Ms 5095/13 Eötvös Loránd egyetemi
előadásai 1871/72

Előadás.

Diffractió.

187¹/₂ téli félév

hetenkint 1 óra?

Diffr. I

Diffractió.

A fényhajlitás jelenetei.

I, II és III-ik előadás.

A fényelmélet feltételei (l. fényelmélete)
Egy mozgás terjedése ruganyos közegben. (l. u.)

<u>Huyghens féle elv.</u>

Ha egy rezgési forrás a közeg valamely pontjával közli rezgéseit, úgy ezen pont ~~rezgését~~ mozgását szabad úgy tekintenünk, mint azon mozgások eredőjét, melyeket azzal bármely közte s a rezgő forrás közt fekvő hullámfelületnek minden pontja közöl. —

Ez elvben benfoglaltatik az; hogy a rezgési mozgás elterjedésénél rezgésbe hozott bármely pont ismét rezgési forrás gyanánt ~~szolgál~~ hat. —

A fénytan alapegyenletei. –
Szín, hullámhossz. –
Phasis.
Amplitud.
Intensitás $= a^2$
<u>Több homogen, parallel s egy síkban polarisált fény-sugár összehatása.</u> –
Az eredő

Intensitás, $\underline{J = \left(\sum a_k \cos \delta_k 2\pi\right)^2 + \left(\sum a_k \sin \delta_k 2\pi\right)^2}$

az eredő sugár Phasisát megállapító δ szög:

$$\operatorname{tg} \delta\pi = \frac{\sum a_k \sin \delta_k 2\pi}{\sum a_k \cos \delta_k 2\pi}$$

IV. Előadás.

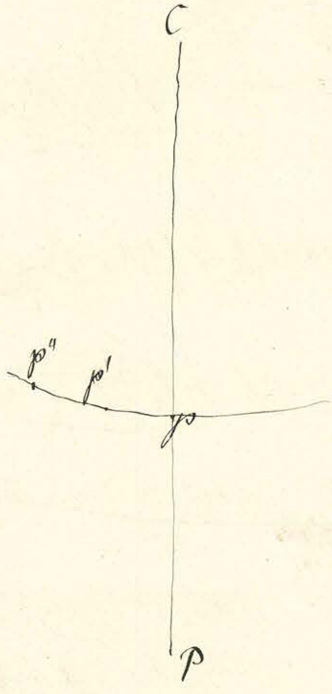
<u>Példa</u>: két sugár összehatása

$$J = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos(\delta_1 - \delta_2)\, 2\pi.$$

ha $\delta_1 - \delta_2 = 0$ úgy $J = (a_1 + a_2)^2$ s úgy ha $a_1 = a_2$ $J = 4a_1^2$
" $\delta_1 - \delta_2 = \frac{1}{2}$ " $= (a_1 - a_2)^2$ " " $J = 0$
" $= \frac{1}{4}$ " $= a_1^2 + a_2^2$ " " $J = 2a_1^2$

Ha oly fénysugarakat teszünk össze, melyek nem parallelek, hanem egymással kis szöget

képeknek úgy szabad azt épp
úgy tekintenünk mintha a nyugvók
parallelek volnának. —
Ugyanez áll egy polarizatióval
bíró sugarak összetevőire ne-
legyenek d'kjai kis szöget kö-
zöttük. — Mindkét esetben
a hiba elenyésző kicsiny.



Huygens' zonái a gömbön

$$Pp' - Pp = \frac{\lambda}{2} \text{ etc.}$$

Egyes ily gömbövre nézve
szabad a sugarakat parallelekül
venni. s így

$$a \cos \delta 2\pi = \sum a_k \cos \delta_k 2\pi$$

$$= n \frac{1}{n} \sum a_k \cos \delta_k 2\pi$$

$$= p.\, f \frac{1}{\lambda} \sum_0^{\frac{\lambda}{2}} a_k \cos \delta_k 2\pi$$

$$a = p f \sqrt{\frac{1}{2\lambda}}\, a \,..$$

$$b - b' + b'' - b''' + \dots$$

$$f \,,\quad f + \Delta f \quad f + 2\Delta f + \Delta^2 f$$

$$i \,,\quad i + \Delta i \quad i + 2\Delta i + \Delta^2 i$$

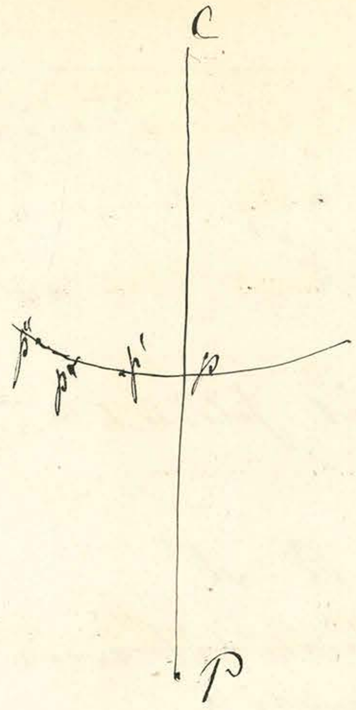
$$fi \,,\ (i + \Delta i)(f + \Delta f) \quad (f + 2\Delta f + \Delta^2 f)(i + 2\Delta i + \Delta^2 i)$$

$$\cancel{fi} + \cancel{f\Delta i} + \frac{1}{2} f \Delta^2 i + \cancel{i\Delta f} + 2\Delta f \Delta i + \cancel{\Delta f\Delta^2 i} +$$

$$\frac{\Delta^2 f i}{2} + \cancel{\Delta i \Delta^2 f} + \cancel{\frac{\Delta^2 i \Delta^2 f}{2}}$$

$$fi + (i\Delta f + f\Delta i) + \left(\frac{1}{2} i \Delta^2 f + \frac{1}{2} f \Delta^2 i + 2\Delta f \Delta i\right)$$

$$fi + (i\Delta f + f\Delta i) + \Delta f \Delta i$$



Alkossuk Huyghens zónáit
akként hogy legyen
$Pp' - Pp = \frac{\lambda}{2}$ s. t. e.
Osszuk fel még e zónákat
meridiankörök által, melyek
száma legyen V = végt. nagy.
Úgy egy elkként a gömbfelületen
meghatározott négyszögü felületelem
P-hez küld.

$$A = \sqrt{\left(\Sigma a \sin \delta 2\pi\right)^2 + \left(\Sigma a \cos \delta 2\pi\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} \delta 2\pi = \frac{\Sigma a \sin \delta 2\pi}{\Sigma a \cos \delta 2\pi}.$$

Az első gömbövre nézve

$$u = a \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{Pp}{\lambda} - \frac{r}{\lambda}\right) 2\pi.$$

$\delta = 0$ egész $\delta = -\frac{1}{2}$
a második $\delta = -\frac{1}{2}$ egész $\delta = 1$ ig.
Tehát ha két egy meridian mellett
fekvő, a két szomszéd gömbövhöz
tartozó részre nézve lesz.

$$A = \sqrt{\left(\sum_0^{-\frac{1}{2}} a \sin \delta 2\pi\right)^2 + \left(\sum_0^{-\frac{1}{2}} a \cos \delta 2\pi\right)^2}$$ 1642 - 1727

és $$A' = \sqrt{\sum_{-\frac{1}{2}}^{-1} \quad + \sum_{-\frac{1}{2}}^{-1}}$$

Ha a két felület ugyanaz

úgy lenne

$$A = A'$$

~~úgy a kettőből eredő~~

A-nak megfelelő

$$\operatorname{tg} \delta 2\pi = \frac{\sum_0^{-\frac{1}{2}} a \sin \delta 2\pi}{\sum_0^{-\frac{1}{2}} a \cos \delta 2\pi} = - \cancel{\delta 2\pi}$$

ha egyenletes elterjedés akkor

$$\delta 2\pi = \frac{3}{2}\pi$$

A' megfelel

$$\operatorname{tg} \delta' 2\pi = \frac{\sum_{-\frac{1}{2}}^{-1} a \sin \delta 2\pi}{\sum_{-\frac{1}{2}}^{-1} a \cos \delta 2\pi}.$$

$$\delta' 2\pi = \frac{1}{2}\pi$$

tehát $\delta - \delta' = \frac{1}{2}$

Ha tehát a két felület egyenlő volna úgy a küldő által egy pontkor küldött eleven erő mennyiség is egyenlő volna. Ez nincs úgy ~~mert először~~ de láttuk hogy közel úgy van:

$$A = m \cdot \tfrac{1}{2} \sqrt{(\Sigma a \sin \delta u)^2 + (\Sigma a \cos \delta u)^2}$$

$$A = f \cdot \varepsilon \tfrac{1}{2} \sqrt{}$$

$\varepsilon \tfrac{1}{2} \sqrt{}$ = Az Amplitud középértéke

$\varepsilon \tfrac{1}{2} \sqrt{}$ = a felület egység által küldött Amplitud.

$$A = \varepsilon f \alpha \qquad \alpha = \text{Az amplitud. középértéke}$$

Fresnel szerint szabad gondolnunk, hogy minden ~~egy felület elem meg~~ magasabb rendű zónája hatása megsemmisíttetik azon zónák-fél hatása által, melyek azt érintik. Röllek. I, 103

Legyen 3 egymásra következő
Zonára nézve.

$$\cancel{\alpha\,,\ \alpha+\Delta\alpha\,,\ \alpha+\Delta\alpha+\Delta^2}$$

$$\alpha\,,\quad \alpha+\Delta\alpha\,,\quad \alpha+2\Delta\alpha+\Delta^2\alpha$$

$$f\,,\quad f+\Delta f\,,\quad f+2\Delta f+\Delta^2 f.$$

$$\alpha f\,,\quad \underbrace{\alpha f+\Delta\alpha f+\Delta f\alpha+\Delta\alpha\Delta f}_{2}\,,\quad \alpha f+2f\Delta\alpha+f\Delta^2\alpha+2\alpha\Delta f+4\Delta\alpha\Delta f.$$

1 és 2 vek fel á, vagy:

$$\alpha f+f\Delta\alpha+\alpha\Delta f = 2$$

A hol csak 2rendű vágt.
Kicsiny mennyiségek vannak elhanyagolva.
Ha ez áll két egy meridiánra vonalkozólag, úgy áll az egész gömbövre. S így csakugyan Fresnel Constructiója be van bizonyítva.
S ebből az következik, hogy

Diffr. II.

Magasabb rendű gömbhéjak egymást megsemmisítvén, csak oly gömbhéjakat kell tekintetbe vennünk, melyek alsóbb rendűek, vagyis melyek parallel sugarakat küldenek P ponthoz. – Minekutána pedig azon pontok sokasága, melyek a paralleltől eltérő irányú sugarakat küldenének elenyésző kicsiny, szabad a sugarakat úgy összetennünk mintha azok mind parallelek volnának. – Billet 106.

Fényszaporítás Fresnel ernyője által.

Szedjük ki a 2. 4 6 ik zonát: úgy az 1 3 5 7 összehatnak s [illegible] fény, [illegible] lesz.

Távol függő 10 métertől
a fény forrásától a 2-ik zona
körülbelől $\frac{1}{4}$ milliméter.

① Ha ez centre is alkalmazzuk Fresnel számítását. – ~~Egy ernyő nélkül~~
A-val jelölve az 1 által létrehozott amplitudot lenne ernyő nélkül

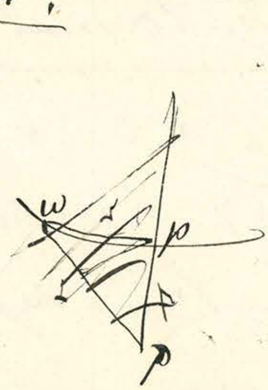
$$i = \frac{1}{4}\alpha^2$$

Ernyővel: α^2 és még a harmadik zona $\frac{1}{2}$ fele is
$\frac{1}{2}\alpha^2$ amplitudója, tehát

$$i' = \frac{5}{4}\alpha^2 = 5\,i$$

Egy kicsiny átlátszatlan korong belől meg van világitva.

Sötét pont egy fénygyűrű belsejében mely létre jön ha a fény kis környílásán nyilásos megy át – melyre nézve



$$P\omega - Pp = 2n\frac{d}{2}$$

Láttuk hogy a közeg egy P pontjának mozgását tekinthetjük mint eredőjét azon összes mozgásoknak, melyeket vele a hullámfelület minden pontja közöl, fényt parallelen bocsátva ki.

Így úgy mondhatjuk, hogy ~~fé~~ mozgásokat a vetületnek ~~minden~~ a sugárirányra merőleges síkra pontja bocsátja ki; mert az első gömbövökre a vetület összeesik, magukkal a gömbövökkel, s a többi vetületek egymást határaikban megsemmisítik. —

OP-re merőleges sík xy

p. kezdőpont

E elemnek $\frac{A}{\alpha}$

P. neh $\frac{A}{\alpha\beta}$

E elem nagyság $dx\,dy$ ahol az

pontok száma V.

$$V\frac{A}{\alpha\beta}$$

$$V = p.\,dx\,dy$$

$$\frac{p\,A\,dx\,dy}{\alpha\beta} \qquad \underline{\underline{K.\,\frac{dx\,dy}{\alpha.\,\beta.}}}$$

Ugyanezen és tétele len minden

mas elemre nézve. –

$\alpha+\beta$ – Pl = α sin versus φ β sin versus ϑ.

$$\sin\text{vers}\,\varphi = 1 - \cos\varphi.$$

$$\cos\varphi = 1 - \frac{\varphi^2}{2} + \frac{\varphi^4}{4!} - \frac{\varphi^6}{6!} + \text{etc.}$$

$$f(\alpha + h) = f a + \frac{h}{1} f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a + \ldots$$

$$\delta 2\pi = \cancel{2}\pi\,\frac{\alpha+\beta}{\cancel{2}\alpha\beta\, d(x^2+y^2)}$$

$$J = \frac{k^2}{\alpha^2\beta^2}\Big[\overset{I}{\iint dx\,dy \cos\pi \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}(x^2+y^2)}\Big]^2$$

$$+ \frac{k^2}{\alpha^2\beta^2}\Big[\overset{II}{\iint dx\,dy \sin\pi \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}(x^2+y^2)}\Big]^2$$

$$\operatorname{tg} \delta\, 2\pi = \frac{\iint}{\iint}$$

$$\iint dx\,dy \cos\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}x^2 \cos\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}y^2 -$$

$$I = \overset{A}{\int \cos\pi \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}x^2\,dx} \overset{B}{\int \cos\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}y^2\,dy}$$

$$- \overset{C}{\int \sin \cdot \quad dx} \overset{D}{\int \sin \quad dy} = AB - CD$$

$$II = \int dx \sin \quad \int dy \cos$$

$$+ \int dx \cos \quad \int dy \sin \quad = CB + AD$$

$$J = \frac{k^2}{\alpha^2\beta^2}\Big\{(AB - CD)^2 + (CB + AD)^2\Big\}$$

$$J = \frac{k^2}{\alpha^2\beta^2}\left(A^2B^2 + B^2C^2 + C^2D^2 + D^2A^2\right)$$

Fresnel

$\cancel{x\sqrt{\beta\alpha}}^{\alpha}$

$$x^2\,\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta d}\,\pi = v^2\,\frac{\pi}{2}$$

$$dx = dv\sqrt{\frac{\pi}{2}}\cdot\sqrt{\frac{\alpha\beta d}{\alpha+\beta\,\pi}}$$

$$dx = dv\left(\frac{\alpha\beta d}{2(\alpha+\beta)}\right)$$

$$\sqrt{}\;\int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2$$

Diffractio.

$$J = \frac{k^2}{\alpha^2\beta^2}\left(A^2B^2 + C^2B^2 + C^2D^2 + D^2A^2\right)$$

hol

$$A = \int dx \cos\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}x^2 \qquad B = \int dy \cos\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}y^2$$

$$C = \int dx \sin\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}x^2 \qquad D = \int dy \sin\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}y^2$$

ha teszük

$$\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}x^2 = \frac{\pi}{2}v^2 \quad \text{úgy} \quad dx = dv\sqrt{\frac{\alpha\beta\lambda}{2(\alpha+\beta)}}$$

$$A = \sqrt{\frac{\alpha\beta\lambda}{2(\alpha+\beta)}}\int dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 \quad \text{és} \quad C = \sqrt{\frac{\alpha\beta\lambda}{2(\alpha+\beta)}}\int dv \sin\frac{\pi}{2}v^2.$$

$$\int dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 \quad \text{és} \quad \int dv \sin\frac{\pi}{2}v^2.$$

Cauchy-féle sorok.

Részletes egyesítések alapján

találjuk, hogy:

1) $\int dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{1}{\pi v}\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \frac{1}{\pi}\int\frac{dv}{v^2}\sin\frac{\pi}{2}v^2$

2) $\int\frac{dv}{v^2}\sin\frac{\pi}{2}v^2 = -\frac{1}{\pi v^3}\cos\frac{\pi}{2}v^2 - \frac{3}{\pi}\int\frac{dv}{v^4}\cos\frac{\pi}{2}v^2$

3) $\int\frac{dv}{v^4}\cos\frac{\pi}{2}v^2 = +\frac{1}{\pi v^5}\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \frac{5}{\pi}\int\frac{dv}{v^6}\sin\frac{\pi}{2}v^2$

4) $\int\frac{dv}{v^6}\sin\frac{\pi}{2}v^2 = -\frac{1}{\pi v^7}\cos\frac{\pi}{2}v^2 - \frac{7}{\pi}\int\frac{dv}{v^8}\sin\frac{\pi}{2}v^2$

. . . .

$(2n-1)$ $\int\frac{dv}{v^{4(n-1)}}\cos\frac{\pi}{2}v^2 = \pm\frac{1}{\pi v^{4n-3}}\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \frac{4n-3}{\pi}\int\frac{dv}{v^{4n-2}}\sin\frac{\pi}{2}v^2$

$(2n)$ $\int\frac{dv}{v^{4n-2}} = \mp\frac{1}{\pi v^{4n-1}}\cos\frac{\pi}{2}v^2 - \frac{4n-1}{\pi}\int\frac{dv}{v^{4n}}\cos\frac{\pi}{2}v^2$

$\int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 = \sin\frac{\pi}{2}v^2\left\{\frac{1}{\pi v} + \frac{1.3}{\pi^3 v^5}\right.$

a $\qquad$ $b.$

$= \frac{1}{\pi v}\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \frac{1}{\pi^2 v^3}\cos\frac{\pi}{2}v^2 + \frac{1.3}{\pi^3 v^5}a + \frac{1.3.5}{\pi^4 v^6}b +$

$\frac{1.3.5.7}{\pi^5 v^7}$

$$\int dv\, \cos^2\frac{\pi}{2} = \sin\frac{\pi}{2}v^2 \left\{ \frac{1}{\pi v} - \frac{1.3}{\pi^3 v^5} + \frac{1.3.5.7}{\pi^5 v^9} - \frac{1.3.5.7.9.11}{\pi^7 v^{13}} + \cdots \pm \frac{1.3.5.7\cdots(4n-5)}{\pi^{2n-1} v^{4n-3}} \right\}$$

$$+\cos\frac{\pi}{2}v^2 \left\{ -\frac{1}{\pi^2 v^3} + \frac{1.3.5}{\pi^4 v^7} - \frac{1.3.5.7.9}{\pi^6 v^{11}} + \frac{1.3.5\cdots 13}{\pi^8 v^{15}} \mp \frac{1.3.5.7\cdots(4n-3)}{\pi^{2n} v^{4n-1}} \right\}$$

$$\mp \frac{1.3.5\cdots(4n-3)(4n-1)}{\pi^{2n}} \int \frac{dv}{v^{4n}} \cos\frac{\pi}{2}v^2$$

a hol

felső } jelek n { páratlan } értékeinek felelnek meg.
alsó } jelek n { páros } értékeinek felelnek meg.

---

2) Integral [illegible].

$\cancel{\int \frac{dv}{\ldots}}$ $\cancel{dv \sin\frac{\pi}{2}v^2 = d\varphi}$ $\cancel{\frac{1}{v^2} = \vartheta}$

$\cancel{\int \vartheta\, d\varphi = \vartheta\varphi - \int \varphi\, d\vartheta}$

$\cancel{\frac{\pi}{2}v^2 = \xi \quad \pi v\, dv = d\xi \quad dv = \frac{1}{\pi v}d\xi}$

1) $\int \vartheta\, d\varphi = \vartheta\varphi - \int \varphi\, d\vartheta$ $\vartheta = \frac{1}{\pi v}$ $d\varphi = \pi v \cos\frac{\pi}{2}v^2\, dv$.

