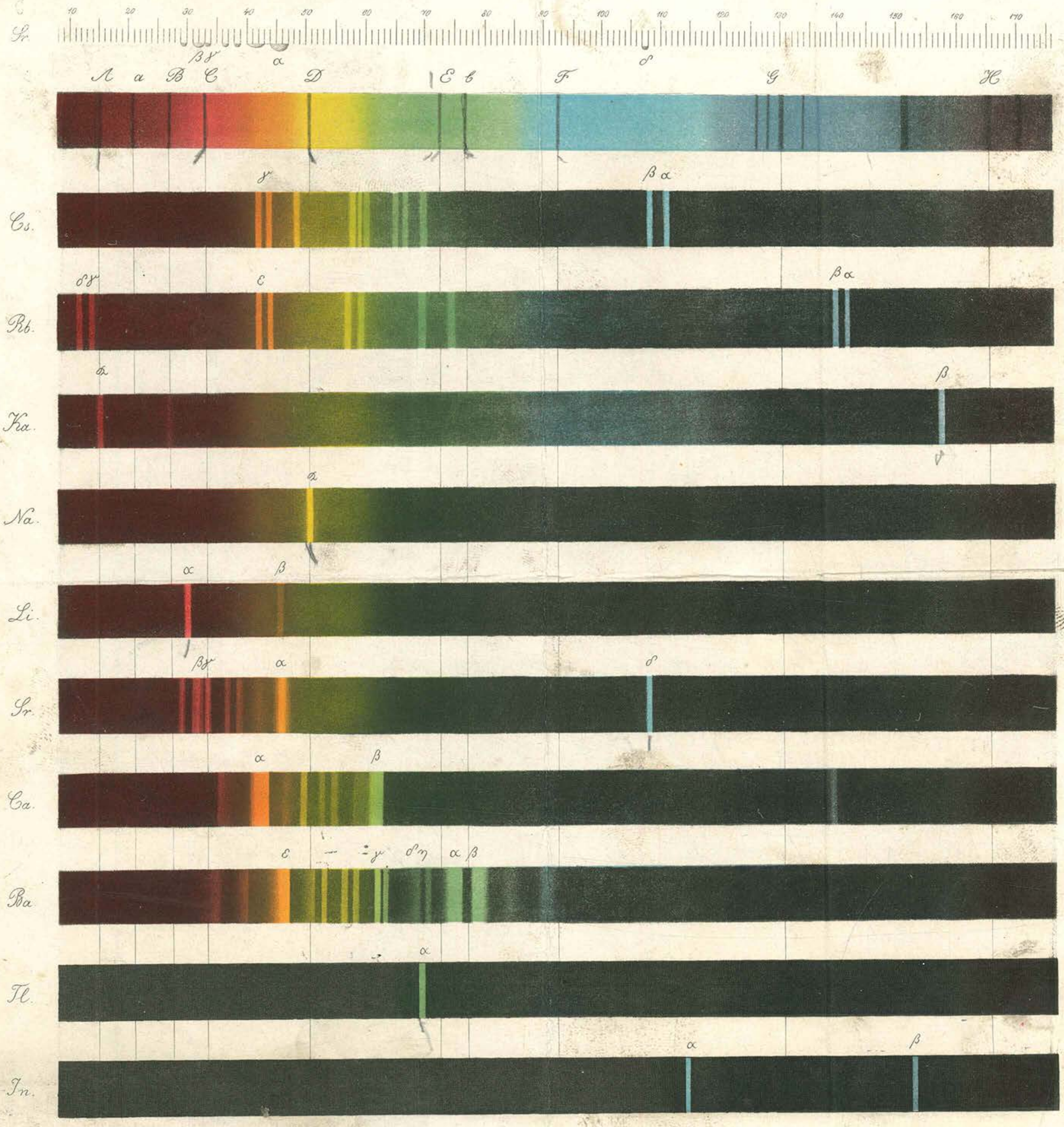
$$\log^{(I)}\frac{4\lambda}{2a} = 9,01229$$

2) Links

Ablenkung : Non III 128° 43' 50''
" I 308° 41' 30''

Fig. 2.

Fig. 1.


10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170
Sr.
β γ
α
δ
A a B C D E b F G H
γ
β α
Cs.
δ γ
ε
β α
Rb.
α
β
Ka.
α
Na.
α
β
Li.
β γ
α
δ
Sr.
α
β
Ca.
ε
γ
δ η
α β
Ba.
α
Tl.
α
β
In.

Mittel 218° 42′ 40″

Abl. − $\delta = \Delta_2 =$ 12° 10′ 15″

$$\log^{(II)} \frac{4\lambda}{2a} = 9,01866$$

Das Mittel von $\log^{(I)} \frac{4\lambda}{2a}$ und $\log^{II} \frac{4\lambda}{2a}$

$$\log \frac{4\lambda}{2a} = 9,01548$$

und:

$$\frac{4\lambda}{2a} = 0,10363$$

Beobachtung des 5ten Spectrums

1) Rechts

Abl. Non III 101° 31′ 40″

" I 287° 30′ 20″

Mittel 191° 31′

δ − Abl $+ \cancel{\delta} = \Delta_1 =$ 15° 1′ 25″

$$\log^{(I)} \frac{5\lambda}{2a} = 9,10761$$

2) Links

Abl Non III 311° 50′ 10″

" I 131° 52′ 10″

Mittel 221° 51′ 10″

Abl. − $\delta = \Delta_2 =$ 15° 18′ 45″

$$\log^{II} \frac{5\lambda}{2a} = 9,11,561$$

Das Mittel von $\log^{(I)} \frac{5\lambda}{2a}$ und $\log^{II} \frac{5\lambda}{2a}$

$$\log \frac{5\lambda}{2a} = 9,11161$$

$$\frac{5\lambda}{2a} = 0,129306$$

Aus $\frac{4\lambda}{2a}$ folgt

$$\frac{\lambda}{2a} = 0,025907$$

und aus $\frac{5\lambda}{2a}$ $\quad \frac{\lambda}{2a} = 0,025861$

Das Mittel aus beiden Werthen:

$$\frac{\lambda}{2a} = 0,025884$$

Also

$$\lambda_N = 0,00002157 \text{ Par. Zoll}$$

Wellenlänge der Lithiumlinie α – 4ter Spectrum. –

Rechts.

Ablesung Non I $\quad 282° \ 51' \ 50''$

" III $\quad 102° \ 53' \ 40''$

Mittel $\quad 192° \ 52' \ 45''$

$s - \text{Abl} = \Delta_1 = \quad 13° \ 39' \ 40''$

$$\overset{(1)}{\log} \frac{4\lambda}{2a} = 9,06756$$

Links

Ablesung Non I $\quad 310° \ 26' \ 10''$

" III $\quad 130° \ 28' \ 10''$

Mittel $\quad 220° \ 27' \ 10''$

$\text{Abl} - s = \Delta_2 = \quad 13° \ 54' \ 45''$

$$\log^{(II)}\frac{4\lambda}{2a} = 9{,}07525$$

Mittel aus $\log^{(I)}\frac{4\lambda}{2a}$ und $\log^{II}\frac{4\lambda}{2a}$

$$\log\frac{4\lambda}{2a} = 9{,}071405$$

$$\frac{4\lambda}{2a} = 0{,}11787$$

Beobachtung des 5ten Spectrums.

Rechts:

Ablesung Non I 279° 23′ 50″
" III 99° 24′ 50″
Mittel 189° 24′ 20″
$S - \text{Abl} = \Delta_1 =$ 17° 8′ 5″

$$\log^{(I)}\frac{5\lambda}{2a} = 9{,}16265$$

Links:

Ablesung Non I 314° 2′ 30″
" III 134° 4′ 40″
Mittel 224° 3′ 35″
$\text{Abl} - S = \Delta_2 =$ 17° 31′ 10″

$$\log^{(II)}\frac{5\lambda}{2a} = 9{,}17189$$

Mittel aus $\log^{(I)}\frac{5\lambda}{2a}$ und $\log^{(II)}\frac{5\lambda}{2a}$

$$\log\frac{5\lambda}{2a} = 9{,}16727$$

$$\frac{5\lambda}{2a} = 0{,}14698$$

Aus $\frac{4\lambda}{2a}$ folgt:

$$\frac{\lambda}{2a} = 0,029468$$

aus $\frac{5\lambda}{2a}$:

$$\frac{\lambda}{2a} = 0,029396$$

hievon das Mittel

$$\frac{\lambda}{2a} = 0,029432$$

Also ist die Wellenlänge der Linie α des Lithiums:

$$\lambda_\alpha = 0,00002452$$

Roland Eötvös.

Die Resultate aller andern Beobachtungen geben $\lambda_N = 0,00002174-5$

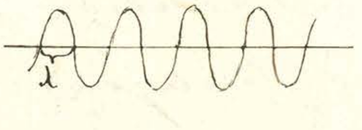
Vielleicht liegt der Fehler bei mir in einem unrecht genommenen Vorzeichen von α :–

Graph. Best. der Schwing. I

Graphische Bestimmung der Schwingungsdauer einer Stimmgabel.-

Heidelb. Jul. 11

Wird eine schwingende Stimmgabel vertical ~~auf~~ zu ihrer Schwingungsebene mit constanter Geschwindigkeit fortgerückt – so beschreibt jeder Punkt ihrer Enden eine Sinuslinie.- Man kann diese Sinuslinie wirklich darstellen indem man an das Ende der Gabel einen kleinen Glasfaden befestigt, welcher eine berusste Glasplatte berührt, die Gabel in Schwingungen versetzt, dann aber nicht diese, sondern die Platte mit gleichmässiger Geschwindigkeit fortrückt.- Ist die schwer zu erfüllende Bedingung der Constanten Geschwindigkeit erfüllt – dann erhält man eine Sinuslinie, welche ihre Axe in gleichen Abständen durchschneidet.- Bezeichnen wir den Abstand zweier solcher Schnittpunkte mit d – die Geschwind-



igkeit der Platte mit v , und mit τ die Dauer einer einfachen Schwingung der Gabel – dann ist:

$$\lambda = v\tau \quad \text{und} \quad \tau = \frac{\lambda}{v}$$

Die Fortrückung der Glasplatte bewirken wir dadurch dass wir sie an einem Pendel ~~befe~~ parallel zur Schwingungsebene desselben befestigen. – freilich ist dadurch die Gleichmässigkeit der Geschwindigkeit nicht erreicht – der Fehler aber den wir begehen, indem wir die Geschw. des Pendels in der Nähe ~~ihrer~~ der Gleichgewichtslage als constant betrachten ist ~~zu vernach-~~ klein genug, um es vernachlässigen zu können. – Die Winkelgeschwindigkeit eines Pendels ist durch die Gleichung gegeben:

$$\frac{du}{dt} = \frac{a\pi}{T}\cos\frac{t}{T}\pi$$

(u der Winkel um welchen der Pendel zur Zeit t abgelenkt ist, a die Amplitude, und T ~~eine~~ die ~~doppelte~~ einfache Schwingungsdauer des Pendels.)

Die Geschwindigkeit in der Nähe der Gleichgewichtslage, also für $t=0$ ist:

$$\left(\frac{du}{dt}\right)_0 = \frac{a\pi}{T}$$

Ist die Entfernung des schreibenden Punktes von der

Drehungsaxe = r – Dann ist die Geschwindigkeit ausgedrückt in der Längeneinheit (1 mm)

$$v = r \cdot \frac{a\pi}{T}$$

Der experimentelle Theil der Aufgabe besteht in Folgendem: – Man berusst möglichst gleichmässig – aber nicht zu dunkel eine Glasplatte und befestigt sie dann an das Pendel– hän durch $\overset{\text{ein}}{\text{an}}$ dem Ende desselben, parallel zur Schwingungsebene angebrachten Rahmen – welcher mit den nöthigen Schrauben versehen ist, um der Glasplatte die richtige Stellung geben zu können. – Ausserdem ist das Pendel auch mit einer Arretirung versehen – so dass der Winkelwerth ihrer Amplitude immer dieselbe bleibt. – Es wird nun das Pendel arretirt $\overset{\text{und}}{-}$ die Stimmgabel so angerichtet dass der Glasfaden an derselben die Platte berührt – wird dann die Gabel mit einem Violinbogen angestrichen – und die Arretirung aufgehoben – dann beschreibt der Glasfaden die erzielte Curve. – Um die Curve nicht durch andere zu verundeutlichen muss die Gabel nach einer Schwingung des Pendels fortgeschoben werden. –

Durch eine zweite Schwingung des Pendels wird durch die Curve + mit dem ruhenden Faden ein Bogen gezogen + auf welchem dann die Abstände λ zu bestimmen sind. –

Zur Kenntniss der Amplitude dient ein Bogen der mit einem Stifte etwas unter oder ober der Curve gezeichnet wird – und dessen zwei Punkte welche der Gleichgewichtslage und der Arretirung des Pendels entsprechen – markirt werden. –

Diese Platte ~~na~~ enthält nach diesen Operationen alle Angaben welche zur Bestimmung von v und d, folglich auch von T nöthig sind. –

Berechnen wir zuerst

$$v = r . \frac{a\pi}{T}$$

a ist hier die Amplitude ausgedrückt in der Einheit $\cancel{\frac{180}{\pi}}$ $\frac{\pi}{180}$. –