$\frac{\pi}{2}v^2 = \xi$ $\pi v\, dv = d\xi$ $d\varphi = \cos\xi\, d\xi$ $\varphi = \sin\frac{\pi}{2}v^2$

$d\vartheta = -\frac{1}{\pi v^2}$

$1) = \frac{1}{\pi v}\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \frac{1}{\pi}\int \frac{dv}{v^2} \sin\frac{\pi}{2}v^2$

2) Integral

$$\pi v \sin\frac{\pi}{2}v^2 dv = d\vartheta \qquad \vartheta = -\cos\frac{\pi}{2}v^2$$

$$\varphi = \frac{1}{\pi v^3} \qquad \varphi\vartheta = -\frac{1}{\pi v^3}\cos\frac{\pi}{2}v^2 -$$

Ezen Integrálok v határai közt veendők

$$\int_{m'}^{m} = \int_0^{m} + \int_{m'}^{0} = \int_0^{m} - \int_0^{m'}$$

$$\int_0^{m} = \int_0^{\infty} + \int_{\infty}^{m} \cancel{= \int_0^{\infty} - \int_m^{\infty}}$$

$$\int_0^{m} = \frac{1}{2} + \int_{\infty}^{m}$$

$$\int_0^{m} = \frac{1}{2} + \sin\frac{\pi}{2}v^2 M - \cos\frac{\pi}{2}v^2 N \mp \frac{1.3.5.\dots(4n-3)(4n-1)}{\pi^{2n}}\int_0^{m}\frac{dv}{v^{4n}}\cos\frac{\pi}{2}$$

$$M = \frac{1}{\pi m} - \frac{1.3}{\pi^3 m^5} + \frac{1\dots7}{\pi^5 m^9} - \dots$$

$$N = \frac{1}{\pi^2 m^3} - \frac{1.3.5}{\pi^4 m^7} + \frac{1\dots9}{\pi^6 m^{11}} - \dots$$

$$\cancel{R < \int_{\infty}^{m} \frac{dv}{v^{4n}}}$$

$$R < \frac{1.3.5\ldots(4n-3)(4n-1)}{\pi^{2n}} \int_{\infty}^{m} \frac{dv}{v^{4n}}$$

$$\int_{\infty}^{m} \frac{dv}{v^{4n}} = \left[- \frac{1}{(4n-1)\, v^{4n-1}} \right]_{\infty}^{m}$$

$$= - \frac{1}{(4n-1)\, m^{4n-1}}$$

$$R < \frac{1.3.5\ldots(4n-3)}{\pi^{2n}\, m^{4n-1}}$$

$$dx^{n} = n\, x^{n-1}\, dx$$

$$dx^{n+1} = (n+1)\, x^{n}\, dx$$

$$\int x^{n} dx = \frac{x^{n+1}}{(n+1)}$$

$\cos \frac{H}{2} v^{2}$

$$\int_0^m dv \sin\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{1}{2} - M\cos\frac{\pi}{2}m^2 - N\sin\frac{\pi}{2}m^2$$

$$\mp \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7\cdot(4n-3)(4n-1)}{\pi^{2n}}\int\frac{dv}{v^{4n}}\sin\frac{\pi}{2}v^2$$

$$R < \frac{1\cdot3\cdot5\cdot7\,(4n-3)}{\pi^{2n}\,m^{4n-1}}$$

Diffr. IV

$$\int_0^m dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{1}{2} + M\sin\frac{\pi}{2}m^2 - N\cos\frac{\pi}{2}m^2$$

$$\mp \frac{1.3.5.\ldots(4n-3)(4n-1)}{\pi^{2n}}\int_\infty^m \frac{dv}{v^{4n}}\cos\frac{\pi}{2}v^2$$

$$M = \frac{1}{\pi m} - \frac{1.3.}{\pi^3 m^5} + \frac{1.3.5.7.}{\pi^5 m^9} - \text{etc.} \pm \frac{1.3.5\ldots(4n-5)}{\pi^{2n-1} m^{4n-3}}$$

$$N = \frac{1}{\pi^2 m^3} - \frac{1.3.5}{\pi^4 m^7} + \frac{1.3.5.7.9}{\pi^6 m^{11}} - \text{etc} \pm \frac{1.3.5.\ (4n-3)}{\pi^{2n} m^{4n-1}}$$

$$R < \frac{1.3.5\ (4n-3)(4n-1)}{\pi^{2n}}\int_\infty^m \frac{dv}{v^{4n}} \qquad \int\frac{dv}{v^{4n}} = \frac{1}{(4n-1)v^{4n-1}}$$

$$R < \frac{1.3.5\ (4n-3)}{\pi^{2n} v^{4n-1}}$$

Mennyire lehetséges ezt használni bármely !

$$M = 0{,}318\frac{1}{m} - 0{,}096\frac{1}{m^5} + 0{,}343\frac{1}{m^9} - 3{,}44\frac{1}{m^{13}}$$
$$+ 68\frac{1}{m^{17}} - \text{etc.}$$

$$N = 0{,}101\frac{1}{m^3} - 0{,}154\frac{1}{m^7} + 0{,}982\frac{1}{m^{11}} - 14{,}2\frac{1}{m^{15}}$$
$$+ 36[illegible]\frac{1}{m^{19}}$$

$m = 1{,}8$

$$M = 0{,}177 - 0{,}006 + 0{,}001 - 0{,}001 + 0{,}003 - \text{etc.}$$
$$N = 0{,}017 - 0{,}002 + 0{,}001 - 0{,}002 + 0{,}005 - \text{etc}$$

$M = 0{,}173 \qquad N = 0{,}016$

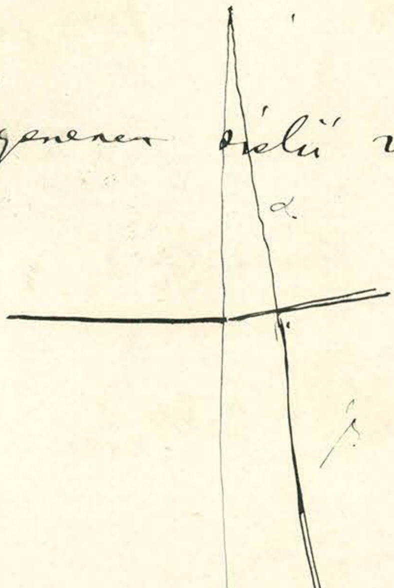
$\frac{\pi}{2} m^2 = 90^\circ \, \overline{1{,}8}^2 = 291{,}6$

$\sin \frac{\pi}{2} m^2 = -0{,}929$ és $\cos \frac{\pi}{2} m^2 = +0{,}368$

$$\underbrace{\int_0^{1{,}8} dv \cos \frac{\pi}{2} v^2 = 0{,}332}$$

$$\int_0^m \sin \frac{\pi}{2} v^2 \, dv = \frac{1}{2} - M \cos \frac{\pi}{2} m^2 - N \sin \frac{\pi}{2} m^2 + R$$

Egyenes élű végtelen ernyő széljei.



$$A = \int dx \cos \pi \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda} x^2$$

$$B = \int dy \cos$$

$$J =$$

x-re nézve $\int_{-\infty}^{\infty}$ A és $C = \sqrt{\frac{\alpha\beta\lambda}{2(\alpha+\beta)}}$

$$J = \frac{k^2}{\alpha^2\beta^2} \left(\frac{\alpha\beta\lambda}{2(\alpha+\beta)} \right) \left\{ \left(\int_{-\infty}^{\infty} dx \cos \pi x^2 \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda} \right)^2 + \left(\int_{-1}^{\infty} dx \sin \frac{\pi}{2} x^2 \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda} \right)^2 \right\}$$

Diffr. V.

Egyenesélű végtelen ernyő

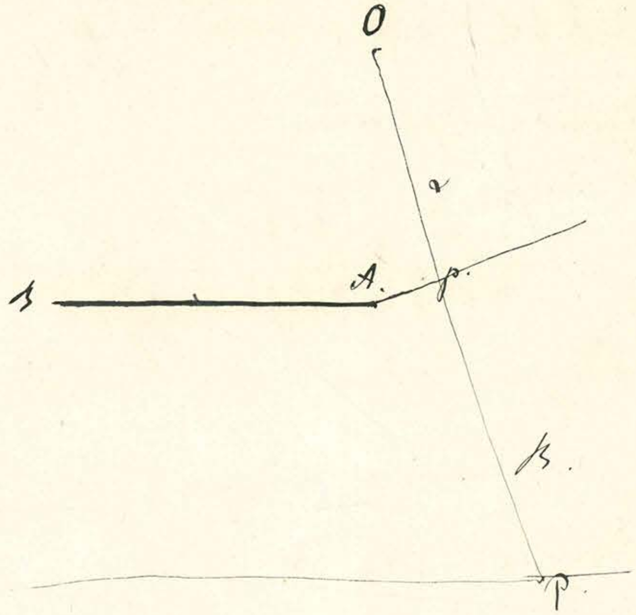
AB a hullámfelületre merőleges sík által ernyő megnyilásai,

P pont egy lapon mely AB-vel parallel. –

Ezen P pont fényintenzitása,

A-ból OP-re merőlegest,

E síkban x y koordinátarendszer és pedig y parallel a



$$J = \frac{K^2}{\alpha^2\beta^2}\left(A^2B^2 + B^2C^2 + C^2D^2 + D^2A^2\right)$$

$$A = \int dx \cos\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}x^2$$

$$\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}y^2 = \frac{\pi}{2}v^2$$

$$B = \int dy \cos\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}y^2$$

$$dy = dv\cdot\sqrt{\frac{\cancel{\pi}}{2}\cdot\frac{\alpha\beta\lambda}{\alpha+\beta}}$$

$$J = \frac{K^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{\alpha\beta\lambda}{\alpha+\beta}\left(\left(\int_{-1}^{\infty}dx\cos\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}x^2\right)^2 + \left(\int_{-1}^{\infty}dx\sin\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}x^2\right)^2\right)$$

$$D = \int dy \sin\pi\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta\lambda}y^2$$

$$= \frac{K^2}{\alpha^2\beta^2}\cdot\frac{\alpha^2\beta^2\lambda^2}{(\alpha+\beta)^2}\left\{\left[\int_{-m}^{\infty}dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right]^2 + \left[\int_{-m}^{\infty}dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right]^2\right\}$$

2

$$\int_0^\infty + \int_0^1$$

$$\int_{-m}^{\infty} = \int_{-m}^{0} + \int_0^{\infty} = \int_0^m + \int_0^\infty$$

$$\int_1^\infty = \int$$

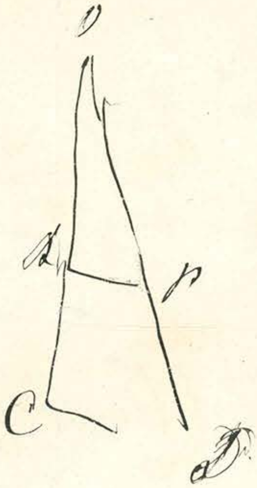
ha m nagy úgy

J belül erő pontra = 0.

Kivül erő pontra

$$J = \frac{k^2}{\alpha^2\beta^2}\,\frac{\alpha^2\beta^2\lambda}{(\alpha^2+\beta)^2} = \frac{k^2}{(\alpha^2+\beta)^2}\lambda$$

Oly pontokra nézve melyek a geometriai árnyék széleket közel ennek α β ugyanaz s így a kiszámításkor csak az (és ∫



$$x_n : \delta_n = \alpha+\beta : \alpha$$

$$x_n = \frac{\delta_n(\alpha+\beta)}{\alpha} = V_n\sqrt{\frac{(\alpha+\beta)\beta\lambda}{2\alpha}}$$

A belső ~~egyenlők~~ csíkok keskenyek. Fresnel 322 l.

341

Láttuk eddig hogy egy a geometriai árnyékon kívül eső pontra:

$$\cancel{J = \frac{k^2}{2\alpha^2\beta^2}}$$

$$J = \frac{k^2}{2}\cdot\frac{\lambda^2}{(\alpha+\beta)^2}\Big[J_0$$

$$J_0 = \left[\int_{-m}^{\infty} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right]^2 + \left[\int_{-m}^{\infty} dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right]^2$$

---

egy belül eső pontra

$$J_0' = \left[\int_{m}^{\infty} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2\right]^2 + \left[\int dv \sin\frac{\pi}{2}v^2\right]^2$$

$$J_0 = \left[\frac{1}{2} + M \sin\frac{\pi}{2}m^2 - N\cos\frac{\pi}{2}m^2\right]^2$$

$$+ \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - M\cos\frac{\pi}{2}m^2 - N\sin\frac{\pi}{2}m^2\right]^2$$

$$\frac{\partial J_0}{\partial M} =$$

$$M\frac{\partial M}{\partial m} + N\frac{\partial N}{\partial m} + \left(\frac{\partial M}{\partial m} + N\pi m\right)\left(\sin\frac{\pi}{2}m^2 - \cos\frac{\pi}{2}m^2\right)$$

$$+\left(M\pi m - \frac{\partial N}{\partial m}\right)\left(\sin\frac{\pi}{2}m^2 + \cos\frac{\pi}{2}m^2\right)$$

$$M = \frac{1}{\pi m} - \frac{1.3}{\pi^3 m^5} + \frac{1.3.5.7}{\pi^5 m^9} - \ldots$$

$$N = \frac{1}{\pi^2 m^3} - \frac{1.3.5}{\pi^4 m^7} + \frac{1.3.5.7.9}{\pi^6 m^{11}} - \ldots = \frac{1}{m^3\pi^2}\left(1 - \frac{1.3.5}{\pi^2 m^4} + \ldots\right)$$

$$\mp \frac{1.3.5\ldots(4n-3)}{\pi^{2n} m^{4n-1}}$$

$$\frac{\partial M}{\partial m} = -\frac{1}{\pi m^2} + \frac{1.3.5}{\pi^3 m^6} - \frac{1.3.5.7.9}{\pi^5 m^{10}} + \ldots = -N\pi m$$

$$\frac{\partial N}{\partial m} = -\frac{1.3.}{\pi^2 m^4}$$

$$= \left(M - \frac{1}{m\pi}\right) m\pi =$$

$$= Mm\pi - 1$$

$$-MN\pi m + NM\pi m - N$$

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} m^2 = -1$$

1,011

$$\cancel{\frac{\pi}{2} m^2 = \frac{3}{4}\pi, \quad 2\pi - \frac{\pi}{4} = 2\pi + \frac{3}{4}\pi}$$

$$\frac{\pi}{2} m^2 = 3.\frac{\pi}{4},\ 7\frac{\pi}{4}.\ 11\frac{\pi}{4} \text{ etc.}$$

$$2m^2 = 3, 7, 11 \text{ etc.} \qquad \operatorname{cotg} \frac{\pi}{2} m^2$$

positív =

$$\operatorname{tg} \frac{\pi}{2} m^2 = -1$$

ed)

Grimaldi Bologna

Physico Mathesis de lumine 1665

vörös fény $0^{mm},000638$ Bologna.

α.	β	Min. rendje.	x_m észlelt	x_m számított	Különbség észlelt és számított közt
			millim	millim	
	0,502	1	0,92	0,92	0,00
		2	1,35	1,34	− 0,01
		3	1,68	1,66	− 0,02
		4	1,93	1,93	0,00
		5	2,15	2,16	+ 0,01
1,011	0,996	1	1,49	1,49	0,00
		2	2,18	2,18	0,00
		3	2,70	2,69	− 0,01
		4	3,12	3,13	+ 0,01
		5	3,51	3,51	0,00
	2,010	1	2,59	2,59	0,00
		2	3,79	3,79	0,00
		3	4,68	4,69	+ 0,01
		4	5,45	5,45	0,00
		5	6,10	6,11	+ 0,01

$\alpha + \beta = 1,513$

Diffr. VI

Keskeny egyenes szélü ernyö.

Csíkok belül is ha annak szélessége kicsiny. —

Ez döntötte meg az emissio elméletet. — 351 ik lap.

—

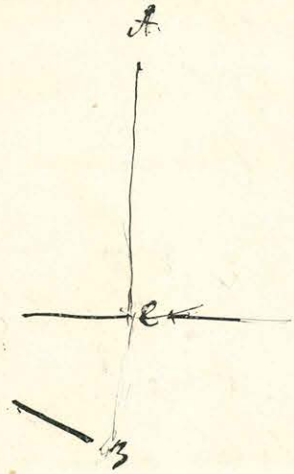
Fényhajlítási elmélete kis nyílásokra nézve. —

Eltérés e két elmélet között.

Eddig a hullám felületet vettük az OP-re merőleges síkra s mondtuk, hogy e sík minden pontja legyen fényforrás. — Ez szabad egy 'pontra de nem egy P' pontra. —

Ha azonban a nyílás kicsiny ~~úgy~~ és annak síkja a hullámsíkkal összeesik úgy szabad annak minden pontja helyett a hullámsík egy pontját venni s azt összrendszerzői tengelynek felvenni. —

Ezen tény egy külön úgy
egészen más számítási módo-
kat tesz ez esetben lehetségessé
mint az elsőben.



~~dxdy~~ $\frac{K}{\overline{AC}^2\,\overline{CB}^2}\cdot dxdy$.

$K\,dxdy$

$$u = K\iint dxdy \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{AC+CB}{\lambda}\right)2\pi$$

$$\left(t-\frac{\varrho}{v}\right)$$

$$u = \sin\left(\frac{t}{T}2\pi+\vartheta\right) K\iint dxdy\cos\left(\frac{AC+CB}{\lambda}2\pi+\vartheta\right)$$

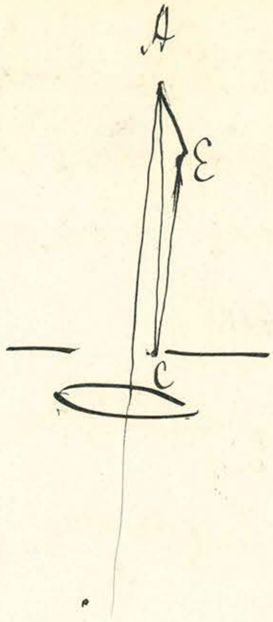
$$-\cos\left(\frac{t}{T}2\pi+\vartheta\right) K\iint dxdy\sin\left(\frac{AC+CB}{\lambda}2\pi+\vartheta\right)$$

$$-\cos\alpha = \sin\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)$$

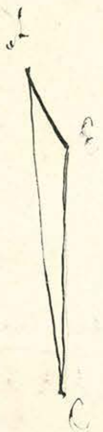
$$a^2 = a_1^2+a_2^2+2a_1a_2\cos(\delta_1-\delta_2)2\pi$$

$$\underline{J = K^2\left(\mathcal{C}^2+\mathcal{S}^2\right)}$$

Lenerevel jelent.



$\mathcal{A}\mathcal{E}$



$\mathcal{E}\mathcal{C} + x$

$$\frac{\mathcal{E}\mathcal{C}}{v} + \tau' = \tau$$

$$\tau' = \tau - \frac{\mathcal{E}\mathcal{C}}{v}.$$

$$v = K\,dx\,dy \sin\left(\frac{t - \left(\tau + \frac{\mathcal{A}\mathcal{C}}{v} - \frac{\mathcal{E}\mathcal{C}}{v}\right)}{T}\right)2\pi$$

$$v = K\,dx\,dy \sin\left(\frac{t-\tau}{T} - \frac{\mathcal{A}\mathcal{C} - \mathcal{E}\mathcal{C}}{\lambda}\right)2\pi$$

$$C = \iint dx\,dy \cos\left(\frac{\mathcal{A}\mathcal{C} - \mathcal{E}\mathcal{C}}{\lambda}2\pi + \delta\right)$$

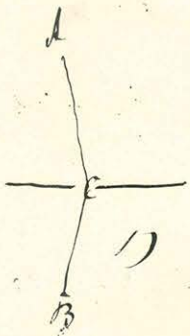
$$S = \iint ..$$

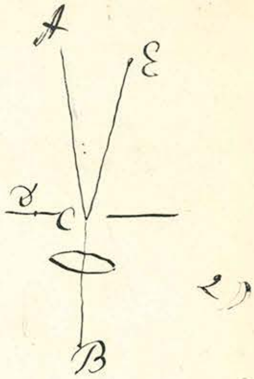
$$C = \iint dx\,dy \cos \frac{(\mathcal{A}\mathcal{C} - \mathcal{A}\mathcal{D}) - (\mathcal{E}\mathcal{C} - \mathcal{E}\mathcal{D})}{\lambda}2\pi$$

Előadás hétfőn Február 19én

Kis nyilások elmélete.

1) esetben ha nincs lencse úgy





$$\underline{J = K^2(C^2+S^2)}$$

$$C = \iint dx\,dy \cos\left(\frac{AC+BC}{\lambda}2\pi+\vartheta\right)$$

$$S = \iint dx\,dy \sin\left(\frac{AC+BC}{\lambda}2\pi+\vartheta\right)$$

2) Észlelet a szemmel, a leggyorsabb érkezés elvéből következik hogy ha E a B-ből kiindult sugarak gyújtópontja minden E-ből B-be jött sugárnak ugyanazon τ időre van szüksége ezért befutására. —

E a ~~ha~~ fényforrás látszólagos helye — a rögzitett (fixirt) pont. —

B-ben a Phasis

$$\varphi = \frac{t-\vartheta}{T}$$

ϑ azon idő mely kell hogy A-ból B-be jöjjön.

$$\vartheta = \frac{AC}{v}+\tau-\frac{EC}{v}$$

~~[illegible]~~ $u = K\,dx\,dy \sin\left(\frac{t}{T}-\frac{\tau}{T}-\frac{AC-EC}{\lambda}\right)2\pi$

$$u = K\,dx\,dy\cos\left(\frac{\mathfrak{AC}-\mathfrak{EC}}{\lambda}2\pi+\eta\right)\sin\left(\frac{t}{T}-\frac{T}{T2\pi}-\eta\right)$$

$$-K\,dx\,dy\cos\left(\frac{\mathfrak{AC}+\mathfrak{EC}}{\lambda}2\pi+\eta\right)\cos\left(\qquad\qquad\right)$$

$$\mathfrak{J} = K^2\left(\mathfrak{C}^2+\mathfrak{S}^2\right)$$

$$\mathfrak{C} = \iint dx\,dy\cos\left(\frac{\mathfrak{AC}-\mathfrak{EC}}{\lambda}2\pi+\eta\right)$$

$$\mathfrak{S} = \iint dx\,dy\sin\left(\frac{\mathfrak{AC}-\mathfrak{EC}}{\lambda}2\pi+\eta\right)$$

η önkényünktől függ, ha

$\eta = \frac{\mathfrak{ED}-\mathfrak{AD}}{\lambda}2\pi$ úgy

$$\mathfrak{C} = \iint dx\,dy\cos\frac{(\mathfrak{AC}-\mathfrak{AD})-(\mathfrak{EC}-\mathfrak{ED})}{\lambda}2\pi$$

$$\mathfrak{S} = \iint dx\,dy\sin\frac{(\mathfrak{AC}-\mathfrak{AD})-(\mathfrak{EC}-\mathfrak{ED})}{\lambda}2\pi$$

Legyen a 2 ernyő általánosan kiválasztva ~~távol a~~ ∞ ~~... Abból~~. , ~~legyen tehát~~ hogy $\mathfrak{AC}$ és $\mathfrak{BC} = \infty$

$\mathfrak{AD} = r \qquad \mathfrak{ED} = r' \qquad \mathfrak{AD} = \sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$\mathfrak{AC} = \sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2+(c^2\cancel{...})^2} \qquad \mathfrak{ED} = \sqrt{a'^2+b'^2+c'^2}$

$\mathfrak{EC} = \sqrt{(a'-x)^2+(b'-y)^2+c'^2}$

$$u = f(x, y)$$

$$U = f(x+h, y+k) = u + \left(\frac{du}{dx}h + \frac{du}{dy}k\right) + \frac{1}{1.2}\left(\frac{du}{dx}h + \frac{du}{dy}k\right)^2 +$$

$$+ \frac{1}{1.2.3}\left(\frac{du}{dx}h + \frac{du}{dy}k\right)^3 + \dots$$

$$AC = r \mp \frac{2(a-x)}{2r}x \mp \frac{(b-y)}{r}y$$

$$AC = r\left(1 - \frac{ax+by}{r^2}\right)$$

$$EC = r'\left(1 - \frac{a'x+b'y}{r'^2}\right)$$

$$AC - AD = -\frac{ax+by}{r}$$

$$EC - ED = -\frac{a'x+b'y}{r'}$$

$$(r, x) = \alpha \qquad (r', x) = \alpha'$$

$$(r, y) = \beta \qquad (r', y) = \beta'$$

$$AC - AD = -(x\cos\alpha + y\cos\beta)$$

$$EC - ED = -(x\cos\alpha' + y\cos\beta'$$

Ugyanakkor 14-ik következő egyenlet

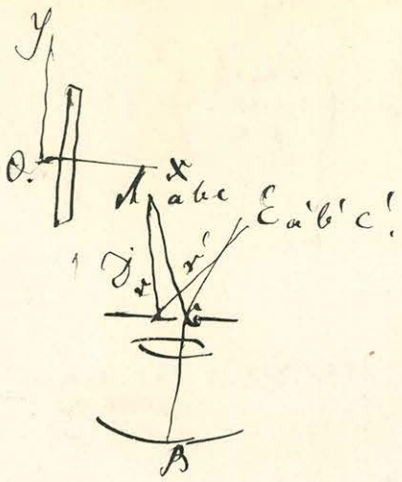
$$C = \iint dx\,dy \cos 2\pi \frac{x(a-a') + y(b-b')}{\lambda}$$

$$S = \iint dx\,dy \sin 2\pi \frac{x(a-a') + y(b-b')}{\lambda}$$

$$C = \iint dx\,dy \cos \frac{x(\cos\alpha - \cos\alpha') + y(\cos\beta - \cos\beta')}{\lambda}2\pi$$

$$S = \iint dx\,dy \sin \frac{x(\cos\alpha - \cos\alpha') + y(\cos\beta - \cos\beta')}{\lambda}2\pi$$

Hasadék egyenlete.



$x=-e$ $\quad y=-h$

$x=+e$ $\quad y=+h$

$\alpha=\beta=90^\circ$ $\quad \beta'=90^\circ$

$$C=\int_{-h}^{+h}\int_{-e}^{+e} dx\,dy\,\cos\left(\frac{x\cdot\cos\alpha'}{\lambda}2\pi\right)$$

$$S=-\int_{-h}^{+h}\int_{-e}^{+e} dx\,dy\,\sin\frac{x\cos\alpha'}{\lambda}2\pi$$

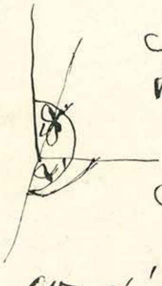
$$C=2h\int_{-e}^{+e} dx\cos\frac{x\cos\alpha'}{\lambda}2\pi$$

$$\int dx\cos ax=\underbrace{\tfrac{1}{a}\sin xa}$$

$$\cancel{C=\frac{2h}{a}}$$

$$C=\frac{2h\cdot\lambda}{\cos\alpha'\,2\pi}\left[\sin\frac{x\cos\alpha'}{\lambda}2\pi\right]_{-e}^{+e}=4he\cdot\frac{1}{e\frac{\cos\alpha'}{\lambda}2\pi}\sin e\frac{\sin\alpha'}{\lambda}2\pi$$

$$S=0.$$



$$J=K^2(4he)^2\cdot\left(\frac{\sin e\frac{\cos\alpha'}{\lambda}2\pi}{e\frac{\cos\alpha'}{\lambda}2\pi}\right)^2$$

$$\cos\alpha'=\cos(\gamma-90)=+\sin\gamma$$

$$J=K^2(4he)^2\left(\frac{\sin e\frac{\sin\gamma}{\lambda}2\pi}{e\frac{\sin\gamma}{\lambda}2\pi}\right)^2 \qquad K^2(4he)^2=J_0$$

$J = J_0 \left(\frac{\sin\xi}{\xi^2}\right)^2$ $\xi = e\,\frac{\sin\gamma}{\lambda}\,2\pi$

J max. és min. ha

$\left(\frac{\sin\xi}{\xi}\right)^2$ max. és min.

$x = \rho\sin\gamma$

$\sin\gamma = \frac{\xi\lambda}{e\,2\pi}$

$x = \rho\cdot\frac{\xi\lambda}{e\cdot 2\pi}$

$f'(\xi) = 2\cdot\frac{\sin\xi}{\xi}\cdot\frac{\cos\xi}{\xi} - \frac{\sin\xi}{\xi^2}$

$\xi = x\cdot\frac{e\,2\pi}{\rho\lambda}$

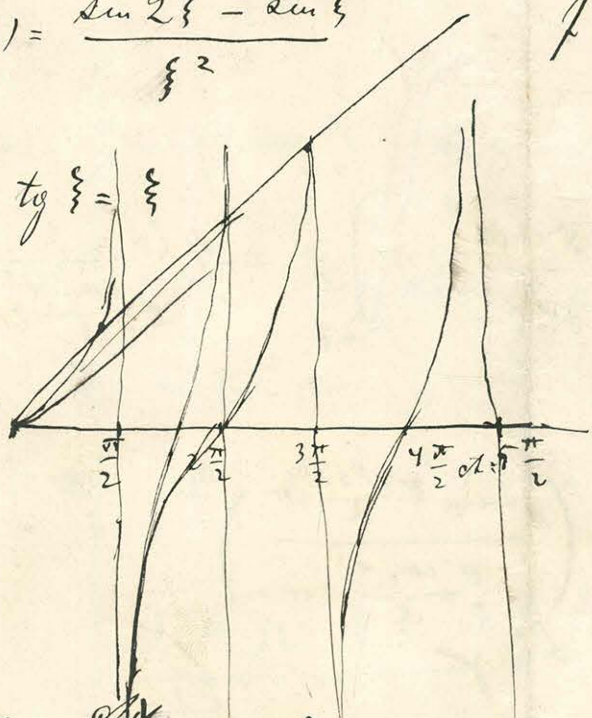
$\frac{\sin\xi}{\xi}\cdot\frac{\xi\cos\xi - \sin\xi}{\xi^2} = 0$

$\cancel{f''(\xi) = 2\left(\frac{\cos\xi}{\xi} - \frac{\sin\xi}{\xi^2}\right)}$

$f'(\xi) = \frac{\sin 2\xi - \sin\xi}{\xi^2}$

$f''(\xi) = \frac{2\cos\xi - \cos\xi}{\xi^2} - \frac{2(\sin 2\xi - \sin\xi)}{\xi^3}$

$\operatorname{tg}\xi = \xi$



$\frac{\pi}{2}$, $2\,\frac{\pi}{2}$, $3\,\frac{\pi}{2}$ etc.

max 0.

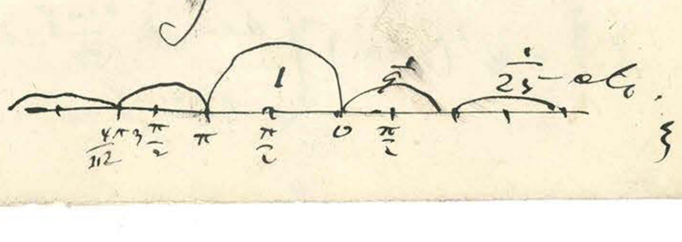
ξ Max. $3\frac{\pi}{2}$ min π

$5\,\frac{\pi}{2}$ etc. min. 2π

$7\,\frac{\pi}{2}$ etc. min. 3π etc.

max. $x = \frac{\xi\lambda}{e\cdot 2\pi}$ 0

max. $= \frac{\xi\lambda\,3\frac{\pi}{2}}{e\cdot 2\pi}$



Diffractio.

Sík hullám, kicsiny nyílás.

$$u = a\int \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{\varrho}{\lambda} + \delta\right) 2\pi \, df.$$

$$\varrho^2 = (x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + \cancel{(z-\zeta)^2}\ \zeta^2$$

$x\,y$

$$\cancel{\varrho^2 = R};\quad R^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2$$

$$\cancel{R^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2x\xi} - 2y\eta - 2z\zeta$$

ϱ^2

$$\varrho^2 = R^2 - 2y\eta - 2x\xi$$

$\xi\,\eta$

$$\varrho = R - \frac{x\xi + y\eta}{R}$$

$$u = a\iint \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{R}{\lambda} + \frac{x\xi + y\eta}{R\lambda} + \delta\right) 2\pi \, dx\,dy$$

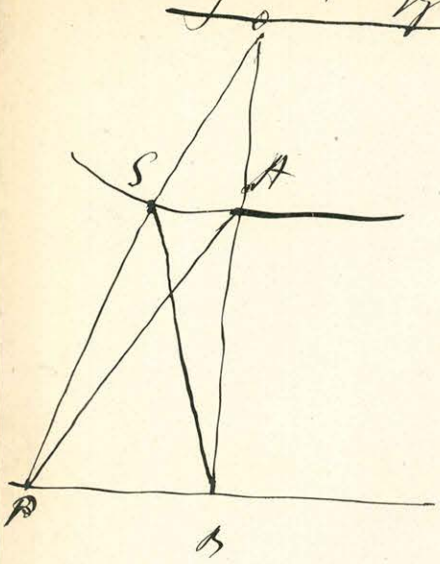
$$= a \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{R}{\lambda} + \delta\right) \iint \cos \frac{x\xi + y\eta}{R\lambda} 2\pi \, dx\,dy$$

$$+ a \cos 2\pi \left(\frac{t}{\cdot}\right.$$

$$A^2 = a^2 \left\{ \left(\iint \cos \frac{x\xi + y\eta}{R\lambda} 2\pi \, dx\,dy \right)^2 + \left(\qquad \right)^2 \right\}$$

$$\frac{J}{c} = \left(\iint \cos \frac{x\xi + y\eta}{R\lambda} 2\pi \, dx\,dy \right)^2 + \left(\iint \sin \frac{x\xi + y\eta}{R\lambda} 2\pi \, dx\,dy \right)^2$$

Végtelen egyenes élű ernyő III.



$$QP - PS = \delta$$

$$\delta = \frac{(a+b)}{2ab} s^2$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{(a+b)\,s^2}{ab\lambda}$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{2\delta}{\lambda}$$

$$\delta = \frac{v^2\lambda}{4} \qquad \delta = \frac{v^2}{2}\cdot\frac{\lambda}{2}$$

$$\cancel{v^2 = \frac{4\delta}{\lambda}}$$

tehát max és min ha

max $\quad \delta = 2n\frac{\lambda}{2} + \frac{3}{8}\lambda = (2n+1)\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{8}$

min. $\quad \delta = 2n\frac{\lambda}{2} + \frac{7}{8}\lambda = (2n+2)\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{8}$

Ha az 1) egyenletben S azon értékét teszük, mely a 2)ből kiszámított v-nek felel meg akkor a v-nek egy jobb értéket kapjuk. de ez nem nagyon különbözik, mert a S v növekedő értékeivel nagyon gyorsan fogy.

Így az első **max**-ra 1 ből

$$\delta = \frac{3}{8}\lambda$$

2 ből

$$\delta = \frac{3}{8}\lambda - 0{,}0046\lambda$$

Az első minimumra nézve 2ből

$$\delta = \frac{7}{8}\lambda$$

1 ből

$$\delta = \frac{7}{8}\lambda + 0{,}0016\,\lambda$$

Lássuk most magát az intenzitást.

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left[2 + G^2 + H^2 + 2H(\sin u - \cos u) - 2G(\cos u + \sin u)\right]$$

$$\sin u + \cos u = \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{2}\left(v^2 + \frac{1}{2}\right)$$

$$\sin\frac{\pi}{2}v^2 + \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{2}\left(v^2 + \frac{1}{2}\right)$$

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left[2 + G^2 + H^2 - 2\sqrt{2}H\cos\frac{\pi}{2}\left(v^2 + \frac{1}{2}\right) - 2\sqrt{2}G\sin\frac{\pi}{2}\left(v^2 + \frac{1}{2}\right)\right]$$

$$J = \frac{abd}{2(a+b)}\left\{\left[G - \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{2}\left(v^2 + \frac{1}{2}\right)\right]^2 + \left[H - \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{2}\left(v^2 + \frac{1}{2}\right)\right]^2\right\}$$

A max és minimumra nézve

$$\sin\ \frac{\pi^2}{2}v^2 + \frac{\pi}{4} = 0$$

$$J = \frac{abd}{2(a+b)}\left(G^2 + \left[H - \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{2}\left(v^2 + \frac{1}{2}\right)\right]^2\right)$$

tehát $\frac{\pi}{2}v^2 = 2n\pi + \frac{3}{4}\pi$ maximum

$\frac{\pi}{2}v^2 = 2n\pi + \frac{7}{4}\pi$ minimum

$$J = \frac{abd}{2(a+b)}\left(G^2 + \left(H \pm \sqrt{2}\right)\right)^2$$

+ jel max − jel min.

G kicsiny H-hoz képest Gilbert szerint, akkor

$$J = \frac{abd}{2(a+b)}\left(H \pm \sqrt{2}\right)^2$$

a különbség

$$J_{n\,max.} - J_{n\,min} = \frac{abd}{2(a+b)}\left\{\left(H_{max} + \sqrt{2}\right)^2 - \left(H_{min} - \sqrt{2}\right)^2\right\}$$

$$= \frac{abd}{2(a+b)}\, 2\sqrt{2}\left(H_{max} + H_{min}\right)$$

H gyorsan fogy és szerint a különbség az egymást követő max. és minimumok ~~közö~~ intensitásai között gyorsan fogy.

Végtelen egyenes szélű ernyő. II

Gilbert 1862 Mém. couronnés d. l'Acad. de Brux XXXI

$$C = \int_0^v \cos\frac{\pi}{2}v^2\,dv \qquad \frac{\pi}{2}v^2 = u \qquad \pi v\,dv = du$$

$$v = \sqrt{\frac{2u}{\pi}} \qquad dv = \frac{du}{\pi v} = \frac{du}{\pi\sqrt{\frac{2u}{\pi}}} = \frac{du}{\sqrt{2\pi u}}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^u \frac{\cos u}{\sqrt{u}}\,du$$

tudjuk, hogy $\int_0^\infty e^{-z^2}dz = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}$ $\qquad z^2 = x \qquad 2z\,dz = dx \qquad dz = \frac{dx}{2\sqrt{x}}$

Schlömilch I Seite 456.

$$\frac{1}{2}\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}\,dx =$$

$$z^2 = ux$$

$$2z\,dz = u\,dx \qquad dz = \frac{u}{2z}dx = \frac{1}{2}\frac{\sqrt{u}}{\sqrt{x}}dx$$

$$\int_0^\infty \frac{e^{-ux}\,dx}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{u}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{u}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \frac{e^{-ux}\,dx}{\sqrt{x}}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^u \frac{\cos u\,du}{\sqrt{\pi}}\int_0^\infty \frac{e^{-ux}\,dx}{\sqrt{x}}$$

$$\cancel{C = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}\int_0^u e^{-ux}\cos u\,du} \qquad C = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}\int_0^u e^{-ux}\cos u\,du$$

$d e^v = e^v dv$

$$\int_0^u e^{-ux}\cos u\,du = e^{-ux}\sin u + x\int_0^u e^{-ux}\sin u\,du$$

$$\int_0^u e^{-ux}\sin u\,du = \overset{1-e^{-ux}\cos u}{\cancel{e^{-ux}(1-e^{-ux})}} - x\int_0^u e^{-ux}\cos u\,du$$

$$\int_0^u = \frac{e^{-ux}\sin u + x - xe^{-ux}\cos u}{1+x^2}$$

$$\int_0^u e^{-ux}\cos u\,du = \frac{x}{1+x^2} - \frac{e^{-ux}(x\cos u - \sin u}{1+x^2}$$

$$C = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\left\{\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}dx - \cos u\int_0^\infty \frac{e^{-ux}\sqrt{x}\,dx}{1+x^2} + \sin u\int_0^\infty \frac{e^{-ux}}{\sqrt{x}(1+x^2)}dx\right\}$$

$x = z^2$
$\sqrt{x} = z$
$dx = 2z\,dz$
$dx = \frac{h}{z}$

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}\,dx}{1+x^2} = \cancel{} = \int_0^\infty \frac{2z^2dz}{1+z^4} = \frac{1}{\sqrt{2}}\int_0^\infty\left(\frac{z}{z^2-\sqrt{2}z+1} - \frac{z}{z^2+\sqrt{2}z+1}\right)dz$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\frac{1}{2}\left|\log.\frac{z^2-\sqrt{2}z+1}{z^2+\sqrt{2}z+1}\right|_0^\infty + \left[\operatorname{arc\,tg}(\sqrt{2}z-1) + \operatorname{arc\,tg}(\sqrt{2}z+1)\right]_0^\infty\right\}$$

$$= \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$G = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{e^{-ux}\sqrt{x}\,dx}{1+x^2} \qquad H = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{e^{-ux}dx}{\sqrt{x}(1+x^2)}$$

$$C = \frac{1}{2} - G\cos u + H\sin u$$

2) előre

$$S = \frac{1}{2} - G\sin u - H\cos u$$

Ha Cauchynál R és R' elhanyagolhatók, akkor.

$$G = Q \qquad H = P$$

Ha v nagy úgy lehet a Cauchy-féle sorokat G és H kiszámítására használni.

Ha v kicsiny akkor Knochenhauer:

$$C = M\cos\frac{\pi}{2}v^2 + N\sin\frac{\pi}{2}v^2$$

$$S = -N\cos\frac{\pi}{2}v^2 + M\sin\frac{\pi}{2}v^2$$

cos | sin

$$M\cos\frac{\pi}{2}v^2 + N\sin\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{1}{2} - G\cos\frac{\pi}{2}v^2 + H\sin\frac{\pi}{2}v^2$$

sin | −cos

$$-N\cos\frac{\pi}{2}v^2 + M\sin\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{1}{2} - G\sin\frac{\pi}{2}v^2 - H\cos\frac{\pi}{2}v^2$$

$$N = \frac{1}{2}(\sin u - \cos u) + H$$

$$H = \frac{1}{2}(\cos u - \sin u) + N$$

$$M = \frac{1}{2}(\cancel{\cos} + \cancel{\sin}) - G$$

$$G = \frac{1}{2}(\cos u + \sin u) - M$$

$$v = \sqrt{\frac{2(a+b)}{abd}}\; s \qquad \frac{x}{s} = \frac{a+b}{a}$$

$$x = \frac{a+b}{a}\sqrt{\frac{abd}{2(a+b)}} = \sqrt{\frac{(a+b)bd}{2a}}\; v$$

egyenlő fény

$$2ax^2 - v^2\lambda y^2 - a v^2 \lambda y = 0$$

Hyperbola O és A tetőpontokkal.

belső pont $J = c\,\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\frac{1}{2} - C_v\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - S_v\right)^2\right]$

külső pont $J = c\,\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\frac{1}{2} + C_v\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + S_v\right)^2\right]$

A phisikai jelenet tárgyalása.

Az intensitás

$$J = c\cdot\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\int dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int dv\sin\frac{\pi}{2}v^2 \cancel{dv}\right)^2\right]$$

$$\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{\pi(a+b)s^2}{abd}$$

3) elébe

Tekintsünk B ponton át egy OAB-re merőleges ernyőt, és észleljük a jelenetet ezen.

Ha B-hez közel fekvő pontokat veszünk tekintetbe úgy b állandónak tekinthető.

A geometriai árnyékon belül fekvő pontra nézve lesz:

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\int_s^\infty dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int_s^\infty dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2\right]$$

$$\int_v^\infty = \int_0^\infty - \int_0^v \quad \text{tehát}$$

belső pontra:

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\frac{1}{2} - C_v\right)^2 + \left(\frac{1}{2} - S_v\right)^2\right]$$

a geometriai árnyékon kívül fekvő pontra:

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\int_{-v}^\infty dv\cos\frac{\pi}{2}v^2\right)^2 + \left(\int_{-v}^\infty dv\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)^2\right]$$

$$\int_{-v}^\infty = \int_{-v}^0 + \frac{1}{2} \qquad \int_{-v}^0 = -\int_0^{-v} = \int_0^v$$

külső pontra

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\frac{1}{2} + C_v\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + S_v\right)^2\right].$$

Az J értéke egyik s másik esetben függ s-től

$$s = \frac{a}{a+b}x \qquad \frac{v^2}{2} = \frac{a+b}{abd}\frac{a^2}{(a+b)^2}x^2$$

$$v^2 = \frac{2a}{b(a+b)\lambda}x^2 \qquad 2ax^2 - v^2 bad - v^2 b^2 d = 0$$

$$2ax^2 - v^2 ady - v^2 dy^2 = 0$$

Ha v állandó akkor ez egyenlet az egyenlő fényű görbék egyenlete. E görbék hyperbolák melyeknek egyik tetőpontja A a másik O. Természetesen e hyperboláknak csak egyik ága veendő tekintetbe, a szerint a mint a pont a geometriai árnyékon belül vagy azon kivül fekszik. Világos ebből, hogy x annál nagyobb lesz minél nagyobb b s minél kisebb a.

Lássuk most az intensitásokat. -

A) Belső pontban.

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\frac{1}{2}-C_v\right)^2+\left(\frac{1}{2}-S_v\right)^2\right]$$

Gilbert.

$$C_v = \frac{1}{2} - G\cos u + H\sin u$$

$$S_v = \frac{1}{2} - G\sin u - H\cos u$$

tehát

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left(G^2+H^2\right)$$

$$G = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{e^{-ux}\sqrt{x}}{1+x^2}dx \qquad H = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{e^{-ux}}{\sqrt{x}(1+x^2)}dx$$

$$ux = z^2 \qquad u = \frac{\pi}{2}v^2$$

ha $u = 0$ akkor

$$\mathcal{G} = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}\,dx \qquad \mathcal{H} = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}(1+x^2)}\,dx$$

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}\,dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \qquad \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{x}(1+x^2)} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$$

$$\mathcal{G} = \frac{1}{2} \qquad \mathcal{H} = \frac{1}{2}$$

tehát akkor

$$J = c\frac{abd}{(2a+b)}$$

ha u növekszik e^{-ux} kitevője gyorsan és folytonosan fogy. u mindig pozitív. Ezért $\mathcal{G}^2$ és $\mathcal{H}^2$ tehát J is folytonosan fogy a mint u-nak értékei nagyobbodnak.

B) Külső pontban. ~~elő~~ hátra

$$J = c\frac{abd}{2(a+b)}\left[\left(\frac{1}{2}+C_v\right)^2 + \left(\frac{1}{2}+S_v\right)^2\right]$$

vizsgálandó

$$\left(\frac{1}{2}+C_v\right)^2 + \left(\frac{1}{2}+S_v\right)^2$$

Max. vagy Min értékben kell hogy legyen

$$\left(\frac{1}{2}+C_v\right)\frac{dC_v}{dv} + \left(\frac{1}{2}+S_v\right)\frac{dS_v}{dv} = 0$$

$$C_v = \int_0^v dv\cos\frac{\pi}{2}v^2 \qquad \frac{dC_v}{dv} = \cos\frac{\pi}{2}v^2 \qquad S_v = \int_0^v dv\sin\frac{\pi}{2}v^2 \qquad \frac{dS_v}{dv} = \sin\frac{\pi}{2}v^2$$

tehát:

$$\left(\frac{1}{2}+C_v\right)\cos\frac{\pi}{2}v^2+\left(\frac{1}{2}+S_v\right)\sin\frac{\pi}{2}v^2=0$$

$$\cancel{tg\frac{\pi}{2}v^2=\frac{\frac{1}{2}+C_v}{\frac{1}{2}+S_v}}$$

$$(1-G\cos u+H\sin u)\cos u+(1-G\sin u-H\cos u)\sin u=0$$

~~tg~~ $\cos u+\sin u=G$

Max. min. $\cos\frac{\pi}{2}v^2+\sin\frac{\pi}{2}v^2=G$ 1) 4)

~~Ha most~~ Ha v nagy akkor:

$$\cos\frac{\pi}{2}v^2+\sin\frac{\pi}{2}v^2=0 \qquad 2) \quad 5)$$

$$tg\frac{\pi}{2}v^2=-1$$

ebből kapjuk

a $2v$ ~~a~~nek megfelelőleg:

$$\frac{\pi}{2}v^2=\frac{3}{\pi}4\ \Big|\ +2\pi+\frac{3}{4}\pi\ \Big|\ 4\pi+\frac{3}{4}\pi\Big|\ \text{etc.}$$

Max $\frac{\pi}{2}v^2=2n\pi+\frac{3}{4}\pi$

Min. és $\frac{\pi}{2}v^2=2n\pi+\frac{7}{4}\pi$

$\cancel{x=}\sqrt{\frac{abd}{2(a+b)}}\,v$ $\qquad x^2=\frac{v^2}{2}\cdot\frac{b(a+b)d}{a}$

~~Ha~~ $x=\sqrt{\frac{b(a+b)d}{a}}\left\{2n+\frac{3}{4}\right\}$

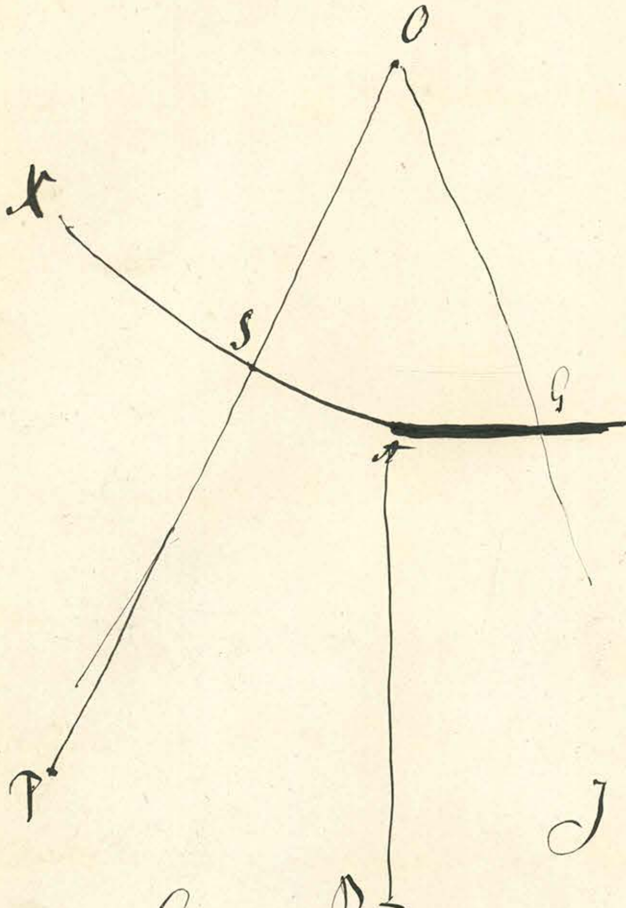
$=\sqrt{\quad}\left\{2n+\frac{7}{4}\right\}$

1876 télen

Fénytan.