Der Abstand der unteren Kante der Glasplatte von der Drehungsaxe des Pendels ist bekannt – es ist diese 920 mm. – an der Platte ist der Abstand der Curve, so wie des zur Bestimmung der Ampl. bestimmten Bogens von der unteren Kante abzumessen – bezeichnen wir diese Grössen mit c und C dann ist:

$$R = 920 - C$$

$$r = 920 - c$$

Ich fand $C = 31$ $c = 33$

folglich: $\underline{R = 889}$ $\underline{r = 887}$

Der Abstand der 2 markirten Punkte an dem Bogen, (ich bezeichne ihn mit B) wurde mit einem Stangenzirkel abgemessen, – es fand sich:

$$\underline{B = 75,614 \text{ m.m.}}$$

Ist $\underline{\alpha}$ der Winkelwerth der Amplitude, dann:

$$\frac{B}{2} = R \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\log \frac{B}{2} = 1,57757$$

$$\log R = 2,94890$$

$$\log \sin \frac{\alpha}{2} = 8,62867 - 10$$

$$\frac{\alpha}{2} = 2^\circ\ 26'\ 15'' \qquad \underline{\underline{\alpha = 4^\circ\ 52'\ 30''}}$$

nun besteht:

$$180 : \pi = 4^\circ 52' 30'' : a$$

$$21600 : \pi = 585 : a$$

$$\log \pi = 0,49715$$

$$\log 585 = 2,76715$$

$$3,26430$$

$$\log 21600 = 4,33445$$

$$\log a = 0,92985 - 2 \qquad \underline{a = 0,08508}$$

Zur Berechnung $\underline{v}$-s ist noch die Kenntniss T-s

T nöthig – die Zeit einer ~~Dopp.~~ einfachen Schwingung also $\frac{T}{2}$ ist = 0,9488 Sec. –

$$\log a = 0{,}92985 - 2$$
$$\log \pi = 0{,}49715$$
$$\log r = 2{,}94792$$
$$\log a\pi r = 2{,}37492$$
$$\log \frac{T}{2} = 0{,}97717 - 1$$
$$\log 2 = 0{,}30103$$
$$\log T = 0{,}27820$$
$$\log v = 2{,}09672 \qquad \underline{v = 124{,}81}$$

An der Glasplatte ist endlich noch die mit d bezeichnete Grösse zu messen – da die Mittellinie die Curve nicht genau theilt so ist es zweckmässig $2d$ zu bestimmen – es geschieht dies unter einem Mikroskope – mit Hülfe einer Mikrometerschraube. – Folgende Zahlen beziehen sich auf 11 Messungen der Grösse $2d$ – ausgedrückt in Schrauben revolutionen:

Ablesung der Scale		Abl.	
1,76	4,30	31,73	4,28
6,06	4,27	36,01	4,28
10,33	4,22	40,33	4,32
14,55	4,25	44,65	4,32
18,80	4,28		
23,08	4,37		
27,45			

hievon das Mittel

$$2\lambda = 4,29$$

$\lambda = 2,145$ Schrauben revolutionen

Der Werth einer Schrauben revolution ist $= \frac{1}{3,788}$ m.m.

Also:

$$\underline{\underline{\lambda = 0,5677 \text{ m.m.}}}$$

Nach den Gefundenen Werthen von v und λ

$$\log v = 2,09672$$
$$\log \lambda = 0,75416 - 1$$
$$\log \frac{1}{\tau} = 2,34256$$

Also:

$$\underline{\underline{\tau = \frac{1}{220,07} \text{ Sec.}}}$$

2τ

Roland Eötvös

Bestimmung der electromotorischen Kraft eines Daniell'schen Elementes. –

868. Jul. 27. Heidelbg.

Bezeichnen wir mit i die Intensität des electrischen Stromes in einer geschlossenen Leitung, in welcher sich das Stromerzeugende Element befindet; mit w den Widerstand der Leiter und mit E die electromotorische Kraft des betreffenden Elementes – dann ist in Folge des Ohm'schen Gesetzes

$$i = \frac{E}{w}$$

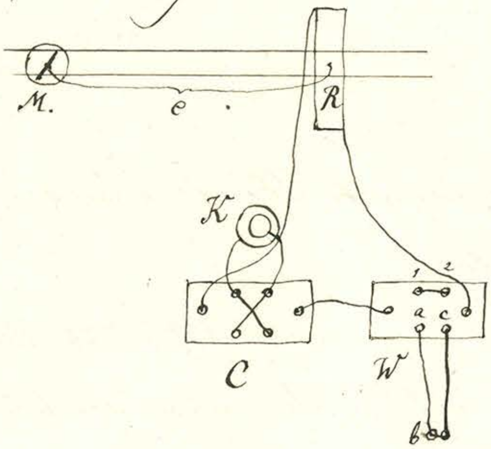
Verändert sich der Widerstand der Leiter um eine Grösse, welche durch r bezeichnet werden soll, dann wird auch die Intensität einen vom vorigen verschiedenen Werth annehmen – es wird also:

$$i' = \frac{E}{w+r}$$

Aus den Gleichungen für i und i' folgt dann durch Elimination von w

$$E = r\,\frac{ii'}{i-i'} \quad \text{. . . . . (1)}$$

Zur Bestimmung von i und i' wurde folgende Einrichtung benützt. – Der geschlossene Strom der Kette



geht durch eine Rolle R – und ertheilt dadurch derselben ein magnetisches Moment m welches

$$m = i F \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

ist, wo i die Intensität des Stromes und F die Summe der Oberflächen der Rollenwindungen bedeutet. – In der Entfernung e von dieser Rolle ist eine Magnetnadel M aufgehängt – sofort der Strom durch die Rolle fliesst, wird diese aus ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage ausgehoben – und nimt dann in Folge des magnetischen Momentes der Rolle, und der Horizontalen Componente H des Erdmagnetismus eine Stellung ein welche mit ihrer Gleichgewichtslage den Winkel u bildet. –

Angenommen nun dass der Winkel u sehr klein ist, so dass für sin u zur Vereinfachung u gesetzt werden kann – so ist:

$$H u = 2 \frac{m}{e^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich m – aus (2) dann mit diesem werthe i. –

Um den Widerstand verändern, und dadurch i' bestimmen zu können ist in der Leitung unseres Apparates eine Wippe W eingeschaltet, welche bei einer Stellung den Strom von 1 direct nach 2 führt ohne ihm berechenbare Widerstände entgegenzustellen; bei ihrer ~~andern~~ zweiten Stellung verbindet aber diese Wippe die Leitungsdrähte mit einem Drahte von bekanntem Widerstande r, welcher zwischen a und b eingelegt ist. – Die Ablenkung der Nadel wird in diesem Falle einen von u verschiedenen Werth u' haben; aus (3) ergiebt sich dann der entsprechende Werth m' des magnetischen Momentes, und aus (2) der Werth von i' – um nun E zu erlangen werden diese Werthe von i und i' in (1) gesetzt. –

Die Genauigkeit der Resultate ist durch eine passende Wahl des Widerstandes r bedingt – es muss derselbe so gewählt werden, dass der wahrscheinliche Fehler des Resultates E ein Minimum werde, dass also

$$\left(\frac{\partial E}{\partial i}\right)^2+\left(\frac{\partial E}{\partial i'}\right)^2 = \text{Minimum}$$

Es ist hiebei berücksichtigt dass die wahrscheinlichen Fehler von i und i' gleich gross sind. –

Also es nun:

$$\frac{i^4 - i'^4}{(i-i')^4} = \text{minimum}$$

werden – durch Einführung der neuen Grösse $x = \frac{i}{i'}$ und nach der ausgeführten Differentiation – erhielt ich eine Gleichung siebenten Grades – deren eine Wurzel sehr nahe $= 2$ ist. –

Da nun i mit dem Ausschlage u proportional ist, so sehen wir dass der Widerstand r so zu wählen ist dass die Ablenkung der Nadel in Folge des stärkeren Stromes zweimal so gross sei als die in Folge des schwächeren. –

Die Ablenkung der Nadel wurde dadurch gemessen – dass das Spiegelbild einer Scale in einem an der Magnetnadel befestigten Spiegel mit Hülfe eines Fernrohres beobachtet wurde – und zwar wurden die äussersten Elongationen der Nadel abgelesen – welche diese um ihre Gleichgewichtslage ausführte indem der Strom in der einen oder der ~~a~~ entgegengesetzten Richtung durch die Rolle floss. – Diese Abwechslung der Stromesrichtung kann durch den Commutator C bewirkt werden, beim Umlegen desselben, sowie der Wippe W wurde der Gauss'sche Kunstgriff benützt – indem die zum Zeitpunkte 0 umgelegte Wippe, ~~nun~~ nach $\frac{1}{3}$ der Schwingungsdauer der Nadel wieder in die Alte, und nach $\frac{2}{3}$ derselben wieder in die neue Lage gebracht wurde. –

Die Genauigkeit der Resultate ist wesentlich von einer raschen ~~Beobachtung~~ Ausführung der nöthigen Beobachtungen bedingt. ––

Folgende sind die Zahlenwerthe dreier von mir ausgeführter Beobachtungsreihen

	I		II		III	
Kleiner Stromstärke i'	435		413		411	
		) 370		) 367		) 367
	305		321		323	
		) 369,5		) 366,5		) 365,5
	434		412		410	
Der Strom entgegengesetzt:	535		542		549	
		) 509,2		) 509,5		) 509,2
	482,5		477		469,5	
		) 509,2		) 509,5		) 509,2
	535		542		549	
Grössere Stromstärke i	603		614		623	
		) 581,5		) 584		) 585,5
	560		554		548	
		) 581,5		) 584		) 585,5
	603		614		623	
Der Strom entgegengesetzt.	333		313		336	
		) 295,5		) 292,5		) 288,5
	258		272		241	
		) 295		) 292,5		) 288
	332		312		335	

Von diesen Beobachtungen benütze ich die mit II bezeichneten zur Berechnung – es stimmen bei denselben die zwei Werthe der Gleichgewichtslage der Nadel wenn kein Strom durch die Rolle fliesst vollkomen überein und zwar ist diese : $\frac{367+509,5}{2} = 438,2$ und

$$\frac{584 + 292,5}{2} = 438,2$$

Es ist hiernach

$$u = 145,7 \quad \text{und} \quad u' = 71,3$$

Die Gleichung (3) erfordert diese Grössen in der Einheit $\frac{\pi . 1^{mm}}{180}$. – Der Werth eines Scalentheiles ist $0,99^{mm}$. demnach die Werthe von u und u' in millim. ausgedrückt

$$144,25 \quad \text{und} \quad 70,58$$

Die Entfernung der Scale von dem Spiegel der Magnetnadel ist $= 2300^{mm}$ –, also die Werthe von u und u' ~~wie~~ ~~sie~~ in der erforderten Einheit

2T $\underline{u} = \frac{144,25}{r2300} = 0,06272$ 0,0309

2T $\underline{u'} = \frac{70,58}{r2300} = 0,03068$ 0,0153

Bei der Anordnung des benützten Apparates war $e = 1000^{mm}$. – als Mittel mehreren Beobachtungen wurde gefunden $H = 1,95$ – also fand ich aus Gleichung (3)

$\log m =$ ~~8,38845~~ 7,68639

und $\log m' =$ ~~8,07802~~ 7,37596

Die benützte Rolle R. bestand aus 4 Lagen von Windungen

In der innersten Lage mit dem Radius $112,0^{mm}$ waren 37,

in der nächstfolgenden mit dem Radius 113,8 waren 37

" " " 115,6 " 37

" " " 117,4 "

Demnach ist

$$F = \overset{\text{million.}}{6,076000} \text{ Quadr. Millim.}$$

Mit Benutzung der berechneten Werthe von m und m' folgt dann aus ~~F~~ (2)

$i =$ ~~40,257~~ ~~2;~~ $= 7,9944$

$i' =$ ~~19,693~~ $= 3,9116$

Der Widerstand des zwischen a und b eingeschalteten Drahtes – ist nach genauen Messungen:

$$r = 17,883 . 1a$$

Diese Werthe von i, i' und r, geben dann in (1) gesetzt – das Resultat:

~~$\mathcal{E} = 689,43 . 1a$~~ $\quad \underline{\underline{\mathcal{E} = 136,96 . 1_a}}$

Roland Eötvös

Bei der Vergleichung von 1a mit dem Widerstande des Etalons der British Association fand ich

$$1_a = 0,1271 . 10^{10} \frac{1^{mm}}{1^{sec.}}$$

hiernach ist also:

$$\underline{\underline{\mathcal{E} = 17,409 . 10^{10}}}$$

8,705

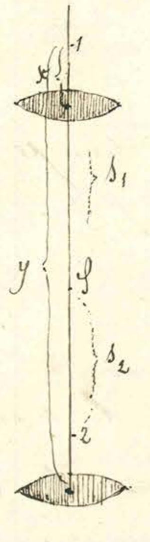
Der Annäherungswerth der Electromotorischen Kraft des betreffenden Elementes ist $= 10 . 10^{10}$ – die Abweichung meines Resultates ist wie Kirchhoff. bemerkte zu gross um von verschiedenartiger Beschaffenheit etc. herzurühren – sie ist wahrscheinlich eine Folge kleiner Rechenfehler. –