~~Kísérlet~~

Végtelen egyenes szélü ernyő. I



$OS = a$

$SP = b.$

Az ív S től x felé számítva s

$$\frac{J}{C} = \left[\left(\int \cos \pi\left(\frac{a+b}{ab\lambda} s^2\right) ds\right)^2 + \left(\int \sin \pi\left(\frac{a+b}{ab\lambda} s^2\right) ds\right)^2\right]$$

$$\frac{\pi (a+b) s^2}{ab\lambda} = \frac{\pi}{2} v^2$$

$$s = v\sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}} \qquad ds = dv \cdot \sqrt{\frac{ab\lambda}{2(a+b)}}$$

$$J = C \cdot \frac{ab\lambda}{2(a+b)} \left[\left(\int dv \cos \frac{\pi}{2} v^2\right)^2 + \left(\int dv \sin \frac{\pi}{2} v^2\right)^2\right]$$

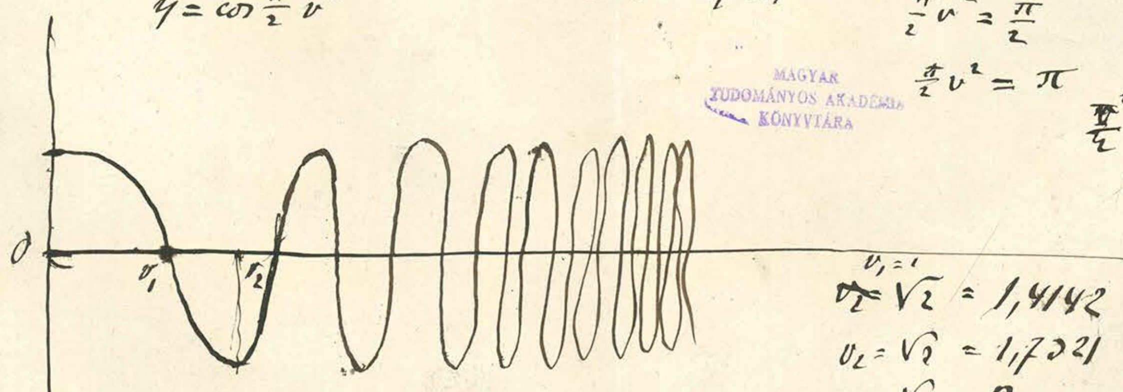
Geometriai szerkesztés. v melleh y rendező

$y = \cos \frac{\pi}{2} v^2$ $\qquad v = 0 \quad y = 1$

$\frac{\pi}{2} v^2 = \frac{\pi}{2} \qquad v = 1$

$\frac{\pi}{2} v^2 = \pi \qquad v = \sqrt{2}$

$\frac{\pi}{2} v^2 = 3\frac{\pi}{2}$



$v_1 = 1$

$\cancel{v_2}\ \sqrt{2} = 1,4142$

$v_2 = \sqrt{3} = 1,7321$

$\sqrt{4} = 2,$

$v_3 = \sqrt{5} = 2,2361$

$\sqrt{6} = 2,4495$

$v_4\ \sqrt{7} = 2,6458$

Általában két egymásközvető átmeneti pontra nézve :

$$\frac{\pi}{2}v^2 = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad v^2 = 2n+1$$

$$\text{és}\quad (v+h)^2 = 2n+3$$

tehát

$$2vh + h^2 = 2 \qquad \sqrt{1+\frac{2}{v^2}} = 1 + \frac{1}{v^2} - \frac{1}{2}\frac{1}{v^4} +$$

$$h = -v + \sqrt{v^2+2}$$

$$\underline{h = v\left(-1+\sqrt{1+\frac{2}{v^2}}\right)} = \frac{1}{v} - \frac{1}{2}\frac{1}{v^3} + \dots$$

Az integrál

$$\int dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \text{a felület területe } y = \cos\frac{\pi}{2}v^2$$

görbe és y tengely által, az y ~~által~~ alatt levő felületek részek negatív értékkel adatván hozzá.

$$(1+x)^\mu = 1 + \mu x^2 + \frac{\mu(\mu-1)}{1.2}x^3 + \frac{\mu(\mu-1)(\mu-2)}{1.2.3}x^4 + \dots$$

h e szerint v növekedtével fogy.

ha tehát az integrál értékét veszünk 0 tól s-ig egy oly értékig melyre nézve $y = 0$ úgy az integrál $(0-\infty)$ és $(0-s$ ig$)$ ~~csak azon különbözik a mennyivel~~ kevesebbel különböznek mint az utolsó megtartott felület. Ha s elég nagy úgy e különbség kisebbé tehető mint bármely adott mennyiség ezek szerint kell a s-t választani.

Még inkább áll ez s-nek oly értékeire nézve melyekre y nem $= 0$

Hasonló dolgok állanak az $\int dv \sin^2 v^2\frac{\pi}{2}$ re nézve is.

$$\int_0^\infty \sin m x^2 dx = \sqrt{\frac{\pi}{8m}} \qquad \int_0^\infty \cos m x^2 dx = \sqrt{\frac{\pi}{8m}}$$

$$\int_0^\infty dv \sin^2 v \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2} \qquad \int_0^\infty dv \cos^2 v \frac{\pi}{2} = \frac{1}{2}$$

Fresnel 1819. Oevres Tome I er 1866
Mémoire couronné sur la diffraction.

Knochenhauer. Die Undulationstheorie des Lichtes. 1839

$$\int_i^{i+t} dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} \cos\frac{\pi}{2}\left(i+\frac{t}{2}+u\right)^2 du \qquad t = 0,1$$

$$v = i + \frac{t}{2} + u$$

$\frac{t^2}{4}$ mindig a ~~legkisebb~~ legnagyobb értéke u^2 nak, s így u^2 nagyon kicsiny elhagyom

$$\text{Integral} = \int_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}} dv \cos\frac{\pi}{2}\left[i^2 + it + \frac{t^2}{4} + 2\left(i+\frac{t}{2}\right)u\right] du$$

$$= \frac{1}{\pi\left(i+\frac{t}{2}\right)} \left| \sin\frac{\pi}{2}\left[i^2 + it + \frac{t^2}{4} + 2\left(i+\frac{t}{2}\right)u\right]\right|_{-\frac{t}{2}}^{+\frac{t}{2}}$$

$$= \frac{1}{\pi\left(i+\frac{t}{2}\right)} \left| \sin\frac{\pi}{2}\left[i^2 + 2it + \frac{3}{4}\frac{i^2}{t^2}\right] - \sin\frac{\pi}{2}\left[i^2 + \frac{t^2}{4} + 2i\right]\right|$$

$$\frac{1}{\pi\left(i+\frac{t}{2}\right)} \left[\sin\frac{\pi}{2}\left(i+\frac{t}{2}\right)\left(i+3\frac{t}{2}\right) - \sin\frac{\pi}{2}\left[i+\frac{t}{2}\right)\left(i-\frac{t}{2}\right)\right]$$

$$\int_i^{i+t} \sin\frac{\pi}{2}v^2 dv = \frac{1}{\pi(i+\frac{t}{2})}\left[-\cos(i+\frac{t}{2})(i+3\frac{t}{2}) + \cos\frac{\pi}{2}(i+\frac{t}{2})(i-\frac{t}{2})\right]$$

A táblázatot lásd Fresnel Oeuvres II pag. 319.

Knochenhauer módszere. 1839

Undulationstheorie pag. 35.

$$\int_0^v \cos\frac{\pi}{2}v^2 dv = v\cos\frac{\pi}{2}v^2 + \pi\int_0^v v^2 dv \sin\frac{\pi}{2}v^2$$

$$\int_0^v v^2 dv \sin\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{v^3}{3}\sin\frac{\pi}{2}v^2 - \frac{\pi}{3}\int_0^v v^4 dv \cos\frac{\pi}{2}v^2$$

$$\int_0^v v^4 dv \cos\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{v^5}{5}\cos\frac{\pi}{2}v^2 + \frac{\pi}{5}\int_0^v v^6 dv \sin\frac{\pi}{2}v^2$$

$$\int_0^v v^6 dv \sin\frac{\pi}{2}v^2 = \frac{v^7}{7}\sin\frac{\pi}{2}v^2 - \frac{\pi}{7}\int_0^v v^8 dv \cos\frac{\pi}{2}v^2$$

. . . . . .

$$\int_0^v \cos\frac{\pi}{2}v^2 dv = \cos\frac{\pi}{2}v^2\left(\frac{v}{1} - \frac{\pi^2 v^5}{1.3.5} + \frac{\pi^4 v^9}{1.3.5.7.9} - \frac{\pi^6 v^{11}}{1.2.3.5.7.9.11} + \dots\dots\right)$$

$$+ \sin\frac{\pi}{2}v^2\left(\frac{\pi v^3}{1.3} - \frac{\pi^3 v^7}{1.3.5.7} + \frac{\pi^5 v^{11}}{1.3.5.7.9.11} - \dots\dots\right) + R$$

fent 4 tag lent 3. vagy fent 4 lent 4.

$$\cancel{R = \frac{\pi^{2n}}{1.3.5.7\ldots(4n-1)}\int v^{2n}\cos\frac{\pi}{2}v^2\,dv}$$

páros $$R = \frac{\pi^n}{1.3.5\ldots(2n-1)}\int_0^v v^{2n}\cos\frac{\pi}{2}v^2\,dv$$

vagy $$R = \frac{\pi^n}{1.3.5\,(2n-1)}\int v^{2n}\sin\frac{\pi}{2}v^2\,dv$$

$$R < \frac{\pi^n}{1.3.5\ldots(2n-1)}\,\frac{v^{2n+1}}{2n+1}$$

$2n-1$

$2n$ $2(n{+}1)^{2n+2-1}$

T_n az $n$edik tag.

$\cancel{\frac{\pi}{2}\cdot v^2}$ $\quad \frac{\pi v^2}{2n+3}$

$T_{n+1} = T_n \frac{\pi v^2}{2n+3}$ tehát convergál bármily nagy legyen is v.

$(2n-1)$

$(2n-1)(2n+1)(2n+1+2)$

$(2n+3)$

$$C = \int_0^v \cos\frac{\pi}{2}v^2\,dv = M\cos\frac{\pi}{2}v^2 + N\sin\frac{\pi}{2}v^2$$

$$S = \int_0^v \sin\frac{\pi}{2}v^2\,dv = M\sin\frac{\pi}{2}v^2 - N\cos\frac{\pi}{2}v^2$$

Cauchy módszere 1842

Comptes Rendus, XV 534–573

$$\int_v^\infty \cos\frac{\pi}{2}v^2\,dv = \int_v^\infty \pi v\cos\frac{\pi}{2}v^2\,\frac{dv}{\pi v} = \left|\frac{1}{\pi v}\sin\frac{\pi}{2}v^2\right|_v^\infty + \int_v^\infty \frac{1}{\pi v^2}\sin\frac{\pi}{2}v^2\,dv$$

$$\int_v^\infty \frac{dv}{\pi v^2}\sin\frac{\pi}{2}v^2 = -\left|\frac{1}{\pi^2 v^3}\cos\frac{\pi}{2}v^2\right|_v^\infty - 3\int_v \cos\frac{\pi}{2}v^2\,\frac{dv}{\pi^2 v^4}$$

$$\int_v^\infty \frac{dv}{\pi^2 v^4}\cos\frac{\pi}{2} = \left(\frac{1}{\pi^3 v^5}\sin\frac{\pi}{2}v^2\right)_v^\infty + 5\int_v \sin\frac{\pi}{2}v^2\,\frac{dv}{\pi^3 v^6}$$

$$\int_v^\infty \cos\frac{\pi}{2}v^2\,dv = \cos\frac{\pi}{2}v^2\Bigg(\underbrace{\frac{1}{\pi^2 v^3} - \frac{1.3.5}{\pi^4 v^7} + \frac{1.3.5.7.9}{\pi^6 v^{11}} - \dots}_{+Q}\Bigg)$$

$$+\sin\frac{\pi}{2}v^2\Bigg(\underbrace{-\frac{1}{\pi v} + \frac{1.3}{\pi^3 v^5} - \frac{1.3.5.7}{\pi^5 v^9} + \dots}_{-P}\Bigg) + R$$

páros $\quad R = 1.3.5\dots(2n-1)\displaystyle\int_v^\infty \cos\frac{\pi}{2}v^2\,\frac{dv}{\pi^n v^{2n}}$

páratlan $\quad -1.3.5\dots(2n-1)\displaystyle\int_v^\infty \sin\frac{\pi}{2}v^2\,\frac{dv}{\pi^n v^{2n}}$

$$R < \frac{1.3.5\dots(2n-3)}{\pi^n v^{2n-1}}$$

$$T_{n+1} = \frac{2n-1}{\pi v^2}$$

1

$$\int_v^\infty \cos\frac{\pi}{2}v^2 dv = -P\sin\frac{\pi}{2}v^2 + Q\cos\frac{\pi}{2}v^2 + R$$

$$\int_v^\infty \sin\frac{\pi}{2}v^2 dv = P\cos\frac{\pi}{2}v^2 + Q\sin\frac{\pi}{2}v^2 + R'$$

$$\int_v^\infty = \int_0^\infty - \int_0^v = \frac{1}{2} - C$$

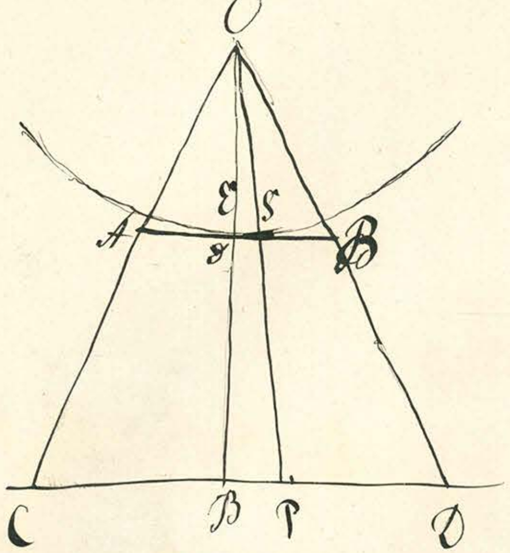
$$\int \qquad\qquad = \frac{1}{2} - S$$

$$C = \int_0^v \cos\frac{\pi}{2}v^2 dv = \frac{1}{2} + P\sin\frac{\pi}{2}v^2 - Q\cos\frac{\pi}{2}v^2 - R$$

$$S = \int_0^v \sin\frac{\pi}{2}v^2 dv = \frac{1}{2} - P\cos\frac{\pi}{2}v^2 - Q\sin\frac{\pi}{2}v^2 - R'$$

Fénytan.

Keskeny ernyő. Két ~~végtelen~~ ~~egyenes párhuzamos végtelen~~
végtelen párhuzamos egyenes által határolva.



$$I = c\frac{abd}{2(a+b)}\left\{\left[\int_{-\infty}^{-(l+h)}\cos\frac{\pi}{2}v^2dv + \int_{l-h}^{\infty}\cos\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2 + \right.$$

$$\left. + \left[\int_{-\infty}^{-(l+h)}\sin\frac{\pi}{2}v^2dv + \int_{l-h}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2\right\}$$

$$s = v\sqrt{\frac{abd}{2(a+b)}}$$

$$V_1 = (l+h)\sqrt{\frac{2(a+b)}{abd}}$$

$$V_2 = (l-h)\sqrt{\frac{2(a+b)}{abd}}$$

$$I = c\frac{abd}{2(a+b)}\left\{\left[\int_{-\infty}^{-V_1}\cos\frac{\pi}{2}v^2dv + \int_{V_2}^{\infty}\cos\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2 + \left[\int_{-\infty}^{-V_1}\sin\frac{\pi}{2}v^2dv + \int_{V_2}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2\right\}$$

$$c\frac{abd}{2(a+b)} = K$$

$$l\sqrt{\frac{2(a+b)}{abd}} = \varepsilon \qquad h\sqrt{\frac{2(a+b)}{abd}} = \mu$$

$$V_1 = \varepsilon + \mu \qquad V_2 = \varepsilon - \mu$$

$$I = K\left\{\left[\int_{-\infty}^{-(\varepsilon+\mu)}\cos\frac{\pi}{2}v^2dv + \int_{\varepsilon-\mu}^{\infty}\cos\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2 + \left[\int_{-\infty}^{-(\varepsilon+\mu)}\sin\frac{\pi}{2}v^2dv + \int_{\varepsilon-\mu}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2}v^2dv\right]^2\right\}$$

$$\int_{-\infty}^{-\varepsilon+\mu} = \int_{-\infty}^{0} - \int_{v}^{0} = \frac{1}{2} - \int_{0}^{v}$$

$$I = K\left[\left(1 - C_{\varepsilon+\mu} - C_{\varepsilon-\mu}\right)^2 + \left(1 - S_{\varepsilon+\mu} - S_{\varepsilon-\mu}\right)^2\right]$$

$$J = K\left\{\left[1 - C_{\varepsilon+\mu} - C_{\varepsilon-\mu}\right]^2 + \left[1 - S_{\varepsilon+\mu} - S_{\varepsilon-\mu}\right]^2\right\}$$

Max min $\dfrac{dJ}{d\mu} = 0$

$$0 = \left[1 - C_{\varepsilon+\mu} - C_{\varepsilon-\mu}\right]\frac{\partial}{\partial\mu}\left[C_{\varepsilon+\mu} + C_{\varepsilon-\mu}\right] + \left[1 - S_{\varepsilon+\mu} - S_{\varepsilon-\mu}\right]\frac{\partial}{\partial\mu}\left[S_{\varepsilon+\mu} + S_{\varepsilon-\mu}\right]$$

$$\frac{\partial}{\partial\mu} C_{\varepsilon+\mu} = -\cos\frac{\pi}{2}(\varepsilon+\mu)^2$$

$$\frac{\pi}{2}(\varepsilon-\mu)^2 = \alpha$$

$$\frac{\pi}{2}(\varepsilon+\mu)^2 = \beta$$

$$(1 - C_{\varepsilon+\mu} - C_{\varepsilon-\mu})(\cos\alpha - \cos\beta) + (1 - S_{\varepsilon+\mu} - S_{\varepsilon-\mu})(\sin\alpha - \sin\beta) = 0$$

Gilbert writes

$$C = \frac{1}{2} - G\cos\frac{\pi}{2}v^2 + H\sin\frac{\pi}{2}v^2$$

$$S = \frac{1}{2} - G\sin\frac{\pi}{2}v^2 - H\sin\frac{\pi}{2}v^2$$

$$J = K\{$$

$$(G_\beta\cos\beta + G_\alpha\cos\alpha - H_\beta\sin\beta - H_\alpha\sin\alpha)(\cos\alpha - \cos\beta)$$

$$+ (G_\beta\sin\beta + G_\alpha\sin\alpha + H_\beta\cos\beta + H_\alpha\cos\alpha)(\sin\alpha - \sin\beta) = 0$$

$$G_\alpha + G_\beta\cos(\beta-\alpha) - H_\beta\sin(\beta-\alpha) + \cancel{G_\beta\cos(\beta-\alpha)} - G_\beta - G_\alpha\cos(\beta-\alpha)$$

$$- H_\alpha\sin(\beta-\alpha)$$

$$(G_\alpha - G_\beta)(1 - \cos(\beta-\alpha)) - (H_\alpha + H_\beta)\sin(\beta-\alpha) = 0$$

$$\beta - \alpha = 2\pi\varepsilon\mu$$

$$(G_\alpha - G_\beta)(1-\cos 2\pi\varepsilon\mu) - (H_\alpha + H_\beta)\sin 2\pi\varepsilon\mu = 0$$

$1-\cos 2\pi\varepsilon\mu$

$1-\cos^2\pi\varepsilon\mu+\sin^2\pi\varepsilon\mu = 2\sin^2\pi\varepsilon\mu$

$$(G_\alpha - G_\beta)\sin^2\pi\varepsilon\mu - (H_\alpha + H_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu\cos\pi\varepsilon\mu = 0 \qquad 3)$$

$$\sin\pi\varepsilon\mu = 0 \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

$$(G_\alpha - G_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu - (H_\alpha + H_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu = 0$$

$$tg\,\pi\varepsilon\mu = \frac{H_\alpha + H_\beta}{G_\alpha - G_\beta} \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

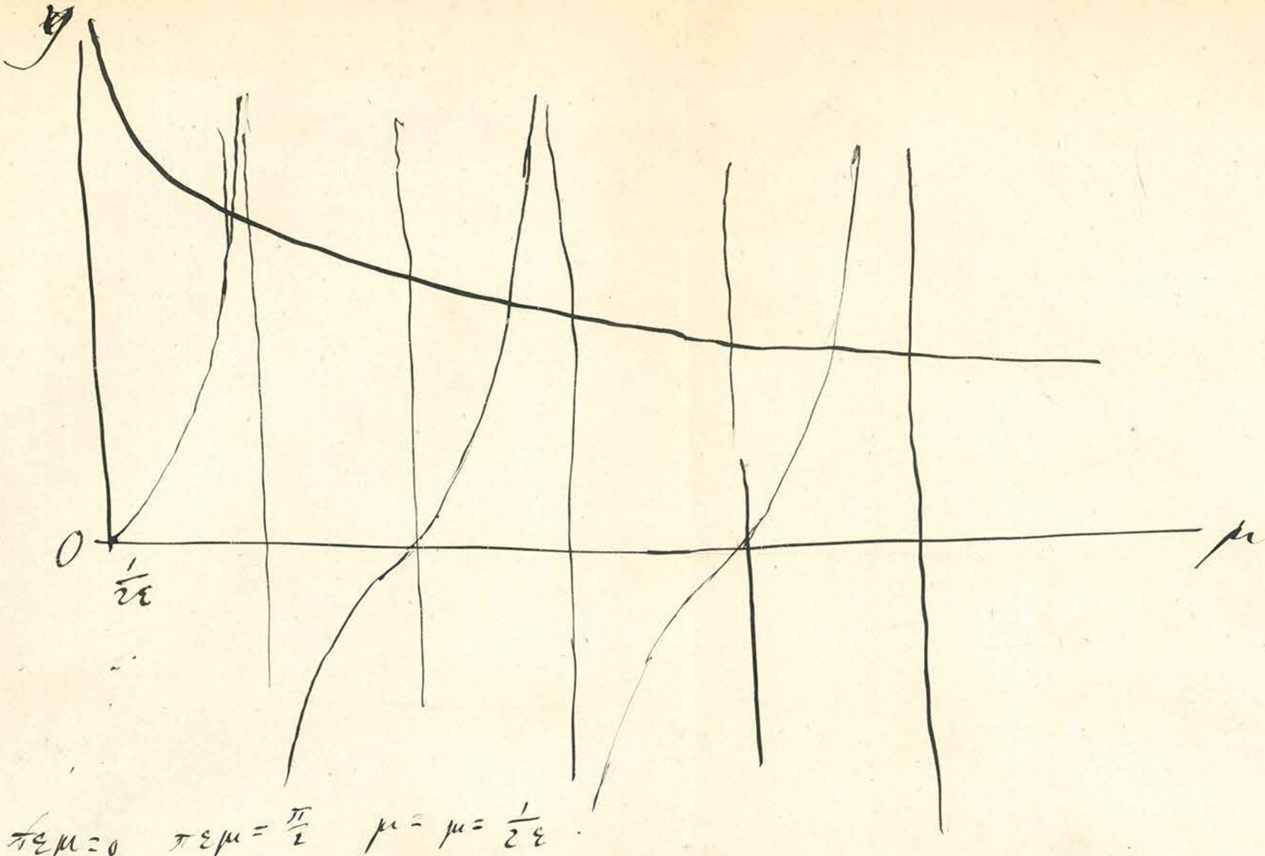
1) Egyenlet mindig maximumokat ad.

~~a 3) egyenlet előjele~~ a baloldali kifejezés előjele mindig $\frac{\partial J}{\partial\mu}$ előjele ha 1) értelmében ~~$\varepsilon\mu$~~ $\varepsilon\mu = n$ és kevéssé az előjelet valamivel kisebb értékre nézve így találjuk $\frac{\partial J}{\partial\mu}$ pos., ellenben valamivel nagyobbra nézve $\frac{\partial J}{\partial\mu}$ neg.

2) egyenlet gyökei

$$y = tg\,\pi\varepsilon\mu \qquad y = \frac{H_\alpha + H_\beta}{G_\alpha - G_\beta}$$

görbék y és μ ös. vonatkozóikkal átmetszési pontjai



A második görbe assymptotikus y hoz mert

ha $\mu = 0$ $\alpha = \beta$

Ha a geometriai árnyék közelébe jövünk akkor

$\mu = \varepsilon$ $\alpha = 0$ $\beta = 2\pi\varepsilon^2$

$H\alpha = G\alpha = \frac{1}{2}$ $H\beta$ $G\beta$ elhanyagolhatók

$$G = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{e^{-ux}\sqrt{x}\,dx}{1+x^2}$$

$$H = \frac{1}{\pi\sqrt{2}} \int_0^\infty \frac{e^{-ux}\,dx}{\sqrt{x}\,(1+x^2)}$$

tehát ha μ növekszik a görbe $y=1$ hez közeledik e szerint 2) egyenletnek van egy gyöke 0 és $\frac{1}{2\varepsilon}$ $\frac{2}{2\varepsilon}$ és $\frac{3}{2\varepsilon}$ között egy sorral.

$$2n \cdot \frac{1}{2\varepsilon} \text{ és } (2n+1)\frac{1}{2\varepsilon} \qquad \frac{2n}{2\varepsilon} \qquad \frac{2n+1}{2}\,\frac{1}{\varepsilon}$$

között. 1) ből

$$\mu = \frac{n}{\varepsilon}$$

ezek a maximumok közötti minimumok

$$\text{Max} \qquad lh\,\frac{2(a+b)}{abd} = n$$

$$\text{Min.} \qquad \cancel{\exp}\ lh\,\frac{2(a+b)}{abd} = n \text{ és } n+\tfrac{1}{2} \text{ között}$$

$$\frac{h}{x} = \frac{a}{a+b} \qquad x = h\,\frac{a+b}{a}$$

$$\text{Max} \qquad x = \frac{a+b}{a}\,\frac{abd}{l\,2(a+b)} = n\,\frac{bd}{2l}$$

$$\text{Min} \qquad x = n\,\frac{bd}{2l} \text{ és } \left(n+\tfrac{1}{2}\right)\frac{bd}{2l} \text{ között}$$

Az intenzitások értéke az árnyékon belül.

$$I = K\left\{\left[1 - C_{\varepsilon+\mu} - C_{\varepsilon-\mu}\right]^2 + \left[1 - S_{\varepsilon+\mu} - S_{\varepsilon-\mu}\right]^2\right\}$$

$$C = \tfrac{1}{2} - G\cos u + H\sin u$$

$$S = \tfrac{1}{2} - G\sin u - H\cos u$$

$$I = K\Big\{\left(G_\alpha\cos\alpha - H_\alpha\sin\alpha + G_\beta\cos\beta - H_\beta\sin\beta\right)^2 +$$
$$\left(G_\alpha\sin\alpha + H_\alpha\cos\alpha + G_\beta\sin\beta + H_\beta\cos\beta\right)^2\Big\}$$

$$I = K\Big[G_\alpha^2 + H_\alpha^2 + G_\beta^2 + H_\beta^2 + 2\,G_\alpha G_\beta\cos(\beta-\alpha)$$
$$+ 2\,H_\alpha H_\beta\cos(\beta-\alpha)$$
$$- 2\,G_\alpha H_\beta\sin(\beta-\alpha)$$
$$+ 2\,G_\beta H_\alpha\sin(\beta-\alpha)\Big]$$

$$\beta - \alpha = 2\pi\varepsilon\mu$$

$$G_\alpha^2 + G_\beta^2 + 2\,G_\alpha G_\beta\cos 2\pi\varepsilon\mu = (G_\alpha + G_\beta)^2\cos^2\pi\varepsilon\mu + (G_\alpha - G_\beta)^2\sin^2\pi\varepsilon\mu$$

$$H_\alpha^2 + H_\beta^2 + 2\,H_\alpha H_\beta\cos 2\pi\varepsilon\mu = (H_\alpha + H_\beta)^2\cos^2\pi\varepsilon\mu + (H_\alpha - H_\beta)^2\sin^2\pi\varepsilon\mu$$

$$2\cdot(G_\beta H_\alpha\sin(\beta-\alpha) - G_\alpha H_\beta\sin(\beta-\alpha) = 4\left(G_\beta H_\alpha - G_\alpha H_\beta\right)\sin\pi\varepsilon\mu\cos\pi\varepsilon\mu$$
$$= 2\left[(G_\alpha + G_\beta)(H_\alpha - H_\beta) - (G_\alpha - G_\beta)(H_\alpha + H_\beta)\right]\sin\pi\varepsilon\mu\cos\pi\varepsilon\mu$$

$$J = K\left(\left[(G_\alpha + G_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu + (H_\alpha - H_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu\right]^2 + \left[(G_\alpha - G_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu - (H_\alpha + H_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu\right]^2\right)$$

Maximumra $\pi\varepsilon\mu = n$

$$J = K\left\{(G_\alpha + G_\beta)^2 + (H_\alpha + H_\beta)^2\right]$$

árnyék ~~tel...~~ [illegible] / $\mu = 0$ $\alpha = \beta = \frac{\pi}{2}\varepsilon^2$

$$J = 4K\left\{(G_\alpha + H_\alpha)^2\right.$$

ha végtelen ernyő lenne akkor azt:

$$J^2 = K(G_\alpha + H_\alpha)^2$$

μ növekedtével G_α H_α nőnek — annál nagyobb mennél keskenyebb az ernyő

G_β H_β fogynak.

Minimumokra.

$$J = K\left[(G_\alpha + G_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu + (H_\alpha - H_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu\right]^2$$

ugy 3) at tekintetbe véve

$\sin\pi\varepsilon\mu =$

$$J = K\left\{\left[(G_\alpha + G_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu + (H_\alpha - H_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu\right]^2 + \left[(G_\alpha - G_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu - (H_\alpha + H_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu\right]^2\right\}$$

$$K = c\,\frac{abd}{2(a+b)} \qquad \varepsilon = l\sqrt{\frac{2(a+b)}{abd}} \qquad \mu = h\sqrt{\frac{2(a+b)}{abd}}$$

$$s = v\sqrt{\frac{abd}{2(a+b)}}$$

$$\frac{\pi}{2}(\varepsilon-\mu)^2 = \alpha \qquad \frac{\pi}{2}(\varepsilon+\mu)^2 = \beta.$$

Max $\quad \sin\pi\varepsilon\mu = 0 \quad \ldots \quad 1)$

min $\quad -(G_\alpha - G_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu - (H_\alpha + H_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu = 0 \quad \ldots \quad 2)$

Maxim.

$$\mu = \frac{n}{\varepsilon}$$

Min. $\quad \mu = \frac{n}{\varepsilon}$ és $\frac{n}{\varepsilon} + \frac{1}{2}\frac{1}{\varepsilon}$ között

Max $\quad lh \cdot \frac{2(a+b)}{abd} = n$

Min. $\quad lh \cdot \frac{2(a+b)}{abd}$ n és $n + \frac{1}{2}$ között

$$\frac{h}{x} = \frac{a}{a+b} \qquad x = h\,\frac{a+b}{a}$$

Max $\quad x = n\,\frac{bd}{2l}$

min $\quad x = n\,\frac{bd}{2l}$ és $(n+\frac{1}{2})\,\frac{bd}{2l}$ között.

Maximumra nézve

$$J = K\left[(G_\alpha + G_\beta)^2 + (H_\alpha + H_\beta)^2\right]$$

Az árnyék közepén $\mu = 0$ $\alpha = \beta$

$$J = 4K(G_\alpha + H_\alpha)^2$$

Ha egyetlen volna

$$J = K(G_\alpha + H_\alpha)$$

Ha összeadódnak G_α és H_α növek G_β H_β-éggyel e szerint növelnék a ~~...~~ maximumot. ~~A~~ A fény középen annál nagyobb minél keskenyebb az ernyő.

Minimumokban nézve

$$J = K\left[(G_\alpha + G_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu + (H_\alpha - H_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu\right]^2$$

Az árnyék középpontja közelében hol $\alpha = \beta$ tehát ott J csaknem kell mert

$$(G_\alpha - G_\beta)\sin \pi\varepsilon\mu = (H_\alpha + H_\beta)\cos \pi\varepsilon\mu$$

$$\left\{(G_\alpha - G_\beta)^2 + (H_\alpha + H_\beta)^2\right\}\sin^2 \pi\varepsilon\mu = (H_\alpha + H_\beta)^2$$

$$\sin \pi\varepsilon\mu = \frac{H_\alpha + H_\beta}{\sqrt{(G_\alpha - G_\beta)^2 + (H_\alpha + H_\beta)^2}}$$

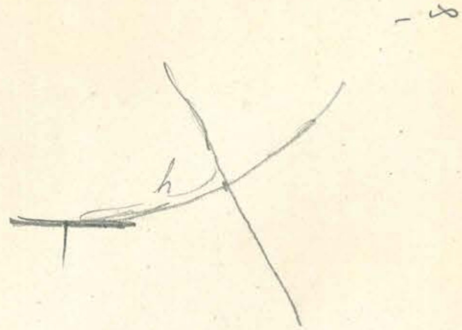
$$\cos \pi\varepsilon\mu = \frac{G_\alpha - G_\beta}{\sqrt{(H_\alpha + H_\beta)^2 + (G_\alpha - G_\beta)^2}}$$

$$J = K\frac{(G_\alpha^2 - G_\beta^2 + H_\alpha^2 - H_\beta^2)^2}{(G_\alpha - G_\beta)^2 + (H_\alpha + H_\beta)^2}$$

közel a középponthoz J csaknem [illegible]

Külső pont.

$\int_{-h}$



$$\int_{-\infty}^{h-1} + \int_{h+1}^{\infty}$$

$$\int_{-\infty}^{0} + \int_{0}^{h-1}$$

$$\frac{1}{2} + \int_{0}^{h-1} + \frac{1}{2} - \int_{0}^{h+1}$$

$$J = K\left[\left(1 + C_{\mu-\varepsilon} - C_{\mu+\varepsilon}\right)^2 + \left(1 + S_{\mu-\varepsilon} - S_{\mu+\varepsilon}\right)^2\right]$$

$$\left(1 + C_{\mu-\varepsilon} - C_{\mu+\varepsilon}\right)\left[\cos\frac{\pi}{2}(\mu-\varepsilon)^2 - \cos\frac{\pi}{2}(\mu+\varepsilon)^2\right]$$

$$+\left(1 + S_{\mu-\varepsilon} - S_{\mu+\varepsilon}\right)\left[\sin\frac{\pi}{2}(\mu-\varepsilon)^2 - \sin\frac{\pi}{2}(\mu+\varepsilon)^2\right] = 0$$

$$\frac{\pi}{2}(\mu-\varepsilon)^2 = \alpha \qquad \frac{\pi}{2}(\mu+\varepsilon)^2 = \beta$$

$$C = \frac{1}{2} - G\cos\frac{\pi}{2}v^2 + H\sin$$

$$S = \frac{1}{2} - G\sin - H\cos$$

$$J = K\left\{\left(1 - G_\alpha \cos\alpha + H_\alpha \sin\alpha + G_\beta \cos\beta - H_\beta \sin\beta\right)^2 + \left(1 - G_\alpha \sin\alpha - H_\alpha \cos\alpha + G_\beta \sin\beta + H_\beta \cos\beta\right)^2\right\}$$

$$(\qquad)(\cos\alpha - \cos\beta) + (\sin\alpha - \sin\beta)(\qquad) = 0$$

$$-(G_\alpha + G_\beta)[1 - \cos(\beta-\alpha)] + (H_\alpha - H_\beta)\sin\beta - \alpha$$

$$+ \cos\alpha - \cos\beta + \sin\alpha - \sin\beta = 0$$

$$\frac{\beta-\alpha}{2} = \pi\varepsilon\mu \qquad \frac{\beta+\alpha}{2} = \frac{\pi}{2}(\varepsilon^2+\mu^2)$$

$$\cancel{-(G_\alpha + G_\beta)\sin^2\pi\varepsilon\mu + (H_\alpha - H_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu\cos\pi\varepsilon\mu}$$

$$\cancel{\sin\frac{\alpha+\beta}{2} + \cos\frac{\alpha+\beta}{2}}$$

$$\cos\frac{\varepsilon}{2} \qquad 2\cos^2\frac{\alpha}{2} - \sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$2\sin\frac{\beta-\alpha}{2}\sin\frac{\beta+\alpha}{2} \qquad -2\sin\frac{\beta-\alpha}{2}\cos\frac{\beta+\alpha}{2}$$

$$\left(2\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\alpha}{2} - 2\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right) \quad -2\sin\frac{\beta-\alpha}{2}$$

$$\left(2\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\alpha}{2} + 2\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$-(\mathcal{G}_\alpha + \mathcal{G}_\beta)\sin^2\pi\varepsilon\mu + (\mathcal{H}_\alpha - \mathcal{H}_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu\cos\pi\varepsilon\mu$$

$$+\sin\pi\varepsilon\mu\left[\sin\frac{\pi}{2}(\varepsilon^2+\mu^2) - \cos\frac{\pi}{2}(\varepsilon^2+\mu^2)\right] = 0$$

$$\sin\pi\varepsilon\mu = 0 \quad \ldots\ldots \quad 1)$$

$$-(\mathcal{G}_\alpha + \mathcal{G}_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu + (\mathcal{H}_\alpha - \mathcal{H}_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu + \sin\frac{\pi}{2}(\varepsilon^2+\mu^2) +$$

$$- \cos\frac{\pi}{2}(\varepsilon^2+\mu^2) = 0 \qquad 2)$$

$$\varepsilon\mu = u$$

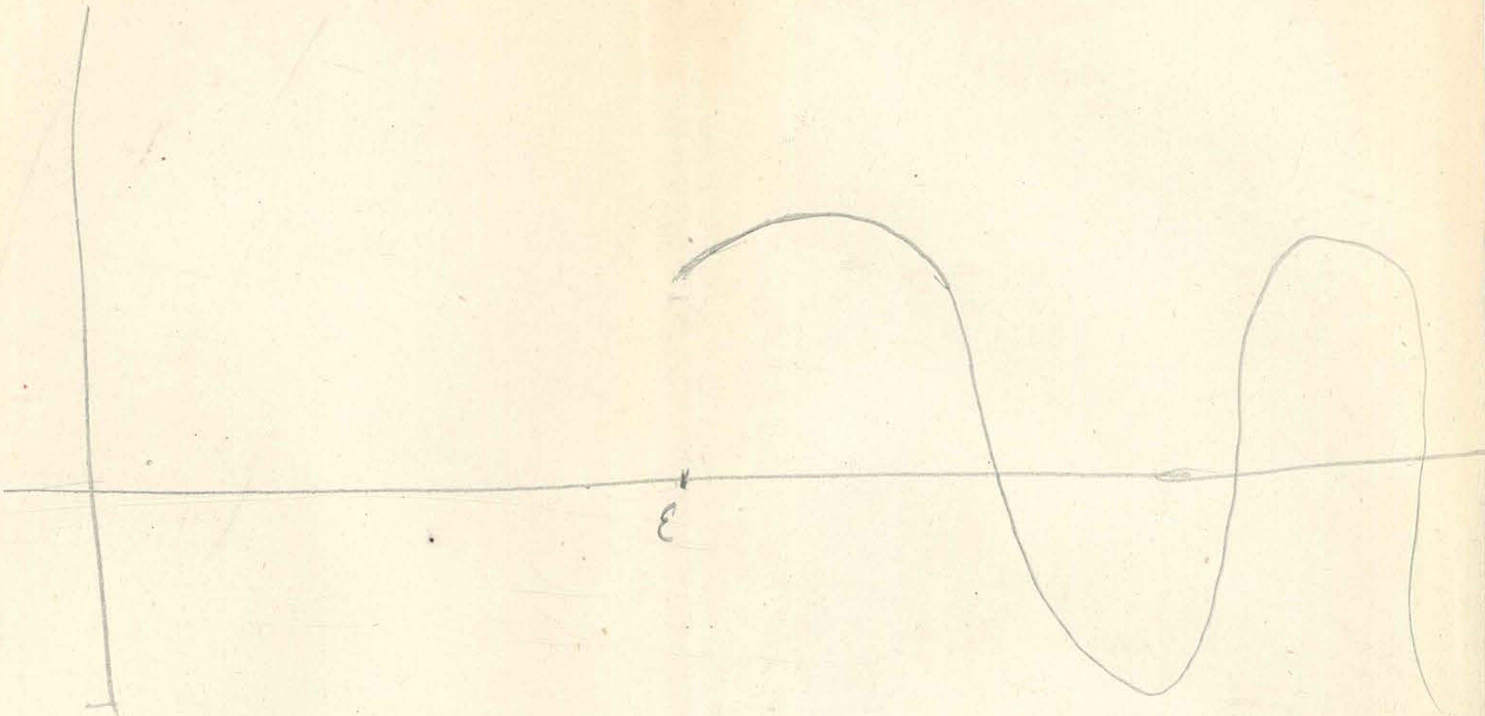
$$(\mathcal{H}_\alpha - \mathcal{H}_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu - (\mathcal{G}_\alpha + \mathcal{G}_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu = \sqrt{2}\cos\frac{\pi}{2}\left(\varepsilon^2+\mu^2+\frac{1}{2}\right)$$

$$\cos x - \sin x = \sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$y = (\mathcal{H}_\alpha - \mathcal{H}_\beta)\cos\pi\varepsilon\mu - (\mathcal{G}_\alpha + \mathcal{G}_\beta)\sin\pi\varepsilon\mu$$

$$y = \sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$$

μ nagyobb mint ε.



$$\frac{\pi}{2}\left(\varepsilon^2+\mu^2+\frac{1}{2}\right)=(2n+1)\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}\left(\varepsilon^2+(\mu+\Delta\mu)^2+\frac{1}{2}\right)=(2n+3)\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2}\left(2\mu\Delta\mu+\Delta\mu^2\right)=2\frac{\pi}{2}$$

$$\Delta\mu=\frac{2}{\mu}.$$

A másik görbe metszi a μ tengelyt

$tg\,\pi\varepsilon\mu = \dfrac{dl_\alpha - dl_\beta}{g_\alpha + g_\beta}$ pontokban

Ms 5095/14. Eötvös Loránd kísérleti természettani előadásai egyetemi 1877.

Kisérleti természettan 1877. I.

Mechanika.

§1 Nehéz pont szabad esése

§2 függőlegesen fel és lehajitása

§3 ferde hajitás.

§4 nehéz pont mozgása a lejtőn.

§5. $v_2^2 - v_1^2 = 2g(x_2 - x_1)$ egyenlet

igazolva hajitás és tehozölegesi görbe pályán való mozgásnál.

§6 Munka,

$$A = \delta L$$

egyenlet.

A ~~Nehéz~~ ~~test~~ pontrendszerek mozgásánál a nehézség irányában végzett munka = az eleven erő változás.

Nehéz pontrendszerek mozgásánál a végzett munka csupán a kezdet és véghelyzettől függ.

Corollarium. Ha egy pontrendszer egy helyzetből egy másikba megy át úgy, hogy minden egyes pontja ugyanazon színvonalba tér vissza melyből kiindult akkor a munka = eleven erő változása = 0.

~~virtuális~~ §7. Virtuális munkák elve.

Minden eltolódásra az egyensúlyi helyzetből:

$$\delta A = 0$$

ha nincs a rendszer kényszerek alávetve, δA a munka

egy kicsiny eltolódás körben az egyensúlyi helyzetből.
Az eltolódás oly kicsiny, hogy alatta az erőket állandóknak
lehessen tekinteni.

Kényszernek alávetett rendszerre nézve a virtuális
(lehető, kicsiny) eltolodásra nézve:

$$\delta A \leqq 0$$

Ha az eltolódás olyan, hogy a vele ellentett is lehetséges
olyankor mindig

$$\delta A = 0$$

§7. Alkalmazások.