V

Länge des Secundenpendels, bestimmt durch das Reversionspendel. –

Heidelberg 14/5 868

Das Reversionspendel zu ist durch zwei Schneiden (1,2) so wie durch zwei verschiebbare Linsen charakterisirt. – Die Lage der Linsen zu den Schneiden, bewirkt dass die Entfernungen dieser letzteren vom Schwerpunkte S des ganzen Pendels verschieden sind – (s_1 und s_2) – es muss daher auch die Länge des correspondirenden einfachen Pendels verschiedene Werthe annehmen, je nachdem das Rev. Pendel auf der ersten oder zweiten Schneide schwingt. – Diese Werthe sind:



$$l_1 = \frac{\mu + m s_1^2}{m s_1} \quad \text{.....} \quad (1)$$

$$l_2 = \frac{\mu + m s_2^2}{m s_2}$$

wo m die Masse des ganzen Pendels, μ das Trägheitsmoment desselben in Bezug auf eine durch den Schwerpunkt ge-

hende, der Schneiden parallele Axe bedeutet. –
(Die Masse des Holzstabes ist im ~~Be~~ Vergleich mit den metallenen Linsen sehr klein – jede der Linsen hat das Gewicht von 3500 Grm, circa 7 ℔) –
T_1 sei die Schwingungsdauer, entsprechend dem Werthe l_1 – also die Schwingungsdauer in dem Falle wenn das Pendel auf der ersten Schneide ruht – T_2 die Schwingungsdauer des Pendels l_2. – T_1, T_2 sind Werthe die auf unendlich kleine Amplituden bezogen sind. –
Bezeichnen wir nun mit l die Länge des Secundenpendels, so ist:

$$l_1 = l T_1^2 \qquad l_2 = l T_2^2$$

Mit Hülfe dieser Ausdrücke aus (1), das μ eliminirt; folgt:

$$(2) \text{ - - - - - - - - - } l = \frac{s_1^2 - s_2^2}{s_1 T_1^2 - s_2 T_2^2}$$

Diese Gleichung könnte dazu dienen l zu bestimmen – allein es ist in derselben l zu sehr von s_1 u. s_2 abhängig – was eine ~~nähere~~ pünktlichere Bestimmung des Schwerpunktes erfordern würde. – Diesen Schwierigkeiten entgehen wir, indem wir die Gleichung auf folgende Form bringen:

$$l = \frac{a}{\frac{T_1^2+T_2^2}{2} + \frac{a}{s_1-s_2} \cdot \frac{T_1^2-T_2^2}{2}} \text{ - - - - - - - - - - - - (3,}$$

Es wurde hier $s_1+s_2=a$ und folglich $s_1=a-s_2$, $s_2=a-s_1$ gesetzt.–

Sind T_1 und T_2 ~~nun~~ annähernd gleich, so erreicht auch l nahe zu seinen Werth – es ist dies durch passende Stellung der Linsen des Pendels erreichbar.–

Bedeuten x und y in Fig. die Abstände der ersten Schneide von den Mittelpunkten der Linsen; und wird die Masse der Linsen in diesem Punkten vereinigt gedacht – wird ferner auf die Masse des Stabes Keine Rücksicht genommen: so ergeben sich für l' und l^2 die Werthe:

$$l' = \frac{x^2+y^2}{x+y} \qquad \text{und} \qquad l^2 = \frac{(a-x)^2+(y-a)^2}{2a-x-y}$$

Um die Werthe von x und y zu erlangen welche $T_1=T_2$ ergeben, setzen wir $l'=l^2$ – dies ergiebt eine Gleichung 3ten Grades; durch $l_1=a$ geht sie in ~~folgende~~ eine ~~über~~ 2ten Grades über, deren Lösung:

$$x = \frac{1}{2}\left(a \pm \sqrt{a^2-4y(y-a)}\right)$$

Bei dem Gebrauchten Rev. Pendel ist nach der Angabe des Verfertigers $a = 104$ Centim.

Für y wurde der Werth $y = 120$ gewählt; dann ergiebt sich $x = 24$ oder $= 80$ — nur vom Werthe $x = 24$ machen wir Gebrauch .–

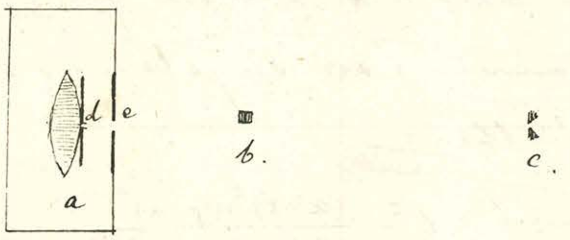
Eine solche Einstellung der Linsen giebt nahezu $T_1 - T_2 = 0$ —

Die Zahlenwerthe der Gleichung (3) sind ~~aus~~ mit Hülfe von x und y bestimmt :

$$s_1 = 72 \quad , \quad s_2 = 32 \qquad s_1 - s_2 = 40$$

im Nenner $a = 104$ im Zähler $a = 103{,}96$

Dieser im Zähler ~~erforderlichen~~ pünktlicher bestimmte Werth von a ist das Resultat einer Kathetometrischen Beobachtung .–



Zur Bestimmung von T_1 und T_2 dient folgende Einrichtung. a ist ein Querschn der Pendelkastens einer Astronomischen Uhr — an dem Pendel ist eine schwarze Platte angebracht, durch welche eine weisse Querlinie (d) in der Richtung der Pendelstange zieht — eine ähnliche Platte mit einem Ritz (e) befindet sich auch an der Vordern Glasplatte des Kastens .– In einiger Entfernung vor der Uhr ist das Rev. Pendel b aufgestellt .– In der Gleichgewichtslage müssen d, e, b und c eine Öffnung, wodurch die

Beobachtung gemacht wird in derselben Linie liegen. –

Die Ablenkungen ~~xx~~ des Uhrpendels u, und die des Rev. Pendels ergeben sich zur Zeit t aus den Formeln:

$$u = \sin t . \pi \qquad \text{und:}$$

$$v = \alpha \sin\left(\frac{t}{T} + \delta\right)\pi$$

$t\pi$ und $\left(\frac{t}{T} + \delta\right)$ sind die Phasen der Pendel – es giebt Augenblicke in welchen diese gleich werden – d. i. die beiden Pendel coinzidiren – dann muss:

$$\left(t - \frac{t}{T} - \delta\right)\pi = \pm 2n\pi$$

oder:

$$t\left(1 - \frac{1}{T}\right) = \pm 2n + \delta$$

bei der nächsten Coinzidenz wird

$$t'\left(1 - \frac{1}{T}\right) = \pm 2(n+1) + \delta$$

Bezeichnen wir die Zwischenzeit zweier Coincidenzen mit $\Delta = t - t_,$, so ergibt sich da Δ nur positiv sein kann:

$$\Delta\left(1 - \frac{1}{T}\right) = 2 \qquad \text{hieraus}$$

$$T = \frac{\Delta}{\Delta - 2} \qquad \text{------ (4)}$$

Mit Hülfe der vorher beschriebnen Apparates wird die Bestimmung des Δ möglich – bringt nämlich das Rev. Pendel in Bewegung und beobachtet durch c, so sieht man bei jeder Schwingung des Uhrpendels die weisse Linie an derselben aufblitzen – sobald aber die beiden Pendel Coincidiren so verdeckt die Rev. Pendel Stange diese weisse Linie. – Diese Secunde, oder wenn das Aufblitzen länger ausbleibt, dann die Mittlere, ist die Zeit der Coincidenz. – Ähnlich stellte ich folgende Beobachtungen an:

Das Pendel machte seine Schwingungen um die 1te (äussere) Schneide:

Amplitude = 10,5

			Mittel.	
4 h.	10'	27"–28"	27,5	86
"	11'	53 – 54	53,5	86
"	13'	29 – 30	29,5	86
"	14'	55–56	55,5	

Ampl. = 9

"	22'	2 – 3	2,5	87,0
"	23'	28 – 31	29,5	86,5
"	24'	55 – 57	56,5	87,5
"	26'	22 – 25	23,5	

Ampl. = 7,5

4h.	33'	40"-43"	41,5	
				87,5
"	35'	7-11	9,0	
				88,0
"	36'	36-38	37,0	
				88,0
"	38'	4-6	5,0	

Ampl = 7

"	45	21-25	23	
				88
"	46	49-53	51	
				88
"	48	17-21	19	
				87,5
"	49	45-48	46,5	

Ampl. = 6,5

Die Zeit der Ganzen Beobachtung war 39' 19" unterdessen haben 27 Coincidenzen stattgefunden, also:

$$27\Delta = 2359'' \text{ und } \Delta = 87''3$$

Die Zunahme der Coincidenzintervalle rührt her von dem Einflusse der Amplitude auf die Schwingungsdauer. Von diesem werden wir unabhängig durch die Formel:

$$T_0 = T_\alpha\left(1-\left(\frac{\alpha}{4}\right)^2\right) \qquad (5)$$

Die Ampl. kann an einer Theilung angebracht an der vorderen Seitenfläche des Uhrkasten's abgelesen werden; das Mittel dieser 5 so erzielten Angaben ist = 8,1, da wir das mathematische

Pendel annähern wollen, so ziehen wir die halbe Dicke der Pendelstange ab circa: 1 Theilstr. = 1 Cent. und finden dann die Amplitude:

$$\alpha = 7{,}1 \cdot \frac{215}{252} \cdot \frac{1}{78}$$

Wo 215 die Entfernung von b und c; 252 die von c und c, endlich 78 die Entfernung desjenigen Punktes (b) des Pendels von der Drehungsaxe, welcher die Deckung der weissen Linie bei einer Coincidenz bewirkt. (Diese Stelle des Pendels ist mit einem schwarzen Papier überzogen) –

$$\text{Also} \quad \alpha = 0{,}07766$$

Mit Benutzung des [illegible] bestimmten Werthes für Δ ergiebt sich nun aus Gleichung (4)

$$T_\alpha = 1{,}02345$$

und aus (5)

$$T_1 = 1{,}023065$$

Nach diesem wurde das Rev. Pendel umgekehrt und es wurden dieselben Beobachtungen gemacht, indem es um die 2te (innere) Schneide Schwingungen machte.

Amplit. = 14,0

5h.	1′	53″–54″	53,5) 82
"	3′	15–16″	15,5

Länge des Secundenpendels.

				82
5h	4'	~~37~~37-38	37,5	
				) 82
"	5'	59-60	59,5	

Ampl = 11

"	12	51-52	51,5	
				) 82
"	14	13-14	13,5	
				) 82,5
"	15	35-37	36	
				) 82,5
"	16	57-60	58,5	

Ampl. = 8,5

"	23'	56-58	57	
				) 83
"	25	19-21	20	
				) 84
"	26	43-45	44	
				) 83
"	28	6-8	7	

Ampl = 7

"	36'	28-33	30,5	
				) 84
"	37'	52-57	54,5	
				) 84
"	39'	16-21	18,5	
				) 84
"	40'	40-51	42,5	

Ampl = 6,5

Dauer der Beobachtung = 38' 49''

28Δ = 2329'' Δ = 83,2

Mittel der Amplituden = 9,5 also:

$$\alpha = 0{,}091882$$

$$T_\alpha = 1{,}02464$$

und $T_2 = 1{,}02410$

Die Werthe von T_1 und T_2 in die Formel (3) gesetzt

$$l = \frac{103{,}96}{\frac{T_1^2+T_2^2}{2} + \frac{104}{40} \cdot \frac{T_1^2-T_2^2}{2}}$$

gesetzt, ergeben:

$$l = 99{,}499$$

Berechnungen aus der Geograph. Breite geben 99,396

Roland Eötvös

Das Resultat stimmte mit denen von Möller u. Friedburg überein – wie es Kirchhoff. erwähnte – rührt die Abweichung ~~von der~~ wahrscheinlich von dem unrichtigen Gange der Uhr her. –

Best. d. hor. Comp. I

Bestimmung der horizontalen Componente der Erdmagnetischen Kraft. –

I

30/5 Heidelberg

Wird ein frei aufgehängter Magnet aus seinem Gleichgewichtszustande ausgerückt, so wird ~~derselbe~~ er ähnlich einem Pendel Schwingungen um diesen ausüben, welche in bestimmten Intervallen aufeinander folgen. – Wie sich nun beim Pendel aus der Schwingungsdauer, die Grösse der Schwerkraft ergiebt – so können auch aus der Schwingungsdauer eines Magneten vollkommen strenge Schlüsse auf die Grösse der Erdmagnetischen Kraft gezogen werden. – Hierauf beruht sich die Gaussche Methode zur Bestimmung derselben – wir wollen diese verfolgen. –

Nehmen wir in der Längsrichtung des Magnetstabes eine Axe an, und bezeichnen an derselben die Entfernungen der magnetischen Theilchen μ mit x – so ist $\Sigma \mu x$ das magn. Moment des Stabes – für eine gewisse Richtung der Axe wird dies ein Maximum – und diese Richtung is die Magnetische Axe. – das Moment in der Richtung derselben ist die Magnetische Intensität. –

Ein horizontal aufgehängter Magnet strebt sich immer so zu stellen, dass seine magnetische Axe parallel zum Magn. Meridian zu stehen kommt – in dieser Stellung vertheilt sich die Erdmagnetische Kraft gleichmässig in die nördliche u. südliche Spitze und es wird $\Sigma \mu x = 0$

Wird aber der Magnet von seiner Gleichgewichtslage aus um einen Winkel u gedreht, so strebt es mit einem Drehungsmomente in dieselbe zurückzukehren, welches $= Hm \sin u$ ist, – wo m das Magn. Moment des Stabes – H die horizontale Componente der Erdmagnetischen Kraft bedeutet – die verticale Componente kann bei horizontalen Schwingungen des Stabes keinen Einfluss haben. –