Egy pont egyensúlya. Álló csiga, mozgó csiga, emeltyű,
tengely körül forgatható szilárd test, mérleg. (lásd a következőket ~~[illegible]~~)

Egy pont egyensúlya

A virtuális munka szabad pontnál

$$\delta A = 0 \qquad P\delta s = 0$$

$$P = 0 \text{ minden irányban}$$

Pont kényszerítve vonalban, δs eltolódás e vonal mentében az
eltolódás ellentett irányban is lehetséges

$$P = 0$$

Pont ellenálló alapon:

Eltolódás az alap mentében

$$P_h = 0$$

Az alapra merőlegesen

$$\cancel{R_x \gtrless 0}$$

$$P_x \delta x \gtrless 0$$

P_x negativ.

Tehát csak akkor lehet egyensúly ha a sík mentében erő nem hat és az erő az alapba befelé irányitott. —

Jegyzet 1878 iki télen

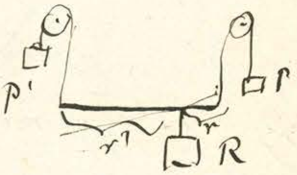
További példák a virtuális munkák elvére.

44 Csigasor

Lejtő

Csavar

Kétszer kell alkalmazni ez elvet a következő eset esetében



~~eset~~

1) eltolásnál úgy hogy a rúd párhuzamos maradjon

$$P + P' = R$$

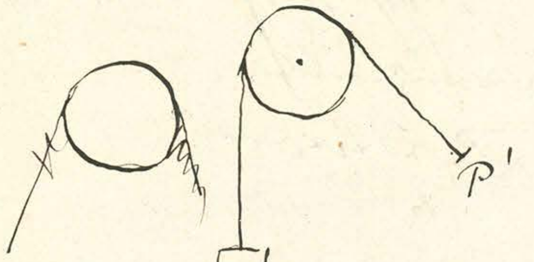
2) forgatásnál R körül

$$Pr = P'r'$$

Álló csiga

$$-Ph + P'h = 0$$

$$P = P'$$



P

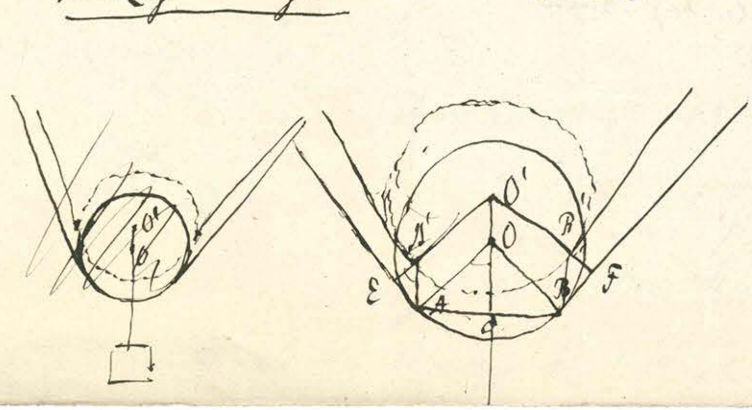
Mozgó csiga.

$$P' 2EA = P AA'$$

$$\frac{AA'}{EA} = \frac{r}{AC} \qquad \frac{AA'}{2EA} = \frac{r}{s}$$

$$AC = \frac{s}{2} \qquad s = \text{a } \cancel{\text{húr}} \text{ a fonál által befödött ív húrja}$$

ebből $\frac{P'}{P} = \frac{r}{s}$



~~P az teher . P~~ P' = erő P = teher

Az erő úgy áll a teherhez mint a csiga sugara, a fonál által lefedett ív húrjához.

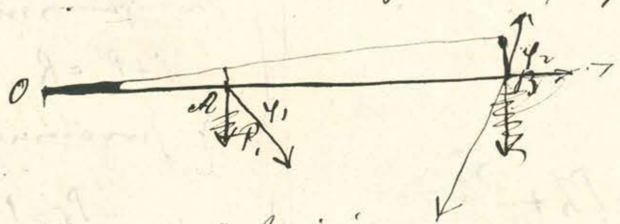
Ha a fonál körülveszi ~~...~~ ívet akkor.

Az erő úgy áll a teherhez mint 1 áll a kettőhöz.

Emeltyű

Egy rideg rúd, melynek egy pontja ~~körül vagy a~~ forgatható s annak pontjaira erők hatnak:

A forgási pont a rúd végén = egykarú emeltyű.



$$\cancel{P_1 \cos(\varphi_1 + \tfrac{\pi}{2})\,\delta s_1 + P_2 \cos(\varphi_2 + \tfrac{\pi}{2})\,\delta s_2 = 0}$$

$$\cancel{\delta s_1 = r_1\,\delta\omega \qquad \delta s_2 = r_2\,\delta\omega}$$

$$\cancel{P_1 \cos(\varphi_1 + \tfrac{\pi}{2})\,r_1 + P_2 \cos(\varphi_2 + \tfrac{\pi}{2})\,r_2 = 0}$$

~~ha $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ akkor.~~

$\cancel{P_1 r_1 + P_2 r_2} = 0$

$\varphi_1 + \frac{\pi}{2}$

Az erő merőleges az erő karjára

P_1 és P_2 egy irányúak

$$P_1 r_1 + P_2 r_2$$

Ellenkező irányúak

$$P_1 r_1 = P_2 r_2$$

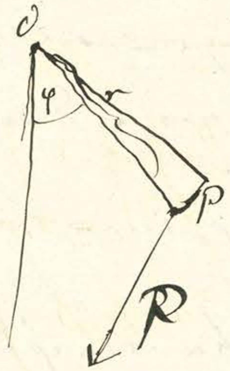
Az erő úgy aránylik a teherhez, mint a teher forgási ~~karja~~ sugara az erő forgási ~~karjához~~ sugarához.

Kétkarú emeltyű az erő ⊥ az emeltyűre
az erők egyirányúak
$R_1r_1 - R_2r_2 = 0$ akkor van egyensúly

Az erők ellentétek akkor
$R_1r_1 + R_2r_2$ nem lehet Null
akkor nincs egyensúly.

Egy szilárd test mely tengely körül forog.

Egy pont.



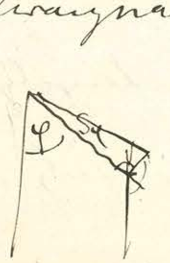
OP forgási sugár
forgassuk φ irányban $d\varphi$ szöglettel
a befutott út $rd\varphi$ az erő összetevő
a forgás irányában $= R$
$Rr.d\varphi$.

Rr = forgási nyomaték.

egyensúly akkor ha $R = 0$

Néhány pont forgási nyomatéka.

Vegyük a nehéz súly erőt irányát a φ mérésére
kezdetirányának. akkor.



$R = mg\cos(\frac{\pi}{2}+\varphi)$ a forgási nyomaték
$mg\cos\frac{\pi}{2}-\varphi\, r = mgr\sin\varphi$

egyensúly akkor ha $\sin\varphi = 0$

tehát ha tömegpont a forgási tengely alatt fekszik.

Szilárd testet. ~~Az~~ Egyensúlyában változatlan helyzetű pontrendszernek tekinthetjük. Lesz.

$$0 \qquad (R_1 r_1 \delta + R_2 r_2 + R_3 r_3 + \dots)\,\delta\varphi = 0$$

~~Nehézségi~~ ~~Nehézségi erő esetében~~

A mechanikában kimutatják hogy ~~egy~~ a nehézségi erő forgási nyomatéka ~~pont~~ (egy szilárd rendszer ~~forgási nyomatéka a nehézségi erő irányában~~ = ~~egy pont forgási nyomatéka egy erő irányában~~ egy nehéz pont forgási nyomatékával, melyben az egész rendszer tömege egyesítve van. E szerint

$$-g\,(m_1 r_1 \sin\varphi_1 + m_2 r_2 \sin\varphi_2 + \dots) = -g M \rho \sin\varphi$$

egyensúly akkor ha $\sin\varphi = 0$ tehát ha ama bizonyos pont, a súlypont a forgási tengely alatt fekszik.

E pontot meghatározhatjuk ha a testet 3 egyensúlyával ~~mindi~~ ~~egyes tengely~~ ~~körül~~ nem párhuzamos tengely ~~körül~~ rű függesztve az illető egyensúlyi helyzetekben a ~~vert~~ tengelyen keresztül verticalis síkokat fektetünk. E három sík átmetszése ~~E~~ a súlypont.

Számítás útján is találhatjuk a súlypontot, mert tudjuk, hogy az egy síkban fekszik, melyre nézve

$$m_1 r_1 \sin\varphi_1 + m_2 r_2 \sin\varphi_2 + \dots\ ) = 0$$

$$r_1 \sin\varphi_1 = z_1$$

tehát

$$m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_3 z_3 + \dots = 0$$

---

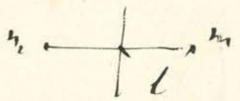
például egy henger ..hen.
a hengerben ~~két pont~~ az összekötő egyenesben, úgy hog

$$m_1 z + m_2 z_2 = 0$$

$$m_2 z_2 = -m_1 z_1$$

két

$$z_2 =$$



$$\lambda m_1 = +(l-\lambda) m_2$$

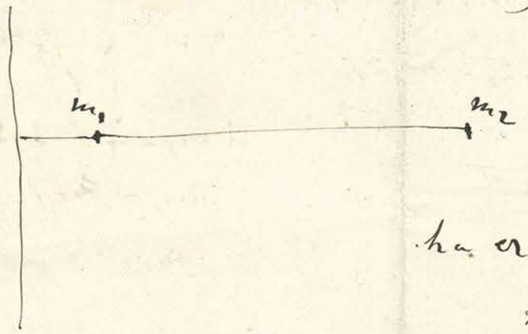
$$\lambda m_1 = (l-\lambda) m_2$$

$$m_1 = m_2 \quad d =$$

Valamely ~~test~~ pontrendszer tömegközéppontja egy síkban fekszik melyre nézve $\sum m_k z_k = 0$. A z ~~egy~~ a pont függőleges távola a síktól, egyik oldalon + a másikon − értékkel.

Két tömegpont. m_1 és m_2 tömegközéppontja melyeknek távola l. Felteszünk ~~keresztül a kettőn egy síkot~~ l-el párhuzamosan egy síkot, erre nézve $\sum m_k z_k$ csak akkor null ha a sík l-en keresztül van fektetve, tehát a tömegközéppont egy ezen keresztül fektetett síkban fekszik. Felteszünk ezen keresztül egy második síkot erre nézve is $\sum m_k z_k = 0$, tehát a tömegközéppont l egyenesben fekszik.

Felteszünk l-re merőlegesen egy síkot. erre nézve



$$m_1 z_1 + m_2 z_2$$

vagyis

$$m_1 z_1 + m_2(z_1 + l)$$

ha ez $= 0$ akkor:

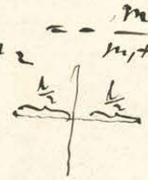
$$m_1 z_1 = -m_2(z_1 + l)$$

tehát

$$z_1 = \frac{\cancel{m_2 l}}{m_1 + m_2} = -\frac{m_2}{m_1 + m_2} l$$

$m_1 = 2m_2$

$m_1 = m_2$



Egyenes homogén henger tömegközéppontja a közepén van.
Egyenes homogén körkúpé közelebb az alaphoz, mint a csúcshoz.

A tétel ütközésre

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 c_1 + m_2 c_2$$

$$v_1 + c_1 = v_2 + c_2$$

~~ha $m_2 \infty$ mely hajnak és $v_2 = 0$~~

ha $v_2 = 0$ akkor.

$$\cancel{v_1 = c_2 - c_1}$$

$$\cancel{m_1 v_1 = m_1 c_1 + m_2 c_2}$$

ha azonfelül ezekből

$$c_1 = \frac{2 m_2 v_2 + (m_1 - m_2) v_1}{m_1 + m_2}$$

$$c_2 = \frac{2 m_1 v_1 + (m_2 - m_1) v_2}{m_1 + m_2}$$

ha $v_2 = 0$ akkor.

$$c_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

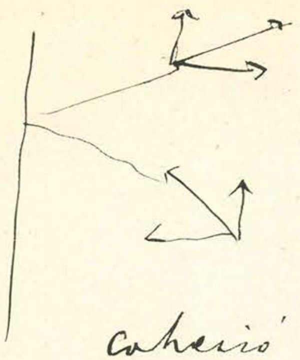
$$\cancel{c_2 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2} \quad c_2 = \frac{2 m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

ha m_2 nagyon nagy akkor.

$$c_1 = - v_1$$

$$c_2 = 0$$

a golyó visszapattan. ellentett sebességgel



v_x $\qquad c_x = -v_x$

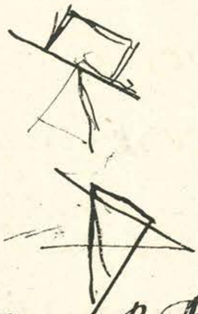
$c_y = v_y$

cohesio adhesio

<u>Súrlódás.</u> a nyomás $= R$ a horzoló erő $= P$.

A súrlódás kR

~~kR~~



~~$kR\sin\alpha = P$~~

~~$kR = P$~~

a súrlódás $Q = \varrho . R$

R a nyomás $\qquad k = \frac{P}{R}$.

$P\sin\alpha = Q \qquad R = P\cos\alpha$

$P\sin\alpha = \cancel{Q}\cos$

$P\sin\alpha = \varrho . P\cos\alpha$

<u>$\varrho = tg\,\alpha$.</u> a súrlódási szöglet.

A míg nem súrolás addig.

1) arányos a nyomással

2) független a sebességtől.

3) független az érintkezési felülettől nagyságától

Vas vason 0,128

tölgyfa tölgyfán 0,48 stb.

kő kövön 0,5 – 0,75

A folyadékokban a ~~fogott~~ tesz a változás ellen működő erőket azoknak egyenként értelmes fogyasztása.

A hydrostatika alaptétele.

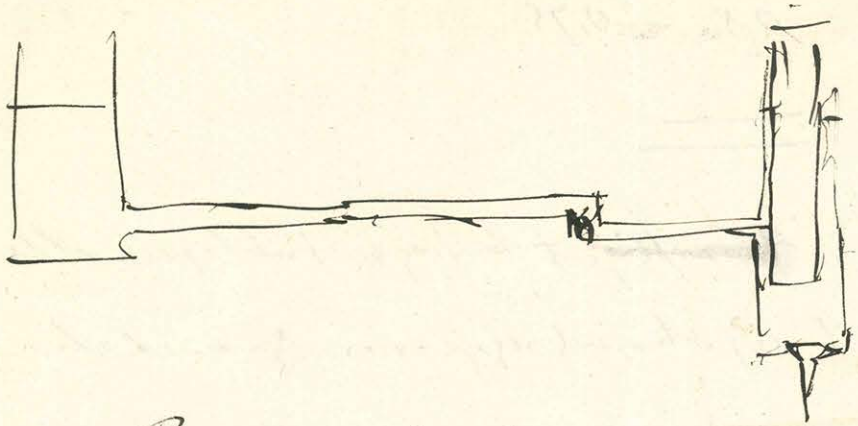
Pascal. Vízzel telt zárt edényben két egyl mindegyikben beleillő dugattyú az egyik dugattyúnak 1 cm ben 2 a másiknak 100 egyen — — —

Minden alatt a nyomás egyensúly egyl ez ha az erő arányos a felülettel nyomás ha $\frac{P}{F} = \frac{p}{f}$

A nyomás minden irányban egyenlő

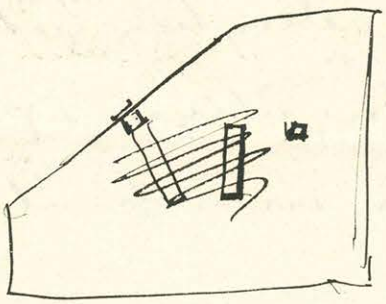
Bramah sajtója.

E mellett egyenlő a súlytalan folyadékokban



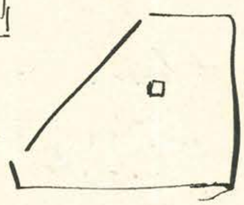
Pascal féle elv

Nehéz folyadékban a nyomás ~~sűr~~



x

$fp \quad fp'$



p

$\cancel{p_0 = f} \qquad p_0$

$$fp_0 + fx\sigma g = fp_1$$

$$p_1 = p_0 + x\sigma g$$

$$p_2 = p_0 + 2x\sigma g \quad \ldots \text{etc.}$$

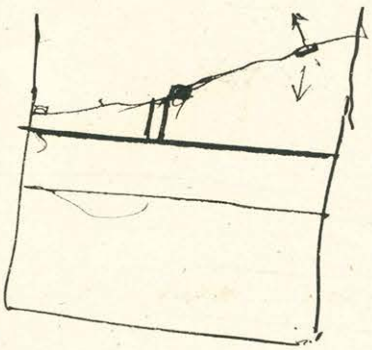
$$\left.\begin{aligned} p &= p_0 + h\sigma g \\ p &= p_0 - h\sigma g. \end{aligned}\right\} \quad \underline{p = p_0 + x\sigma g}$$

a függőlegesen felette vagy alatta levő irányban

Vízszintesen a függőlegesre merőlegesen haladva a nyomás ugyanaz marad.

—

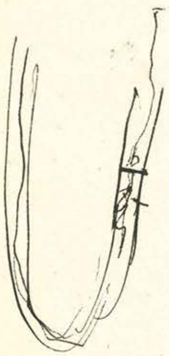
Szabad folyadékfelület mint a légtér, kemény víz s más felület.



A nyomás az alapra független a folyadékmennyiségtől.

Közlekedő csövek. 

Különböző folyadékokkal.



$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{h'}{h} \quad \rho = \frac{1080}{80} = 13,5$$

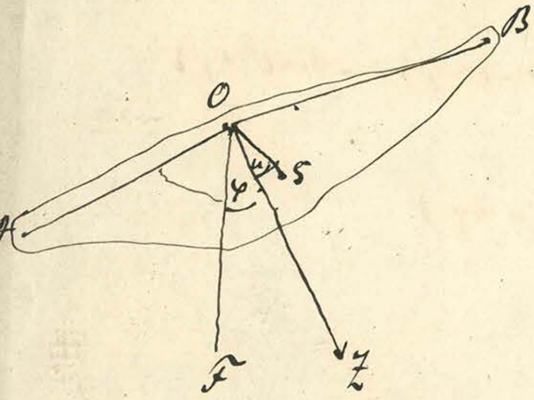
Kisérleti természettan 1877. I

A mérleg elmélete.

Szilárd test, azon keresztül ~~vízszintes tengely~~, ~~két pontban~~, mozgé-het/egyszerűség.

Mérlegrúd, tengely, felfüggesztés, mutató.

Feltesszük egy függőleges a tengelyre merőleges síkot az egészen keresztül. O a forgási tengely A—B a felfüggesztési pontok. OA = k és OB = k' a mérleg karjai. A mérleg mutatójának iránya OZ



$\measuredangle AOZ = \alpha$ $\measuredangle BOZ = \beta$

S a mérlegrúd súlypontja

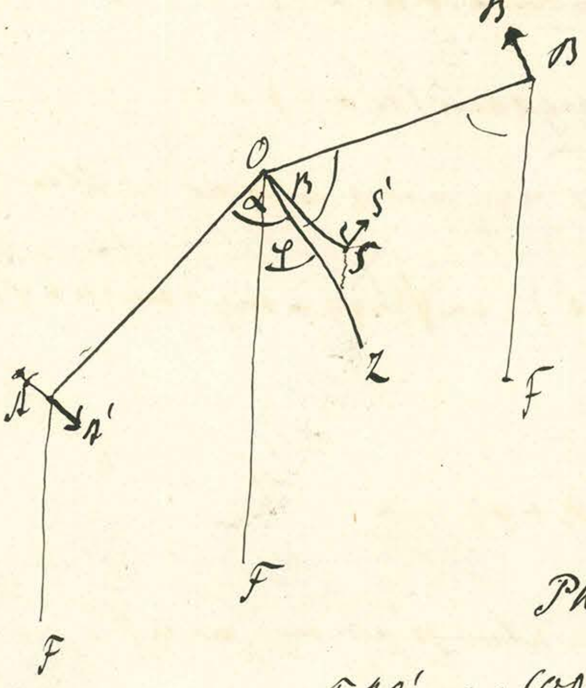
s e súlypont ~~tá~~ forgási sugara.

$\measuredangle ZOS = u$

$k\ k'\ \alpha\ \beta\ u\ s\ m$ (a rúdtömege) a mérleg rudat jellemző mennyiségek.

Bármily helyzetet is foglaljon el ezek mindig ugyanazok maradnak. a szöglet $ZOF = \varphi$ positiv balról jobbra.

fordíts.



$\cancel{\sphericalangle}$

$\sphericalangle\, OAF = \pi - \alpha + \varphi$

$\sphericalangle\, OBF = \pi - \beta - \varphi$

$\sphericalangle\, SOF = u + \varphi$

Virtuális eltolodásnál végzett $\dfrac{\text{munka}}{\delta\varphi}$

$$PK \cos FAA' + P'K' \cos B'BF + mgs \cos FSS' = 0$$

$$\cos FAA' = \cos\left(OAF - \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \varphi\right) = \sin(\alpha - \varphi)$$

$\cancel{\cos OAF = \cos}$

$$\cos B'BF = \cos\left(OBF + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\frac{3}{2}\pi - \beta - \varphi\right) = -\sin(\beta + \varphi)$$

$\cancel{\cos SOF} =$

$$\cos FSS' = \cos\left(\frac{\pi}{2} + SOF\right) = -\sin(u + \varphi)$$

és így egyenletünk:

$$PK \sin(\alpha - \varphi) - P'K' \sin(\beta + \varphi) - mgs \sin(u + \varphi) = 0 \qquad 1)$$

Ebből

$$PK \sin\alpha \cos\varphi - PK \cos\alpha \sin\varphi - P'K' \sin\beta \cos\varphi - P'K' \cos\beta \sin\varphi - mgs \sin u \cos\varphi$$
$$- mgs \cos u \sin\varphi = 0$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{PK \sin\alpha - P'K' \sin\beta - mgs \sin u}{PK \cos\alpha + P'K' \cos\beta + mgs \cos u}$$

1) Egyenlet csigán a csészékre alkalmazva

$$P_0 k \sin(\alpha-\varphi) + P_0' k' \sin(\beta+\varphi) - mgs \sin(\mu+\varphi) = 0$$

ha megterhelve p és p' sulyokkal φ ugyanaz marad akkor

$$(P_0+p) k \sin(\alpha-\varphi) + (P_0'+p') k' \sin(\beta+\varphi) - mgs \sin(\mu+\varphi) = 0$$

tehát a kettőből

$$p k \sin(\alpha-\varphi) = p' k' \sin(\beta+\varphi)$$

ha p ugyanaz és φ is ugyanaz akkor p' is ugyanaz.

Mérlegelés bármely rosz mérleg bármely állásánál tarirozás által. Kisérlet. Jobbról egy csavar a mérlegrészhez helyezve, mely a rúd hosszának $\frac{4}{5}$-én volt felfüggesztve, sulya tarirozás által 24,8 Gramm. Azután ugyanaz megmérve a csészében $\frac{2}{5}$ távolra tarirozás utján sulya ismet 24,8 Gramm.

Ha $\alpha+\beta=\pi$ akkor

$$p k \sin(\alpha-\varphi) = p' k' \sin(\pi-\alpha+\varphi)$$

$$p k = p' k'$$

példa a fa modellen.

A csészék nélküli mérlegre 1) szerint

$$mgs\sin(u+\varphi)=0$$

tehát $\varphi=-u$

a csészékkel ellátott mérlegre ha akkor is φ ugyanaz vagyis $=\alpha-u$ akkor kell. p és p' nagyságainál

$$pk\sin(\underline{\alpha+u}) = p'k'\sin(\underline{\beta-u})$$

ha azonkívül $\alpha+u=\beta-u$ vagyis ha a súlypont k és k' karok felező vonalába esik akkor ugyanazok

$$\underline{pk=p'k'}$$

Ez egyenlet érvényes e szerint

1) Ha a felfüggesztési ponttól a forgási tengely síkjába esnek.

2) Ha a) az üres csészékkel terhelt mérlegrúd egyensúlyi helyzete ugyanaz mint egyedül a rúdé b/b) ha a mérlegrúd súlypontja a két kar felező ~~von~~ egyenesébe esik.

Egyenlő karú mérlegnél $\beta=\beta'$. Ha ~~[illegible]~~ a mérleg nem jól készült lenne akkor. ~~[illegible]~~

$$pk\sin(\alpha-\varphi) = p'k'\sin(\beta+\varphi)$$ ~~vagy $pk=p'k'$~~

~~de ha a [illegible] akkor $k'=k(1+\delta)$ [illegible]~~

egy második mérésnél p-t a másik csészébe helyezve

$$p'k\sin(\alpha-\varphi) = pk'\sin(\beta+\varphi)$$

[illegible] 2.

Kísérleti természettan 1877 I

tehát

$$\frac{p}{p''} = \frac{p'}{p} \qquad \text{vagyis}$$

$$p = \sqrt{p'p''} \qquad \text{ez a kettős mérés.}$$

Ha: $K\sin(\alpha-\varphi) = k$ és $K\sin(\beta+\varphi) = k'$

kevéssé különböznek, mint közönségesen használt egyenlő-karú mérlegeknél, akkor

$$k' = k(1+\lambda) \qquad \lambda \text{ kicsiny.}$$

akkor tehát

$$p = (1+\lambda)p$$

és $p = \left(\frac{1}{1+\lambda}\right)p'' \qquad \frac{1}{1+\lambda} = 1-\lambda+\lambda^2-\lambda^3+\lambda^4 \ldots\ldots$

közelítőleg $p = (1-\lambda)p''$

tehát $p = \frac{p'+p''}{2}$ közelítőleg.

Érzékenység.

ABO egy egyenesben $u=0$ ~~akkor~~ és $k=k'$ akkor.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{p-p'}{mgs}.$$

Kisérleti természettan 1877 I

Gravitatio. 1) §1. A Nap és a bolygók közti erő.

Keppler harmadik törvénye szerint

$$T_1^2 : T_2^2 : T_3^2 = R_1^3 : R_2^3 : R_3^3 : \dots$$

Gondoljuk hogy a mozgás körpályában ~~egyenletes~~ egyenletesen történik. Akkor a 2ik tétel szerint egyenletesen is fog történni.

E mozgásra a középpontfutó erő gyorsulása

$$= \frac{c^2}{R} \quad \text{a középponti erő}$$

$$= \cancel{4\pi}\ \frac{4\pi^2 R^2}{R T^2} = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$$

tehát

$$\cancel{\gamma_1 : \gamma_2 : \gamma_3} \quad \frac{\gamma_1}{\gamma_2} = \frac{R_1}{T_1^2} \cdot \frac{T_2^2}{R_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}$$

tehát az erő gyors. fordítva arányos.

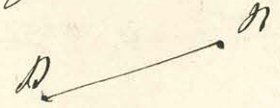
Magát a napot vonzó ereje ...

$$= a \cdot \frac{M_1}{R_1^2}$$

§2. Feltevés

A földön is van nehézség.

__Feltevés__ az erő melyet egy tömegpont [illegible] μ egy ~~tőle~~ másikra m gyakorol arányos



$\frac{m}{r^2}$ kifejezéssel.

És ez erő független attól, a tömegpontok mozgásban vannak, attól mások környezetükben.

Tehát ha μ a tömeg kétszer akkora az erő kétszerese lesz az előbbinek s. í. t.

Egy szóval a vonzó erő melyet μ gyakorol m-re arányos $\frac{\mu m}{r^2}$-el. és tehát e szerint

$$P = f.\frac{\mu . m}{r^2}$$

f egy arányossági szorzó ez a Newton forma

ebből

$$g_m = f\frac{\mu}{r^2} \qquad g_\mu = f\frac{m}{r^2}$$

§ 3. A föld gyorsulása.

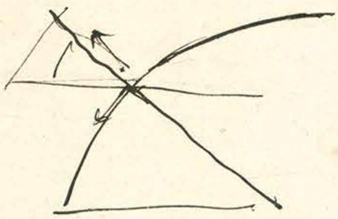
A föld ~~egy~~ közelítőleg egy gömb, mely homogén anyagú enek vonzó ereje ugyanaz, mintha tömege ~~egyesül~~ a középpontban lenne. tehát a gyorsulás a földön

$$g = f\frac{M}{R^2}$$

$g = 978{,}1028 + 5{,}005 \sin^2\lambda - 0{,}000003 h$

Ámde ez nem minden. Középpontfutó erő is van és pedig ez az egyes pontokon a forgási síkban hat. és $= \dfrac{\left(\frac{40\,000\,000}{24.60.60}\cdot\cos\lambda\right)^2}{R\cos\lambda}$. λ a geogr. szélesség

$$= \frac{\left(\frac{2\pi R\cos\lambda}{24.60.60}\right)^2}{R\cos\lambda} = \frac{4\pi^2}{24.60.60} R\cos\lambda$$



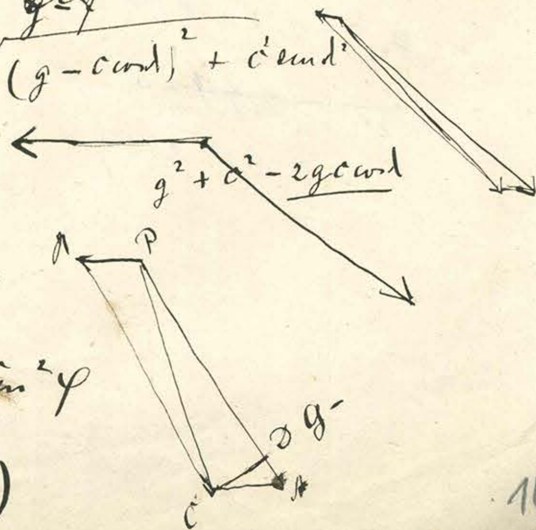
ennek összetevője a nehézségi erő irányában $= \dfrac{4\pi^2}{(24.6060)^2} R.\cos^2\lambda$.

$$\frac{4\pi^2}{(24.60.60)^2} R = \gamma_0 = 0{,}034$$

$$g = \sqrt{(g - c\cos\lambda)^2 + c^2\cos^2\lambda}$$

$g^2 + c^2 - 2gc\cos\lambda$

$\cancel{g = f\frac{M}{R^2} - 0{,}034}$



$$g = f\frac{M}{R^2} - \gamma_0\cos^2\varphi$$

$$= f\frac{M}{R^2} - \gamma_0 + \gamma_0\sin^2\varphi$$

$$g = g_0\left(1 + \frac{\gamma_0}{g_0}\sin^2\varphi\right)$$

14

0,005133

$g_0 = 9{,}78$

$$\frac{\gamma_0}{g_0} = \frac{0{,}034}{9{,}78} = 0{,}0035$$

tehát lenne:

$$g = g_0(1 + 0{,}0035 \sin^2\varphi)$$

A föld aequator sugara = 6 377 400

a föld fél tengelye — = 6 356 100

Ez szerint aztán Clairault képlete.

$$g = g_0(1 + 0{,}005133 \sin^2\varphi)$$

ez áll a föld felszinére.

$g_0 = 9{,}78103$

$g_{45} = 9{,}80606$

$\cancel{g_{90} = 9{,}79910}$

$g_{90} = 9{,}83109$.

Kísérleti természettan. 1877. I

Gravitatió 2.)

§4.

A föld vonzása a holdra ugyanaz nehézség.

Legyen. Ha a nehézség a holdig hat, akk.

$$\gamma = f\frac{M}{60^2R^2} = \frac{g}{3600} = \frac{9{,}8}{3600} = 0{,}00272.$$

Már most a hold $60R$ sugarú pályában kering és pedig (39343.60) m.p. alatt. ezszerint

$$c = \frac{2\pi.60.R}{39343.60} = \frac{2\pi R}{39343} = \cancel{\frac{40000000}{39343}}\;2\pi$$

a középpontfutó erő gyorsulása

$$\gamma' = \frac{\frac{4\pi^2R^2}{(39343)^2}}{60R} = \frac{2\pi.(2\pi R)}{60.(39343)^2} = 0{,}00271$$

Quod erat demonstrandum.

§ 5. A föld tömege és f. szorzó.

$g = \frac{fM}{R^2}$ ebből $\underline{fM = gR^2}$

kiszámítható e szerint $\underline{fM}$

vagy f. vagy M magában kiszámítandók.

$gR^2 =$ téve $g = 9{,}806$ a gyorsulás 45°nál

$R = 6\,366\,800$ méter a középsugár értéke

Kohlrausch

lesz ez:

$$\underline{gR^2 = 397\,500\,000\,000\,000 \frac{\text{meter}}{\text{sec}^2} = fM} = 3975 \cdot 10^{17}\ \text{Cent. Sec}$$

~~A föld tömeg~~ A föld térfogat ⊠ meterekben

$$= \frac{4}{3}\pi R^3 = 1081 \cdot 10^{17}$$

$$\frac{\frac{m}{t^2}}{\frac{M}{R^2}} = tg\,\alpha \qquad M = \frac{m \cdot r^2}{t^2\, tg\,\alpha}$$

a föld térfogata ⊠ Centimeterekben $= 1081 \cdot 10^{23}$

tömege Grammokban

Merkel

	fajsúly	földtömeg grammokban		f. gramm méter secunda
Maskelyne	4,71	$509180^{24\,23}$	—	$\frac{78066}{10^{18}}$ +)
Cavendisch	5,48	592430^{20}		$\frac{67097}{10^{18}}$
Reich I	5,44			
Baily	5,66			
Reich II	5,58			

+) 1881 ben jegyzet hozzá

$f = \frac{gR^2}{M}$ ha C.G.S rendszerben számítunk

$0,0,000\,f = \frac{78066}{10^{12}} = 0,0,0000000078066$

mintegy 8. tízmilliomod.

a gramm sulyereje 980, az egység

Jolly értekezésében Pogg. Ann. XIV, 1881

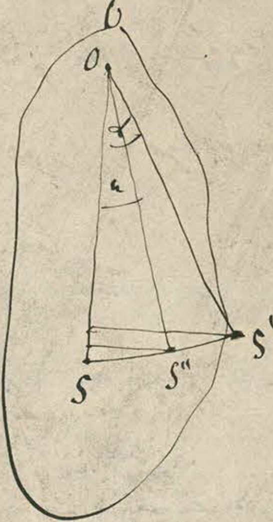
Maskelyne	1774–75	4,713
Cavendisch	1797–98	5,48
Reich	— — —	5 58
Baily	— — —	5,66
Cornu és Baille.	— —	5,56
Carlini Mont Cenis hegyen ...		4,837
Airy aknában 1000 láb mélyen		6,623 hoz
Poynting	4.4–71	5,69
Jolly		5,692

16

Kísérleti természettan, 1877 I   Inga

Inga.

Vízszintes tengely körül forgatható szilárd test. O a forgási tengely S a súlypont ~~x~~ k vetülete egy a tengelyre merőleges függőleges síkban.



$OS = s$

Egyensúlyi helyzetben OS függőleges.

Mozdítsuk ki onnét OS'-be úgy hogy

~~OS~~ $FOS' = SOS' = \alpha$

α kitérésnél a sebesség $= 0$

Határozzuk meg a munkát S'től S''ig s tegyük ezt $=$ az eleven erőnövekedéssel S'től S''ig.

A munka S'től S''ig

$$= Msg(\cos u - \cos\alpha)$$

vagyis, a mennyiben

$$\cos u = 1 - \frac{u^2}{1.2} + \frac{u^4}{1.2.3.4} - \frac{u^6}{1.2.3.4.5.6} + \dots$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{1.2} + \frac{\alpha^4}{4!} - \frac{\alpha^6}{6!} + \dots$$

ha α kicsiny akkor közelítőleg $u = 1 - \frac{u^2}{2}$ és $\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$

tehát a munka

$$= \frac{1}{2} Mgs(\alpha^2 - u^2)$$

Másrészt az eleven erő növekedés S'től S''ig = az eleven erő S'' helyzetben.

Legyen az egyes m pontok forgási sugara ϱ akkor az egyes pont sebessége $v = \varrho\omega$ hol ω a szögsebesség, ezért az eleven erő S''ben

$$= \frac{1}{2}\omega^2 \sum m\varrho^2$$

$\sum m\varrho^2$ = a tehetetlenségi nyomaték = egy a mozgás közben változatlan mennyiség. Egyenletük

$$\omega^2 = \frac{Mgs}{K}(\alpha^2 - u^2)$$

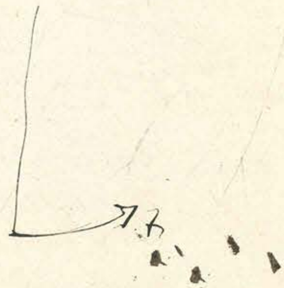
A mozgás ~~olyan~~ lengő mozgás lesz:

$$\omega = \pm\sqrt{\frac{Mgs}{K}}\sqrt{\alpha^2 - u^2}$$

ha ~~$u = 0$ $\omega = \alpha\sqrt{\frac{Mgs}{K}}$~~ ha ~~$u = \alpha$~~ $\omega = 0$

egy pont d ~~ta~~ forgási sugárral

$$d\omega = \pm\sqrt{\frac{Mgs}{K}}\sqrt{d^2\alpha^2 - d^2u^2} \qquad d\omega$$



$$v = \pm\sqrt{\frac{Mgs}{K}}\sqrt{a^2 - x^2}$$

a = Amplitudója a pont lengésének v + egyik irányban – a másikban

$$\sqrt{\frac{mg}{l}} = c$$

akkor $v = +c\sqrt{a^2-x^2}$

a pont ~~egy~~ felfelé mozog míg $x = a$

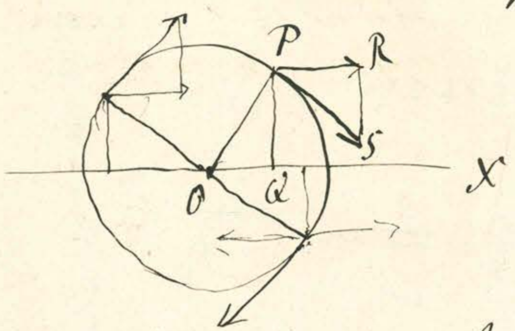
akkor $v = 0$

ismét

$$v = -c\sqrt{a^2-x^2}$$

Milyen ez a mozgás.

Egy pont a sugarú körben ac állandó sebességgel mozog.



Milyen sebességgel mozog ennek vetülete az X tengelyre?

~~PS =~~

$$PR = PS\cos SPR$$

$$v_x = ca\cdot\frac{\sqrt{a^2-x^2}}{a}$$

ha P pont vetülete balról jobbra mozog

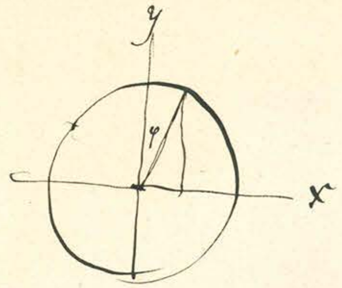
$$v_x = +c\sqrt{a^2-x^2}$$

Ha a P pont vetülete jobbról balfelé mozog

$$v_x = -c\sqrt{a^2-x^2}$$

a P pont vetülete e szerint épen úgy mozog mint az inga egypontja a körívben.

A Q vetület pont mozgását előállíthatjuk következő módon:



$\varphi = ac$ $\cancel{\varphi = gt}$ $\varphi = \cancel{k}ct$

$\cancel{x = a \sin \varphi}$

$x = a \sin ct$

tehát ha $t = 0$ $x = 0$

ha t növekszik x növekszik

míg $ct = \frac{\pi}{2}$ $x = a$

Ettől fogva x fogy

míg $ct = \pi$ akkor újra $x = 0$

Az idő mely alatt az inga egyik oldalról a másikra tér = a lengési idő tehát

$$cT = \pi$$

$$T = \frac{\pi}{c}$$

vagyis:

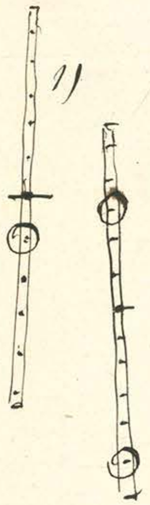
$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{Mgs}}$$

E képlet csupán kicsiny kitérésekre áll.

T e szerint ~~nem csupán~~ g-től, de egyenkint K és tagytól nagysága a rúd szerkezetétől függ.

~~Miként függ~~ Ha az inga tömege és súlypontja változatlan marad függ még a K-tól.

Lássuk ezt:



~~$K_1 = 1170\, l^2$~~ itt eltekintettünk a rúd tömegétől

$$K_1 = 2.1170\, l^2$$

$$K_2 = 117025\, l^2 + 1170 \cdot 9\, l^2$$

tehát $\frac{K_1}{K_2} = \frac{2}{34} = \frac{1}{17}$.

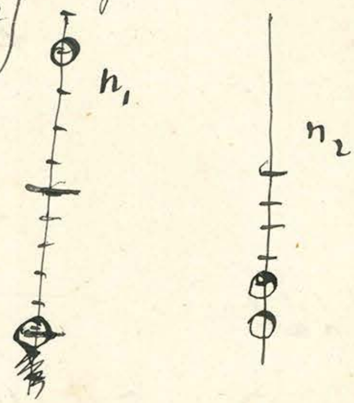
más pedig ez esetben

$$T_1 : T_2 = 1 : \sqrt{17}.$$

Kísérletből

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{4}$$

Második példa ugyanazon tehetetlenségi momentumra



$s_1 = \lambda$

$s_2 = 9\lambda$

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{\sqrt{s_2}}{\sqrt{s_1}} = \cancel{\frac{1}{3}}\ 3$$

~~$3 n_2 = n_1$~~

$$\frac{n_2}{n_1} = 3$$

$n_2 = 3 n_1$

Ha T_k változatlan marad függ meg az s-től és pedig avval fordítva arányos.

$\cancel{A s = 445}$

$\cancel{A s_1 = (1170+880)5l}$ $\quad s_1 = 5l$

$\cancel{A s_2 = (1170-880)5l}$

$880(5l+\lambda) = 1170(5l-\lambda)$

$$\frac{(1170-880)5l}{1170+880} = x = s_2$$

$\cancel{A s_2 = 117}$

Tehát

$$T_1 : T_2 = \cancel{\frac{1170+880}{1170-880}} :$$

$$= \sqrt{\frac{1170-880}{1170+880}} : 1$$

$$= \sqrt{1170-880} : \sqrt{1170+880}$$

Közelítőleg:

$$T_1 : T_2 = 17 : 45$$

Ha az inga egy ~~mathemati~~ tömegpont, melynek forgási ingava = l akkor az mathematikai ingának neveztetik erre nézve:

$$T = \pi\sqrt{\frac{ml^2}{mgl}} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

~~Látjuk ebből hogy az a mathemati~~

Ha egy math. és egy testes természettani inga lengési ideje ugyanaz akkor

$$\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = \pi\sqrt{\frac{K}{mgs}} \quad \text{tehát}$$

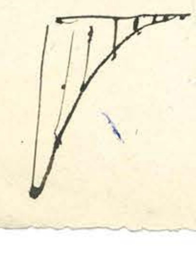
$$l = \frac{K}{ms}$$

l a természettani ingának megfelelő mennyiségtani inga:

A mennyiségtani ingánál

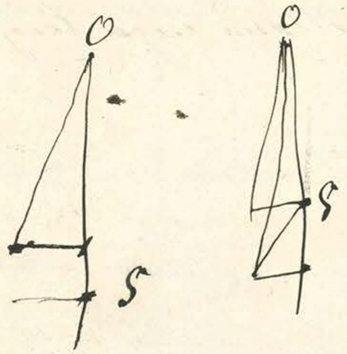
$$T^2 = c.l$$

Ha felfüggesztünk ingákat úgy hogy $y = a.T$ és legyen $l = x$ akkor lesz $a^2y^2 = cx$ $\underline{y^2 = px}$ parabola.



Reversió inga. g meghatározására kellene még K és s teljes ismerete. Ettől megment a reversiós inga.

Egy inga az melynek két párhuzamos éle van s melyen az eltolható súlyok úgy állíthatók, hogy a lengési idő mindkét élen ugyanaz legyen. Ha ez el van érve akkor az ingának megfelelő mennyiségtani inga hossza = a két él távolsága. Bebizonyítás.



~~O forgási tengelyre nézve a tehetetlenségi nyomaték = $\sum mr^2$ vagy ha behúzunk~~

x y tengelyeket

$$K = \sum m(x^2+y^2)$$

Tekintsük x ~~tengelyét~~ 2ikat a súlyponton át a ~~forgásival~~ egy tengelyt erre nézve

$$k = \sum m((x-s)^2+y^2)$$

$$K = \sum(mx^2+ms^2+my^2-2mxs)$$

Tekintsük át a súlyponton egy tengelyt mely || a forgásival erre nézve $k = \sum m(x^2+y^2)$ a forgási tengelyre nézve $K = \sum m((s+x)^2+y^2)$

$K = k + ms^2 + \cancel{\sum 2msx}$ $\qquad K = k + ms^2$

~~Az egyik élre nézve~~ Az egyik élre nézve

$l = \dfrac{k+ms_1^2}{ms_1}$ a másikra $l = \dfrac{k+ms_2^2}{ms_2}$

$lms_1 - lms_2 = ms_1^2 - ms_2^2$ $\qquad \underline{l = s_1 + s_2}$

Kísérleti természettan 1871 I

Inga. (folytatás).

Reversió inga.

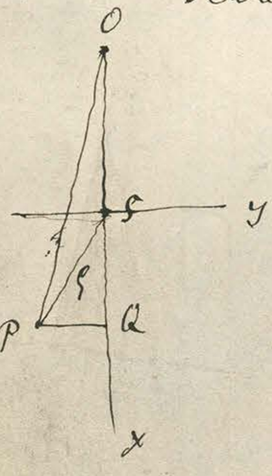
Calamitás hogy a tehetlenségi nyomaték kiszámítása oly nehéz.