Bezeichnen wir mit K das Trägheitsmoment des Magnetstabes, so ist die Beschleunigung:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\frac{Hm \sin u}{K}$$

Wenn u sehr klein:

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\frac{Hmu}{K}$$

hieraus folgt die Schwingungsdauer, ähnlich wie bei einem Pendel:

$$T = \pi\sqrt{\frac{K}{Hm}}$$

Die Aufgabe sei nun allein Hm zu bestimmen.– Der Apparat besteht nun aus einem aufgehängten Magnetstabe, dessen Trägheitsmoment durch Aufhängung gleicher Gewichte in verschiedenen Entfernungen von der Drehungsaxe verändert werden kann – die Schwingungen dieses Stabes sind dann mit Hülfe eines an demselben angebrachten Spiegels, der das Bild einer fixen Scale zurückgiebt – leicht zu beobachten.– Ist C das Trägheitsmoment des Stabes wenn er frei von Gewichten ist – ⌈ l die Entfernung der Gewichte P von der Drehungsaxe – so wird:

$$K = C + 2Pl^2$$

verschiednen Entfernungen von P entsprechen auch verschiedne Trägheitsmomente und so verschiedne Schwingungsdauer – also:

$$Hm\,T_1^2 = \pi^2(C + 2Pl_1^2)$$

$$Hm\,T_2^2 = \pi^2(C + 2Pl_2^2)$$

addirt:

⌈ + der Trägheitsmomentes der Gewichte in Bezug auf Axen, die durch ihre Schwerpunkte gehen

$$Hm\left(T_1^2 - T_2^2\right) = \pi^2 2P\left(l_1^2 - l_2^2\right)$$

hieraus

$$Hm = 2\pi^2 P \frac{(l_1+l_2)(l_1-l_2)}{(T_1+T_2)(T_1-T_2)}$$

Es wurden nun die Augenblicke notirt in welchen der schwingende Stab durch seine Gleichgewichtslage durchzog – zwischen diesen Zeiten liegt der Anfang einer Schwingung – und im folgenden ist neben den Beobachtungen eben dieser Zeitpunkt, als Mittel von 4 Durchgängen genommen angeführt. –

Die Beobachtung der Elongationen dient hier nicht zur Correction wegen der Amplitude – diese ist bei der Entfernung der Scale = $2300^{\text{mm.}}$ und der Länge einer Scaleneinheit $0{,}99^{\text{mm}}$ selbst bei einem Ausschlage des Stabes um 300 Sc. Theilen unmerklich. – Der einzige Zweck dieser Beobachtungen ist das Mittel welches dadurch geboten wird mögliche heftige Veränderungen der Erdmagn. Kraft wahrnehmen zu können – Wäre dies der Fall so ist das Resultat der Beobachtungen nicht als ein zuverlässiges anzunehmen. –

Das Gewicht P = 100000 Milligr. in der Entfernung

$l_1 = 130{,}21$ aufgehängt.

Best. der hor. Corr. II

(1) Elony. 337-580

23' 11"1 -
" 37"2 +
23' 50"3
24' 3"3 -
" 29"5 +

(2) Elony. 340-578

27' 38"2 -
28' 4"7 +
28' 18"2
" 31"6 -
" 58"2 +

(3) Elony. 343-574

32' 5"7 -
" 32" +
32' 45"6
" 59"1 -
33' 25"1 +

(4) Elony. : 348-569

36' 33"2 -
" 59"1 +
37' 12"7
37' 26"2 -
" 52"1 +

(5) Elony. 352-565

40' 59"9 -
41' 26"1 +
41' 39"6
" 53"2 -
42' 19"1 +

(6) Elony : 356-561

45' 27"6 -
" 53"5 +
46' 7"35
46' 21"1 -
" 47"2 +

(7) Elony 358-559

49' 54"4 -
50' 21"1 +
50' 34"7
" 48"3 -
51' 15"0 +

(8) Elony : 361-555

54' 22"2 -
" 48"0 +
55' 2"1
55' 16"1 -
" 42"2 +

(9) Elong: 365–551

58' 50" −

59' 16" + } 59' 29"6

" 43"1 −

60' 9"4 +

Also die Dauer von je 5 Doppelschwingungen:

4' 27"9	4' 27"7
4" 27"4	4' 27"4
4' 27"1	4' 27"4
4' 26"9	4' 27"5

Hieraus das Mittel: 4' 27"41

Also die Zeit einer Doppelschwingung: 53"48

und T_1 = 26"54

Das Gewicht P in der Entfernung $l_2 = 29,96$ aufgehängt. —

---

(1) Elong: 376–514.

41' 27"1 +

" 46"9 + } 41' 57"2

42' 7"2 −

" 27"5 +

(2) Elong: 377–512

44' 48"3

45' 8"6 } 45' 18"7

" 28"7

" 49"0

(3) Elong.: 379-511

48' 9"7 −
" 29"7 + } 48' 39"7
" 49"7 −
49' 9"7 +

(4) Elong.: 381-509

51' 31"2 −
" 50"8 + } 52' 1"
52' 11"0 −
" 31"0 +

(5) Elong.: 384-507

54' 52"2 −
55' 12"5 + } 55' 22"4
" 32"7 −
" 52"2 +

(6) Elong.: 385-506

58' 13"7 −
" 33"6 + } 58' 43"8
" 53"9 −
59' 13"9 +

(7) Elong.: 386-505

61' 35"2 −
" 54"0 + } 62' 4"9
62' 15"2 −
" 35"6 +

(8) Elong.: 387-504

64' 56"1 −
65' 16"2 + } 65' 26"3
" 36"4 −
" 46"5 +

(9) Elong.: 388-502

68' 17"5 −
" 37"7 + } 68' 47"8
" 57"8 −
69' 18"1 +

Elong.: 389-501

Also die Dauer von je 5 Doppelschwingungen:

3' 21"5	3' 21"4
3' 21"6	3' 21"1
3' 21"3	3' 21"4
3' 21"4	3' 21"5

Hieraus das Mittel 3' 21"32

Folglich die Zeit einer Doppelschwingung: 40"26

und:

$$\underline{T_2 = 20''13}$$

Aus diesen Werthen von T_1 und T_2 ergiebt sich, durch die oben angeführte Gleichung für Hm

$$\underline{Hm = 1{,}0594 \,.\, 10^8}$$

Bei dieser Berechnung wurde als Einheit der Länge 1mm, als Einheit der Zeit 1 Secunde, als Einheit der Masse 1 Milligr. und endlich als Einheit der Magnetischen Kraft diejenige Kraft angenommen; welche die Einheit der Magn. Flüssigkeit in der Einheit der Entfernung auf die Einheit der Magn. Flüssigkeit ausübt. —

Roland Eötvös

II Hor. Comp. I

Bestimmung der horizontalen Componente der Erdmagnetischen Kraft.

II.

21/6 Heidelberg.

Der erste Theil dieser Aufgabe führte zur Kenntniss von Hm; eine vollkommene Lösung erfordert nun noch die Bestimmung des Magnetischen Momentes $\underline{m}$ des benützten Stabes. — Zu diesem Zwecke wird die Ablenkung beobachtet welche dieser Stab an einem andern hervorbringt — dieser letztere ist nun an einem Faden aufgehängt, und mit einem Spiegel versehen, so dass seine Schwingungen durch das Spiegelbild einer vor ~~dem~~ ihm ~~diesem~~ angebrachten Scale wahrnehmbar sind. Nahezu vertical auf den Magnetischen Meridian, und durch die Drehungsaxe des schwingenden Stabes gehend ist eine Scale befestigt an welcher ~~dass~~ der Stab, für welchen wir Hm bestimmten verschiebbar ist. —

Der in bekannter Entfernung $\underline{e}$ liegende Stab bringt eine Ablenkung der Nadel vor, welche wir mit u bezeichnen – nahezu dieselbe Ablenkung bringt der Stab auch vor wenn er umgedreht – ferner an die entgegengesetzten Seite gelegt – und da neuerdings umgedreht wird; es werden so vier Werthe erhalten: u u' u'' u''' .– Ausser dem Vorzeichen, weichen diese auch ~~ihr~~ ihrer Grösse nach merklich von einander ab. ~~est~~ ist dies besonders die Folge der ungleichen Vertheilung der Magnetischen Flüssigkeit in dem Ablenkenden Stabe.– Die wahre Ablenkung wird nun am besten annähert, wenn wir aus diesen Grössen das Mittel nehmen, und setzen

$$\frac{u + u_, + u'' + u'''}{4} = v$$

Für die neue Gleichgewichtslage der Magnetnadel müssen das Magn. Moment des Erdmagnetismus und das Drehungsmoment des ablenkenden Stabes gleich sein – Also wenn e unendlich gross, u dagegen sehr klein ist, wird:

$$Hv = \frac{2m}{e^3}$$

Für endliche Werthe von e lässt sich dieser Ausdruck in Form einer nach ungeraden Potenzen e-s geordneten Reihe entwickeln — bei passender Wahl e-s wird es genügend ~~ablösen~~ nur die zwei ersten Glieder derselben zu berücksichtigen — also:

$$Hv = \frac{2m}{e^3} + \frac{a}{e^5}$$

Ist e' eine zweite Entfernung des Stabes, und v_1 die dieser entsprechende Ablenkung, dann:

$$Hv_1 = \frac{2m}{e_1^3} + \frac{a}{e_1^5}$$

Aus diesen Gleichungen a eliminiert:

$$\frac{m}{H} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e_1^5 v_1 - e^5 v}{e_1^2 - e^2}$$

Der Bedingung dass das von e^7 abhängige Glied verschwinde erreichen wir e = 1250 Mil. gesetzt — in diesem Falle ergiebt sich auch der passendste Werth von e'. —

Ist E der wahrscheinliche Fehler eines Resultates R — es ist dieser offenbar bedingt von den wahrscheinlichen Fehlern ε und $ε_1$ der Beobachtungen b und b' — wir haben dann die Gleichung:

$$E^2 = \left(\frac{\partial R}{\partial b}\right)^2 \varepsilon^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial b'}\right) \varepsilon'^2 + \ldots\ldots$$

In unserm Falle ist die Wahrscheinlichkeit einen Fehler zu begehen, bei beiden Beobachtungen v und v_1 dieselbe ;- also $\varepsilon = \varepsilon' =$ etc - und je kleiner ε desto richtiger das Resultat; die Aufgabe ist nun:

$$\left(\frac{\partial R}{\partial b}\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial b_1}\right)^2 + \cdots\cdots = \cancel{0}\frac{E^2}{\varepsilon^2}$$

als Minimum zu bestimmen;-

Oder in unserem Falle den Werth von e_1 auf zu suchen; welcher den Ausdruck $\frac{e_1^{10}+e^{10}}{(e_1^2-e^2)^2}$ zu einem Minimum macht.-

es ist nun $e = 1250$, um zum Ziele zu gelangen setzen wir $\frac{e_1}{e} = x$
dann folgt.
$3x^{10} = 5x^8 + 2$
$x^2 = \frac{5}{3} + \frac{2}{3x^8}$
also
$x^2 = 1{,}667 + \frac{1}{1{,}5x^8}$
den Werth $x = 1{,}667$ in x^8 gesetzt folgt
$x^2 = 1{,}740$
$x = 1{,}319\ldots$
Da nun $x = \frac{e'}{e}$
so folgt
$e' = 1649$
oder annähernd
$e' = 1650$

Es ergiebt sich so $e_1 = 1650$

Die Veränderung der Lage des ablenkenden Stabes erfordert einige Aufmerksamkeit – es müssen hiebei alle heftigeren Schwingungen der aufgehängten Nadel vermieden werden.-

Bei der Umlegung des Stabes, hebt man seine Wirkung auf – und legt sie dann nach einer Schwingungsdauer umgekehrt hin – es ist in diesem Zeitpunkte die Nadel nahezu in ihrer neuen Gleichgewichtslage.– Aus ähnlichem Grunde bringt man den Stab, bei der Verlegung auf die andere Seite, senkrecht gehalten ~~zu~~ einen halb Kreis um die Nadel beschreiben nach dem Zeitraume einer Doppelschwingung in die neue Lage.– War endlich die Verschiebung des Stabes anbelangt, — da verfährt man nach Gauss folgendermassen; Zum Zeitpunkte 0 verschiebt man den Stab von e in e', zur Zeit $\frac{T}{3}$ legt man ihn wieder in e', und zur Zeit $2\frac{T}{3}$ wieder in e' — es ist hiebei nicht gemeint, dass 0 mit dem Anfange einer Schwingung zusammenfallen soll. —

Beobachtungen. —

e' = 1650, der Stab Oestlich von der Nadel:

654,2		Umgelegt:	562,3	
	662,7			550,9
671,2			539,5	
	662,8			551,1
654,4			562,7	
	662,8			551,1
671,2			539,5	
	662,8			551,05
654,4			562,6	

Gleichgewichtslage 662,8 Gleichg. L. = 551,1

e = 1250 der Stab oestlich von der Nadel:

491,8		Umgelegt	753,8	
	479,8			731,7
467,8			709,7	
	479,8			731,3
491,7			752,9	
	479,8			731,1
467,9			709,2	
	479,7			731,1
491,5			753,1	

Gl. Lage 479,8 Gl. Lage 731,4

e = 1250, der Stab westlich von der Nadel:

672,2		Umgelegt	440,0	
	) 708,1			) 453,2
744,0			466,4	
	) 708,5			) 453,2
673,0			440,0	
	) 708,4			) 453,2
743,9			466,5	
	) 708,4			) 453,3
672,9			440,1	
Gl. L 708,3			Gl. L. 453,2	

$e' = 1650$, der Stab westlich von der Nadel:

518,3		620,8	
	) 525,1		) 635,5
531,8		650,2	
	) 525,1		) 635,4
518,5		620,7	
	) 525,1		) 635,4
531,8		650,1	
	) 525,2		) 635,4
518,7		620,7	
Gl. Lage 525,1		Gl. L. 635,4	

Betrachtet nun, dass einer Umlegung des Stabes auch eine neg. Ablenkung entspricht, erhalten wir für $e_1 = 1650$ die Ablenkung : 55,5 ; und für $e = 1250$ die Abl. 126,7 . – Es ist die Entfernung der Scale von dem Spiegel 2300 Millim – und die Grösse eines Scalentheiles 0,99 Millim – also folgt in Millim. Ausgedrückt:

$$v = \frac{126,7}{4646} \quad \text{und} \quad v_1 = \frac{55,5}{4646}$$

Diese Werthe in die aufgestellte Gleichung gesetzt folgt:

$$\frac{m}{H} = \frac{1}{9292} \cdot \frac{1650^5 \cdot 55,5 - 1250^5 \cdot 126,7}{1650^2 - 1250^2}$$

also:

$$\log \frac{m}{H} = 7,43293$$

für mH den Mittelwerth zweier bei der Best. mH-s nahezu ~~[illegible]~~ gleich gefundenen Resultate genommen

$$\underline{\underline{mH = 1,0256 \cdot 10^8}}$$

folgt:

$$\log m - \log H = 7,43293$$
$$\log m + \log H = 8,01097$$

also:

$$2 \log H = 0,57804$$

und

$$\underline{\underline{H = 1,9455}}$$

Es folgt auch:

$$2 \log m = 15,44390$$

$$\underline{\underline{m = 5,2717 \cdot 10^7}}$$

Ich fand: $\underline{mH = 1,0594 \cdot 10^8}$

hiernach: $\underline{H = 1,9772}$

und: $\underline{m = 5,3579 \cdot 10^7}$

Roland Eötvös

Vergl. v. Stimmg.-t

Optische Vergleichung der Schwingungszahlen einiger Stimmgabeln. –

27/6 Heidelberg.

Schwingen die zwei zu vergleichenden Gabeln in zu einander senkrechten Richtungen, und denken wir uns einen Punkt, der an den Schwingungen beider Theil nimmt; dann beschreibt dieser eine Bahn, welche von dem Verhältnisse der Schwingungszahlen dieser Gabeln abhängig ist — ist die Gleichung dieser Bahn bekannt, dann erhalten wir auch das genannte Verhältniss. – An dem Vibrationsmikroskope ist eine derartige Bewegung eines Punktes verwirklicht; in der Objective desselben entsteht das Bild eines leuchtenden Punktes der verticalen Gabel – schwingt diese Gabel, so schwingt auch das Bild mit; dasselbe Bild nimmt aber, da die Objective an der zweiten horizontalen Gabel befestigt ist, auch an den Schwingungen dieser Theil. –

~~Jede~~ Eine Gabel schwingt wie ein Pandel mit sehr kleinen Schwingungen. – Es sollen x und y die

die Verrückungen des Punktes zur Zeit t bedeuten, bezogen auf ein Coord.-System dessen Axen mit den Axen der Stimmgabeln zusammenfallen; es sollen ferner mit a und b die Amplituden m und n die Schwingungszahlen der Gabeln bezeichnet werden – wir haben dann:

$$(1) \quad \begin{array}{l} x = a \sin mt 2\pi \\ y = b \sin(nt 2\pi + \delta) \end{array}$$

wenn der Anfangspunkt der Zeit passend gewählt ist

~~Bei dem ersten dieser Ausdrücke ist der Anfangspunkt der Zeit willkürlich t=0 gesetzt – in dem zweiten bedeutet δ die Zeit die vom Anfangspunkte bis zu t=0 verfliesst.~~

Die Grenzwerthe von x sind hier $+a$ und $-a$; die von y sind $+b$ und $-b$ – der Punkt wird sich also innerhalb eines Rechteck's bewegen dessen Seiten $2a$ und $2b$ sind. – Aus (1) folgt:

$$\frac{dx}{dt} = am2\pi \cos mt = \pm 2\pi m\sqrt{a^2-x^2}$$

$$\frac{dy}{dt} = bn2\pi \cos(nt2\pi+\delta) = \pm 2\pi n\sqrt{b^2-y^2}$$

und:

$$\frac{dy}{dx} = \pm \frac{n}{m}\sqrt{\frac{b^2-y^2}{a^2-x^2}}$$

Nehmen wir nun an $y = \pm b$, dann

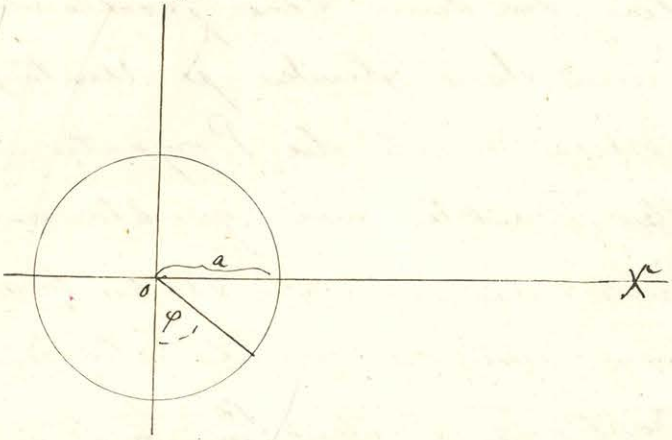
$$\frac{dy}{dx} = 0$$

wenn: $x = \pm a$, dann $\frac{dy}{dx} = \infty$

Also die Curve tangirt die Seiten des Rechteckes – ausser wenn zugleich, $x = \pm a$ und $y = \pm b$.

- diese Punkte, wir nennen sie Gipfelpunkte - führen uns zur Lösung der Aufgabe.

Denken wir um die Y Axe mit dem Radius a einen Cylinder beschrieben - an ~~demselben~~ ~~sein~~ Mantelfläche desselben sei eine Sinuscurve gezeichnet, welche durch die XZ Ebene getheilt wird -



Das in der Richtung der Z Axe beobachtende Auge übersieht dann die Projection dieser Sinuslinie auf die XY Ebene - die Gleichungen derselben sind:

$$y = b\left(\sin\left(\frac{n}{m}\varphi + \delta\right)\right) \quad \ldots\ldots \quad (2)$$

$$x = a \sin\varphi$$

Diese Gleichungen werden mit den (1) identisch, wenn in diesen $\varphi = mt2\pi$ ~~und dann φ~~ gesetzt wird — hieraus folgt, dass die Bahn des ~~Punktes~~ die Projection dieser Sinuslinie ist. —

Wir wollen diese Sinuslinie näher betrachten und dann auf ihre ~~Bahn~~ Projection gewisse Schlüsse ziehen zu können. —

Sei das Verhältnis $\frac{n}{m}$ ein rationales; also $\frac{n}{m} = \frac{\nu}{\mu}$

wo ν und μ relative Primzahlen bezeichnen —

$$y = b \sin\left(\frac{\nu}{\mu}\varphi + \delta\right)$$

Lasse ich φ mit 1, 2 ... oder n mal $2\mu\pi$ wachsen so komme ich immer zum selben Punkte zurück — ein Beweis dass die Linie eine geschlossene ist — und dass sie um den Cylinder μ Umläufe macht — hiernach muss auch die Projection — d. i. die Bahn des hellen Punktes eine geschlossene sein. — Indem der Punkt einmal seine Bahn beschreibt, wächst φ mit $2\mu\pi$ — und es wächst die Zeit um $\frac{\mu}{m}$; dann ist die Zeit einer Bahn $\frac{\mu}{m} = \frac{\nu}{n}$:— μ und ν müssen sehr kleine Zahlen sein; damit das Auge die Bahn als einen continuirlichen Lichtstreifen betrachten kann ist es ja erforderlich dass die Zeit der Bahn kleiner sei als $\frac{1}{10}$ Secunde. —

Die oberen Gipfelpunkte der Bahn, so nennen wir ~~die~~ ~~Ebenen~~ die Stellen derselben welche die Seite a des Rechtecks tangiren, sind die Projectionen derjenigen Punkte der Sinuslinie, für welche $y = \pm b$; d. i. für welche

$$(3) \ldots\ldots \quad \sin\left(\frac{\nu}{\mu}\varphi + \delta\right) = 1$$

Eine Wurzel dieser Gleichung ist sei φ_0

eine zweite ist dann $\left(\varphi_0 + h\frac{\mu}{\nu}2\pi\right)$

wo h eine ganze Zahl zwischen den Grenzen $-\infty$ und $+\infty$

bedeutet – die Zahl der verschiedenen Wurzeln ist ν – setzt man nämlich für h der Reihe nach die Werthe $(0, 1, 2 \ldots$ bis $\nu-1)$ so erhält man diese – fährt man aber so fort und setzt h gleich ν, $\nu+1$, $\nu+2$ .... etc – dann kommt man zu Werthen die schon für $h=0$ resp h gleich $1, 2 \cdots$ gefunden wurden. –

Diese ν Werthe von φ entsprechen den ν oberen Gipfelpunkten der Bahn. – Es sind diese:

$$\varphi = \varphi_0$$

$$\varphi_1 = \varphi_0 + \frac{2\mu\pi}{\nu}$$

$$\varphi_2 = \varphi_0 + 2 \cdot \frac{2\mu\pi}{\nu}$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\varphi_{\nu-1} = \varphi_0 + (\nu-1) \cdot \frac{2\mu\pi}{\nu}$$

Es theilen diese Winkel den Kreis in ν gleiche Theile – also stehen auch die ν Gipfelpunkte in gleichen Entfernungen von einander ab. –

Ähnlich sind die Betrachtungen für die unteren Gipfelpunkte bei denen also $y = -b$. –

Mit dem Namen der seitlichen Gipfelpunkte bezeichnen wir diejenigen Punkte der Bahn in welchen diese die Seite b des Rechteck's tangirt – in diesem Falle ist $x = \pm a$; den vorangegangenen ganz analoge Betrachtungen zeigen

dann, dass die Zahl der seitlichen Gipfelpunkte μ ist. – Da die Projection der Kreislinie
2 sich 2ν-mal durchschneidet – so kann auch der Fall eintreten in welchem je zwei Gipfelpunkte der Kreislinie – sich in der scheinbaren Bahn decken – diesen Fall wollen wir näher betrachten. –

Die Werthe von φ für diese Schnittpunkte sind;

$$\text{I}\quad \varphi_0 + \eta \qquad\qquad \text{II.}\ \varphi_0 - \eta$$

$$\varphi_0 + \frac{2\pi}{\mu} + \eta \qquad\qquad \varphi^0 + \frac{2\pi}{\mu} - \eta$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\varphi^0 + (\nu-1)\frac{2\pi}{\mu} + \eta \qquad\qquad \varphi^0 + (\nu-1)\frac{2\pi}{\mu} - \eta$$

für $(\nu-1)$ … $(\nu-2)$ etc. können wir die entsprechenden Werthe von h einsetzen also:

$$\underline{\text{II}}\quad \varphi_0 + \frac{h}{\nu}2\pi - \eta$$

$$\varphi_0 + \frac{h-1}{\nu}2\pi - \eta$$

$$\ldots\ldots$$

$$\varphi_0 + \frac{h-\nu+1}{\nu}2\pi - \eta$$

Wenn sich die Projectionen der vorderen und hinteren Hälfte decken dann muss I + II ein (an) gerades vielfaches von π sein, das ist

$$(4)\ \ldots\ldots\quad 2\varphi_0 + \frac{h}{\nu}2\pi = (2i+1)\pi$$

Wo i eine ganze Zahl bedeutet. –

Bei einer Deckung muss hiernach:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}\left(2i+1-\frac{2h}{\nu}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (6,$$

Der Deckung dieser zwei Hälften entsprechen die beobachteten doppelten Gipfelpunkte, welche die Seiten des Rechtecks tangiren – aber nie in den Eckpunkten zu fallen kommen. –

Wir setzten voraus dass μ und ν rationale ganze Zahlen sind – dass also –

$$n = \frac{\nu}{\mu} m$$

dies ist in der That nicht der Fall es ist gewöhnlich:

$$n = \frac{\nu}{\mu} m + \varepsilon$$

wo ε ein sehr kleiner, auch irrationaler Bruch ist. – In Folge dessen ändert sich die Bahn mit einer Geschwindigkeit welche eben von ε abhängt – wir wollen ~~aufsuchen~~ die Änderung von φ_0 und δ aufsuchen, für welche die eine Deckung der zwei Bahnhälften in die nächstfolgende übergeht. – Aus (6, folgt das Wachsthum $\Delta\varphi_0$ von φ_0

$$\Delta\varphi_0 = \pm\frac{1}{\nu}\pi$$

Da nun aus (3,

$$\frac{\nu}{\mu}\varphi_0 + \delta = \text{Const.}$$

so ist

$$\Delta\delta = \pm\frac{1}{\mu}\pi$$

So werden die Gleichungen (1, ; wenn ~~[illegible]~~ der Werth von n benützt wird; und statt δ gesetzt:

$$\delta^t = \delta^z + \varepsilon t 2\pi$$

$$x = a \sin m t 2\pi$$

(7) ......

$$y = b \sin\left(\frac{\nu}{\mu} m t 2\pi + \delta^z + \varepsilon t 2\pi\right)$$

In der Zwischenzeit zweier Deckungen welche wir mit τ bezeichnen erleidet δ eine Vergrösserung $\Delta\delta$, und wird dann $= \delta'$; also:

$$\varepsilon \tau 2\pi = \pm \frac{1}{\mu} \pi$$

hieraus $\varepsilon = \pm \dfrac{1}{2\mu\tau}$

Setzt man diesen Werth in die Gleichung für n, so ergiebt sich:

(8) .... $$\mu n - \nu m = \pm \frac{1}{2\tau}$$

Ist nun eine der Schwingungszahlen n oder m bekannt, dann ergiebt sich durch Beobachtung der Oberen und Seitlichen Gipfelpunkte auch die andere. – Je grösser die Abweichung μ und ν-s von den relativen Primzahlen, um so kleiner ist τ, durch Vergrösserung der Schwingungszahl der einen oder der andern Gabel kann man τ vergrössern – dies giebt ein Mittel in die Hand das Vorzeichen des mit τ behafteten Gliedes zu bestimmen. – Wird τ vergrössert, indem man die Schwingungs~~dauer~~zahl n verkleinert, was durch Belastung der Gö entsprechenden Gabel möglich ist.

dann ist das genannte Glied positiv; es wird negativ, wenn man, um τ zu vergrössern die Stimmgabel deren Schwingungszahl m ist belasten muss. –

Bei nächstfolgenden Beobachtungen wurde τ mit Hülfe eines Metronom's beobachtet, und als Einheit der Zeitmessung $\frac{1}{3}$ Secunde angenommen. –

(a) Gabel.