A reversió ingának két párhuzamos forgási éle van s rajta eltolható tömegek.

Ha a reversió inga lengési ideje két élén ugyanaz akkor a neki megfelelő mathematikai inga hossza = az élek merőleges távola.

Bebizonyítás.

Legyen egy ingának O forgási tengellyel súlypontja S. $OS = s$ akkor. Tekintsünk S-be egy tengelyrendszert, melynek X tengelye OS irányba essék, y tengely erre merőleges legyen akkor.



$$\cancel{m\rho^2}\quad m r^2 = m((x+s)^2+y^2)$$

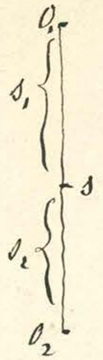
$$\sum m r^2 = \sum m((x+s)^2+y^2)$$

$$x^2+s^2+y^2+2xs = \rho^2+s^2+2xs \quad \text{és így}$$

$$K = \sum m\rho^2 + \sum m s^2 + \sum 2mxs$$

$\sum m\rho^2 = k$ = a tehetlenségi nyomaték egy S-en keresztül fektetett tengelyre nézve. $\sum m s^2 = M s^2$ $\sum 2xs = 2s\sum mx$. $\sum mx = 0$ a súlypont definitiójánál fogva, tehát:

$$\underline{K = k + M s^2}$$



$K_1 = k + Ms_1^2$ $\quad s_1 \quad M$

$$T_1 = \pi\sqrt{\frac{K_1}{Mgs_1}} \qquad l_1 = \frac{K_1}{Ms_1}$$

$K_2 = k + Ms_2^2$ $\quad s_2 \quad M$

$$T_2 = \pi\sqrt{\frac{K_2}{Mgs_2}} \qquad l_2 = \frac{K_2}{Ms_1}$$

ha $T_1 = T_2$ $\quad l_1 = l_2$

tehát

$$lMs_1 = k + Ms_1^2$$

$$lMs_2 = k + Ms_2^2$$

$$lM(s_1 - s_2) = M(s_1^2 - s_2^2)$$

$$l = s_1 + s_2$$

Quod erat demonstrandum.

~~g meghatározása.~~

g meghatározása.

1) Vagy $T^2 = \pi^2 \frac{K}{Mgs}$ képlet szerint honnét

$$g = \frac{\pi^2 K}{T^2 Ms}$$

oly ingánál melyre nézve K és s meghatározása könnyü

Borda féle inga.

Itt a T pontos észlelése szükséges.

2) Vagy Reversió ingával, úgy hogy a kilengési időt a két élre nézve = lévé téve keresünk a neki megfelelő mathematikai inga hosszát akkor ez l-et ismerve lesz.

$$T^2 = \pi^2 \frac{l}{g}$$

ennél $$l = \frac{T^2 g}{\pi^2}$$

itt is azután T pontos észlelése kívántatik.

$$g = G(1 + 0{,}005133 \sin^2 \lambda)$$

$$G = 9{,}780$$

Coincidenziák módszere.

$$n\,T' = (n+1)\,T$$

$$T = \frac{n}{n+1}\,T'$$

így mérések alapján:

Pest 47° 30′ | h = 80

980,83 | 980,71

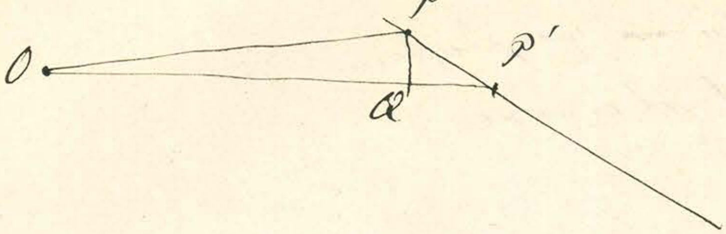
$$g = 9{,}780\,(1 + 0{,}005133 \sin^2 \lambda)\left(1 - \frac{2h}{R}\right)$$

λ a geogr. szélesség

R = 6,370,000 R = 6,366806

Inga kísérletekből Bessel kimutatta, hogy a kis különbség az erőben mellyel a föld különnemű anyagokat vonz nem lehet nagyobb mint egy hatvanezered.

~~Közé~~ Pontfutó erő.



Ki deríthetjük miként mozog egy test egy pont irányában. Mozogjon PP' egyenesben egyenletesen c sebességgel úgy hogy

$$PP' = s = ct$$

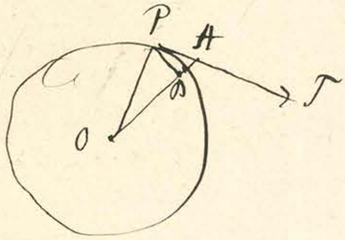
ez idő alatt $QP' = x$-el távolodott az O középponttól úgy a helyzetváltozást O irányában úgy fejezzük ki hogy a sugár irányában QP' ~~futtatott~~ $=x$ be.

~~Ugy~~ A távolodás okát mozgató erőnek nevezzük s akkor azt mondhatjuk, hogy a pont tehetetlensége folytán úgy távolodik O-tól, mintha reá egy távolító erő hatna. Ez az erő pontfutó erőnek neveztetik.

Ha a középpontfelé oly erő hat mely kisebb ezen középpontfutó erőnél akkor a pont távolodik, ha oly erő mely nagyobb akkor a pont közeledik. Ha a középponti erő = a középpontfutó erővel akkor mozgás lesz. állandó távolban

Otól, tehát körpályában.

Központfutó erő a kör mozgásnál.



A pont PT irányban c sebességgel mozogna a kicsiny τ idő alatt

A-ba jutna ~~ugy~~

úgy hogy $PA = c\tau$

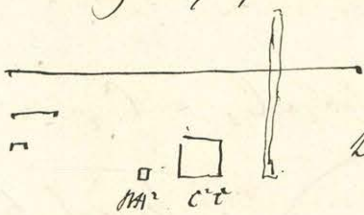
~~τ alatt a pontban~~ tehát távolodnék

a központtól $BA = \cancel{\sqrt{r^2 + c^2\tau^2} - r^2}$

hosszal. $\cancel{BA = \sqrt{\ }}$ $(r + BA)^2 = c^2\tau^2 + r^2$

$$BA^2 + 2r\,BA = c^2\tau^2$$

$c\tau$ kicsiny r hez képest BA kicsiny $c\tau$ hoz képest



tehát.

$$BA = \frac{c^2\tau^2}{2r}$$

Következik hogy a középpont felé olyan erőnek kell hatni, mely az állandó erő (τ nagyon kicsiny) mely e távolodást okozza

$$\frac{\mathfrak{C}}{m} = g$$

$$BA = g\frac{t^2}{2}$$

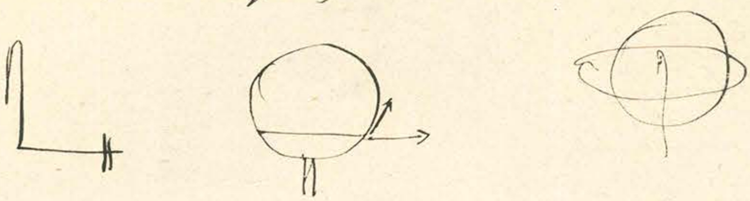
$$\frac{c^2\tau^2}{2r} = g\frac{t^2}{2} \qquad g = \frac{c^2}{r}$$

$$\mathfrak{C} = m\frac{c^2}{r}$$

Ha e szerint a középpont felé oly erő hat mely épen oly nagy akkor mozgás a körben.

~~Tekintetbe véve, hogy~~

Ezt kimutathatjuk



Egy tengely körül forgó rendszernek

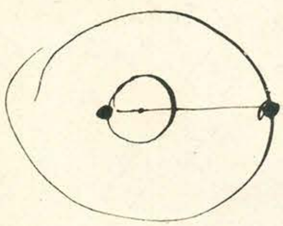
egyes pontjaira nézve.

$c_1 = r_1 w \qquad c_2 = r_2 w$

tehát

$$C_1 = m_1 \frac{r_1^2 w^2}{r_1^2} = m_1 r_1 w^2 \quad \Big| \quad C_2 = m_2 \frac{r_2^2 w^2}{r_2^2} = m_2 r_2 w^2$$

Ha $C_1 = C_2$ akkor $m_1 r_1 = m_2 r_2$



Kísérlet

Kisérleti természettan. 1877 I

Capillaritás.

A folyadékrészek között erők működnek, de csak nagyon kicsiny távolban a határtávolban kimutathatók. E határtávol folyadékok között mérhetetlen kicsiny mint látjuk ha egy üveget a folyadék felülethez közelítünk. Quincke ők kísérletei alapján a határtávval ~~...~~ üveg és víz között mintegy ~~0,0...~~ ~~0,0000...~~ 0,000051 m.m.

Az erők csak kicsiny távolban lévén hatásosak a felületi réteg ch. helyről helyre változó sűrűséggel. Ha vonzó erőket feltételezünk akkor a szabad felületen <u>befelé</u> sűrűdés van.

<u>γ</u> a munka a szabad felületi réteg egységének alakításánál mindig negatív.

<u>α</u> A munka a választófelületi réteg alakításánál majd positív, majd negatív.

Súlytalan folyadék.

Plateau olaj golyója.

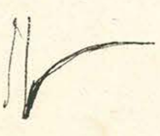
Egyensúlyi helyzet nem lehet az, melynél valamely

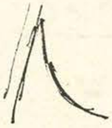
eltolódás közben a munka ~~?~~ positiv.
Ha tehát csupán a folyadékrészecskék között működő erők hatnak, nem lehet olyan, melyről nagyobb felületet vegyen fel a folyadék. A felület törekszik összehúzódni. Innét a golyó alak. Forgatott folyadék, világegyetem keletkezésének gyerekes képe.
Dróthálózatok közötti lemezek, itt is a törekvés lehetőleg kicsiny felületre szorítkozni.

Még mindig sulytalan folyadék.

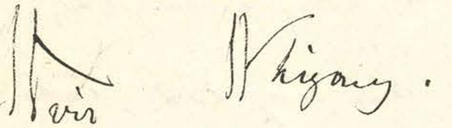
A folyadék érintkezik részben a szilárd testtel.
Mártsunk a gömbfelületbe egy normalis [illegible]

Ha $\alpha = 0$ akkor a felület változatlan marad.
Ha α negativ akkor a felület kisebbedni fog

 Az érintkezési szöglet tompa szöglet

Ha α positiv akkor  a ~~felület~~ válaszfelület nagyobbodik azt fogja okozni hogy a folyadék felhajlik és érintkezési szöglet hegyes szöglet.

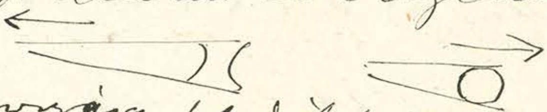
Néhány folyadékok, melyeket az előbbi csőben a nehézség [illegible]



Mozgások Capillaris csövekben fel vagy lefelé.

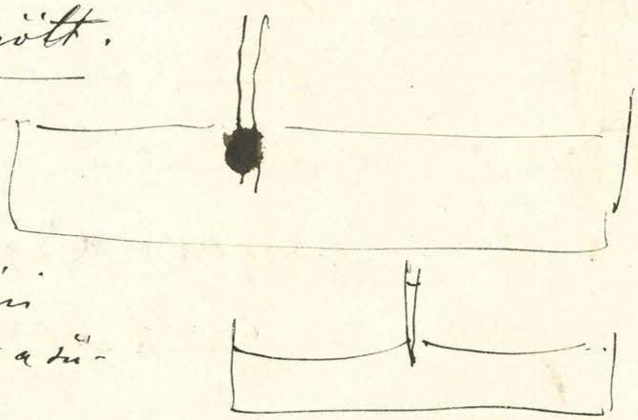
Capillaris syphon. ~~Csak egy bizonyos határig~~
addig ~~[illegible] míg a magasság~~
Ha így a víz magasabbra száll végre elér egy oly magasságot, melyről tovább nem mehet mert a munka e közben negativ lenne.

Mozgás legtöbbször Nagy alakú edényekben.



Súlyos testek lakszólagos mozgása folyadékfelületeken.
Egyensúlyi helyzet.

Folyadék két lemez között.



A nehézségi erő munkája
letolásnál $= \Delta L E \sigma g h$
Δ a vastagság L az érintkezési vonal hossza E a letolás σ a sűrűség h a magasság.

A szabad felület változatlan marad. A válaszfelületek ~~nagyobbodnak~~ kisebbednek a lemezek között $2LE$-al a munka
$= -2\alpha L E$
Nagyobbodik a nagy edényben LE-al a munka $+\alpha L E$ tehát

a virtuális sebesség elvénél fogva

$$D l \varepsilon \sigma g h - 2\alpha l \varepsilon + \alpha L \varepsilon' = 0$$

L a nagy edény kerülete ε' az ~~[illegible]~~ érintkezési a nagy edényben

$\varepsilon' = \varepsilon \frac{l}{L}$ ε' kicsiny az ε-hoz képest, tehát

lehetjük

$$D l \varepsilon \sigma g h = 2\alpha l \varepsilon$$

$$D \sigma g h = 2\alpha$$

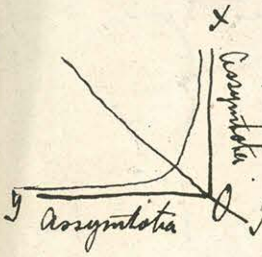
$h = \frac{2\alpha}{D\sigma g}$ ha α posit. h is posit.

" negat. h is negat.

Legyen egy él ~~D=~~ melyben h a verticalis x összerendező

y a vízszintes az él élétől számítva $D = cy$ akkor.

$xy = \frac{2\alpha}{\sigma c g}$ a görbe egy egyenoldalú hyperbola



Kis sug. henger, s kis sugarú cső.

A virtuális munka elve adja

$-2\pi\rho\varepsilon\alpha + \pi\rho^2\varepsilon g\sigma h = 0$ ebből

$h = \frac{2\alpha}{g\sigma\rho}$ fordítva arányos a sugarával

Követhetik erre a diffusio, az exosmosis és endosmosis.

Vízre nézve γ 7,235

alkohol 2,237

Kísérleti természettan 1877 I.

Hőtan Hőmérsék definitiója.

A dolog nagyon szépen van Verdet, Chaleur I kötetében. Kifogás: a 20ik lapon 30. Température égales etc. „~~Considè~~ az aláhuzott mondat, nem szükséges itt, hanem inkább a 22 lapra ott, hol a thermometer választásáról van szó †.

Elég ha a thermometer állapota vertícalis egyo-mások mellett telyesen meghatarozható.

Használható: Kisérleti természettan 1877 I.

Mechanikai hőelmélet

§1.

A nehézségre nézve:

I $\sum \frac{1}{2} m v^2 = \sum m g x$

$\delta L = A$.

II A munka független az úttól.

§2.

Általánosítás

Bármely erőkre nézve egy rendszerre, melyben az összes pontok eleven erői s az összes erők munkái vétetnek

I $\delta L = A$.

II A munka csupán a kezdet s vég-helyzettől függ.

§3.

Erély megmaradása

A rendszer pontjai pillanatnyi helyzetükből egy bizonyos véghelyzetbe menve át bizonyos munkát fognak végezni, ez legyen F, akkor a II tétel értelmében egy más helyzetre nézve F' lévén $F = F' + A$.

Ha tehát akkor mikor az ~~eleven~~ erő a munka
F' akkor az eleven erő L' lesz.

$$F'+L' = F'+L+\delta L = F-A+L+\delta L$$

vagyis I szerint

$$F'+L' = F+L$$

vagy megint

$$F+L = C.$$

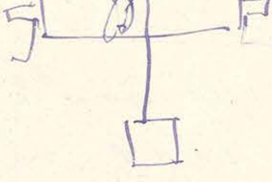
F neve helyzeti erély
L neve mozgási erély.

$$F'-F = \delta F = -A$$

A helyzeti erély változása = a negatív munkával

§ 4.

Ezen tételnek mindig kell állani,
Surlódásnál ez igazolva nem látszik.



<u>Joule</u> kísérlete
~~A hőt~~ A mozgási erély látszólag
ne változzék s ezért a helyzeti
erély mégis változik. Ez ellen-
mondás.
Feltevés a testek molekülökből

állandó erők között erők, s egy
kép. külső és belső erély

$$E_k = L_k + F_k$$

$$E_b = L_b + F_b$$

s akkor a tétel

$$F_k + L_k + F_b + L_b = E$$

vagy is

$$\delta E_k + \delta E_b = 0$$

$$\delta F_k = -Ph \quad \delta L_k = 0$$

$$-Ph + \delta E_b = 0$$

$$\underline{\delta E_b = Ph}$$

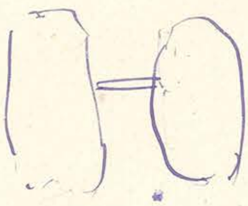
Itt hő kebeleztetett és pedig bizonyos
víz mennyiség hőmérséke változik
ez leírható

$$Ph = A.Q$$

A = a hő mechanikai egyenértéke
= a munka ~~hő mennyiség~~ mely végeztetik ~~kifejtetik~~
midőn a hő egysége hozatik létre
= 425 kilogrammeter.

§5.

Gázok tanulmányozása. Joule kísérlete. A gáz kiterjed, külső munka nincs tehát



$$\delta E_b = 0$$

és hőváltozás nincs.

Eszerint egy gáznak belső energiája ~~ugyan a hőmérséklettől függ~~ nem változik, ha hőmérséklete állandó marad. Más szóval a gáznak belső energiája csupán hőmérsékletétől függ.

§6.

Az energia elvéből következik, hogy midőn egy rendszer egy másiktól energiát vesz fel, ez által saját energiája ugyanannyival növekszik. Midőn tehát egy test felvesz kívülről Q hőt, akkor energiája növekszik ΔQ-val, ez pedig a test külső és belső energia növekedésére oszlik el úgy hogy

$$\Delta Q = \delta E_k + \delta E_b$$

~~vagyis~~ Ha egy gáz melynek tömege = 1 hőt vesz fel állandó térfogat ~~$\Delta Q =$~~ mellett akkor

$$\Delta Q = \delta E_b \quad \text{mert} \quad \delta E_k = 0$$

más pedig $Q = \cancel{x} \; c\,\delta t$

tehát:

$$A c\,\delta t = \delta E_b$$

c = a fajhő állandó térfogat mellett.

Ha e gáz kiterjed állandó p nyomást tartván meg akkor.

$$AQ = Ac\,\delta t + \delta E_k$$

$$\delta E_k = -A$$

$\Sigma f h p$

$A = -p\,\delta V$

$$AQ = Ac\,\delta t + p\,\delta v$$

v a gáz térfogata

$$pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$$

$$p\,\delta v = p_0 v_0 \alpha\,\delta t$$

$Q = C\,\delta t$ tehát

$$C - c = \frac{p_0 v_0 \alpha}{A}$$

C = a fajhő állandó nyomás mellett, a két fajhő közötti különbség csupán a gáz nemétől (v_0-tól a fajtérfogattól) függ.

§7.

Tegyük, hogy egy gáz külső erőnek alávetve kiterjed, de kívülről hőt nem kap, akkor

$$\delta E_b + \delta E_k = 0$$

vagyis:

$$A c \delta t + \overset{\delta E_k}{\cancel{p_0 v_0 \delta t}} = 0$$

~~de~~

$$A c \delta t = -\delta E_k$$

$$\delta t = -\frac{\delta E_k}{c A}.$$

Kísérlet a pneumatikus tűzszerszámmal

ha tehát a gáz kiterjed akkor $-\delta E_k = A$ negatív akkor δt negatív a gáz lehűl, ellenkező esetben felmelegszik.

§8.

Gépeken azokkal hő kiváltatik a mely az hogy külső munka végeztetik illetőleg δE_k nagyobbíttatik annak is δF_k része itt:

$$\mathcal{A}Q = \delta E_b + \delta L_k + \delta F_k$$

jó gépen $\delta L_k = 0$ δF_k a

nyereség a hamosnak ... lesz:

$$\mathcal{A}Q = \delta E_b + \underline{\delta F_k}$$

$$\lambda = \frac{\delta F_k}{\mathcal{A}Q} = \text{hamossági együttható} \; \cancel{\text{a hamosságnak együttható}}$$

ez meghatározott.

1) Valahányszor hő munkáván ~~alakíttatik~~ nyeret mindannyiszor meleg megy át egy melegebb testből egy hidegebbe. Legyen a melegebb test hőfoka t_1 a hidegebbé t_2 akkor:

$$\lambda = \frac{t_1 - t_2}{273 + t_1}$$

vagy téve $273 + t_1 = T_1$

$273 + t_2 = T_2$

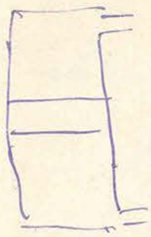
$$\lambda = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ha $t_1 = 120$ $t_2 = 20$ lesz.

λ körülbelül $\frac{1}{4}$

rendesen λ sokkal kisebb.

A gőzgépnél a gőzhengerben



a dugattyú fel és
le tolatik e körben
a gőz condensáltatik.
A hét hőmérők
kazán és a Condensatorhő-
mérséklete.

§9. Hőforrások

A mechanikai folyamatok, surlódás
s leginkább a vegyi jelenetek az égés.
A nap melege

A rezgéstanhoz.

Tétel. Ha az erő arányos az egyensúlyi helyzetből való kitérésével s a pontot abba visszavezetni törekszik akkor a mozgás egyenlete

$$x = a \sin \frac{t}{T} 2\pi$$

Levezetés. Tegyük hogy) Egy pont az említett erő befolyása alatt egyensúlyi helyzete körül állandó sebességgel kör pályát ír le. A kör sugara a, a sebesség u.

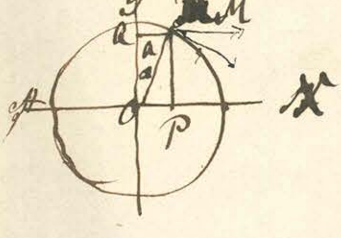
Az centripetal ~~erő gyorsulás~~ gyorsulás ~~erő~~ $\gamma = ca$ a centrifugal gyorsulás $= \frac{u^2}{a}$ ez ezekben tehát

$$ca = \frac{u^2}{a} \qquad ca = \frac{1}{a}\cdot\frac{4\pi^2 a^2}{T^2}$$

ebből T a keringési idő

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{c}}$$

e szerint a keringési idő a kör sugarától független...



Keressük a M pont vetületének az X tengelyre mozgását P mozgását

e mozgás gyorsulása lesz.

$$\gamma_x = \gamma \cos\alpha = c.a.\frac{x}{a} = cx$$

Látjuk továbbá hogy e pontra nézve

$x = a\sin\alpha$ ha $t=0$ $\alpha = 0$ így

$\alpha = bt$ és pedig

$2\pi = bT$ $b = \frac{2\pi}{T}$ tehát

$$x = a \sin\frac{t}{T} 2\pi$$

a P pont sebessége

$v_x = v.\cos\frac{t}{T}2\pi$

$v = \frac{2\pi a}{T}$ $v_x = \frac{2\pi}{T} a \cos\frac{t}{T} 2\pi$.

Quod erat demonstrandum 1877 május 10