$\mu = 1$ $\nu = 2$

Beobachtet wurde: $3\tau = 16$ Drittel Secunden
$4\tau = 22$ " "
$5\tau = 28$ " "
hieraus $\tau = 1{,}53$ Sec.

Um τ zu vergrössern wurde die Gabel selbst belastet. – Angenommen das für (a) $n = 220$, ergiebt sich die Schwingungszahl der Mikroskopgabel:

$$m = 110{,}16$$

110 – 0,16.

(cis) Gabel.

$\mu = 2$ $\nu = 5$

Beobachtet: $2\tau = 44 = 43 = 44\frac{1}{3}$ Secunden

$\tau = 7{,}33$ Sec.

Die Mikroskopgabel wurde belastet um τ zu vergrössern. – Mit Benutzung des gefundenen Werthes von m, folgt:

$$n_{cis} = 275{,}31$$

275. – 0,31

$(\bar{e})$ Gabel.

$\mu = 1$ $\nu = 3$

beobachtet $2\tau = 23 \frac{1}{3}$ Sec.

$3\tau = 33 = 33$ "

$\tau = 3{,}73$ Sec.

Es wurde die $(\bar{e})$ Gabel belastet — nach dem Werthe von m

330 - 0,5 $\underline{\underline{n_{(\bar{e})} = 330{,}5}}$

$\underline{(\bar{a})\,\text{Gabel}}$.

$\mu = 1$ $\nu = 4$

beobachtet $4\tau = 18 \frac{1}{3}$ Sec.

$5\tau = 23$ "

$5\tau = 23$ "

$\tau = 1{,}53$

Um τ zu vergrössern wurde $(\bar{a})$ belastet - nach $\underline{m}$

440 - 0,9 $n_{(\bar{a})} = 440{,}9$.

Roland Eötvös

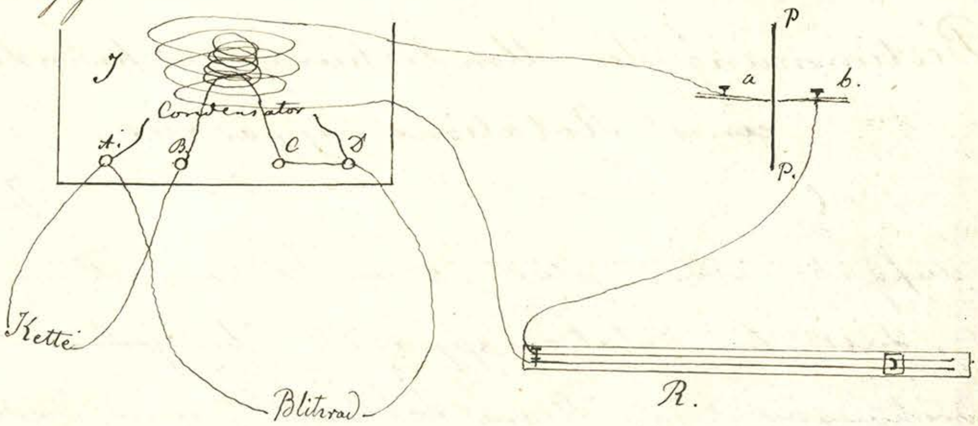
Umdr.-Geschw. I

Bestimmung der Umdrehungsgeschwindigkeit eines Rotations-apparates.

Jul. 31.

Die Aufgabe wird gelöst, wenn die Einrichtung getroffen wird, dass das Rotationsapparat bei jeder seiner Umdrehungen einen Strom ~~schliesst~~ unterbricht, und dadurch zwischen den Polen eines inducirten Leiters einen Funken hervorbringt; und wenn ferner bewirkt wird dass diese Funken an irgend einer Tafel welche zwischen den zwei Spitzen – sich mit genau bekannter Geschwindigkeit fortbewegt, merkliche Zeichen hinterlassen.– Man wird so eine Zeichnung erhalten welche die Entfernungen zweier sich folgender oder auch weit entfernter Funken zu messen erlaubt – aus welchen dann die Rechnung die Zwischenzeit zweier Funken – das ist die Zeit einer Umdrehung des Rotationsapparates ergeben wird.–

Bei der Ausführung dieser Methode wurden die Umdrehungen eines Helmholtz-schen electro-magnetischen Rotations Apparates, dessen Umdrehungsgeschwindigkeit eben zu bestimmen war an einem Blitzrade (B) übertragen derselben schloss bei jeder seiner Umdrehungen einen Strom, welcher das innere Gewinde eines Ruhmkorff'schen Inductionsapparates umkreiste.—



Dadurch entstand in den äusseren Windungen des Inductionsapparates ein Strom, welcher durch den Rheostaten R fliessend zu der Spitze b gelangte und dann durch die Platte PP in die Spitze a überspringen musste.—

Die Rolle des Rheostaten ist hier durch passende Modification der Stromstärke Funken von zweckmässiger ~~Länge~~ Stärke zu erzeugen.—

Die Platte PP war ein aufgespannter berusster Papierblatt an einem Pendel parallel mit dessen Schwingungsebene befestigt — das Pendel war das bei der Bestimmung der absoluten Schwingungszahl einer Stimmgabel benutzte — es hat einen mit seiner Schwingungsebene parallelen Rahmen und eine Arretirung. – Bei dieser Anordnung des Apparates springt, wenn das Rotationsapparat in Thätigkeit gesetzt wird, bei jeder Umdrehung des Blitzrades ein Funke ~~von b~~ ~~nach~~ zwischen den Spitzen a und b durch – wenn dann die Arretirung des Pendels aufgehoben wird, dann wird auf das Papier eine ~~Punkt~~ Reihe von Punkten gezeichnet – welche die von den Funken durchlöcherten Stellen und deren verbrannten Ränder sind. –

Schwingt das Pendel mehrmals neben den Spitzen a und b vorbei, so werden die markirten Stellen dicht nebeneinander folgen – und es muss das Bild an Deutlichkeit verlieren – um dies zu vermeiden ist eine Einrichtung getroffen vermöge welcher die Spitzen nach jeder Schwingung des Pendels gesenkt werden können. – Es ist dies eine Schraube welche die Drehung der Spitzen um eine horizontale Axe bewirkt. –

Die Zeichnung welche wir ~~dann erhalten~~ mit Benutzung dieser Schraube erhalten ist eine Reihe von Punkten welche in concentrischen Bögen übereinander liegen. – Der Übersichtlichkeit halber werden nachdem die Wirksamkeit des Induktionsapparates aufgehoben wurde, mit einer der Spitzen auch noch diese Bögen auf die gerusste Papierfläche gezogen. –

Mit derselben Spitze werden auch, um die Messung der

Amplitude vornehmen zu können, zwei Querlinien gezogen, und zwar die eine indem das Pendel arretirt ist, die zweite indem sie in ihrer Gleichgewichtslage ruht. – Die annähernde Zahl der Schwingung~~sdauer~~en in welchen zwei Funken aufeinander folgten, welche ~~nahen~~ zur Gleichgewichtslage ~~möglichst nahe~~ des Pendels möglichst nahe Punkte hinterlassen, kann man aus der Zeichnung schon dadurch erhalten dass man die Zahl der Bögen zählt in welchen diese Punkte von einander abstehen. – Um einen genaueren Werth zu erlangen muss man noch die Zeit in Betracht ziehen welche verflossen ist indem das Pendel von seiner Gleichgewichtslage bis zu ~~einem~~ dem betreffenden Punkte gelangt – bezeichnen wir diese Zeit mit t und den Abstand des Punktes von der Gleichgewichtslage mit u, ferner die Amplitude der Schwingungen mit $\underline{a}$ dann ist:

$$\frac{u}{a} = \sin t . C$$

Ist u und a in millimetern t in Graden ausgedrückt dann ist C = 180 also

$$\frac{u}{a} = \sin t . 180$$

und $\underline{t}.180 = \arcsin \frac{u}{a}$

Undr. Geden II.

Ich benützte zur Berechnung die mit 1 12 und 23 bezeichneten Punkte welche nahezu in der Gleichgewichtslage des Pendels gebildet waren. – Sie befanden sich in Bögen, welche im Abstande von je 4 ganzen Schwingungen von einander entfernt waren. –

Die gemessenen Grössen sind:

1) $u = 31{,}5^{m.m.}$ Ampl. $= 74{,}5^{m.m.}$ +)

12) $u = 15{,}5$ Ampl $= 75{,}5$

23) $u = -1{,}5$ Ampl $= 76$

Demnach sind die Werthe von arc sin u:

1) 25,00

12) 11,83

23) −1,12

Also

$$\begin{array}{lll} 1) & t = 0{,}138 & \\ & & \big\rangle\ 3{,}928 \\ 12) & t = 4{,}066 & \\ & & \big\rangle\ 3{,}928 \\ 23) & t = 7{,}994 & \end{array}$$

Wo nun t von dem ersten Durchgange des Pendels ~~vor~~ durch ihrer Gleichgewichtslage gerechnet ist. –

Also ist die Zeit von 11 Umdrehungen = 3,928 Pendelschwingn.

Da nun die Zeit einer Pendelschwingung = 0,9488 ist so folgt n die Zahl der Umdrehungen in einer Secunde

$$n = \frac{11}{3{,}928 \cdot 0{,}9488} = \underline{\underline{2{,}9528}}$$

Roland Eötvös

+) als positiv ist hiebei diejenige Richtung an dem Bogen angenommen, in welcher der Pendel den Bogen beschrieben hat. –

Der von Kirchhoff angegebene Werth für n ist

$n = 2,933$ —

Resultate anderer zuverlässiger Beobachtungen sind:

$n = 2,961$
$\text{"} = 2,928$
$= 2,932$

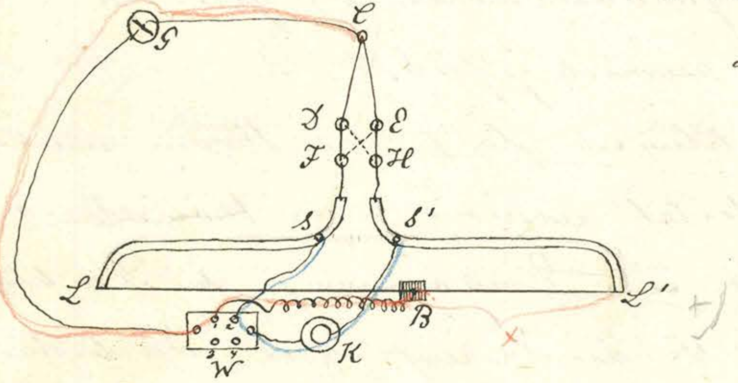
Die Abweichungen rühren aller Wahrscheinlichkeit nach von den Temperaturänderungen her, welche auf den Gang der Rotationsmaschine von wesentlichem Einfluss sein müssen. —

Galv. Wied. I

Vergleichung des galvanischen Wiederstandes einiger Drähte.–

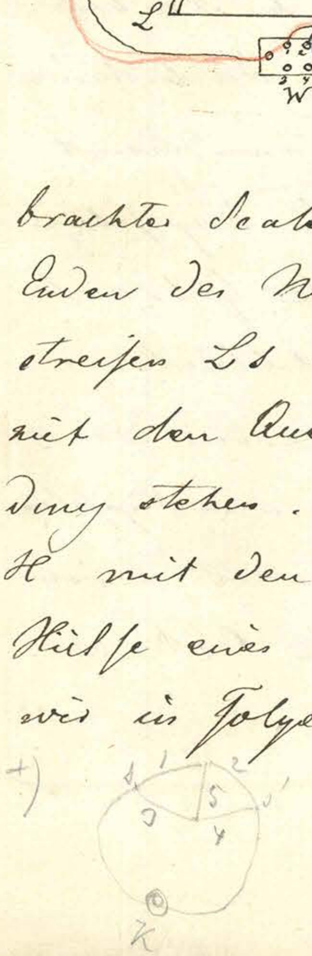
Heidelberg Jul 4

Die Einrichtung des zu diesem Zwecke benützten Apparates beruht auf das Prinzip der Wheatstoneschen Brücke. Zwischen L und L' ist ein Neusilber



Draht ausgespannt – der ~~durch~~ einen verschiebbaren Bleiklotz B – in ~~zwei~~ zwei Theile theilbar ist – deren Längen an einer neben dem Drahte angebrachten Scale abgelesen werden können. – Die Enden des Neusilber Drahtes sind an zwei Kupferstreifen Ls und L's' gelöthet – welche durch Drähte mit den Quecksilbernäpfchen F und H in Verbindung stehen. – Die Verbindung der Näpfchen F und H mit den Näpfchen D und E geschieht mit Hülfe eines Commutators – und zwar werden wir im Folgenden die Lage derselben X mit 2)

+)



— az s s' K vezeték.

— az 5 vezeték.

und die Lage II mit 2) bezeichnen. – Werden nun zwischen C und D, so wie zwischen C und E die Drähte eingeschaltet deren Widerstände zu vergleichen sind – ferner die Klemmschrauben S und S. mit den Polen einer Kette (K) (ein Daniel'sches Element) verbunden; dann ist die Weatstone-sche Brücke hergestellt. –

Um die Intensität des Stromes messen zu können wird der Strom von C aus und die Windungen eines Galvanometers (G) geleitet – und dann nach B zurückgeführt. –

Bei den Beobachtungen darf der Strom nicht anhaltend durchgeleitet werden – es ~~könnte~~ würde ja in diesem Falle eine Erwärmung der Drähte – und folglich eine Veränderung ihrer Widerstände eintreten – Zum Verschlusse des Stromes dient eine Wippe ~~(W)~~ welche bei (W) in den ~~die~~ Näpfchen 1 und 2 oder 3 und 4 ruht – der Gebrauch derselben ist aus der Figur ersichtlich. –

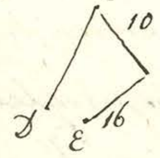
Inductionsströme werden dadurch vermieden dass das Niveau des Quecksilbers in dem Näpfchen 1 ein niedrigeres ist als in 2 – es wird durch diese Einrichtung möglich den Strom CGB vor dem Strome CK zu schliessen. –

Sind w_1 w_2 w_3 w_4 die Wiederstände der 4 Drähte dann besteht – im Falle das ~~kei~~ die Intensität des Stromes im Galvanometer gleich 0 das Verhältniss

$$w_1 : w_2 = w_3 : w_4$$

Mit Hülfe dieser Proportion soll der Wiederstand eines im Folgenden zu gebrauchenden Drahtes annähernd bestimmt werden; es werden hierbei die Wiederstände der Kupferstreifen, so wie der Verbindungsdrähte vernachlässigt – und statt den Wiederständen der Neusilberdrähte ihre Längen benützt. –

Zwischen C und D werden 25 Meter eines Drahtes eingeschaltet dessen verschiedene abgemessene Längen (50, 100, 200 Meter) auch später zu gebrauchen sein werden. – Die Verbindung zwischen C und E wird mit zwei durch 10 und 16 bezeichneten Drahtrollen hergestellt, – ~~Dann wird die Stellung~~ es beziehen sich diese Zahlen auf das Verhältniss ihrer Wiederstände. – Es wird dann die Stellung des Bleiklotzes aufgesucht in welcher bei geschlossenem Strome die Abweichung der Magnetnadel in (G) gleich (0) ist – die Mittellinie von B ist dann von L' in einer Entfernung welche gleich x ist. –



Die Länge LL' ist am benützten Apparate = 1200 mm. die Breite der Kupferstreifen 20 m.m. – Dann ist das erwähnte Verhältniss der Wiederstände folgendes

$$\frac{1180 - x}{x - 20} = \frac{CE}{CD} \quad \text{bei } 1)$$

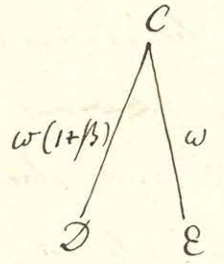
und

$$\frac{1180 - x}{x - 20} = \frac{CD}{EC} \quad \text{bei } 2)$$

Bei der angeführten Einrichtung des Apparates war $x = 86$ – in Folge dessen ist dann

$$\rho_{25\,\text{met.}} = \frac{1094}{66} \cdot 26 = \underline{430}$$

die Richtigkeit dieses Werthes ist nur annähernd – wir werden auch als Wiederstände der doppelten, vierfachen acht Länge desselben Drahtes, das doppelte Vierfache dieser Zahl annehmen. –



In den auszuführenden genaueren Untersuchungen sollen nahezu gleiche Wiederstände verglichen werden – im Falle dass durch den Galvanometer kein Strom fliesst, müssen auch die Längen der Neusilberdrähte ein klein wenig verschieden sein – und zwar soll CD ~~mit~~ um $w\beta$, der Neusilberdraht um λ von w resp. von 600 m.m. abweichen. – Es ist dann

$$\overset{w_1}{1+\alpha} : \overset{w_2}{1} = \overset{w_3}{1} : \overset{w_4}{1+\beta} \qquad 1)$$

und

$$1+\alpha : 1 = 1+\beta : 1 \qquad 2)$$

also:

$$\alpha+\beta = 0 \qquad 1)$$

$$\alpha-\beta = 0 \qquad 2)$$

Bestehen diesen Relationen nicht dann und

$$\alpha+\beta = i_1$$

$$\alpha-\beta = i_2$$

Wo i_1 und i_2 die Intensität der durchgegangenen Ströme bezeichnen – diese Ströme werden durch den ersten Ausschlag der Magnetnadel gemessen. –

Es folgt aus Obigen

$$\alpha = \frac{i_1+i_2}{2}$$

$$\beta = \frac{i_1-i_2}{2}$$

Es kann durch einschalten einer Nebenschliessung ϱ, 2ϱ … β so geändert werden, dass es β' wird – in diesem Falle ist dann:

$$\alpha+\beta_1 = i_1'$$

$$\alpha-\beta' = i_2'$$

$$\alpha = \frac{i_1'-i_2'}{2}$$

$$\beta' = \frac{i_1'-i_2'}{2}$$

Nach den Gesetzen der Stromverzweigung:

$$w(1+\beta') = \frac{w(1+\beta)\varrho}{w(1+\beta)+\varrho}$$

Da β und β' sehr kleine Grössen so reduzirt sich dieser Ausdruck:

$$\beta' = \beta - \frac{w}{\varrho}$$

hierin die Werthe gesetzt:

$$\frac{w}{\varrho} = \frac{1}{2}\left((i-i_2)-(i_1'-i_2')\right)$$

schliesslich ergeben sich:

$$\beta = \frac{i_1-i_2}{(i_1-i_2)-(i_1'-i_2')}\,\frac{w}{\varrho}$$

$$\alpha = \frac{i_1+i_2}{(i_1-i_2)-(i_1'-i_2')}\cdot\frac{w}{\varrho}$$

Es sollten nur die Wiederstände der Drähte 1a, 1b, 2, 4, 6, 10, 16 zuerst unter einander verglichen ~~werden~~ – und dann der Wiederstand eines derselben mit der Einheit des galv. Wiederstandes (einem Etalon der British Association) gemessen werden. –

Es wurde zwischen CD 1b zwischen C und E 1a eingeschaltet – die beobachteten Ausschläge der Nadel, waren –

bei Commutatorstellg 1) $i_1 = +29,5$, $+25,9$

" " " 2) $i_2 = -41,5$, $-44,5$

1b. bekam die Nebenschliessung $\varrho = 430$

$i_1' = +36 \quad , +33{,}0 \qquad i_2' = -51{,}5 \quad , -52{,}0$

Die zweiten dieser Zahlen beziehen sich auf eine Beobachtungsreihe, welche etwa eine Stunde nach der ersten ausgeführt wurde – wegen möglicher Erwärmung der Drähte stehen sie in Bezug auf Zuverlässigkeit den ersteren nach – ich werde sie auch in den Rechnungen beseitigen. –

Diese Werthe so wie $w = 1$ benützt, folgt:

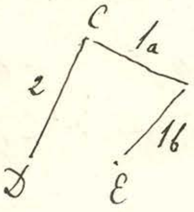
$$\beta = -0{,}0100$$

$$\alpha = +0{,}0017$$

und da $1b = 1a(1+\beta)$ so ist

$$\underline{1_b = 1a(1 - 0{,}0100)}$$

II



$i_1 = -32{,}3 \quad , -34{,}5 \qquad i_2 = +10{,}7 \quad , +10$

$i_1' = -15{,}7 \quad , -15{,}7 \qquad i_2' = -7{,}1 \quad -9$

$w = 2 \qquad \varrho = 430$

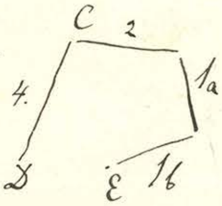
$$\beta = +0{,}0058$$

$$\alpha = +0{,}0029$$

$$2 = (1_a + 1_b)(1+\beta)$$

$$\underline{2 = 1_a(2 + 0{,}0016)}$$

III.



$i_1 = -16{,}4 \quad , -17 \qquad i_2 = -11{,}4 \quad -13{,}4$

$i_1' = +7{,}9 \quad +8{,}2 \qquad i_2' = -35{,}4 \quad -37{,}1$

$$w = 4 \qquad \varrho = 860$$

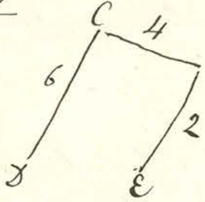
$$\beta = +0{,}0005$$

$$\alpha = +0{,}0021$$

$$4 = (1a + 1b + 2)(1 + \beta)$$

$$\underline{4 = 1a(4 - 0{,}0064)}$$

IV



$$i_1 = -8{,}5 \;.\; -9 \qquad i_1' = +27{,}8 \quad +29$$

$$i_2 = -24 \quad ,-25 \qquad i_2' = -62{,}2 \quad -63$$

$$w = 6 \qquad \varrho = 860$$

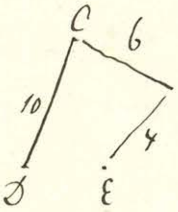
$$\beta = -0{,}0017$$

$$\alpha = +0{,}0036$$

$$6 = (2 + 4)(1 + \beta)$$

$$\underline{6 = 1a(6 - 0{,}0150)}$$

V.



$$i_1 = +27{,}3 \quad +26{,}1 \qquad i_1' = +59{,}7 \quad +60$$

$$i_2 = -61 \quad -62{,}5 \qquad i_2' = -96{,}9 \quad -96{,}8$$

$$w = 10 \qquad \varrho = 1720$$

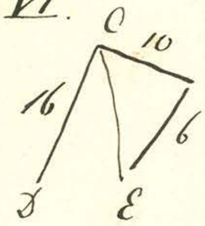
$$\beta = -0{,}0078$$

$$\alpha = +0{,}0030$$

$$10 = (6 + 4)(1 + \beta)$$

$$\underline{10 = 1a(10 - 0{,}0994)}$$

VI.



$i_1 = +3,2 \quad , +2 \qquad i'_1 = +31,1 \quad , +29$

$i_2 = -30,4 \quad , -39,5 \qquad i'_2 = -67,3 \quad , -68$

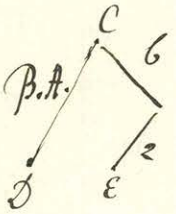
$w = 16 \qquad \rho = 8$

$\beta = -0,0043$

$\alpha = 0,0035$

$$\underline{16 = 1_a(16 - 0,1828)}$$

Es wurde nun noch 1a mit dem Etalon der British Association verglichen:



Der Ausschlag der Nadel war:

$i_1 = -114,2 \quad , -117,0$

$i_2 = +80,3 \quad , +82,2$

Es ist β mit $(i_1 - i_2)$ proportional folglich ist zu setzen:

$$BA = (w_2 + w_6)(1 + \mathcal{C}(i_1 - i_2))$$

also:

$$\underline{BA = 1a(7,9866(1 - \mathcal{C}\,194,5)}$$

Dem (2) Gab ich nun die Nebenschliessung $\underline{16}$; dann ist mit Benutzung der Gesetze der Stromverzweigung, da in diesem Falle $\beta = \beta'$ wird – und β' mit $i'_1 - i'_2$ proportional ist:

$$B.A = \left(\frac{w_2 \cdot w_{16}}{w_2 + w_{16}} + w_{26}\right)(1 + \mathcal{C}(i'_1 - i'_2)$$

Die Intensitäten der Ströme waren bei dieser Anordnung:

$$i_1' = +63 \quad , \quad +64{,}2$$

$$i_2' = -95{,}3 \quad -101{,}2$$

Also mit Benutzung der gefundenen Werthe von w_2, w_6 und $w_{,6}$

$$\underline{B.A = 1_a 7{,}7617\,(1 + C\,158{,}3)}$$

Aus den zwei Werthen von BA folgt nach Elimination von C:

$$BA.\ 1{,}7891 = 1_a\,(14{,}0789)$$

und schliesslich:

$$\underline{\underline{1_a = BA.\ 0{,}1271}}$$

Es ist.

$$B.A. = 10^{10} \cdot \frac{1\,\text{mm.}}{1\,\text{sec.}}$$

bei der Temp. 15°4 Cels.

Roland Eötvös

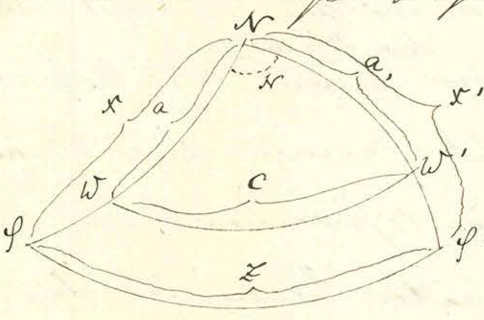
Opt. Axen. I

Die optischen Axen eines Arragonit Krystall's für das Natriumlicht bestimmt. –

14/6 Heidelberg.

Der Winkel welchen die scheinbaren optischen Axen eines Krystall's mit einander bilden; ferner die Winkel welche diese mit der Normale der Krystallplatte bilden – und das Mittlere Brechungsquotient aus dem Krystall in Luft bestimmen die wahren optischen Axen desselben. –

Es fallen beim betrachteten Arragonit Krystalle die Opt. Axen und die Normale der Grenzfläche nicht in dieselbe Ebene – ist N der Punkt in dem die Normale die Kugeloberfläche schneidet – sind WW' und SS' die entsprechenden Schnittpunkte der wahren und scheinbaren optischen Axen – benützen wir endlich die an der Figur angedeuteten Bezeichnungen der Winkel, so folgt aus Δ NWW':



$$\cos c = \cos a \cos a' + \sin a \sin a' \cos N$$

Aus dem ähnlichen Dreiecke NSS' folgt:

$$\cos Z = \cos x \cos x' + \sin x \sin x' \cos N$$

Da nun:

$$\sin x = n \sin a$$

$$\sin x' = n \sin a'$$

$$1 = 1$$

$$\cancel{1+} \frac{\sin^2 x}{n^2} = \cancel{\tfrac{z}{z}} \sin^2 a$$

~~$1 - \sin^2 x = 1 - n^2 \sin^2 a$~~

$$1 - \frac{\sin^2 x}{n^2} = 1 - \sin^2 a$$

$$\cos a = + \sqrt{1 - \frac{\sin^2 x}{n^2}}$$

so erhalten wir:

$$\cos c = \frac{\cos Z}{n^2} + \cos a \cos a' - \frac{\cos x \cos x'}{n^2}$$

Wo $\underline{n}$ das mittlere Brechungsverhältniss bezeichnet, es ist nach Versuchen von Rudberg, an der Grenzfläche von Arragonit und Luft - für das Natriumlicht

$$n = 1,68157$$

Bringt man nun die annähernd senkrecht zur Mittellinie geschliffene ~~Kr~~ Arragonitplatte, so zwischen zwei Nicol'schen Prismen, dass die Ebene der Optischen Axen derselben - mit den parallelen Polarisationsebenen der Nicol's einen Winkel von 45 Grad bilden - so sieht man zwei Ringsysteme die einer Lemniscate entsprechen - die Brennpunkte dieser Lemniscate liegen in der Richtung der scheinbaren optischen Axen. -

Es wird der Krystall auf eine Platte angeklebt - mit welcher sie, und eine senkrecht zur Mit-linie der Nicol'schen Prismen stehende Axe gedreht werden kann – die Drehungen dieser Axe können an einer Kreistheilung abgelesen werden. –

Es wurde nun die Drehungsaxe senkrecht zur Mittellinie beider Nicol's gemacht (was mit Hülfe einer an der Stelle des Arragonites aufgeklebten Glasplatte geschieht) – und diese Mittellinie mit den scheinb. Opt. Axen in dieselbe Ebene gebracht. – Diese schon erwähnte Mittellinie ist durch ein zwischen Platte und Nicol ~~angebrachten~~ gespannten Fadenkreuz zu erkennen – dieses Fadenkreuz wurde nun zuerst mit dem einen dann mit dem andern Brennpunkte der Lemnicate zur Deckung gebracht es ergab sich so:

Richtung der ersten Optischen Axe:

Nonius I 104°610
" II 304°605
Mittel = 204°608

Richtung der zweiten Optischen Axe:

Nonius I 70°25
" II 270°25
Mittel = 170°25

Also: Z = 34°358 Center. Gr.

Z = 30° 55' 20"

Nach dieser Beobachtung mussten die Normale der Krystallplatte und eine der scheinb. opt. Axen in dieselbe Ebene gebracht werden — An der Ocularröhre ist hinter dem Nicol eine Öffnung — das an dieser einfallende Licht wird durch einen zur Mittellinie um 45° geneigten Spiegel auf die Krystallplatte geworfen — das das reflectirte Licht tritt dann durch das Fadenkreuz zum Auge. — Fällt nun bei einer Stellung das Fadenkreuz mit seinem Spiegelbilde — bei der zweiten Stellung mit einem Brennpunkte der Lemniscate zusammen — dann liegen Normale und scheinb. Opt. Axe in derselben Ebene. —

Nach dieser Einstellung beobachtete ich, die Richtung der Normale:

Nonius I 91° 945
Mittel: 191° 9425
„ II 291° 940

Die Richtung der ersten opt. Axe:

Nonius I 104° 085
Mittel = 204° 0825
„ II 304° 080

Also $x = 12°14$ Centes Gr.

$\underline{x = 10° 55' 34''}$

Nach der oben beschriebnen weise brachte ich nun die zweite scheinb. Opt. Axe u. die Normale in dieselbe Ebene. –

Richtung der Normale:

Nonius I $92^\circ 8625$
" II $292^\circ 8575$ Mittel: $192^\circ 86$

Richtung der 2ten Opt. Axe.

Nonius I $70^\circ 34$
" II $270^\circ 335$ Mittel $170^\circ 3375$

$x' = 22^\circ 5225$ Cent.-Gr.

$\underline{x' = 20^\circ\ 16'\ 13''}$

Mit Hülfe dieser Werthe wurden berechnet:

$a = 6^\circ\ 28'\ 20''$

$a' = 11^\circ\ 53'\ 24''$

und schliesslich:

$\cos c = 0{,}949962$

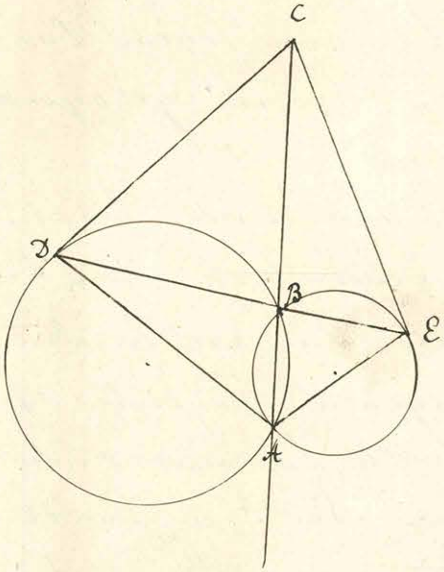
folglich:

$\underline{\underline{c = 18^\circ\ 12'\ 6''}}$

Roland Eötvös

Heidelberg. 11. Dec..

1)



1) Haben zwei Kreise eine gemeinschaftliche Secante so sind die von jedem Punkte derselben zu den beiden Kreisen gezogenen Tangenten von gleicher Länge.–

Dieser Satz folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $\overline{CDA}$ und $\overline{CDB}$, sowie CAE und CBE — wir haben nähmlich aus diesen:

$$CA : CD = CD : CB$$ und

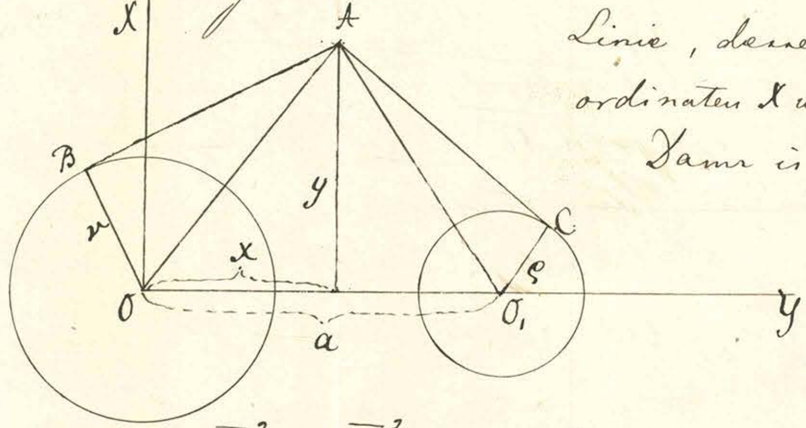
$$CA : CE = CE : CB$$ folglich:

$$\overline{CD}^2 = \overline{CE}^2$$

2) Es lässt sich nun die Frage aufstellen

ob nicht zwischen zwei in irgend einer Entfernung stehenden Kreisen eine Gerade liegt, die dieselbe Eigenschaft besässe; dass nähmlich die von jedem Punkte derselben zu beiden Kreisen gezogenen Tangenten gleich seien. –

Die Frage lässt sich analytisch beantworten. – Es ist jedenfalls eine Reihe von Punkten denkbar für welche die zu beiden Kreisen O und O_1 gezogenen Tangenten gleich sind – diese Punkte lassen sich in eine Linie vereinigen. – Sei A ein Punkt dieser Linie, dessen Coordinaten x und y sind. – Dann ist:



$$\overline{AO}^2 = \overline{AB}^2 + r^2 = x^2 + y^2$$

und

$$\overline{AO_1}^2 = \overline{AC}^2 + \rho^2 = (a-x)^2 + y^2$$

Ziehen wir die zweite Gleichung von der ersten ab, so ergibt sich, da der Annahme nach AB = AC ; ~~so entsteht~~ :

$$r^2-\varrho^2=-a^2+2ax$$

folglich

$$x=\frac{a^2+r^2-\varrho^2}{2a}$$

Diese Gleichung sagt nun, dass die Linie, die die erwähnte Eigenschaft besitzen soll, eine Gerade ist; dass ferner die von den verschiedenen Werthen von y unabhängig, so der y axe Parallel und der Richtung der Entfernung beider Kreise vertical ist. –

Ist $a=0$, haben also die Kreise einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt so ist $x=\infty$; berühren sich die Kreise in einem Punkte, so ist $a=r-\varrho$ und $x=r$ etc. –

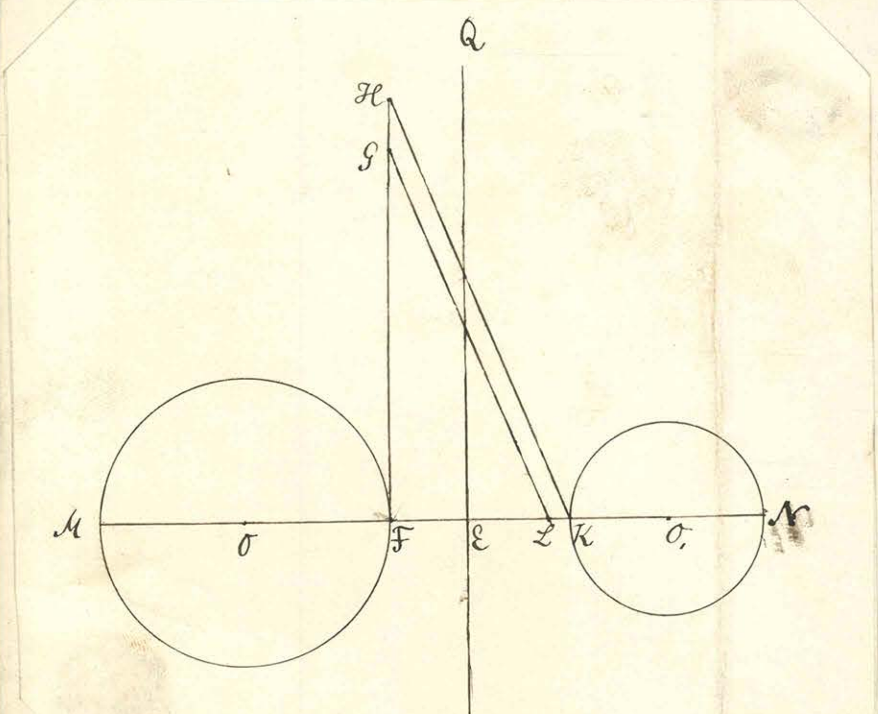
3) Als leichteste Constructionsmethode dieser Gerade denke ich folgende anwenden zu

zu können. – Ich will den Abstand von x und dem Kreise r also EF construiren. – Da:

$$EF = x - a \quad \text{also ist}$$

$$EF = \frac{a^2+r^2-\rho^2-2ra}{2a} \quad \text{und}$$

$$2EF = \frac{((a-r)+\rho)((a-r)-\rho)}{a}$$



– Man zieht nun in dem Punkte F dem MN vertical FH = a und FG = FN = (a−r)+ρ – verbindet den Punkt H mit K und zieht dieser Linie HK Parallel GL. Halbirt man nun FL und errichtet im Halbirungspunkte E eine Verticale, so ist dies die gesuchte Gerade; denn offenbar steht: