Ms 5095/7. Eötvös Loránd: Bestimmung der Gradienten der Schwerkraft

Einleitung.

In ~~seiner~~ einer (in Wiedemann's Annalen ~~im Jahre 1896~~ veröffentlichten[+] ~~Abhandlung~~[+]) Abhandlung welche ich sowie in dem Referate welches ich dem Pariser physikalischen Congresse 1900[++]) vorgelegt, ~~habe ich~~ wurde gezeigt, dass die Drehwaage zur Untersuchung der räumlichen Veränderungen der Schwerkraft, insbesondere auch zur Bestimmung der Krümmungsverhältnisse seiner Niveauflächen mit Erfolg benützt werden kann.

Damals konnte ich nur in wenigen Beispielen zeigen wie meine theoretischen Erörterungen und im Laboratorium erprobten Beobachtungsmethoden auch bei Untersuchungen im Freien Verwerthung finden. Seither ist es mir aber möglich geworden durch Unterstützung der ung. Akademie der Wissenschaften, und besonders durch die Munificenz des

---

+) Untersuchungen über Gravitation und Erdmagnetismus. Wiedemanns Annalen Band 59, ~~1896~~ 1896, 354–400

++) Étude sur les surfaces de Niveau etc. Rapports présentés au Congrès international de Physique 1900 Tome III 371–393 hochherzigen Unterstützers aller wissenschaftlichen Bestrebungen in Ungarn, des Herrn A. v. Semsey meine Apparate zu vervollkommnen und auch systematische Beobachtungen ~~an~~ in grösseren Gebieten auszuführen.

So: im Jahre 1901 auf der Eisdecke des Balaton (Plattensee) an 33 Stationen,

im Jahre 1902 nördlich der Fruska Gora an 20 Stationen,

im Jahre 1903 wiederholt am Balaton an 12, dann von der Fruska Gora bis Szabadka an 19 und bei Arad an 19 Stationen,

im Jahre 1904 an 70 Stationen das ganze Fruska Gora gebirge umschliessend,

im Jahre 1905 an 75 Stationen von Arad über Versecz bis Oravicza ~~das sich unter~~ und von Versecz ~~die~~ nach Alibunar ~~den alluvialen Aufschüttungen der Ebene~~ das ~~Versecz~~ Gebirge in seiner Fortsetzung ~~sich~~ unter den alluvialen Aufschüttungen der Ebene verfolgend.

Fortsetzung

Aufschüttungen

~~Zur Zeit der~~
Im Jahre
~~In~~ 1906 ~~zur Zeit der Versammlung der Association~~
schon früher begonnenen
~~in Budapest~~ sind die ~~Arbeiten~~ bei Arad fort-
gesetzt worden, und erstreckten sich bis
Ende November auf weitere 84 Stationen.
Den grössten Theil dieser Arbeiten besorgte
Herr Dr. D. v. Pekár, der mir seit Beginn dieser
meiner Versuche hülfreich zur Seite stand.
~~mit Ihm~~ ~~und~~ ~~H~~ Zusammen mit Ihm
beobachteten in den Jahren 1902-1904 Herr
besonders
Dr. L. Steiner der ~~auch~~ ~~besonders~~ die gleichzeitig
fortgeführten magnetischen Messungen besorgte,
und seit 1905 Herr J. Fekete. An den ersten
Versuchen am Balaton nahmen auch Herr
Professor L. v. Lóczy, Professor Dr. v. Kövesligethy,
Prof. J. v. Cholnoky und Baron Harkányi ~~Theil.~~ Teil

[So häufte sich ein ansehnliches Beobachtungs-material zusammen, dessen vollständige Zusammenstellung nicht die Aufgabe dieser meiner Abhandlung sein kann. Ich will es aber versuchen ~~zu~~ eine kurze~~n~~ Darstellung ~~darüber~~ ~~[illegible]~~ zu geben:

erstens, von der Theorie und die Ausführung meiner Methode,

zweitens von ihrer Anwendung ~~zur Beantwortung~~ ~~von Fragen~~ ~~bis~~ zur ~~Vervollständigung unserer~~ Ermittlung geodetischer Daten,

drittens von ihrem Werthe ~~zur~~ Beantwortung von Fragen, welche sich auf die ~~Ver~~ Massenvertheilung in der Erdkruste beziehen und somit in das Gebiet der Geologie fallen,

viertens. werde ich noch auf die engen Beziehungen hinweisen, welche zwischen den von mir gewonnenen Daten und den magnetischen Störungen bestehen.

[Im Laufe dieser Ausführungen wird sich Gelegenheit finden einzelne Beobachtungs Gebiete beispielsweise ausführlicher zu behandeln; ~~und~~ Gebiete

I Theorie und Ausführung der Methode.

1. Theoretisches.

In meinen ~~in Wiedemanns Annalen veröffentlichten~~ oben erwähnten Abhandlungen habe ich nachgewiesen, dass die Torsionswaage ~~unter dem Einflusse der~~ in Folge der räumlichen Veränderungen der Schwerkraft eine Drillung erleidet. Unter der Annahme der im Raume linear variirender Schwerkraft, welche in den engen Grössen der Apparate zulässig ist, lässt sich diese Drillung theoretisch leicht bestimmen. Grenzen Ihre Abhängigkeit von der Form und der Massenanordnung des Schängers habe ich in ~~meinen~~ ~~den oben cit.~~ den schon ~~oben~~ erwähnten Abhandlungen ~~dargestellt~~ behandelt, hier will ich ~~mich auf~~ nur zwei Formen ins Auge fassen, welche mir bei den zu besprechenden Beobachtungen dienstlich waren.

Die erste Form ist die eines ~~einfachen~~ horizontal schwebenden cylindrischen Hohlstabes, ~~Stabes~~ von geringem Querschnitt und an beiden Enden mit hineingeschobenen cylindrischen Massen belastet. (Fig 1)
Die zweite unterscheidet sich von der ersten nur dadurch, das die belastende Masse an einem Ende durch Aufhängung tiefer gelegt ist (Fig 2).
Es sei nun U die Potentialfunction der Schwerkraft bezogen auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem xyz, dessen Anfangspunkt im Schwerpunkte des Gehänges liegt und dessen Z Achse in diesem Punkte vertical abwärts gerichtet ist, bezeichnen wir dann mit K das Trägheitsmoment des Gehänges und mit α den Winkel zwischen der ~~Achse~~ Achse des Stabes und der X Achse des Coordinatensystems, so ist das Drehungsmoment F für das Gehänge erster Form:

α

$$F = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) K \frac{\sin 2\alpha}{2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} K \cos 2\alpha \quad \ldots 1)$$

Für das Gehänge der zweiten Form erhalten ~~wenn~~ wir dagegen, wenn ~~wir noch mit~~ m die Aufgehängte Masse, ~~mit~~ h ihren verticalen Abstand vom Stabe und ~~mit~~ l ihren Drehungsarm bedeutet:

~~[illegible]~~ :

$$F = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) K \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} K \cos 2\alpha$$

$$- \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} mhl \sin\alpha + \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} mhl \cos\alpha \quad \ldots \quad 2)$$

Da ~~nun: F~~

~~$F = \tau \vartheta$~~

~~wo ϑ den Torsionswinkel τ die Torsionsconstante des Drahtes bezeichnen, so lassen sich wie weiter ausführlicher gezeigt werden wird durch~~

~~Dieses Drehungsmoment lässt sich entweder~~

~~Bezeichnet~~ In der Gleichgewichtslage ist nun:

$$T = \tau \vartheta$$

wo ϑ den Torsionswinkel und τ die Torsionsconstante des Aufhängedrahtes bedeutet und daher für das Gehänge erster Form:

$$\vartheta = \frac{1}{2} \frac{K}{\tau} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) \sin 2\alpha + \frac{K}{\tau} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} \cos 2\alpha \quad \ldots \quad 3)$$

für das Gehänge zweiter Form:

$$D = \frac{1}{2}\frac{K}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\sin 2\alpha + \frac{K}{\tau}\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\cos 2\alpha$$
$$- \frac{mhl}{\tau}\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\sin\alpha + \frac{mhl}{\tau}\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}\cos\alpha \qquad \ldots\ 4)$$

Indem man das ganze Instrument durch Drehung um ~~Durch Drehung der Drehwaagen gebracht zu ...~~ eine verticale Achse in verschiedene Lagen bringt, verändert sich ~~lässt sich diese~~ ~~die Drill~~ diese Drillung ~~würden~~ und es kann ~~dieselbe~~ ihre Veränderung bei beliebiger ~~Werthen~~ Veränderung des Azimuths α beobachtet werden. So kann man, wie ich weiter unten ausführlicher zeigen werde durch eine entsprechende Anzahl von Beobachtungen in verschiedenen Azimuthen die Werthe folgender vier Grössen bestimmen:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\,,\quad \frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}$$
$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right),\quad \frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}$$

und zwar können mit einem Gehänge zweiter Form alle vier, mit einem solchen der ersten Form aber nur die beiden letzten ermittelt werden.

~~Denn~~ Die Bedeutung dieser Grössen für die Ermittelung ~~für die~~ der räumlichen Veränderungen der Schwerkraft und ~~der~~ ~~F~~ die Krümmungen der Niveaufläche ist schon nach einem flüchtigen Blick augenfällig. ~~ist~~

Erwähnen will ich noch, dass die Veränderungen des Drehungsmomentes F bei Veränderung des Azimuths α auch in der Schwingungsdauer des Gehänges zu erkennen sind, und es lassen sich daher die oben angeführten vier Grössen auch durch Beobachtungen dieser Schwingungsdauer ~~in~~ in verschiedenen Azimuthen bestimmen. Diesbezüglich ~~wäre~~ begnüge ich mich ~~z~~ mit dem Hinweise ~~wäre ein~~ auf meine schon ~~angeführten~~ erwähnten Abhandlungen, da hier nur von Beobachtungen die Rede sein soll, bei welchen ~~nach der ersten, statischen Methode ausgeführt worden sind~~ die Ruhelage des Gehänges bestimmt wurde.

2. Apparate.

Bei der Construction der im Prinzipe ~~..~~ äusserst einfachen Apparate, ~~die~~ welche zur praktischen Verwirklichung ~~de~~ der vorangehenden theoretischen Betrachtungen dienen sollen, ist die aussergewöhnlich geringe Grösse der zu bestimmenden Daten besonders ins Auge zu fassen. Es sollen ~~da~~ Werthe derselben die etwa 1.10^{-9} C.G.S oder noch kleiner sind, mit ~~Ausschluss~~ möglichst vollkommenem Ausschluss ~~fremder~~ störender Einflüsse bestimmt werden.

Wie ein Blick auf Formel 3) oder 4) zeigt ist die Torsion ϑ mit $\frac{K}{\tau}$, also mit dem Quadrate der Schwingungsdauer proportional. Es handelt sich also hauptsächlich um die Herstellung von Drehwaagen sehr grosser Schwingungsdauer. Bei Anwendung der üblichen Spiegelablesung, wobei noch ein Winkel von circa ein Zehntel Minute erkennbar ist, muss die ~~..~~ einfache Schwingungsdauer die Grösse von

Zehn Minuten = 600 Sec. ~~erreichen~~ haben um die erzielte Empfindlichkeit von 1.10^{-9} zu erreichen. ~~Herr M. Brim Bri~~ Herr M. Brillouin konnte sich durch Anwendung seiner empfindlicheren Ablesungsvorrichtung auch mit etwas kleineren Schwingungsdauern begnügen.

Durch entsprechende Wahl des Aufhängedrahtes oder Quarzfadens und der ~~des~~ Dimensionen des Gehänge-balkens kann diesem ~~[illegible]~~ Bedürfnisse genügt werden, ja es wäre möglich die Empfindlichkeit z.B. durch Anwendung meines ~~Gravitati C~~ Gravitationscompensators (s. Wiedemann's Annalen Bd 59 ~~[illegible]~~ Seite 392) bis zu beliebiger Höhe zu steigern.

Ohne hierauf näher einzugehen will ich mich ~~Ich will mich aber~~ hier auf die kurze Beschreibung der von mir im freien Felde benutzten Apparate beschränken.

Als Gehänge dient eine ~~[illegible]~~ dünnwandige Messing-röhre von 40 Cm. Länge und 0,5 Cm. Durchmesser, in diese ist an einem Ende ein Platincylinder ~~[illegible]~~

im Gewichte von 30 Gr hineingeschoben, während
an dem anderen Ende ein solcher von circa 26 Gramm
an etwa 65 C. langen Drahte herunterhängt.
Aus der Mitte des Balkens ragt nach oben ein
10 C. langer Stab empor, der den Spiegel trägt
und zur Befestigung des Torsionsdrahtes dient.
Als Torsionsdraht benützte ich bei meinen
zum Transporte eingerichteten Instrumenten
Platindrähte ~~von 56 C. Länge~~ von ~~und~~ 0,04 m.m. ~~Durchmesser~~.
Durchmesser. Besonders eigneten sich hiezu
die von C. Heraeus bezogenen, mit 20% Iridium legiert und welche um
Deformationen möglichst zu vermeiden auf eine
Spule von 25 C. Durchmesser gewickelt ~~und so~~
mir zugeschickt wurden. Sogleich nach Empfang
aus der Fabrik wurden an beide Enden ~~56~~ 65 C. langes
Stücke dieses Drahtes durchlöcherte Messingplättchen gelöthet,
~~und mit den Gewichten, von 30 Gramm das Gehänge, das belastet~~,
diese dienen ~~also~~ zur sicheren Befestigung an das Gehänge
einerseits an den Torsionskopf andrerseits ~~zu dienen hatten~~ sollen.

Eine grössere Zahl so hergerichteter Drähte belastete ich in feststehenden Kasten aufgehängt mit Gewichten von 80 Gramm, entsprechend dem Gewichte des ganzen Gehänges, das sie in meinen Instrumenten zu tragen haben. Die Drähte wurden auch einer langsamen Erwärmung auf circa 100° Celsius ~~und~~ und darauf folgender langsamer Abkühlung unterworfen, zu welchem Zwecke ich mir in neuster Zeit einen ~~Of~~ mit ~~Gas~~ Leuchtgas heizbaren Ofen herstellen liess, in dem die belasteten Drähte ~~aufgehängt~~ ~~aufbewahrt~~ aufbewahrt werden und an ~~Ihnen~~ ihnen ~~der~~ die Procedur der Erwärmung und Abkühlung bequem und oft wiederholt werden kann. So behandelte Drähte sind schon nach einigen Tagen nach Bezug aus der Fabrik brauchbar, sie ~~sind~~ ~~unter~~ zeigen zwar noch eine langsame Verrückung der Gleichgewichtslage, welche täglich einige Minuten beträgt, diese hat aber schon einen genügend regelmässigen Verlauf um bei Beobachtungen mit in die Rechnung gezogen werden zu können. Nach Monaten und noch mehr nach Jahren verringert sich dieser Gang immer mehr und mehr, so dass ich Drähte besitze, bei denen derselbe scheinbar schon ganz verschwunden ist. Spuren einer solchen Wanderung der Gleichgewichtslage bleiben aber doch ~~sind aber~~ nach jeder Arretirung und Desarretirung der Instrumente bemerkbar, ohne ~~aber~~ dass die Beobachtungen wesentlich zu stören. Arretirung

Ein weit grösserer Nachtheil der Verwendung von Metalldrähten besteht darin, dass dieselben je nach der remanenten Drillung, mit welcher sie die Öse verlassen eine individuell variirende Empfänglichkeit für Temperatureinflüsse besitzen. Ihre Gleichgewichtslage verändert sich also auch ~~mit der Temperatur in ungedrillten~~ mit der

Temperatur und ist sogar von dem zeitlichen Verlaufe der Temperaturveränderungen abhängig. Bei vorgewärmten, ~~Drähte~~ ausgehangenen Drähten kann aber diese Verschiebung der Gleichgewichtslage, welche einige Zehntel Minuten für 1° Celsius nicht übersteigen, durch einen für jeden Draht eigens bestimmten Temperaturcoefficienten ~~mit genügend~~ befriedigend dargestellt, und ~~mit in die Correction~~ als Correction in Rechnung gezogen werden. Beobachtungsresultate, die weiter unten folgen, sollen ~~werden~~ dies ~~zur Genüge~~ ~~genügend~~ beweisen. Nur im Falle einer plötzlichen Veränderung im Gange der Temperatur wird dieser Fehler störend bemerkbar.

Es drängt sich hier die Frage auf, warum ich den ~~Aufhängung~~ nicht ~~lieber~~ die ~~mit~~ ~~den~~ ~~allen~~ ~~Mängeln~~ den von Nachtheiten der elastischen Nachwirkung ~~viel mehr behafteten~~ viel weniger behafteten Quarzfäden bevor~~theilte~~zugte. Meine Antwort ~~lautet~~ ist, dass ich diese Versuche zu einer Zeit begann da die Benützbarkeit der Quarzfäden noch nicht bekannt war und ich meine Apparate den mir damals zu Gebote stehenden Platindrähten entsprechend dimensionirte. ~~Plat~~ Quarzfäden die ein Gehänge von 80 Gramm tragend noch die erwünschte grosse Schwingungsdauer ergeben, sind aber so brüchig, dass sie ~~im Labora~~ bei fixer Aufhängung im Laboratorium wohl noch brauchbar ~~zu gebrauchen~~, auf Reisen aber der Gefahr des Reissens zu sehr ~~zu vielen Gefahren~~ ausgesetzt sind. Nur Apparate mit leichten Gehängen also filigraner Ausführung könnten diesem Übel abhelfen*. Die Herstellung solcher Apparate habe ich derzeit selbst in Angriff genommen. ~~Daraus ich bin überzeugt das es spricht nur für die Brauchbarkeit Ausführbarkeit meiner Beobachtungsmethoden, dass dieselben auch instrumentell noch mancher Vervollkommnung fähig sind.~~

~~Nun kann ich~~ Einige Worte werden nun genügen zur Beschreibung der diese Drehwaagen einschliessenden Gehäuse ~~Kisten~~. Dieselben sollen gegen

*~~Freilich aber Doch~~ ist es fraglich ob ~~bei so~~ bei diesen kleinen Dimensionen ~~die~~ die
Verhältnisse in den Kraftwirkungen ~~entsprechend~~ zwischen den störenden

äussere Einflüsse, insbesondere gegen Strahlungen
Schutz gewähren, und sind deswegen aus doppel-
wandigen ~~die neueren sogar aus~~ oder gar aus dreiwandigen
Messing Kästen und Röhren zusammengesetzt ~~d~~ von
~~a~~ etwa 3 m.m. Wandstärke. Das Gehäuse selbst
ist um eine vertical stellbare Achse drehbar und auf festem
Gestelle aufgesetzt, wobei zur Ablesung der
Drehung des Gehäuses ein in drittel Grade getheilter
horizontaler ~~Theil~~Kreis, zur Ablesung der Stellung
des mit Spiegel versehenen Waagebalkens ~~ein~~ ein ~~an 80 Centimeter langen~~
~~Arme~~ an dem Gehäuse befestigtes Fernrohr dient.
Letzteres ist ein gebrochenes Fernrohr um die
Ablesungen auch in kleineren Räumen zu er-
möglichen und auch die Länge des das Fernrohr
tragenden Armes wurde aus demselben Grunde
auf ungefähr 60 Centimeter herabgesetzt, wobei
bei der Spiegelablesung Skalen ~~mit~~ mit halbmilli-
meter Theilung ~~zu benutzen~~ erforderlich sind.
Bei Beobachtungen im ~~frei~~ Felde wird das Instrument

in ein transportables Häuschen ~~von~~ ~~aufgestellt~~. von 2×2 meter Grundfläche aufgestellt, dessen Wände aus wasserdichter Leinwand bestehen.

So erhält die Drehwaage gehörigen Schutz um mit derselben bei Ausschluss der Sonnenstrahlung, also während der Nachtstunden ~~bei~~ brauchbare Resultate zu erzielen. ~~Für Arbeiten bei Tage im Freien geeignete Apparate herzustellen ist mir bisher nicht gelungen~~, doch hoffe ich auch diese ~~Übelstande abzuhelfen~~ erreichen zu können.

Bisher ist es mir nicht gelungen Apparate herzustellen welche bei Arbeiten ~~und~~ im Freien auch bei Tage benützt werden könnten

Was die weiteren Einzelheiten der ~~Einrichtung~~ Construction betrifft, so war für dieselben maassgebend, dass die ~~der~~ Instrumente ~~in~~ ~~Instrum~~ Reiseinstrumente werden sollten. ~~und~~ Dem entsprechend musste für ~~eine~~ sichere Befestigung ihrer ~~ihrer~~ einzelnen Theile und die bequeme Verpackung des Ganzen vorgesorgt werden ~~zu ermöglichen war~~.

Diese Erfordernisse ins Auge fassend entstanden nun folgende zwei von ~~mir~~ und meinen Genossen bei den bisherigen Beobachtungen verwendeten Instrumente:

a) Ein einfacher Schwerevariometer dessen Einrichtung aus dem Querschnitte (Fig 3) und aus seinem fotografisch hergestellten Bilde Fig (4) ersichtlich ist, und b) Ein doppeltes Schwerevariometer (Fig 5) ~~von dessen [illegible]~~ aus der Verbindung zweier einfacher hergestellt, ~~[illegible]~~ dessen Vortheile ~~mit~~ ~~[illegible]~~ weiter unten ~~[illegible]~~ sich ergeben werden. T

Ein einzelnes dieser Instrumente genügt zur vollständigen Lösung der Aufgabe, da ~~sie~~ es alle vier mit der Drehwaage bestimmbaren Grössen ergiebt. Instrumente ~~mit der [illegible]~~ mit Gehängen erster Art (siehe Oben), welche zwar nur ~~[illegible]~~ die Bestimmung zweier dieser Grössen ermöglichen, diese aber wegen des leichteren und vollkommeneren Schutzes gegen äussere Einflüsse mit grösserer Genauigkeit ergeben habe ich bisher nur im Laboratorium benützt. Von solchen soll im Laufe dieser ~~[illegible]~~ Schrift nicht mehr die Rede sein.

T Beide Instrumente ~~wurden~~ von Herrn Mechaniker F. Süss in Budapest mit grosser Sorgfalt und Präcision ausgeführt.

3. Bestimmung der Constanten der Instrumente.

Zur ~~Bestimmung~~ Ermittelung der gesuchten Grössen dienen Gleichungen von der Form 4), diese enthalten die Grössen

$$\frac{K}{\tau}$$

und

$$\frac{mhl}{\tau}$$

als Constanten des Instrumentes. Da m, h, l mit Waage und Messstab leicht abmessbar sind so handelt es sich nur um die Bestimmung von $\frac{K}{\tau}$ und τ.

~~Das K das Trägheitsmoment~~ In einem Raume von ~~constanter~~ Schwerkraft liesse sich die Grösse $\frac{K}{\tau}$ in üblicher Weise nach den Formeln für gedämpfte Schwingungen bestimmen. Das hängende Gewicht m muss allerdings näher zum Balken gebracht werden, um störende Einflüsse ~~seiner~~ seiner Pendelbewegung auf langem Faden zu vermeiden.

In einem Raume aber mit veränderlicher Schwerkraft muss auch der Einfluss dieser Veränderungen mit in Rechnung gezogen werden.

~~wird klein~~ ~~Wenn α klein~~ ~~und somit die~~

~~Formel 1) benützt werden~~ darf, Das gesammte

Drehungsmoment, welches auf den Balken wirkt kann im Falle das ~~klein~~ $\kappa = \vartheta$ ~~klein~~ gesetzt wird, ausgedrückt werden durch

$$F = -\tau(\vartheta+\varepsilon) + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\frac{K}{2}\sin 2(\alpha+\varepsilon) + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} K \cos 2(\alpha+\varepsilon)$$

wo ε den Ausschlagswinkel bedeutet,

und daher, die Bedingungsgleichung des Gleichgewichts in Betracht ziehend für kleine Ausschlagswinkel auch:

$$\cancel{F = -\tau\varepsilon + K\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\cos 2\alpha - 2K\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}}$$

$$F' = \left(-\tau' + K\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\cos 2\alpha - 2K\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\sin 2\alpha\right)\varepsilon$$

Bezeichnen wir dann mit T die Schwingungsdauer um eine Gleichgewichtslage im Azimuthe α mit T' dagegen die Schwingungsdauer um eine hierauf normale Lage, so ist:

$$+\tau - K\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\cos 2\alpha + 2K\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\sin 2\alpha = \frac{\pi^2 K}{T^2}$$

und

$$+\tau + K\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\cos 2\alpha - 2K\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\sin 2\alpha = \frac{\pi^2 K}{T'^2}$$

Somit:

$$\frac{K}{\tau} = \frac{1}{2\pi^2}\left(T^2 + T'^2\right)$$

Wollen wir auch noch den Einfluss der Länge h in Betracht ziehen, dann können wir $\frac{k}{\tau}$ auf Grundlage der Formel 2) aus Beobachtungen in 4 aufeinander ~~vertik~~ normalen ~~vertikalen~~ Stellungen mit noch grösserer Strenge bestimmen. normalen

Zur Ermittlung von τ dient eine Wiederholung des Cavendish-schen Versuchs, indem die ~~ausgeübte~~ durch eine etwa 10 Kilogramm schweren Bleikugel auf das hängende Gewicht bewirkte Ablenkung gemessen wird. Bei der grossen Empfindlichkeit der Drehwaage lässt sich dies leicht und mit Sicherheit ausführen, da ja Ablenkungen bis zu einem Grad und darüber erzielt werden können.

~~Bei eventuellem Reissen des Fadens genügt dann, ~~da ja~~ wenn k unverändert bleibt ~~auch nur~~ eine ~~dieser~~ einzige dieser Operationen.~~

~~Zur bessern Erklärung möge~~

~~Zur [illegible] Erklärung einer solchen Constanten-~~

~~bestimmung möge ein Beispiel dienen.~~

Als erklärendes Beispiel möge die Bestimmung

~~Zu bestimmen waren~~ ~~die~~ der Constanten des einfachen

Variometers N^r II dienen, welches ~~[illegible] II trägt, und~~ bei den

Messungen bis zum Jahre 1903 fast ausschliesslich

benützt wurde.

In zwei aufeinander normalen Stellungen ~~ergab~~

erhielten wir folgende Werthe für die mit Chronometer direct beobachteten Schwingungsdauern

$\alpha = 0$	$\alpha = \frac{\pi}{2}$
$T = 11^m\ 12{,}6\ s$	$T' = 11^m\ 8{,}9\ s$
" 11,9	" 8,1 s
" 11,4	" 9,2 s
" 12,4	" 9,2 s
" 12,1	9,5 s
" 11,4	8,5 s
Im Mittel: $T = 11^m\ 11{,}97\ s$	$T' = 11^m\ 8{,}90\ s$

oder $T = 671{,}97\ s.$ und $T' = 668{,}90\ s.$

Das reciproke Dämpfungsverhältniss war $= 0{,}396$

und daher die von dem Einflusse der Dämpfung befreiten

Schwingungsdauern

$$T_0 = 644{,}51 \quad \text{und} \quad T_0' = 641{,}57$$

Hieraus berechnet sich:

$$\cancel{\frac{K}{\tau} = 41895}$$

$$\frac{K}{\tau} = \frac{1}{2\pi^2}\left(T_0^2 + T_0'^2\right) = 41896$$

Es wurde dann eine genau gearbeitete Bleikugel zur Ablenkung des hängenden Gewichtes abwechselnd ~~nach~~ an der einen und anderen Seite hingestellt. Hierbei verlegte ~~veränderte~~ sich die Gleichgewichtslage in drei aufeinander folgenden Versuchen gleich bleibend ~~stets um~~ um 34,5 Skalentheile.

Zur Berechnung von τ diente dann folgende Formel:

$$\tau \cdot \frac{n'-n}{2D} = 2\,G \cdot \frac{Mm}{\varrho^2}\,\frac{1}{\sqrt{1+\frac{\lambda^2}{4\varrho^2}}}\,l$$

Bedeutung und Werthe der hier ~~in dieser Formel~~ auftretenden Grössen waren die folgenden:

$n'-n$ ~~Die~~ die Verschiebung der Gleichgewichtslage bei einem Umlegen der ~~Kug~~ Bleikugel in Skalentheilen = 34,5

D Entfernung von Skala und Spiegel in Skalentheilen = 1232

G die Gravitationskonstante $= 66{,}3\ 10^{-9}$

M die Masse der Bleikugel $= 13{,}137$ Gr.

m die Masse des vertical hängenden Platincylinders $= 25{,}43$ gr.

λ die Länge des Platincylinders $= 6{,}0$ C.

ϱ die mittlere Entfernung des Kugelmittelpunktes ~~von~~ der Achse des angezogenen Cylinders $= 11{,}01$ C ~~als halbe Entfernung der beiden Lagen der Kugelmittelpunkte gemessen $= 11{,}01$ C.~~

l ~~die l die Armlänge des~~ der Drehungsarme des hängenden Platingewichtes $= 20{,}0$ C.

Hieraus berechnet wird

$$\tau = 0{,}5035$$

~~und da~~ $\cancel{\frac{mhl}{\tau}}$ und da an dem Instrumente bei dieser Bestimmung: $h = 56{,}6$ c war:

$$\frac{mhl}{\tau} = 57.173$$

~~Mit Einführung~~ Diese Werthe der Constanten ~~und~~ in Gleichung 4) gesetzt geben dann die beim Gebrauche dieses Instrumentes dienende Grundformel.

Noch vortheilhafter ist es die abgelesene Skalenzahl n in diese Gleichung einzuführen. Wenn ähnlich n_0 der vorläufig unbekannte Skalenwerth ~~Ablesung für den ungedrillten~~ der Gleichgewichtslage ~~bedeutet der~~ bei ungedrillten Drahte bedeutet, so ist für Ablesungen mit gebrochenem Fernrohre

$$\frac{n_0 - n}{2D} = \vartheta$$

und da $D = 1232,00$ erhalten wir: ~~für die Ablesungen mit gebrochenem Fernrohre:~~

$$n_0 - n = +0,05162\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)10^9 \sin 2\alpha + 0,10323\,\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}10^9 \cos 2\alpha$$
$$\div\, 0,14087\,\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\cdot 10^9 \sin\alpha + 0,14087\,\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\,10^9 \cos\alpha \qquad \ldots\ 5)$$

~~Diese Gleichung~~

Die hier angeführten Zahlenwerthe erleiden für dasselbe Instrument (~~[illegible]~~) eine entsprechende Veränderung, wenn h anders gewählt wird, oder der Torsionsfaden mit einem neuen vertauscht wird. Da aber in solchen Fällen K ~~verändert~~ unverändert bleibt, so ist es ausreichend nur eine der oben beschriebenen Operationen auszuführen und so τ entweder nur aus Schwingungsbeobachtungen oder nur aus Ablenkungen zu bestimmen.

Auch kann man an Orten, wo die Schwerkrafts-veränderungen mit einem Instrumente bereits bestimmt worden sind, die Constanten eines anderen Instruments durch vergleichende Beobachtungen ermitteln.

4) Beobachtung und deren Berechnung.

Als Grundlage zur Messung der vier zu bestimmenden Grössen dient ~~eine die für jeden Apparat nach dem Muster der die Gleichung 5), welche~~ die Gleichung 4), welche wir für jeden benützten Apparat ~~[illegible]~~ in die gleiche Form ~~[illegible]~~ wie wir dies für den Apparat II in der Formel 5 thaten bringen können, so ~~dass eine~~ wird allgemein:

$$n - n_0 = A\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)10^9 \sin 2\alpha + B\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}10^9 \cos 2\alpha$$

$$+ a\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}10^9 \sin\alpha + b\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}10^9 \cos\alpha \quad \dots \; 6)$$

die speciellen Werthe für das Instrument No. II ~~ist dann~~ sind nämlich:

$A = -0{,}05162 \qquad B = -0{,}10327$

$a = +0{,}14087 \qquad b = -0{,}14087$

4. Gang der Beobachtungen und Berechnung der Resultate.

~~Die Drillung welche die~~

~~Die Drillung eines~~ [illegible]

Für ~~Der~~ das Instrument N^o II ~~[illegible]~~ leiteten wir die Gleichung 5 ab. Für ein anderes wird im Allgemeinen ~~[illegible]~~:

$$n_0 - n = D\frac{K}{\tau}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\sin 2\alpha + 2D\frac{K}{\tau}\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\cos 2\alpha$$

$$- 2D\frac{mhl}{\tau}\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\sin\alpha + 2D\frac{mhl}{\tau}\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\cos\alpha \quad \ldots \quad 6)$$

Um mit Hülfe dieser ~~Gleichung~~ Beziehung die vier gesuchten Unbekannten, zu denen sich als fünfte noch n_0 gesellt, bestimmen zu können ~~ist es~~ müssen ~~ist er soll~~ Skalenwerthe n ~~erforderlich~~ ~~die Gleichgewichtslagen~~ in fünf verschiedenen Azimuthen ~~zu bestimmen~~. ~~beobachten~~ beobachtet werden.

So erhalten wir fünf Gleichungen von der Form 6) aus denen n_0 eliminiert und die gesuchten vier Grössen berechnet werden können. Dabei ~~Die~~ ist eine mannigfaltige Wahl der Azimuthe zulässig.

Es sollen ~~hier~~ hier nur zwei solche besprochen werden, solche die ~~sich~~ ~~wir am~~ wir am meisten benützten.

~~Bei~~ Bei ~~Beobachtungen~~ Arbeiten mit ~~einem~~ dem einfachen Instrumente ~~wie~~ No II wurden ~~an~~ in den Azimuthen 0°, 72°, 144°, 216°, und 288° beobachtet, mit Benutzung der entsprechenden Gleichgewichtslagen n_1, n_2, n_3, n_4 und n_5 erhalten wir dann ~~für~~ ~~als~~ für die gesuchten Grössen, die Werthe:

$$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = -2{,}7011(n_5 - n_2) - 1{,}6694(n_4 - n_3)$$

$$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} = +2{,}2976(n_4 + n_3 - 2n_1) - 0{,}8776(n_5 + n_2 - 2n_1)$$

$$10^9 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) = +4{,}5543(n_5 - n_2) - 7{,}3691(n_4 - n_3)$$

$$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = -1{,}1972(n_4 + n_3 - 2n_1) + 3{,}1342(n_5 + n_2 - 2n_1)$$

Die Azimuthe wurden ~~bei der Beobachtung selbst~~ vom magnetischen Meridiane ab von Norden nach Osten gerechnet und es bedeutet α den Winkel, welchen die von der Drehungsachse nach dem Aufhängungspunkte des Platincylinders gezogene Richtung mit der magnetischen Nordrichtung bildet.

Zur Einstellung auf $\alpha=0$ ~~und der weiteren Azi-~~
~~muthen~~ diente, eine an das drehbare Gehäuse
sich anschmiegende Boussole, ~~Zur~~ ~~die~~ zur Einstellung
auf andere Azimuthe ~~dient~~ der schon erwähnte
horizontale Theilkreis, die Lage des Gehäuses angebend.
Erwähnen will ich, dass die Drehungen des
Gehäuses und die Veränderungen der Azimuthes
α strenge genommen ~~nicht~~ nicht gleich mit einander ~~die gleichen~~ sind, da ja
der Waagebalken ~~durch die~~ in Folge der Schwerkraftsänderungen
ihre Lage zum ~~Kasten~~ Gehäuse verändert. Der durch die
Stellung des Kastens ange~~gebene~~deutete Azimuthwinkel
bedarf daher noch einer Korrektion, ~~welche~~ deren Grösse
in Skalentheilen ausgedrückt ~~ist~~
Die Werthe ~~von~~ von (n_0-n) bedürfen daher, wenn wir dieselben
~~wir~~ ~~die~~ in die Gleichung 6) zusammen mit jenen Werthen
von α einführen wollen, welche allein durch die
Kastenlage gegeben sind noch einer Korrektion.
Diese ist laut Gleichung 6:

$$\Delta(n_e - n_o) = \Big\{ 2A\left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) 10^9 \cos 2\alpha + 2B \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} 10^9 \sin 2\alpha$$
$$+ a \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} 10^9 \cos\alpha - b \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} 10^9 \sin\alpha \Big\} \frac{n - n_o}{2D}$$

Nur in seltenen Fällen bei äussersten Genauigkeit der Beobachtungen wird diese Korrektion von Belang. Bei der Berechnung meiner im Freien ausgeführten Beobachtungsresultate, wo eine solche Genauigkeit nicht erzielt werden konnte, ~~konnte ist~~ was auch ~~ist~~ von dieser Korrektion abzusehen, wodurch die Rechnungen sehr vereinfacht wurden.

An einem Beispiele soll der ~~Fortgang~~ Gang einer ~~derartigen~~ Beobachtungsreihe und ihrer Berechnung veranschaulicht ~~werden~~ ~~weiter~~ ~~erklärt~~ werden. Der Apparat N^o II wurde in einem Zimmer des physikalischen Instituts ~~wurde der schon oben erwähnte Apparat N° II~~ aufgestellt und von Mitte September 1906 bis Ende April 1907 bei verdunkelten Fenstern während der Tagesstunden regelmässig beobachtet. Die Gleichgewichtslagen

~~wurde durch~~ wurde immer aus einer einzigen Ablesung bestimmt zu einer Zeit, da der Balken schon in vollkommene Ruhe kam. In Folge der verhältnismässig grossen Dämpfung des Gehäuses ~~wird die~~ tritt diese Ruhe ~~lage~~ in $1\frac{3}{4}$ Stunden nach vorheriger Drehung des Apparates mit Sicherheit ein. Trill

Diese Art der Bestimmung der Gleichgewichtslage ist der aus Schwingungsbeobachtungen darum vorzuziehen, weil der störende Einfluss des Körpers des in der Nähe sich aufhaltenden Beobachters vermieden wird. Fotografische Registrierung ist gewiss noch vorteilhafter.

Der Apparat wurde ~~nun~~ also in Zeiträumen von 2 Stunden abgelesen und gleich darauf in die folgende um 72° abstehende Stellung gebracht. ~~Wegen der~~ Um die schon oben erwähnte Temperaturkorrektion zu ermöglichen, wurde jedesmal auch die Temperatur im Inneren des Gehäuses und auch ausserhalb desselben abgelesen.

Für den Draht des Instrumentes beträgt diese Korrektion aus ~~der~~ 7 langen Beobachtungsreihen bestimmt +0,4 Skalentheile für 1°C.

Aus der langen Reihe dieser unter günstigen Verhältnissen ausgeführten Beobachtungen, greife ich jene von 10 Tagen und zwar vom 2ten bis 11ten December heraus, während welcher Zeit die Temperaturextreme ~~zwischen~~ 15,9°C. und 14°4 °C. waren. Nächstfolgende Tabelle enthält die Werthe der auf die gleiche Temperatur von 15° reducirten Skalentheile in den fünf Stellungen I bis V ~~für~~ ~~[illegible]~~ ~~die~~ an den zehn aufeinander folgenden Tagen:

33,6)

~~Wir gewinnen so Einsicht auf die Genauigkeit der Messungen, welche diese~~

Die Abweichungen der einzelnen Tageswerthe ~~von~~ den Mittelwerthen betragen also ~~wenige~~ ~~[illegible]~~ nur ausnahmsweise mehr als eine Einheit von der Ordnung 10^{-7} wodurch ~~wir~~

ein Maass ~~für~~ der ~~er~~ erreichten Genauigkeit erhalten. Beobachtungen im Freien ~~sind~~ ~~voll~~ unter günstigen Verhältnissen auch nicht mit grösseren Fehlern behaftet, ~~doch ist ... auch~~ ~~bei solchen zu erreichen dass die Fehler~~ wie dies an einem anderen Beispiele gezeigt werden wird.

~~nicht übersteigen.~~

Bei ~~solchen~~ im Freien ausgeführten Beobachtungen kann die ~~ist der Einsicht der~~ störende Sonnenwirkung ~~nur dadurch möglich~~ bisher nur dadurch ~~zu~~ ausgeschlossen werden dass die Beobachtungen zur Nachtzeit ausgeführt werden. ~~Die Ablesungen~~ ~~Die Ausführung einer vollen Beobachtungsserie mit fünf Einstellungen ist also an einem Tage während~~ Eine Nacht reicht aber kaum aus um die volle Beobachtungsserie mit fünf Einstellungen auszuführen, ~~...~~ um-so weniger da zur Sicherung der Resultate auch die Wiederholung wenigstens einiger ~~E~~ Einstellungen erwünscht ist. So lange ~~uns~~ uns nur einfache Apparate ~~wie der hier~~ wie No II

zu Gebote standen mussten wir daher an
jeder Station wenigstens zwei Nächte verweilen in jeder nur ~~seinen~~
~~den einen~~ Theil der Einstellungen absolvirend.
~~Dem~~ Diesem Übelstande wird durch das doppelte ~~abgeholfen~~ ~~stets~~ ~~in~~
Schwerevariometer abgeholfen (S.O), welches seit dem Jahre 1903
~~kürzerer Zeit mehr leisten zu können habe ich~~
im Gebrauche ist und es ermöglicht in kürzerer Zeit
~~die eine Combination zweier einfachen Instrumente~~
mehr zu leisten.
~~auf demselben Gestelle mit gemeinsamer Drehachse~~
~~construirt. Seit 1903 benützen wir diesen~~
~~doppelte Schwerevariometer (S.O)~~. Die zwei
Waagebalken sind in diesem doppelten Instrumente
~~in der Weise entgegengesetzt gerichtet, dass~~ das hängende
~~Gewicht der einen~~ parallel aufgehängt, aber be-
züglich des hängenden Gewichtes entgegengesetzt ge-
richtet. Gleichzeitig mit der Beobachtung im
Azimuthe α des einen Balkens ist daher auch
eine Beobachtung am anderen Balken im Azimuthe
$\alpha+\pi$ ermöglicht.

~~Beobachtet wurde~~ Die Wahl der Einstellungen ~~Von den verschiedenen~~ kann auch bei der Benützung dieses Instruments ~~hier auch~~ in mannigfacher Weise getroffen werden. Ich will aber hier nur ~~an~~ ~~die~~ eine Gruppirung der Einstellungen behandeln ~~Punkt erstatten~~, welche wir am meisten gebrauchten. Beobachtet wurde in drei Stellungen

$$\text{I Stellung}\left\{\begin{array}{lll}\text{Azimuth des Balkens} & \text{I} & \alpha_1 = 0 \\ \text{Azi "} \quad \text{"} \quad \dots & \text{II} & \alpha_1' = 180^\circ\end{array}\right.$$

$$\text{II Stellung}\left\{\begin{array}{lll}\text{Azimuth des Balkens} & \text{I} & \alpha_2 = 120^\circ \\ \text{"} \quad \dots\dots & \text{II} & \alpha_2' = 300^\circ\end{array}\right.$$

$$\text{III Stellung}\left\{\begin{array}{lll}\text{Azimuth des Balkens} & \text{I} & \alpha_3 = 240^\circ \\ \text{"} \quad \dots & \text{II} & \alpha_3' = 60^\circ\end{array}\right.$$

Wir setzen nun ~~Setzen wir~~ in Gleichung 6) ~~der Kürze halber~~ zur Abkürzung:

$$D\frac{k}{\tau} = a \qquad 2D\frac{mhl}{\tau} = b$$

~~so wird~~ und benützen die Gleichung:

$$n_0 - n = a\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\sin 2\alpha + 2a\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\cos 2\alpha - b\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\sin\alpha + b\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\cos\alpha$$

~~zur Darstellung der Werte~~ für den Balken I, eine zweite ~~E~~ solche Gleichung mit n', a', b', α' diene für den Balken II ~~zwei~~.

Dann ergiebt die Rechnung für die Gleichgewichtslagen in den drei Stellungen:

I Stellung
$$\begin{cases} n_0 - n_1 = +2a\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + b\dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \\ n_0' - n_1' = +2a'\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - b'\dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \end{cases}$$

II Stellung
$$\begin{cases} n_0 - n_2 = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) - a\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}b\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} - \dfrac{b}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \\ n_0' - n_2' = -\dfrac{\sqrt{3}}{2}a'\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) - a'\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}b'\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \dfrac{b'}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \end{cases}$$

III Stellung
$$\begin{cases} n_0 - n_3 = +\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) - a\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}b\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} - \dfrac{b}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \\ n_0' - n_3' = +\dfrac{\sqrt{3}}{2}a'\left(\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) - a'\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}b'\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \dfrac{b'}{2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} \end{cases}$$

~~Da~~ ~~wie hieraus ersichtlich~~ Da wie ersichtlich:

$$(n_0 - n_1) + (n_0 - n_2) + (n_0 - n_3) = 0$$

und

$$(n_0' - n_1') + (n_0' - n_2') + (n_0' - n_3') = 0$$

~~also: auch~~:

so kann man drei Gruppen von Gleichungen aus den obigen ableiten, welche die zu bestimmenden vier Grössen durch die Skalendifferenzen (vom Nullpunkte gerechnet) je nur zweier der drei Stellungen ausdrücken.

~~Ich will dieselben hier~~ Um den Gang der weiteren Berechnung erklären zu können will ich die so geformten Gleichungen für ~~den~~ von ~~uns~~ benützten Apparat und zwar für jene Drähte aufschreiben welche

Bei der Berechnung einer Beobachtungsreihe wurden diese Gleichungsgruppen folgenweise angewendet. Die jeder Stellung entsprechende Nulllage des Drahtes (n_0) ~~[illegible]~~ wurde nach der Formel:

$$n_0 = \frac{1}{3}(n_1 + n_2 + n_3)$$

aus der Lage des Balkens in dieser, ~~Stellung~~ der vorangehenden und darauffolgenden Stellung berechnet. Hierdurch wird der Einfluss einer sich ~~mit der~~ mit der Zeit proportional~~en~~ fortschreitenden Ausdrillung des Torsionsdrahtes eliminirt.

[Ein grosser Vortheil dieser Berechnungsart besteht auch darin dass ~~ihr Entsprechend die Beobachtung der Gleichgewichtslage~~ bei ihrer Anwendung nach der ersten Ablesung nur drei neue Einstellungen und Ablesungen erforderlich sind um ~~die~~ eine Werthgruppe zu erhalten. Jede weitere Ein Stellellung und Ablesung giebt je eine neue Werthgruppe. [Wenn die Zeitdauer zwischen ~~[illegible]~~ Einstellung und Ablesung auf das zulässige Minimum von $1\frac{3}{4}$ Stunden

herabgesetzt wird
~~herabgesetzt wird~~ so stehen ~~in unseren Breiten~~
~~schon so ist~~ dann steht uns die zu einer vollen Beobachtung
erforderliche ~~die~~ Nachtzeit von $3 \times 1\frac{3}{4} = 5\frac{1}{4}$ Stunden
in unseren Breiten auch während der Sommermo-
nate zur Verfügung. ~~Die zur~~ Besser eignen sich
aber dazu die Herbst und Wintermonate.

Nebst der Beobachtung der Strichgewichtlage wurde jedesmal auch
die Temperatur abgelesen an vier Thermometern
deren eine (a) ausserhalb des Zeltes, eine andere
(o) oben am Apparate angebracht, die übrigen zwei: I und
II ~~aber~~ in den Schwingungsraum ~~des betreffenden~~ der
Gehänge I und II ~~untergebracht~~ versenkt sind (. Diese zwei Thermometer dienen zur Reduction auf gleiche Temperatur.) Die Tempe-
raturcoefficienten, durch ~~vorh~~ sorgfältige Beobach-
tungen im Laboratorium bestimmt, waren für den
Draht I: $\beta = +0{\cdot}50$, für den Draht II: $\beta = -0{\cdot}08$

Eine Übersicht des Ganges ~~der~~ von Beobachtung und
Rechnung bietet folgende Tabelle, herausgenommen
aus unserem Beobachtungsjournale vom Jahre 1906.

~~2155, 2156, 2157~~ Tabelle.

In dieser Tabelle ~~bedeuten~~ beziehen sich die Stellungszahlen I, II, III auf die Azimuthe $\alpha = 0$, $\alpha = 120$ und $\alpha = 240$, ~~mit n und n' wurden~~ sind ~~die auf gleiche und abgelesenen Gleichgewichtslagen auf glei~~. Die directen Ablesungen sind an jedem Tage auf die Anfangstemperatur reducirt und in der Tabelle mit n und n' bezeichnet. In den Colonnen S und S' sind die Summen dreier aufeinander folgenden Werthe von $n - n_0$ resp. $n' - n_0'$ angegeben. Indem diese Summen bei voller Genauigkeit gleich null sein sollten, giebt ihr Werth ein gewisses Maass der Zuverlässigkeit. Bei der Berechnung der ~~Die~~ in den letzten vier Colonnen enthaltenen Mittelwerthe wurde dem in der Mitte der Nacht erzielten Werthe doppeltes Gewicht beigelegt.

Gestützt nicht nur auf diese Beispiele sondern auf eine lange Reihe ~~Hunderte~~ von Beobachtungen kann ich behaupten dass ~~auf~~ es möglich ist ~~mit dem~~ die gesuchten Grössen im Verlaufe einer Nacht mit einer Genauigkeit bis zu $1 \cdot 10^{-9}$ C.G.S zu bestimmen.

Unter günstigen Witterungsverhältnissen ~~wird~~ kann

~~eine~~ ~~höchst noch~~ diese Genauigkeit noch erreichen, Sie verringert

sich aber wie schon erwähnt besonders bei raschen ~~Temperatur-~~

~~änderungen~~ Änderung des Temperaturganges.

Diesem Übelstande ist nur durch Wiederholung

der Beobachtungen abzuhelfen.

~~Die Erwähnt wurde vorher dass das Azimut~~

~~mit der Bussole bestimmt wird, ...~~

~~Die Alle Beobachtungsresultate sollen~~

Ich erwähnte dann die Einstellung des Instrumentes

in die Anfangslage mit Hülfe ~~der~~ einer Bussole ge-

schah. ~~...~~ Um Irrungen

~~während der Beobachtung~~ zu vermeiden ~~benützt~~ benützten wir

~~nur bei der ersten Berechnung der Resultate~~ dann auch

~~wir dann auch im Laufe derselben benützten~~ im weiteren Verlaufe

~~dann auch weiter während derselben~~ unserer Beobachtungen

~~uns später die magnetische Meridian als~~ die magnetische Me-

~~...~~ ~~XZ Ebene bei unseren Beobachtungen.~~ ridianebene als XZ

Ebene des Coordinatensystems.

Die auf den magnetischen Meridian bezogenen

Werthe wurden aber dann immer ~~auf~~ auf den

astronomischen Meridian umgerechnet.

~~Die Nothwendigkeit~~ ~~Die Transformation~~ Eine solche Transformation wegen ~~anderer Wahl~~ ~~Änderung~~ neuer Wahl des Coordinatensystems ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ war auch in anderen Theilen dieser Untersuchung nothwendig, sie geschah ~~[illegible]~~ mit zu Hülfe nahme folgender Formeln.

~~Wenn~~ Sind X, Y, Z und X' Y' Z' zwei rechtwinkelige Coordinatensysteme mit gemeinschaftlicher Z Achse und bedeutet α den Winkel den die X' Achse mit X Achse in der positiven Richtung von X nach Y ~~gerechneten~~ bildet, so ist:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial x'\partial z'}\cos\alpha - \frac{\partial^2 U}{\partial y'\partial z'}\sin\alpha$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z} = \frac{\partial^2 U}{\partial x'\partial z'}\sin\alpha + \frac{\partial^2 U}{\partial y'\partial z'}\cos\alpha$$

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y'^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x'^2}\right)\cos 2\alpha + 2\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y}\sin 2\alpha$$ 7/8

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial y} = -\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y'^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x'^2}\right)\frac{\sin 2\alpha}{2} + \frac{\partial^2 U}{\partial x'\partial y'}\cos 2\alpha$$

II Geodetische Untersuchungen.

1) Bedeutung der vier durch die Drehwaage ~~bestimmten~~ [bestimm]baren Grössen in der Geodesie.

~~Die Grössen $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$, $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ sollen~~

wie ~~oben~~

~~Es möge hier eine Aufzählung jener Grössen~~

Es möge hier eine ~~kurze~~ kurze Aufzählung jener Grössen folgen, welche ~~im engsten Zusammenhange~~ mit den durch die Drehwaage bestimmbaren Werthen ~~Grössen stehen~~ im engsten Zusammenhange stehen, und so mit Hülfe derselben ~~leicht~~ gemessen werden können. Es sind diese:

1) <u>Die Gradienten der Schwerkraft</u> in ~~einer~~ ~~die~~ der Niveaufläche ~~tangirenden Ebene~~

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \quad \text{und} \quad \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$$

also auch der totale Gradient:

$$\frac{\partial g}{\partial s} = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\right)^2}$$

und ~~diese~~ seine ~~und die~~ Richtung ~~der totalen Gradienten~~ ausgedrückt durch den Azimuth α, ~~[illegible]~~

$$tg\,\alpha = \frac{\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}}{\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}}$$

2) Der Krümmungsradius r, der Schwerkraftlinie

$$r = \frac{g}{\sqrt{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}\right)^2}}$$

F

~~und die Richtung dieser Krümmung bestimmt durch den Winkel μ den die Oskulirende Ebene im Coordinatenanfangspunkte mit der XZ Ebene (Meridianebene) bildet~~

$$\cancel{\cos\mu = \frac{\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}\right)^2}}}$$

F

F und auch ~~die~~ der ~~Richtungs~~ Gradient $\frac{\partial \varepsilon}{\partial z}$ welcher die Veränderung der Lothrichtung mit der Höhe anzeigt ~~[illegible]~~:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = \frac{1}{r} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x\,\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y\,\partial z}\right)^2}}{g}$$

3) ~~4)~~ Die Abweichung der Niveaufläche von der Kugelgestalt gemessen durch die Differenz der reciproken Hauptkrümmungsradien $\frac{1}{\rho_1}$ und $\frac{1}{\rho_2}$

$$\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right) = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)\frac{1}{\cos 2\lambda}$$

~~wo λ den Winkel bedeutet den die [illegible]~~

wo, wenn ρ_1 den kleineren, ρ_2 den grösseren Hauptkrümmungsradius bezeichnet die Differenz $\left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{\rho_2}\right)$ stets positiv ist und λ jenen Winkel bezeichnet den die Normalebene mit grösseren Krümmungsradius (ϱ_1) ~~mit~~ und die XZ Ebene ~~bildet~~ einschliessen,

~~der ersten Hauptkrümmung (ϱ_1) ist mit der XZ Ebene bildet~~,

~~und~~

$$tg\, 2\alpha = -\frac{2\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}}{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)}$$

~~ist~~.

4) Die Richtungen der Hauptkrümmungslinien ~~der~~ einer Niveaufläche gegeben durch den Werth dieses Winkels

A.

~~Bei jeder voll ausgeführten Messung nach der angegebenen Methode erhalten (oder strenger ausgedrückt) wir einen Ortswerth dieser Grössen in einem Punkte und zwar im Schwerpunkte des Gehänges, der bei der Berechnung auch als Coordinaten Anfangspunkt~~

Aus jeder an einem Orte ausgeführten vollständigen Beobachtungsreihe erhalten wir einen Lokalwerth dieser Grössen, welcher sich strenge genommen auf den Schwerpunkt des Gehänges bezieht, welcher letztere bei der Aufstellung unserer Formeln und ebenso bei den nach folgenden Berechnungen auch als Coordinaten Anfangspunkt dient.

Solche Lokalwerthe, wie ~~sich~~ sie sich direct aus der Beobachtung ergeben sind noch kaum geeignet das Interesse der Geodeten zu erwecken. Sie sind zu sehr von den Wirkungen der zunächst gelegenen Massen beeinflusst. Im Inneren von Gebäuden, Höhlen, Bergwerken oder Tunnels sind ~~ist~~ diese Einflüsse sehr bedeutend, dagegen ~~und geringer~~ unter freiem Himmel ~~[illegible] [illegible] [illegible]~~ besonders ~~auf [illegible] geeigneten [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]~~ in ebenen Erdgebieten ~~[illegible] [illegible]~~ um Vieles geringer.

~~Es sollen nun diese Einflüsse auf Grund der [illegible] [illegible] über berechnet und so die Beobachtungen [illegible] die Beobachtungsresultate von allen jenen Störungen [illegible] befreit werden, welche [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] Störungen [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] unwesentlich oder und uninteressant~~

~~vor Zufäll~~ Sie können ~~~~ durch Messung und Rechnung ermittelt, und so

die Beobachtungsresultate von allen jenen Störungen

befreit werden, welche man gewöhnlich mit den

~~Begriff~~ als ~~Benennungen~~ „zufällige“ oder „unwesentliche“ ~~und „unintere...“~~

bezeichnet. Die Unsicherheit solcher Benennungen

will ich durch ~~klaren~~ bestimmtere ~~Begriffe~~ Definitionen ersetzen.

~~Setzen~~ Nehmen wir ~~an~~ an ~~dass~~ dass die Schwerkraftsverhältnisse

d. i. die Grösse und die Richtung der Beschleunigung und die Form

der Niveauflächen auf der Erde oder einem Theile der

Erde bekannt sind und es handelte sich nun eine

beschreibende Darstellung dieser unserer Erkenntniss,

dann bietet sich uns hierzu ~~nur der eine Weg,~~ kaum ein anderes Vorgehen

als diese ~~unsere Erkenntniss~~ jenen Kenntnissen anzu-

schliessen welche uns bezüglich der topografischen

Configuration der Erdoberfläche zur Verfügung

stehen. Es sind daher die Werthe das die Schwerkraftsverhältnisse

darstellenden Grössen für eine ~~Form der Ober~~ Mengenvorstellung

zu bestimmen, welche das topografische Darstellung der Erdoberfläche entsprechen. Solche Werthe werde ich in Folgenden ~~mit der Bezeichnung~~ die topographische Werthe nennen ~~bezeichnen~~, ~~und~~ und ~~in~~ ~~meinen Formeln~~ in Klammern gesetzt mit dem oberen ~~einem~~ Index I ~~Strich~~ bezeichnen. ~~Die~~ Diese topografischen Werthe erhalten natürlich nur ~~top~~ dann eine strenge Bedeutung wenn das Kartenwerk angegeben wird auf welches sie sich beziehen.

Die Wirkung der Nächsten Umgebung wird nun insofern in Rechnung gezogen als ~~ist~~ das Terrain Abweichungen von der ~~in~~ in der benützten Landkarte dargestellten Configuration aufweist. Diese Wirkung nenne ich die Terrain-Wirkung und bezeichne sie mit dem Index t.

So ist also:

Topografischer Werth = Voller Werth − Terrainwirkung

oder: ~~[illegible]~~

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)^{I} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_{t} \qquad \text{u. s. w.}$$

Im Folgenden werden aber noch einige weitere Benennungen und Bezeichnungen nöthig sein, die ich gleich hier aufzählen will.

Entsprechend dem Besselschen ~~Besselschen~~ Ellypsoid, und der Helmertschen ~~Helmertschen~~ Formel für die Beschleunigung lassen sich die Werthe der <u>normalen Wirkungen</u> berechnen.

Ich werde diese mit dem Index n versehen.

So können dann noch gebildet werden:

Der volle Störungswerth = Voller Werth − Normale Wirkung

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)^{II} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_n \quad \text{u. s. w.}$$

und:

der topografische Störungswerth = topografischer Werth − Normale Wirkung

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)^{III} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)^{I} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_n = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_t - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_n$$

u. s. w.

Wenn aber nun dem Wunsche der Geologen zu entsprechen aus den Schwerkraftstörungen Schlüsse auf die Vertheilung von Massen gezogen werden sollen welche unter der sichtbaren Erdoberfläche liegen, dann ~~ist~~ sind auch die Wirkungen der auf den Landkarten verzeichneten ~~[illegible]~~ Erhebungen und Senkungen möglichst ~~mit~~ in Rechnung zu ziehen. Diese Wirkung, deren Berechnung sich auf kartografische Werke stützt, will ich ~~mit dem Namen~~ die kartografische Wirkung ~~bezeichnen~~ nennen, ~~und~~ und ~~und~~ die entsprechenden Grössen mit dem Index k bezeichnen.

Ein Maass für der Wirkung der unsichtbaren Massen giebt dann:

Der subterrane Störungswerth = topografische Störung weniger kartografische Wirkung

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)^{IV} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)^{III} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_k = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_t - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_n - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)_k$$

2) ~~Ermittelung der~~ Die Wirkung der unmittelbaren Umgebung. Topografische Werthe.

~~Bei den Beobachtungen~~

~~Die auf die Feinmessunge~~

~~Wird als Anfangspunkt der Coordinaten der Schwerpunkt des Gehänges angenommen~~

~~Bei der Aufstellung des Instruments sollte vor allem dafür gesorgt werden dass~~

~~Schwerkraftwirkungen jeder Art können immer bereit ermitteln~~

~~Schwerkraftwirkungen jeder Art können~~

Schwerkraftswirkungen ~~jeder~~ können für ~~eine~~ jede ~~beliebige~~ bekannte Massenvertheilung berechnet werden. ~~Die~~ Durch entsprechende Wahl des Beobachtungsortes wird es ermöglicht, dass diese Berechnung eine verhältnissmässig einfache wird. ~~Bei der~~ Bei der Aufstellung des Apparates ist besonders darauf zu achten, dass der Boden unter demselben ~~bis zur Entfernung von~~ innerhalb eines Kreises von circa zwei Meter~~n~~ Radius möglichst eben und von geringer Neigung ~~Eben~~ sei. ~~Um den~~ Dementsprechend ~~zu erreichen~~ ~~wurde~~ ~~wenn nöthig~~ ~~vor Aufstellung~~ ~~der Boden~~ ~~vor Aufstellung der Apparate hergerichtet~~. ~~Vor Aufstellung der Apparate wurde~~ Der Boden ist ~~wurde~~ wenn nöthig dem entsprechend her zu richten ~~gerichtet~~. ~~Zu~~ Die Configuration ~~der~~ des umgebenden Terrains kann durch ein Nivellement in radialen Richtungen ~~von~~ erkannt werden. Dieselbe erstreckte sich bei unseren Beobachtungen meistens auf die Entfernung von 100 Metern. Wenn dann ~~auch~~ die Dichte σ (Volumgewicht) der Bodenmassen auch bestimmt wird, so können die ~~Ein~~ gesuchten Wirkungen berechnet werden.

~~Zu dieser Rechnung benutzte ich Formeln~~
~~Die Formeln nach welchen ich diese Rechnung~~

Es ~~werde~~ sei die Lage eines anziehenden Massenelements in horizontaler Projection durch den ~~vom Schwerpunkt~~ Radius vector ρ und den Winkel α bestimmt welchen dieser mit der X Achse bildet. Sei ferner ζ die ~~Erh.~~ Erhebung (positiv nach oben) dieser Massenelementes über ~~die~~ jene horizontale Ebene, welche durch den Fernpunkt des Apparates ~~gelegt~~ geht ~~ist~~, und $\underline{h}$ die Erhebung des Schwerpunkts des Gehänges (Coordinaten Anfangspunktes) von derselben Ebene, dann kann man die gesuchten Wirkungen für ~~di~~ ein Massenelement durch folgende Gleichungen in aller Strenge darstellen

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -3 G \sigma\, \rho^3 d\rho \,\frac{\cos 2\alpha\, d\alpha\, d\xi}{(\rho^2 + (h-\xi)^2)^{\frac{5}{2}}} \tag{8}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = +3 G \sigma\, \rho^3 d\rho \,\frac{1}{2}\frac{\sin 2\alpha\, d\alpha\, d\xi}{(\rho^2 + (h-\xi)^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = +3 G \sigma\, \rho^2 d\rho \,\frac{(h-\xi)\cos\alpha\, d\alpha\, d\xi}{(\rho^2 + (h-\xi)^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} = +3 G \sigma\, \rho^2 d\rho \,\frac{(h-\xi)\sin\alpha\, d\alpha\, d\xi}{(\rho^2 + (h-\xi)^2)^{\frac{5}{2}}}$$

Unter Berücksichtigung dass ~~die Grösse~~ die Grösse:

$$\frac{\xi^2 + 2h\xi}{\rho^2 + h^2}$$

~~die~~ bei schwach geneigtem Terrain immer klein ist

~~da für kleine Werthe der Entfernung ϱ der Kähler, für grosse Werthe derselben aber der Nenner gross wird,~~

~~so erhalten wir~~

erhalten wir durch Integration nach ζ für die Wirkungen einer sich aus der Fusspunktsebene erhebenden Säule von der Höhe ζ und dem unendlich kleinen Querschnitte $\varrho d\varrho d\alpha$ annäherungsweise:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -3\,\vartheta\sigma\,\zeta\,\frac{\varrho^3 d\varrho \cos 2\alpha\, d\alpha}{(\varrho^2+h^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{3}{2}\,\vartheta\sigma\,\zeta\,\frac{\varrho^3 d\varrho \sin 2\alpha\, d\alpha}{(\varrho^2+h^2)^{\frac{5}{2}}} \qquad 9)$$

$$\cancel{\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = 3\,\vartheta\sigma\left\{\zeta h\,\frac{\varrho^2 d\varrho \cos\alpha\, d\alpha}{(\varrho^2+h^2)^{\frac{5}{2}}} + \frac{\zeta^2}{2h}\right.} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} = 3\,\vartheta\sigma\,\zeta\left(h-\frac{\zeta}{2}\right)\frac{\varrho^2 d\varrho \cos\alpha\, d\alpha}{(\varrho^2+h^2)^{\frac{5}{2}}}$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} = 3\,\vartheta\sigma\,\zeta\left(h-\frac{\zeta}{2}\right)\frac{\varrho^2 d\varrho \sin\alpha\, d\alpha}{(\varrho^2+h^2)^{\frac{5}{2}}}$$

~~Die Bedeutung gehörig vieler ... durch Nivellement ...~~ Da ζ die verticale Coordinate der Bodenoberfläche bedeutet ~~...~~ ~~...~~ kann also durch Nivellement ermittelt werden.

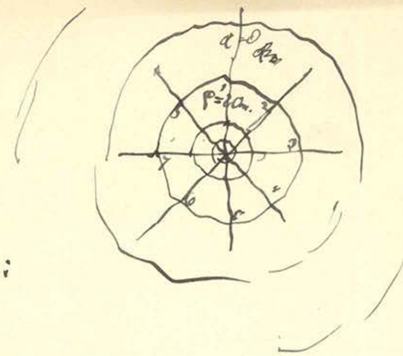
Die Höhe ξ welche ~~Das ξ~~ die vertikalen Coordinaten der ~~Bo~~ Bodenoberfläche bedeutet ~~en~~ kann am ~~Höhe~~ ~~direkte~~ durch Nivellement in gehörig vielen Punkten bestimmt werden. Um sich aber ~~auf~~ auf eine möglichst kleine Zahl solcher ~~Punkte der Nivellement zu bestimmender~~ Punkte beschränken zu können, ist es zweckmässig ~~wenn~~ die Rechnung nicht bezüglich ~~in Bezug auf~~ der ~~nicht auf die~~ wirklichen Oberfläche ~~ausgeführt~~ sondern für eine solche auszuführen, welche sich dieser ~~derselben~~ ~~gut anschmiegt~~. mit genügender Annäherung anschmiegt.

~~Bei der Bei Bei meinen Beobachtungen war es genügend~~ Auf ebenen oder schwach gewellten Terrain wo die Neigungen des Geländes 7 bis 8 Grad nicht übersteigen genügt das folgende Verfahren.

Das Terrain wird durch ~~ad~~ 8 sich unter 45° schneidenden Geraden und durch Kreise ~~um~~ ~~z~~ mit den Radien 1,5m, 5m, 20m, 50m und 100 in einzelne ~~Flächeneinheiten~~ Parzellen geteilt.

(Siehe Fig 6)

Dann wird ~~Wird an jedem Kreise die~~



Höhe ξ der acht Kreuzungspunkte
an jedem Kreise
durch Nivellement bestimmt.

~~Innerhalb jeder Parzelle wird~~:
Wir setzen dann:

~~$\xi = a + \alpha a$~~

$$\xi = c + a\alpha + b\varrho\alpha + d\varrho$$

~~[illegible]~~ und berechnen der Werth der Constanten a, b, c, d für jede einzelne Parzelle ~~aus den [illegible]~~ mit Hülfe der Werthe von ξ in den vier ~~[illegible]~~ Eckpunkten derselben ~~[illegible]~~. Der innerste Kreis von 1,5 m. Radius bildet ~~[illegible]~~ eine Parzelle für sich und ihr Einfluss wird als der einer geneigten Ebene in Rechnung gezogen, deren Neigungen ε im Meridiane, κ in der ~~der~~ darauf senkrechten Richtung mit ~~Hülfe~~ der Wasserwaage bestimmt werden.

~~Der Gang der weiteren~~ Der Werth von ξ in die oben angeführten Gleichungen gesetzt ~~[illegible]~~ ergiebt nach der Integration die Wirkungen für ~~eine~~ je eine Parzelle. Aus diesen Einzelwirkungen

~~Kann~~ wird dann mit Berücksichtigung der Richtungen α die Gesammtwirkung zusammengesetzt.

Zum praktischen Gebrauche habe ich Formeln berechnet ~~geeignete Formeln~~, welche ~~die entsprechenden Grössen im Falle von weniger~~ ~~welche das $\frac{\xi}{\varsigma}$ das Verhältniss $\frac{\xi}{\varsigma}$~~ so lange $\frac{\xi}{\varsigma}$ nicht grösser als $\frac{1}{8}$ wird bis zu einer Genauigkeit von 0,1. der 10^{-9} Einheit genau sind. Diese Formel beziehen sich auf die Schwerpunktshöhe $h = 100$ c. (bis auf einige c. genau abgemessen) und auf die Dichte $\sigma = 1,8$, sind also für andere Dichten mit dem Quotienten $\frac{\sigma}{1,8}$ zu multipliciren.

Die Formeln sind:

6

Ezres ~~lapot~~ ivet!

In diesen Gleichungen beziehen sich die Grössen ξ ~~auf~~ auf die unter ~~in~~ den entsprechenden Klammern angegebenen Kreisradien. Die Werthe für $\varsigma = 1000$ meter sind aus der Karte zu nehmen ~~für~~ (Wir benützten solche im Maasstabe $\frac{1}{25000}$). In Fällen wo die ~~solche~~ ebenes Terrain angeben ~~der letzte~~ kann dieses letzte Glied ~~der Gleichungen~~ vernachlässigt werden.

~~Da aber die zu berechnenden Werthe~~ Da aber ~~die in den~~ die Gleichungen ~~ausgedrückten~~ ~~gegebenen Werthe für die~~ die ~~Wirkung der inneren die~~ die Gesammtwirkungen bis zu Entfernung von 1000 meter ausdrücken ~~welche nach den früheren eingeführten~~ als solche Werthe ergeben ~~welche nach~~ der eingeführten Benennungen ~~gleich sind~~ der Terrainwirkung + der kartografischen Wirkung gleich sind so ~~ist im allgem.~~ erhalten wir ~~die Terr.~~ die Terrainwirkung allein im allgemeinen nur nach Abzug der kartografischen ~~Wirk~~ Werthe Werthe bis zu 1000 meter.

~~Solche Berechnungen Solche Berechnungen Diese Art der Berechnung lässt die Einflüsse~~

Bei dieser Art der Berechnung bleiben manche störende Einflüsse wie solche von Gräben, Dämmen, Strassenkörper etc. unberücksichtigt.

Wenn solche durch passende Wahl der Beobachtungsstation nicht ganz vermieden werden können, müssen ~~dann für sich berechnet und werden sie mit ihrer Kleinheit entsprechenden Genauigkeit~~ die für sich berechnet werden.

3) Kartografische ~~und~~ Wirkung.

Die Berechnung jener Wirkungen welche den ~~durch~~ ~~die~~ in der kartografischen Zeichnung darstellbaren Bodenerhebungen und Senkungen entsprechen, kann viel einfacher ausgeführt werden. Durch Vernachlässigung von h neben ξ und ρ vereinfachen sich die Gleichungen 9), ~~wie~~ wie folgt:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= -3\, G\sigma\xi \frac{d\rho \cos 2\alpha\, d\alpha}{\rho^2} \\
\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} &= +\frac{3}{2}\, G\sigma\xi \frac{d\rho \sin 2\alpha\, d\alpha}{\rho^2} \\
\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} &= -\frac{3}{2}\, G\sigma\xi^2 \frac{d\rho \cos\alpha\, d\alpha}{\rho^3} \\
\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} &= +\frac{3}{2}\, G\sigma\xi^2 \frac{d\rho \sin\alpha\, d\alpha}{\rho^3}
\end{aligned}
\qquad (10)
$$

Die praktische ~~Ausführung~~ Berechnung kann weiter auch dadurch besonders vereinfacht werden, dass wir ~~in~~ ~~mit den~~ sie nach Höhenschichten ausführen, ~~anders die wiederholende Werthe von ξ~~ wobei nur Werthe von ξ in Betracht kommen welche ganze Vielfache der Schichtenhöhe sind. Das um den Beobachtungsort sich weit erstreckende Gebiet wird ähnlich wie bei der Terrainwirkungsberechnung in radiale Segmente getheilt ~~deren Zahl aber größer größer~~ aber in grösserer Zahl wiederholt, ~~so z.B. in 36 Segmente und 10~~ ~~bei unseren Berechnungen 36.~~ ~~die jeder Höhe ξ~~ Bei unseren Berechnungen geschah diese ~~Die Werthe von ξ wurden jeder Schichtenhöhe~~ ~~Eintheilung~~ Theilung in 36 Segmente. ~~entsprechend~~ ~~Die den Höhen ξ entsprechenden Werthe von ξ ergeben aber sich aus durch der Abmessung der Entfernungen der Schichtenlinien~~ Eine weitere ~~Die~~ Eintheilung des Gebietes durch Kreise ist aber hier ~~nun~~ nicht nöthig, da die Werthe von ξ ~~direkt~~ ~~die Entfernungen welche die auf der Karte bereits der gezeichneten Schichtenlinien~~ ~~für~~ als Entfernungen der Schichtenlinien abgemessen sich zur Berechnung besser eignen.

Die Genauigkeit eines solchen Verfahrens richtet sich ~~selbst~~ nach der Genauigkeit der ~~Karten-Zeichnung~~ Karte, welche ihm zu Grunde liegt. ~~gelegt wird~~. In kleineren Entfernungen sind ~~daher~~ ~~Karten~~ von grossem ~~genaueren~~ Maasstabe und dichten Schichtenlinien erforderlich während für grössere Entfernungen auch ~~solche von kleinerem Maasstabe und~~ weniger detaillirte ausreichen. So wurden z. B. für die Beobachtungen ~~bei der Berechnung der~~ in der Gegend von Wien ~~ausgeführten Beobachtungen~~, die ~~von selbst~~ ~~die~~ weiter unten ausführlicher besprochen werden sollen, bis zur Entfernung von 12 Kilometern ~~von der dem Rande des empor-steigenden G~~ östlich vom Rande des Gebirges ~~die~~ ~~Karten im~~ Karten im Maasstabe $\frac{1}{25000}$ benützt ~~der Rechnung~~ ~~zu Grunde gelegt~~, von dort angefangen ~~aber~~ bis zur ~~weiteren~~ Entfernung von 30 Kilometern aber ~~wurde~~ solche im Maasstabe von $\frac{1}{75000}$, und noch weiter eine Landkarte ($\frac{1}{900000}$) ~~benützt~~.
~~Die benützten Stellen der Schichtenlinien waren~~
Die ~~benützten~~ Abstände der Schichtenlinien waren hiebei 40m, 100m, endlich 400 meter.

Zu beachten ist dass die

~~Die~~ kartografische Wirkung bezüglich der ~~Werthe~~ Grössen

$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ auch ~~und~~ für grössere Entfernungen von Hundert oder einigen Hundert Kilometern noch

~~Hundert oder einigen~~ ~~merkbare~~ merkbare Werthe erreicht.

~~Die normalen Werthe~~

~~Die Normale Wirkung, welche~~

~~Jede lokale~~

4) Normale Wirkung.

~~Zur~~ Als Werthe der normalen Wirkung sollen jene dienen, welche ~~mit~~ ~~dem~~ den Dimensionen des Bessel'schen Ellipsoides und der Helmert'schen Formel für die Beschleunigung der Schwerkraft entsprechen.

Diese Werthe sind:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = 0$$

~~und~~ ~~und~~ ~~für~~ bezüglich die zwei anderen ~~die~~ uns hier interessierenden ~~uns~~ Grössen ~~für~~ für die Breiten von 40° bis 60° in folgender Tabelle zusammengestellt:

Tabelle

5) Zusammenstellung der Beobachtungsresultate.

Das Arader Gebiet.

Zweck dieser Schrift ist ~~k~~eine kurze Darstellung zu geben von der benützten Methode, und von der Art ihrer Verwerthung ~~der Beobachtungsresultate zu geben~~. Diesem Zwecke glaube ich am besten dienen zu können, wenn ich statt der flüchtigen Aufzählung aller bisher gewonnenen Resultate, mich näher ~~hauptsächlich~~ auf eine eingehendere Behandlung eines Theiles derselben beschränke, ~~welcher als Bei~~ ~~[illegible]~~ und so an einem Beispiele das Allgemeine erkläre. ~~Als solches Beispiel~~ Dazu werden sich am besten die Beobachtungen eignen welche ~~in dem Jah~~ ~~im Gebiete~~ ~~[illegible]~~ ~~Arad bis Vilagos und~~ im Arader Gebiete und zwar hauptsächlich auf der sich bei Paulis und Vilagos erstreckenden Ebene ausgeführt worden ~~[illegible]~~

Dieses durch alluviale Aufschüttungen geebnete Gebiet gehört mit zur ungarischen Tiefebene und schmiegt sich ~~an~~ im Osten an die in meridionaler Richtung abfallenden Ausläufer jenes Gebirgszuges an, welcher vom siebenbürgischen Erzgebirge ausgehend zwischen Maros und Fehér-Körös in ostwestlicher Richtung sich erstreckt. Die geologische Karte ~~weist~~ zeigt in diesen Ausläufern ~~die~~ archäische und ältere eruptive Massengesteine an. ~~Die Das näher~~

~~Das Näher Das ... näher untersuchte Gebiet~~

Der Hauptteil ~~der~~ unserer Beobachtungen ~~...~~ ~~...~~ in diesem Gebiet geschah auf einen Flächenraum von circa ~~...~~ ~~...~~ 250 ~~Quadratkilometern~~ Quadratkilometern, auf welchen ~~...~~ gegen hundert Stationen in der durchschnittlichen Entfernung von 2 Kilometern vertheilt ~~wurden~~ waren:

~~Die Be Die Messungsresultate und zwar~~

~~so die vollen als die nach~~

~~Die hier folgende Tabelle sind die beobachteten~~ Zu der

~~vollen Werthe sowie die~~ Die Resultate dieser

Messungsreihe ~~sind~~ sind in der hier folgenden Tabelle I zusammengestellt. Alle Werthe ~~sind~~ darin sind auf den Astronomischen Meridian bezogen. In der ersten Columne stehen die ~~fort~~ fortlaufenden Zahlen der Stationen, deren Lage ~~auf~~ aus der Karte Fig. 7 zu ersehen ist. Die Bedeutung der anderen Columnen ~~ist aus~~ bedarf ~~ist~~ ausser ihrer ~~Aufs~~ Aufschrift keiner weiteren Erklärung.

~~Von R und d wird später die Rede sein.~~

Die Normalwerthe sind aus der vorangehenden Tabelle entnommen und zwar für alle Stationen ~~dieselbe~~ dieselben und zwar die für die Breite von 46°10 gültigen Werthe: $8,1 \cdot 10^{-9}$ für $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ und $49 \cdot 10^{-9}$ für $10^4 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$.

Von R und d wird später die Rede sein.

Tabelle I

6) Veränderungen der Schwerkraftsbeschleunigung in einer Niveaufläche.

Wenn g die Schwerkraftsbeschleunigung, so sind ~~die Compo~~ ihre Gradienten:

$$\frac{\partial g}{\partial x} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z} \quad \text{und} \quad \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$$

~~so lassen sich diese Grössen welche~~.

~~Diese Grössen welche durch ... Linien~~

~~Grössen~~ deren Resultante, der totale Gradient nach Grösse und Richtung durch gerade Linien grafisch darstellbar ist.

Für das bereiste Gebiet ist diese Darstellung durch die Karte (Fig 8) verwirklicht und zwar bezieht sich dieselbe auf die subterranen Störungswerthe, welche von den topografischen Werthen ~~sich nur in ganz~~ in der nächsten Nähe der Gebirges merklich abweichen. (Siehe Tabelle I)

[Wären die Werthe der ~~g~~ Gradienten in allen Punkten der Niveaufläche bekannt, so ~~würde~~

würden sich auch endliche Werthe der Veränderungen Δq durch Integration berechnen lassen. Annähernd, ~~aber~~ doch mit befriedigender Annäherung lässt sich eine solche Rechnung dann ausführen wenn die Beobachtungsstationen nahe genug zu einander liegen um den Gradienten zwischen zwei Benachbarten als lineare Function der Ortscoordinaten betrachten zu können. Die Zulässigkeit einer derartigen Berechnung lässt sich ~~[illegible]~~ durch ihre Ausführung längs einer geschlossenen Linie erproben. Es soll ja für eine solche:

$$\int \frac{dq}{ds} ds = 0$$

sein.

~~Eine solche Berechnung~~ So wurde beispielsweise die Rechnung für das ~~Dreieck AB~~ ~~auf unserer Karte gerichtete~~ Dreieck ABC unserer Karte ausgeführt. Die Summe der ~~einzelnen~~ schrittweise für je zwei benachbarten

Stationen ~~ergeb~~ berechneten Werthe von Δg dabei
~~wird~~ ~~ergiebt~~ k um das gebildet übersteigt nicht den Werth von
~~ergiebt~~ ~~für die~~ ganze geschlossene Dreieck $1,8.10^{-3}$

ist also ~~weniger~~ geringer als ~~ein fünftausendstel~~ zwei Milliontel

theile des ganzen g. Die ~~ganze Länge der~~ ganze 34 Kilometer lange Strecke ~~ist~~

~~dabei~~ ~~34 Kilometer lang und~~ ~~die Zahl der Stationen~~ ~~ist dagegen~~ enthält nur

~~ist~~ 21 Stationen. ~~Bei einer~~ Im Falle noch dichter ~~dichter~~ ~~lagen~~ gelegener Stationen be-

sonders in den ~~mehr gestörten~~ stärkeren Theile des

Gebietes wo die Störungen grösser sind würde

~~dies ein noch befriedigenderes~~ das Resultat ~~ergeben~~.

voraussichtlich
noch günstiger ausfallen. Ähnliche Proben

welche ich ~~in anderen~~ ~~auch~~ für die Beobachtungen

bei Versecz und ~~bei~~ im Fruska Gora Gebiete anstellte

~~gaben ebenso günstige~~ führten ~~gaben~~ zu ~~ein~~ ebenso guten ~~gleich günstigen~~

Ergebnissen. ~~Gestützt hierauf fühlte ich~~.

~~So werde ich also die Werthe der die Differenz~~

~~zwischen den Werthen der der Schwerkraft~~

~~So wurde also~~ ~~Konnte also~~ die ~~Differenz g-γ~~ ~~für~~ alle

~~Station berechnet graphirt zu dargestellt~~ werden.
~~Hierauf begründet gestützt wurden die Differ-~~
~~g der Berechnung der Schwerkraft die der~~
~~Ablenkungsdifferenzen Differenzen~~

Gestützt hierauf kann die Berechnung der endlichen Differenzen Δg in Angriff genommen werden.

So wurde in dem als Beispiel behandelten Falle die Differenzen der Ablenkungen $g - g_A$ zuerst ~~für alle Punkte des Dreiecks ABC durch Vertheilung der fehlerhaften Überschusses auf alle drei Dreieckseiten~~ für ~~Punkte~~ das Dreieck ABC bestimmt, und durch ~~Ausgleichung Vertheilung der fehlerhaften Überschusses~~ solche corrigirte Werthe ersetzt welche sich aus der gleichmässigen ~~durch~~ Vertheilung des fehlerhaften Überschusses ergeben. Von diesem Dreiecke ausgehend konnten dann diese ~~dieselben~~ Differenzen für ~~alle~~ sämmtliche Stationen der untersuchten Gebiets berechnet werden.

~~Das Resultat ist durch die~~ in Form von Linien gleicher ~~Schwerkraft~~ Beschleunigung (Isogammen) in die Karte (Fig 8 eingetragen. Die Punkte ~~bezeichnende~~ ~~Isogammen~~ ~~Isogam~~ ~~wurde~~ ist in dieser mit ~~...~~ 0 bezeichnet.

~~Die~~ Der Wertabstand zweier ~~...~~ benachbarter ~~ist~~ ~~...~~ Isogammen ist dafür gleich mit zwei ~~...~~ Einheiten von der Ordnung 10^{-9} C.G.S. gesetzt. ~~Die durch ... aufgestellten~~ Die zur ~~jeder Isogamme~~ Bezeichnungen der Isogammen dienenden Zahlen bedeuten die Differenzen $g-g_0$ in derselben Einheit ausgedrückt.

Eine systematische Ausgleichung der Beobachtungen ~~...~~ wurde bisher nicht ausgeführt, da ich ~~das Beobachtungsmaterial~~ die ~~...~~ selben noch nicht für ganz abgeschlossen erachte.

Die bis heute erzielten ~~Resultate~~ Resultate ~~wie ich bisher darin angegebenen meine ausgeführten Rechnung~~ sind in einer Tabelle für $g-g_0$ zusammengestellt und auch

Drehwaage und Pendel.

7) ~~Pendel und Drehwaage~~.

Unwillkürlich drängt sich uns die Frage auf: wie verhalten sich die Beobachtungen mit der Drehwaage zu jenen mit dem Pendel? ~~angestellten~~.

~~Es ist~~ Vor allem ist es augenfällig dass sie sich gegenseitig ergänzen, denn ~~da~~ da die Drehwaage nur die Differenzen der Beschleunigung von einem Anfangswerthe derselben anzeigt ~~angeben~~, so ~~bleibt~~ ~~ihr~~ ~~die~~ besteht noch immer die Notwendigkeit der ~~der~~ Pendelbeobachtungen um zur Kenntniss dieses ~~dieses~~ Anfangswerthes zu gelangen. Andererseits ist aber die Drehwaage dazu berufen Aufklärungen über den räumlichen Verlauf zu kleiner Schwerkraftänderungen zu geben welche durch das Pendel kaum bemerkt oder höchstens angedeutet werden.

Der grösste Nutzen für beide Arten der Beobachtung kann aus ihrer gegenseitigen Controlle erwachsen. Da aber zur Bestimmung der Schwerkraftsdifferenzen bei

Pendelbeobachtungen nur ein kleiner Bruchtheil
(etwa ein hunderttausendstel) der ~~[illegible]~~ ermittelten Grösse ~~[illegible]~~ beträgt würde,
während bei Beobachtungen mit der Drehwaage ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ die~~se~~ ermittelte Grösse in ihrem Ganzen
~~[illegible]~~, ~~so~~ ~~[illegible]~~ hiermit dies,
so scheint ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~.
~~[illegible]~~ bezügliche dieser Controlle ~~die~~ Drehwaage ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~. ~~[illegible]~~ im Vortheile ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~. zu sein.
Deshalb glaube ich auch dass der Widerspruch der sich
~~[illegible]~~ zwischen ~~[illegible]~~ meiner ~~[illegible]~~ Beo-
bachtungen und den aus denselben Orten ausgeführten
Pendelbeobachtungen ~~[illegible]~~ in zwei Fällen ~~[illegible]~~ ergab, zufälligen
Fehlern zuzuschreiben sind, welche ~~[illegible]~~
~~[illegible]~~ bei Benützung der Pendel
begangen wurden.

~~[illegible]~~ Über den ersten Fall einer solchen miss-
glückten Controlle habe ich bereits in meinem

dem Pariser phys. Congresse 1900 eingereichten „Rapport“ berichtet. Ich habe dort auf die Abweichung hingewiesen welche sich am Ságher Berge ~~zwischen meinen Resultaten~~ und den Pendelbeobachtungen die um Schwerkraftforschung so hoch verdienten Herrn Generals von Sterneck ergeben. ~~Der~~ Ich fand dort abnormale Werthe für die Beschleunigung ~~fand~~, welche durch Massenanziehung allein nicht erklärt werden können, während meine Bestimmungen ~~die~~ ~~mit~~ ~~bestimmten~~ ~~Werthe~~ der Gradienten ~~der~~ ~~Massen~~ der sichtbaren Massenvertheilung entsprechen.

Eine zweite noch günstigere Gelegenheit für ~~eine~~ solche Controlle ~~hat~~ erbot sich mir am Balaton (Plattensee) dessen Gebiet ~~mit dem Pendel~~ ebenfalls unter von Sternecks Leitung mit dem Pendel ausführlich untersucht wurde+) ~~Ich begab mich~~ Während der Winter 1901 und 1903 ~~auf die~~ feste ~~Eis~~decke ~~des Sees, und~~ begab ich mich mit meinen

---

+) R. v. Sterneck Relative Schwerebestimmungen in der Umgebung des Plattensees. ~~Wien 1902~~ Mittheilungen des k.u.k. milit. Geogr. Institutes XXI Bd 1902

Apparaten auf die feste Eisdecke des Sees.
Es ist dort möglich geworden ~~während~~
in ~~der~~ langen Winternächten eine Reihe von Beobach-
tungen anzustellen, welche frei von ~~den~~ ~~störend~~
Einflüssen der unmittelbaren Umgebung sind,
also keiner Correction wegen der Terrainwirkung
bedürfen. Am Balaton ~~Plattensee~~ ist dies um so mehr
zulässig da ~~[illegible]~~ die Bodentiefe des Sees ~~derselben~~ ~~fast~~
~~schon in geringer Entfernung von den Ufern~~
im ganzen grossen Umfange nahezu die gleiche
ist. Im allgemeinen sind ~~[illegible]~~ sich hier nur ~~[illegible]~~
~~bedeutende~~ geringe Unregelmässigkeiten der Schwerkraft
und zwar im westlichen Theile des Sees solche
die mit ~~den~~ v. Sternecks Angaben ~~Beobachtungen~~ für die angrenzenden
Ufer leidlich übereinstimmen.
~~Im Den~~ Im östlichen Theile dagegen weichen die
Beobachtungen stark voneinander ab. Während
ich auch dort keine bedeutenderen Störungen
fand sollte laut ~~nach~~ v. Sternecks Publication

zwischen den zwei am südöstlichen Ufer gelegenen Stationen Fonyód und Boglár, ~~die~~ ~~nicht mehr als 8 Kilometer~~ deren Entfernung weniger als zehn Kilometer beträgt ein Unterschied in den Schwereabweichungen ~~...~~ auftreten welcher die Grösse von 57 Einheiten von der Ordnung 10^{-9} C.G.S erreicht. F

~~Nahe am Ufer beobachtete ... fünf Stationen welche in der kleinen Karte~~ Diese Stationen sind in der Karte Fig 9 mit den Zahlen 1, 11, 13, 15 und 16 bezeichnet. Die Resultate sind:

Stationszahl	Topographische Werte		Topographische Störungswerte	
	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$	$10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$
1				
11				
13				
15				
16				

Karte Fig 9.

F Um diese auffallend gross erscheinenden Schwerestörung zwischen Boglár und Fonyód nach zu spüren habe ich nahe am Ufer an fünf Stationen (Beobachtungen angestellt ~~...~~ längs eines ~~Linie~~ ~~...~~ ~~die~~

~~Die Richtungen und Grösse des~~ Die meinen Beobachtungen entsprechenden ~~totalen~~ totalen Gradienten

und auch ihrer Componenten in der Richtung

Fogéd – Baglir sind auf der Karte Fig. 9 dargestellt.

und zeigen eine bedeutende Abweichung von dem berechneten

~~Werthe~~ Werthe des Gradienten, welcher sich ~~aus~~ ~~nach~~ aus v. Sterneck's

Beobachtungen als Mittelwerth für die Strecke Fogéd-

Baglir ~~berechnet~~ ergiebt. ~~und in der Figur durch die der~~

~~der Länge der Pfeiles F-B entspricht.~~ Dieser wäre

gleich 51 Einheiten von der Ordnung 10^{-9} C.G.S. ~~und~~

~~ist dem entsprechend in~~ entsprechend dem Pfeile

F–B unserer Zeichnung.

Dieser Unterschied tritt auch dann hervor, wenn

die Differenz der Schwereabweichung zwischen Fogéd

und Baglir auf Grundlage meiner Beobachtungen

berechnet wird, da sich ihr Werth dann nahezu

gleich ~~[illegible]~~ 4.10^{-3} ergiebt entgegen dem v. Sterneck-schen

grossen Werthe $= 51.10^{-3}$.

Ohne ~~näher einzugehen~~ auf die ~~[illegible]~~ möglichen ~~[illegible]~~
Ursachen dieses auffallenden Widerspruchs zwischen
den beidartigen Beobachtungen näher einzugehen, will ich nochmals
~~[illegible]~~ betonen, dass Pendel und Drehwaage bei der
Untersuchung der Schwerkraftverhältnisse Hand in
Hand gehend sich gegenseitig unterstützen sollten.

8) Die Grössen $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$, und ihre grafische Darstellung.

Die Bedeutung der Grössen $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ bezüglich der Krümmungsverhältnisse der Niveaufläche ist schon ~~in~~ ~~§~~ ~~in~~ vorher angedeutet worden. Setzen wir nun:

$$g\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}\right) = R$$

wo, da ϱ_1 sich auf den kleineren Hauptkrümmungsradius bezieht, ~~bedeutet~~ R ~~in~~ die Bedeutung einer stets ~~ab~~ positiven ~~absoluten~~ ~~Grösse hat~~ ~~we~~ Grösse hat, so wird

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -R\cos 2\lambda$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} = \frac{1}{2} R \sin 2\lambda$$

Diesen Formeln entsprechend können auch R und λ für alle Werthgattungen berechnet werden. In ~~der~~ der ~~die~~ die Resultate enthaltenden Haupttabelle I sind in den letzten Columnen

nur die topografischen Werthe von R und λ ~~enthalten~~ mitgetheilt.
Mit Hülfe ~~Durch~~ dieser Grössen ~~lässt sich ein~~ welche sich zur grafischen Darstellung eignen lässt sich ein gut übersichtliches Bild der Krümmungsverhältnisse herstellen. In der beiliegenden Karte (Fig 10) sind diese Grössen ~~[illegible]~~ für jede Beobachtungsstation ~~durch proportional~~ durch gerade Linienstücke dargestellt, deren Länge mit R proportional ist und deren Richtung dem Werthe von λ entspricht.
Die augenfällige Regelmässigkeit in der ~~Richtung~~ ~~Richt~~ Richtung dieser Linienstücke erlaubte auch ~~direct~~ eine Reihe von Hauptkrümmungslinien in die Karte zu zeichnen.
Zuerst jene welche die ~~Linien~~ Linienstücke R tangiren, also in der Richtung des grösseren Hauptkrümmungsradius verlaufen, dann die darauf Normalen.

Auf diese Weise geschieht auch eine ge-eine grafische Ausgleichung der Resultate bezüglich der Werthe von λ. Eine solche grafische Ausgleichung ~~ta~~ kann auch für R durch ~~den Zeichen~~ ~~jener~~ Linien ~~auf der Karte~~ geschehen, welche ~~gleich grossen~~ gleichen Werthen dieser Grösse entsprechen.

Diesem Zwecke entsprechend entstand die ~~Karte~~ (Fig 11) welche ~~die auf~~ die Werthung R ~~in~~ im untersuchten Gebiete ~~in~~ ~~(Linien .... der~~ 10 ~~Einheiten der 10^{-9} Ordnung enthält~~ durch Linien darstellt deren Werthabstand ~~für~~ 10 Einheiten der 10^{-9} Ordnung beträgt.

9) Bestimmung ~~und Darstellung~~ der Form einer Niveaufläche.

Die Form der Niveaufläche ist durch die Grössen

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$$

bestimmt, zwischen welchen für die Schwerkraft folgende Beziehung besteht:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 2\omega^2$$

wo ω die Winkelgeschwindigkeit der Erddrehung bedeutet.

Die Kenntnis der ~~[illegible]~~ durch die Drehwage bestimmbaren Grössen $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ ist daher für sich allein noch unzureichend ~~[illegible]~~ um diese Form zu ~~erkennen~~ ermitteln.

Wohl sind physikalische Methoden zu ersinnen um diesem Mangel abzuhelfen. So ~~[illegible]~~ kann die Jolly-sche Methode zur Bestimmung von $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$ ~~[illegible]~~ dienen und es wäre möglich durch Vergleichung der Schwingungen langer und kurzer Pendel ~~[illegible]~~ zur Kenntnis derselben Grösse zu gelangen.

~~Auch wären wir~~ Auch könnte durch Beobachtungen an Pendeln deren Trägheitsachsen ~~mit der~~ zur verticalen verschieden geneigt sind die Grösse $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ in ähnlicher Weise ~~bestimmte~~ bestimmt werden wie dies mit der Drehwaage betreffend der Grösse $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ geschieht.

Die Jolly-sche Methode ~~aber~~ sowie die anderen hier angedeuteten Verfahren versprechen aber keine genügende Genauigkeit um ~~den~~ ~~hier verfolgten~~ unseren Zwecke zu dienen. Es ~~handelt sich ja hier~~ sollen ja ~~Grössen~~ Werthe von der Ordnung 10^{-9} ermittelt werden und da ~~die~~ der ~~von~~ Jolly'sche Werth ~~bestimmte~~ ~~Grös~~ ~~G~~ rund 3000 Einheiten dieser Ordnung beträgt und $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ noch um die Hälfte grösser ist so müssten ~~diese Grössen~~ sie bis auf Tausendstel Theile ~~derselben~~ genau bestimmt werden, um die ~~Be~~ zusammen mit den Angaben der Drehwaage in ~~Rechnung~~ Betrachtung ~~gezogen zu werden~~ ziehen zu können. Diese Genauigkeit ~~haben wir~~ ist noch lange nicht erreicht.

Es soll nun hier gezeigt werden wie durch die Hülfenahme geodätischer Messungen ~~dem~~ Dem angedeuteten Mangel ~~werden~~ abzuhelfen ist ~~werden kann~~, wie im besonderen die Kenntniss der mittleren Krümmung ~~der~~ zwischen nur zwei Punkten ~~des~~ des untersuchten Gebiets die, ~~untersuchten Gebiets ~ mit zu Hülfe nahme der~~ Drehwaagenbeobachtungen in der Weise ergänzt, dass ~~hierdurch~~ ~~die~~ Lothrichtungen und Krümmungen in allen Punkten ~~desselben~~ des Gebiets bekannt werden.

Ich will mich auf die meinen Beobachtungen entsprechenden Fall beschränken, dass es sich um die Bestimmung eines nur kleinen Theiles der Niveaufläche handelt, dessen Ausdehnung in Länge und Breite den Bogen von einem halben Grad ~~einen Gradbogen~~ nicht übersteigt.

Für das ganze untersuchte Gebiet soll ~~nun~~ ein und dasselbe rechtwinkelige Coordinatensystem ξ, η, ζ eingeführt werden dessen Anfangspunkt in einem Punkte innerhalb des Gebiets liegt und dessen $\xi\eta$ Ebene in diesem Punkte mit der Horizontalebene XY zusammenfällt oder mit dieser einen sehr kleinen ~~in der Ord~~ Winkel von der Ordnung der Lothablenkungen einschliesst.

~~Es soll gezeigt werden dass~~ Die orthogonalen Projectionen ~~solcher Punkte die auf der untersuchten Bodenfläche liegen~~ von Punkten welche auf untersuchten Bodenfläche liegen seien durch die Coordinaten ξ η bestimmt. Es soll nun gezeigt werden, dass die Werthe der Grössen $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta}$ in diesen Punkten durch die beobachteten $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ ersetzt werden können mit einer Annäherung welche der Genauigkeit der Beobachtungen entspricht. Vorausgesetzt wird allerdings dass das Terrain nicht zu sehr von der Ebene abweicht so ~~[illegible]~~ dass die ~~Entf~~ Abstände der Bodenfläche von der $\xi\eta$ Ebene klein genug ~~sind~~ seien um Veränderungen der Werthe $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$ innerhalb dieser Abstände vernachlässigen zu dürfen.

Setzen wir nämlich :

$$\cos(x,\xi) = \alpha \qquad \cos(x,\eta) = \beta \qquad \cos(x,\zeta) = \gamma$$

$$\cos(y,\xi) = \alpha' \qquad \cos(y,\eta) = \beta' \qquad \cos(y,\zeta) = \gamma'$$

$$\cos(z,\xi) = \alpha'' \qquad \cos(z,\eta) = \beta'' \qquad \cos(z,\zeta) = \gamma''$$

so erhalten wir

$$\begin{aligned}
\frac{\partial U}{\partial \xi} &= \frac{\partial U}{\partial x}\alpha + \frac{\partial U}{\partial y}\alpha' + \frac{\partial U}{\partial z}\alpha'' \\
\frac{\partial U}{\partial \eta} &= \frac{\partial U}{\partial x}\beta + \frac{\partial U}{\partial y}\beta' + \frac{\partial U}{\partial z}\beta'' \qquad \cdots \qquad (1) \\
\frac{\partial U}{\partial \zeta} &= \frac{\partial U}{\partial x}\gamma + \frac{\partial U}{\partial y}\gamma' + \frac{\partial U}{\partial z}\gamma''
\end{aligned}$$

und dann:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} = {} & \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}(\beta'^2 - \alpha'^2) + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}(\beta^2 - \alpha^2) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}(\beta''^2 - \alpha''^2) \\
& + 2\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}(\beta\beta' - \alpha\alpha') + 2\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}(\beta\beta'' - \alpha\alpha'') + 2\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}(\beta'\beta'' - \alpha'\alpha'')
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta} = {} & \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}(\alpha\beta' + \alpha'\beta) + \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}(\alpha\beta'' + \alpha''\beta) + \frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}(\alpha'\beta'' + \alpha''\beta') \\
& + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\alpha\beta + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\alpha'\beta' + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\alpha''\beta'' \qquad \cdots \qquad (2)
\end{aligned}$$

Wenn nun $\delta\varphi$ und $\delta\lambda$ die geografische Breitendifferenz und Längendifferenz ~~des~~ zwischen dem Punkte ξ,η und dem Anfangspunkte bedeutet so ~~erhält~~ ist mit Vernach-

der Glieder zweiten Grades
lässigung ~~der Quadrate dieser Grössen~~ :

$$\alpha = 1 \qquad \beta = -\sin\varphi\,\delta\lambda \qquad \gamma = \delta\varphi$$

$$\alpha' = \sin\varphi\,\delta\lambda \qquad \beta' = 1 \qquad \gamma' = +\cos\varphi\,\delta\lambda$$

$$\alpha'' = -\delta\varphi \qquad \beta'' = -\cos\varphi\,\delta\lambda \qquad \gamma'' = 1$$

~~und wir sehen dass~~ Mit Hülfe dieser Werthe ~~in die~~ geben die vorangehenden Gleichungen ~~[illegible]~~ immer Aufklärung darüber ob die erwähnte Vereinfachung zulässig ist ~~[illegible] Jedenfalls ist sie Bei der~~ ~~[illegible]~~ Der Fehler welcher bei der Benützung dieser ~~Vereinfach.~~ einfachen Beziehung sich bei den Graden Beobachtungen ergiebt ~~ergiebt~~ bleibt immer unter ~~der~~ der Einheit von der Ordnung 10^{-7} also unter der Gränze der erreichten Genauigkeit.

Die Vernachlässigung ~~Einer geringen~~ Neigung der ~~[illegible]~~ $\xi\eta$ Ebene zur Horizontalen ~~wie [illegible]~~ etwa die von der Ordnung der Lothablenkungen ~~bedingt~~ bedingt natürlich ~~eine~~ noch viel geringere Fehler.

Im weiteren Verlaufe sollen nun die Veränderungen des Potentials in der Ebene $\xi\eta$ untersucht ~~[illegible]~~ werden.

Wir setzen für Punkte dieser Ebene:

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right) = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$$

$$\frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta} = \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$$

und den Gleichungen 10 entsprechend:

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = \frac{\partial U}{\partial z}\alpha'' = g\cos(z\xi) = g_\xi$$

$$\frac{\partial U}{\partial \eta} = \frac{\partial U}{\partial z}\beta' = g\cos(z\eta) = g_\eta$$

$$\frac{\partial U}{\partial z} = g$$

wo g_ξ und g_η die Componenten der Beschleunigung g in der Richtung der ξ und η bedeuten.

~~Die Winkel welche~~ die Projection

Der Winkel ~~μ~~ den ~~die~~ Lothrichtung ~~in einem~~ auf die Meridianebene ($\xi\zeta$ Ebene) ~~Punkte ($\xi\eta$)~~ mit der ξ Achse bildet ist dann

$$\mu = \frac{g_\xi}{g} = \frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial \xi}$$

und der Winkel λ, den ~~die Loth~~ die Projection der Lothrichtung auf die erste Verticalebene ($\eta\zeta$ Ebene) ~~mit~~ der selben Achse bildet z

$$\lambda = \frac{g_\eta}{g} = \frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial \eta}$$

~~Zu~~ dabei sollen μ und λ positive Werthe annehmen wenn sich das untere Ende des Lothes nach Norden resp.

nach Osten ~~ge~~richtet. ~~ist~~ ist.

Der Abstand ~~der~~ ζ eines Punktes ~~der Niveaufläche~~

der durch den Coordinaten Anfangspunkt gelegten

Niveaufläche von der $\xi\eta$ Ebene ~~ist,~~ ~~dann~~ ist dargestellt

durch

$$\zeta = -\frac{U-U_0}{g}$$

wo U_0 den Potentialwerth im Coordinaten Anfangs-

punkte bedeutet.

~~Wenn also die Werthe von $\frac{\partial U}{\partial \xi}$ und $\frac{\partial U}{\partial \eta}$~~

~~Die Aufgabe [illegible]~~

~~entsprechenden Anzahl~~

Es sollen nun diese die Niveaufläche ~~bestimmenden~~ darstellenden

Grössen ~~ermittelt~~ ~~aus~~ durch Beobachtungen mit der Drehwaage,

~~und einer Nivellirung der Bestimmung~~ und durch Bestimmung der Pol-

höhendifferenz $\varphi_1-\varphi_2$ zweier Punkte ermittelt werden,

deren Entfernung in der Meridianrichtung abgemessen

wurde.

~~Die Aufgabe kann gelöst werden [illegible]~~

Die Grundbedingung der Lösbarkeit dieser Aufgabe besteht darin dass die Beobachtungsstationen dicht genug vertheilt seien um zwischen ~~benachbarten~~ je zwei benachbarten eine lineare Veränderung der Grössen $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta}$ annehmen zu dürfen.

~~Im Laufe meiner Rechnungen habe ich die Aufgabe in dreifacher Weise gelöst~~

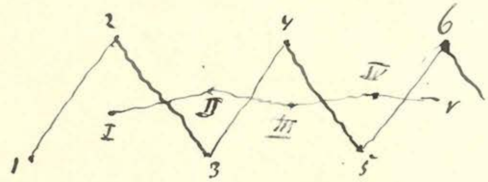
Die Lösung ~~der Aufgabe~~ kann ~~in verschiedener~~ dann in mehrfacher Weise geschehen.

Das erste Verfahren welches ~~ich zur Lösung dieser wichtigen Aufgabe~~ ich dazu anwandte ~~das ich auch in meinem vorigen~~ das ich wie ~~ich~~ der 15ten Konferenz der Internationalen Gradmessung in Budapest mündlich mitzutheilen die Ehre hatte, wurde ~~habe ich~~ im Laufe der Berechnung der Arader Resultate ~~Beobachtungen~~ durch ein ~~[illegible]~~ anderes ersetzt, welches als von den Beobachtungsfehlern weniger abhängig besser zum Ziele führte.

Sei es mir erlaubt hier eine kurze Darstellung beider ~~aller drei~~ Verfahren zu geben.

a) Lösung der Aufgabe durch schrittweise Ermittelung der Differenz $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)' - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)$ für zwei benachbarte Punkte.

Beobachtet wird in den Eckpunkten ~~in~~ 1,2,3,4 u.s.w. einer Zickzacklinie (siehe Fig 12)



Die Werthe von $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)$ werden durch lineare Interpolation ~~für di~~ aus den Punktwerthen 1,2,3 für den Punkt I, aus den Werthen 2,3,4 für II u.s.w. berechnet, wo I, II, III ~~in der~~ Nähe der Mitte ~~der~~ der durch die Beobachtungsstationen gebildeten ~~entsprechenden im Dreieck liegenden~~ ~~ausgesteckt werden~~ Dreiecke liegen.

Zwischen je zwei solchen Punkten wie I und II werde ein ebenes Coordinatensystem (ξ,η) ~~x~~ gelegt so dass ξ ~~x~~ in die Richtung ihrer Verbindungslinie also von I zu II gerichtet, und η hierauf normal sei. Da nun:

$$\frac{\partial}{\partial s}\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} = \frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial^2 U}{\partial n \partial s}$$

so ist auch

$$\int_{I}^{II} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n \partial s}\right) ds = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2}\right)_{II} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2}\right)_{I}$$

und mit Hülfe der Beziehung:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2} = 2\omega^2$$

erhalten wir

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2}\right)_{II} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \zeta^2}\right)_{I} = \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial s^2}\right)_{II} - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial s^2}\right)_{I} - 2\int_{I}^{II} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n \partial s}\right) ds \quad \ldots \quad (3)$$

~~Die Richtungen von s und n~~
~~Die ersten zwei Glieder der rechten Seite dieser Gleichung~~ Die Werthe für das ~~diese~~ Coordinatensystem n s werden mit Hülfe der Gleichungen ❡ aus denen erhalten welche für ein ~~die~~ meridianale ~~Lage~~ ~~[illegible]~~ gelegenes Coordinatensystem gelten. Die Richtungen von s und n sowie die Coordinaten der Punkte in diesen Richtungen werden aus der benützten Karte genommen. ~~[illegible]~~ Zur Bestimmung

~~der Annahme linearer Ränder~~

der Werthe $\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n \partial s}\right)$ dienen die Differenzen der Werthe in den Eckpunkten der ~~einzelnen~~ betreffenden Dreiecke und die Coordinaten n dieser ~~Eckpunkte~~ Punkte.

Von I zu II von da zu III ~~fort~~ u. s. w. fortschreitend ~~ist man~~ kann man also die Differenz:

$$\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)_N - \left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)_I$$

für jeden Punkt N bestimmen welcher mit dem Anfangspunkte I durch eine gehörige Anzahl von Zwischenpunkten ~~gehörig~~ verbunden ist. ~~Punkt N~~

Da nun in solchen Punkten $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)$ durch die Beobachtung bekannt ist und ausserdem die Beziehung $\Delta U = 2\omega^2$ besteht so ~~in denselben auch~~ können ~~in diesen~~ für sie die Werthe von $\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2}$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}$ durch Formeln ~~...~~ dargestellt werden welche nur den einen unbekannten Werth: $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)_I$ enthalten.

Die ersten Differentialquotienten des Potentials, also Werthe welche die Lothrichtung darstellen erhalten wir auf Grundlage der Formeln

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)' - \left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right) = \int \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} d\xi + \int \frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta} d\eta$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)' - \frac{\partial U}{\partial \eta} = \int \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} d\eta + \int \frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta} d\xi$$

Durch Integration erhalten wir dann:

~~Zu~~ Die Differenz der Lothrichtungen zweier Punkte ~~erhalten wir~~ nach ~~der~~ folgenden Formeln:

$$\mu'-\mu = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial U'}{\partial \xi}\right) - \frac{1}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right) = \frac{1}{g}\int \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\, d\xi + \frac{1}{g}\int \frac{\partial^2 U}{\partial \xi\, \partial \eta}\, d\eta$$

$$\lambda'-\lambda = \frac{1}{g}\left(\frac{\partial U'}{\partial \eta}\right) - \frac{1}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right) = \frac{1}{g}\int \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2}\, d\eta + \frac{1}{g}\int \frac{\partial^2 U}{\partial \xi\, \partial \eta}\, d\xi$$

wo die rechten Seiten dieser Gleichungen ~~diese~~ enthalten ~~[illegible]~~ nur die eine Unbekannte $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)_I$ enthalten. ~~und [illegible] Kann Daher welche [illegible]~~

~~[illegible]~~ Wenn also $(\mu'-\mu)$ oder $(\lambda'-\lambda)$ durch astronomische Beobachtungen bestimmt ~~werden~~ wird, so kann auch diese unbekannte berechnet werden. ~~kann~~. ~~Damit ist die~~ Aufgabe ~~gelöst~~. ist hierdurch gelöst.

Wird dieses Rechnungsverfahren auf ein geschlossenes Polygon angewendet, so bietet sich zur Beurtheilung seiner Zuverlässigkeit eine ~~[illegible]~~ mehrfache Kontrolle:

~~Es soll~~ ~~[illegible]~~ Die Summen um das ganze Polygon gebildet sollen nämlich ~~[illegible]~~ $\sum \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} = 0$ folgenden Bedingungen genügen ~~[illegible]~~:

$$\sum \frac{\partial U}{\partial \xi} = 0 \quad \text{und} \quad \sum \frac{\partial U}{\partial \eta} = 0$$

Dann soll nach:

$$\int \frac{\partial U}{ds}\, ds = 0$$

Diese Rechnungsmethode, welche ich probeweise ~~in kleinem Raume~~ ~~auf Beobachtungen~~ auf ein sehr enges Netz von ~~Stationen in~~ Beobachtungen in ~~geschlossenem Zim~~ einem Zimmer des physikalischen Institutes ~~einem Zimmer gelegenen~~ ~~Stationen~~ mit gutem Erfolge ~~häufig angewendet~~ anwenden konnte ~~habe~~ hat sich ~~bei der Berechnung~~ bei der Berechnung ~~der bei Anwendung auf die~~ der Arndes Beobachtungen als ungenügend erwiesen. ~~Da sich die~~ Da ~~[illegible] nämlich~~ nämlich diese Methode ~~in~~ auf die Bestimmung der gewöhnlich kleinen Differenzen der Werthe $\frac{\partial U}{\partial \xi}$ begründet ist, so bedarf sie so genauer und an so vielen Stationen auszuführenden Beobachtungen, wie dies ~~sie~~ im Freien ~~diese im Freien ohne mehrfache Wiederholung der Beobachtungen~~ in einem grösseren Gebiete kaum möglich ist. ~~erzielt werden können~~.

b) Lösung der Aufgabe durch schrittweise Bestimmung der Differenzen $\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)' - \left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)$ und $\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)' - \left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)$.

~~Wie vorher werden Beobachtungen in Punkten häufig ausgeführt welche in den Ecken einer Zick Zacklinie liegen~~. Als Grundlage dienen Beobachtungen in (Fig 12) Punkten 1, 2, 3, 4, u.s.w. welche wie vorher in einer Zick-Zack Linie liegen.

Es seien a und b zwei benachbarte Punkte ~~Ebenen~~ der ξη Ebene und in dieser Ebene (s,n) ~~[illegible]~~ Ebene ~~auf~~ ein Coordinatensystem der(en) eine Achse s ~~die~~ ~~Richtung~~ von a nach b gerichtet ist und ~~die andere~~ n ~~so~~ ~~in der Richtung der positiven~~ ~~so gerichtet ist~~ ~~dass dieses System durch Drehung in das System~~ ~~ξη ist~~ mit ~~[illegible]~~ s in der Richtung des Uhrzeigerganges den Winkel $\frac{\pi}{2}$ bildet. ~~Es ist~~ Dann ist:

$$\int_a^b \frac{\partial^2 U}{\partial n\,\partial s}\, ds = \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_b - \left(\frac{\partial U}{\partial n}\right)_a$$

und ~~Unter~~ der Voraussetzung linearer Veränderungen ~~[illegible]~~ entsprechend: in Annäherung:

~~[illegible]~~

$$\int_a^b \frac{\partial^2 U}{\partial n\,\partial s}\, ds = \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n\,\partial s}\right)_a + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n\,\partial s}\right)_b\right\} s_{ab}$$

Indem wir dann den Winkel zwischen der Richtung $a \to b$ ~~von~~ ~~[illegible]~~ und der ~~positiven~~ ~~Coordinaten~~ ξ Achse mit ~~[illegible]~~ α_{ab} bezeichnen, ~~führen~~ ~~[illegible]~~ ~~führen wir~~ ~~die Werthe von~~ $\frac{\partial U}{\partial n}$ ~~in diesem~~ ~~[illegible]~~ ergiebt sich

$$\frac{\partial U}{\partial n} = -\frac{\partial U}{\partial \xi}\sin\alpha_{ab} + \frac{\partial U}{\partial \eta}\cos\alpha_{ab}$$

~~So erhalten wir ergiebt sich~~ und:

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n\,\partial s}\right)_a + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n\,\partial s}\right)_b\right\} s_{ab} = -\left\{\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_b - \left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_a\right\}\sin\alpha_{ab} + \left\{\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)_b - \left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)_a\right\}\cos\alpha_{ab} \quad \ldots 14,$$

Betrachten wir nun ~~einen der~~ ein ~~Dreiecke~~ zur Zickzacklinie gehöriges Dreieck a, b, c wie 2,1, 1,2,3 oder 2,3,4 etc. ~~das von den Punkten~~ ~~bc, und a gebildete. Der Kürze halber schreiben~~ ~~statt der linken Seite stehenden~~ Setzen wir der Kürze halber:

$$\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial^2 U}{\partial n\,\partial s}\right)_a + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial n\,\partial s}\right)_b\right\} s_{ab} = T_{ab}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_b - \left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_a = \xi_{ab}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)_b - \left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)_a = \eta_{ab}$$

So gelten für das Dreieck abc die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} T_{ab} &= -\xi_{ab}\sin\alpha_{ab} + \eta_{ab}\cos\alpha_{ab} \\ T_{bc} &= -\xi_{bc}\sin\alpha_{bc} + \eta_{bc}\cos\alpha_{bc} \\ T_{ca} &= -\xi_{ca}\sin\alpha_{ca} + \eta_{ca}\cos\alpha_{ca} \end{aligned}\right\} \quad 15)$$

und

$$\xi_{ca} = -\xi_{ab} - \xi_{bc}$$

$$\eta_{ca} = -\eta_{ab} - \eta_{bc}$$

und ähnliche ~~stehende~~ Bezeichnungen ~~für Punktepaare~~ ~~andere Stelle der Punkte~~ bezüglich der Punktpaare bc und ca

Diese fünf Gleichungen reichen nicht aus zur Bestimmung der sechs unbekannten. ~~eine derselben als selbst ist~~ Im ersten der Berechnung unterzogenen Dreiecke 1,2,3 (Siehe Fig 13) benützt ich ~~aber~~ aber einen der Werthe und zwar ξ_{12} dazu um mit Hülfe ~~durch~~ dieser die anderen zu berechnen. ~~auszudrücken~~. Diese Grösse ξ_{12} welche ~~ich~~ von nun an mit dem Buchstaben a bezeichnet ~~wird~~ werden soll ~~werden soll~~ kann wie ~~gezeigt~~ gezeigt werden wird durch ~~wird da die soll mit Hülfe von~~ Polhöhenbestimmungen ermittelt werden.

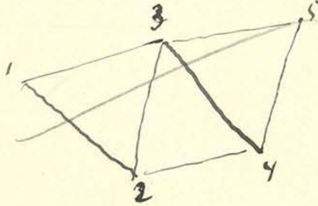


Fig. 13

Vom ersten Dreieck ~~1,2,3 wird nun nach dem~~ zweiten 234 ~~fortgeschritten~~

Der Gang der Rechnung ist nun der Folgende:

gesetzt wird:

$$\xi_{12} = a$$

aus der 1ten der Gleichungen 15) folgt:

$$\eta_{12} = \frac{T_{12} + a \sin \alpha_{12}}{\cos \alpha_{12}}$$

~~Mit Hülfe der aus 14)~~ aus 14 ~~sich ergebenden allgemeinen Gleichungen~~: und wir berechnen dann die Werthe von ξ_{23} und η_{23} aus ~~folgenden sich an~~ Formeln welche den Gleichungen 15 entsprechen. Diese sind:

$$\xi_{bc} = \frac{T_{bc}\cos\alpha_{ca} + (T_{ca} - \xi_{ab}\sin\alpha_{ca} + \eta_{ab}\cos\alpha_{ca})\cos\alpha_{bc}}{\sin(\alpha_{ca} - \alpha_{bc})}$$

$$\eta_{bc} = \frac{T_{bc}\sin\alpha_{ca} + (T_{ca} - \xi_{ab}\sin\alpha_{ca} + \eta_{ab}\cos\alpha_{ca})\sin\alpha_{bc}}{\sin(\alpha_{ca} - \alpha_{bc})} \quad \ldots \quad 16$$

~~Berechnen wir dann ξ_{23} und~~ η_{23}.

Dann schreiten wir weiter und indem ~~für~~ $a=2$ $b=3$ ~~gesetzt~~ wird und $c=4$ gesetzt wird berechnen wir aus den Gleichungen 16) die Werthe ξ_{34} und η_{34} ~~die Rechnung~~, dann $a=3$ $b=4$ $c=5$ gesetzt die Werthe von ξ_{45} und η_{45} und so weiter.

Diese Art der Berechnung wurde für die Beobachtungen des Arader Gebiets thatsächlich ausgeführt und zwar für eine 91 Kilometer lange Zickzacklinie welche mit 40 Stationen ein nahezu gleichschenkeliges Dreieck umschliesst. ~~(Fig.)~~ Dieses ganze geschlossene Dreiecksnetz ist auf der Übersichtskarte (Fig 7) sichtbar gemacht.

Die Rechnung geschah mit jenem Systeme von Werthen welches wir topografische Störungswerthe nannten, also ~~[illegible]~~ ausgehend von den Werthen $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial\eta^2}-\frac{\partial^2 U}{\partial\xi^2}\right)^{III}$ und $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial\xi\partial\eta}\right)^{III}$.

Dementsprechend erhalten wir als Ergebniss der Rechnung auch solche Störungswerthe für

$$\left(\frac{\partial U}{\partial\xi}\right)_b^{III}-\left(\frac{\partial U}{\partial\xi}\right)_a^{III}$$

und

$$\left(\frac{\partial U}{\partial\eta}\right)_b^{III}-\left(\frac{\partial U}{\partial\eta}\right)_a^{III}$$

Wenn also mit $\Delta\mu$ und $\Delta\lambda$ die Lothablenkungen in einem Punkte bezeichnet werden so sind diese:

$$\Delta\mu=\frac{1}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial\xi}\right)^{III}$$

und

$$\Delta\lambda=\frac{1}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial\eta}\right)^{III}$$

die Rechnung führt also zur Bestimmung von

$$\Delta\mu_b-\Delta\mu_a=\frac{1}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial\xi}\right)_b^{III}-\frac{1}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial\xi}\right)_a^{III} \qquad (7)$$

$$\Delta\lambda_b-\Delta\lambda_a=\frac{1}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial\eta}\right)_b^{III}-\frac{1}{g}\left(\frac{\partial U}{\partial\eta}\right)_a^{III}$$

d. i. zur Bestimmung der relativen Lothablenkungen.

Die Rechnungsresultate sind in der beifolgenden Tabelle III derart zusammengestellt, dass in der zweiten und dritten~~n~~ Columne die Werthdifferenzen für je zwei zu einem Linienstück gehörende Nachbar Punkte angegeben sind während die fünfte ~~in der vierten~~ und sechste ~~fünften~~ Columne ~~aber~~ die Differenzen der einzelnen ~~aller~~ Stationswerthe von gemeinsamen Anfangswerthen enthält. ~~Als~~ Als solche Anfangswerthe wurden gewählt für $\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)^{III}$ der Stationswerth $\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_{2153}$ für $\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)^{III}$ dagegen der Stationswerth $\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)_{2103}$. Die Werthe der fünften und sechsten Columne entsprechen daher den Lothablenkungen selbst bezogen auf ein Besselsches Ellipsoid (E) ~~für welche $\Delta\varphi$~~ für welches $\Delta\mu$ im Punkte 2153, $\Delta\lambda$ aber im Punkte 2103 gleich null wird.

Diese im allgemeinen willkürliche Wahl der Anfangswerthe und des entsprechenden Ellipsoids (E) geschah in eben dieser Weise darum weil die ~~Annahme dass die Lothstörung~~ ~~Δμ im Punkte 2153~~ ~~durch~~ den Beobachtungen von $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial\xi^2}\right)$ und $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial\eta\partial\zeta}\right)$ ~~angedeutete~~ entsprechende und in der Figur 8 dargestellte Massen-anordnung es anzudeuten scheint dass die Loth-störungscomponenten in diesen Punkten thatsächlich kleine sind. Punkt 2153 liegt nämlich über einem in ~~westl~~ West östlicher Richtung sich erstreckenden Massenzuge, Punkt 2103 dagegen in grösserer Entfernung ~~der~~ von den im Osten angehäuften störenden Massen.

Die Zulässigkeit der Rechnung ~~auf das~~ lässt sich aus der Tabelle selbst beurtheilen. Es müsste nämlich für die ganze geschlossene Linie sein:

$$\Sigma\left\{\left(\frac{\partial U}{\partial\xi}\right)_b - \left(\frac{\partial U}{\partial\xi}\right)_a\right\} = 0$$

$$\Sigma\left\{\left(\frac{\partial U}{\partial\eta}\right)_b - \left(\frac{\partial U}{\partial\eta}\right)_a\right\} = 0$$

oder was gleichbedeutend ist, müssten die Werthe im Punkte 2150 dieselben sein ob dieser als Anfangs-punkt oder Endpunkt ~~der geschlossenen~~ betrachtet wird.

Die Tabelle zeigt dass der Anfangs~~und~~ Werthe der Endwerth der Grösse $\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)'''_{2150} - \left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)'''_{2153}\right\}$ nur um 0,72 10^{-3} von einander abweichen, dieselbe Abweichung zwischen den zwei Werthen von $\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{2150} - \left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)_{2103}\right\}$ beträgt dagegen 10,03 10^{-3}.

~~Es sind diese Fehler welche in Winkel... ausgedrückt Fehlern der Lothrichtungsbestimmung entsprechen~~,

~~welche Die entsprechenden Fehler der Lothrichtungsbestimmung sind demnach circa 1/6 Secunde und 2 Secunden. Fehler welche bezüglich der Lothrichtung in Winkelmaass ausgedrückt 1/6 Secunde und 2 Secunden betragen~~ ~~In der Bestimmung der Lothrichtung~~ ~~Die entsprechenden Fehler bei der Bestimmung einer auf diesem Wege ausgeführten~~

In den Werthen der Lothablenkungen ~~sind~~ entsprechen diesen Abweichungen Fehler von 1/5 Secunde und von 2 Secunden.

Gewiss könnte durch ~~Zugrundelegung~~ Benützung eines dichteren Beobachtungsnetzes, der ~~Hauptbedingung~~ ~~die~~ Grundbedingung ~~für die Berechnungsart~~ ~~bildenden Hauptbedingung~~ linearer Veränderungen

~~besser genügt werden, und so~~ eine noch befriedigendere Übereinstimmung erzielt werden.

~~Ich betrachte~~ Ich betrachte es für eine meiner nächsten Aufgaben diese ~~Ergän~~ wünschenswerthe Ergänzung ~~der Beobachtungen~~ zu bewerkstelligen, wobei dann auch die zur Bestimmung der Grösse a durch Polhöhenbeobachtungen in Angriff genommen werden soll.

Eine weitere werthvolle Kontrolle des ~~Beobachtungen~~ hier angegebenen Verfahrens bietet für geschlossene Beobachtungslinien die Beziehung

$$\int \frac{\partial u}{\partial o}\, ds = 0$$

~~welche als Summe berechnet werden kann.~~

~~Sie~~ Diese Probe ist umso nützlicher da sie schon auf das ~~ein~~ erste Dreieck anwendbar ist und ~~so~~ bei jedem ~~einzelnen~~ folgenden Schritte ~~[illegible]~~ zur Entscheidung dienen kann ob ~~in~~ ~~die~~ dabei der Bedingung lineare Veränderungen genügt wurde.

Leider ~~wurde~~ konnte ~~d~~ hierauf ~~und~~ im Verlaufe der Arader Beobachtungen noch keine Rücksicht genommen, da der Gedanke der dargelegten Berechnungsart erst später entstand.

Nichtsdestoweniger ergiebt die nachträgliche Rechnung für die einzelnen Dreiecke keinen ~~z~~ bedeutenden Fehler. Dieser erreicht ~~[illegible]~~ für einzelne Dreiecke die Grösse von 150 C.S.S., ~~ist~~ ~~aber für~~ ~~di~~ und für die ganze 91 Kilometer lange Zickzacklinie die Grösse von 1470 C.S.S..

Es sind dies Arbeitsgrössen entsprechend der Hebung des Gewichtes von einem Gramm um 0,15 C. ~~resp.~~ resp. 1,44 C (1,50 C).

Zur vollständigen Lösung der Aufgabe ist ~~wie schon gesagt erwähnt [illegible]~~ noch die Bestimmung der Grösse a (S. Tabelle) erforderlich.

Diese ~~kann~~ ergiebt sich, wie schon erwähnt, ~~durch~~ ~~Beob~~ ~~Beobachtung~~ aus der relativen Lothablenkung zweier Punkte mit Benutzung einer der Formeln (17) von

welchen ~~die erste~~ die erste von überwiegend praktischer Bedeutung ist.

~~Wenn aber~~ Dieser letzte Theil der Arbeit ist in den von mir und meinen Mitarbeitern untersuchten Gebieten noch nachzuholen.

Wenn dies geschehen und die Werthe von $\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)$, $\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)$, $\left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)$ ermittelt sind so können durch Rechnung einerseits die Werthe der Grössen $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$, andrerseits der Werth des Potentials U berechnet werden. Ja wir können auch noch zur Kentniss derselben Grössen in einer benachbarten Niveaufläche gelangen da

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right) \qquad \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right) \qquad \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}\right)$$

In geschlossenen Raume

~~Bei Beobachtungen~~ habe ich auch diese letzten

Beziehungen einer Probe unterworfen indem ich aus

Beobachtungen welche in einer um 2,70 Cm. über dem

Fussboden liegenden horizontalen Ebene ausgeführt wurden, die

Werthe für eine um 30 C. höher gelegene horizontale Ebene be-

rechnete, und dann mit ~~den~~ ~~den~~ ~~selbst~~ ~~erhaltenen~~ ~~Beobachtungen~~ den Resultaten verglichte

welche die Beobachtungen in dieser höher gelegenen Ebene ~~ergaben~~ unmittelbar ergaben.

~~erhaltenen verglichte~~. Die Übereinstimmung war

~~in~~ der Genauigkeit der Beobachtungen entsprechend.

10) Grafische Darstellung einer Niveaufläche.

Wenn auch meine Beobachtungen bis zur Stunde noch ~~nicht~~ in keinem Gebiete ~~zu~~ zum vollen Abschluss gelangt sind, so will ich ~~es~~ doch schon jetzt ~~für dasjenige~~ am Beispiele des ~~bestbekannten~~ besterforschten Arader Gebiets zeigen wie die gewonnenen Kenntnisse bezüglich ~~über~~ der Niveaufläche auch grafisch dargestellt werden können. In Ermangelung beobachteter Lothabweichungswerthe, müssen diese hier durch Annahmen ~~angenommene~~ ~~Werthe~~ ersetzt werden, welche der Massenvertheilung entsprechend als wahrscheinlich erscheinen.

Um ~~auch~~ die Rechnung zu erleichtern wurde das Beobachtungsnetz durch ein Quadratisches Netz ersetzt, welches durch die in meridionaler Richtung verlaufenden Colonnenlinien I, II, III u.s.w. und durch die darauf normalen ~~senkrecht~~ Zonenlinien 1, 2, 3, etc. gebildet wird. (S. Fig 14 und Fig. 15)

Für die Eckpunkte dieses quadratischen Netzes wurden die Werthe von $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2}\right)'''$ und $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial \xi \partial \eta}\right)'''$ aus den Werthen der benachbarten Stationspunkte durch lineare Interpolation ~~berechnet~~ bestimmt. Mit Hülfe dieser Werthe ~~lassen~~ lassen sich dann die Grössen $\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)'''$ und $\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)'''$ in der vorhin angegebenen Weise berechnen, wobei der Umstand dass nur die Winkelwerthe $\frac{\pi}{4}$ und $\frac{\pi}{2}$ auftreten eine bedeutende Vereinfachung gewährt.

Um ~~den Einfluss~~ veranschaulichen zu können in welcher Weise der noch zu beobachtende Werth ~~der~~ einer ~~in~~ zwischen zwei Punkten bestehenden relativen Lothabweichung ~~auf~~ die Darstellung der Niveaufläche ~~ausübt~~ beeinflusst sind die Rechnungen mit zwei verschiedenen angenommenen Werthen derselben ausgeführt. Zwischen den Punkten Zone 12 Col XV (C) und Zone 4 Col. XII (B) wurde die Meridional Componente der relativen Lothablenkung einmal zu 4,7 Sec, dann zu 3 Sec angenommen.

~~Und zwar und der~~
~~(Die Differenz der Werthe (Z 4 Col XII) – (Z 12, Col XV))~~

Die berechneten Werthe wie sie der ersten Annahme entsprechen ~~entsprechen~~ sind in der Tabelle IV zusammengestellt.

Die Lothablenkungscomponenten (bezogen auf das Normalellypsoid E^0) selbst erhalten wir Tab. IV

dann in Winkelmaass ausgedrückt durch Division mit $g \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-6} = 4{,}7\,10^{-3}$, so dass die Zahl welche in Einheiten der 10^{-3} Ordnung die Werthe der Grössen $\frac{\partial U}{\partial \xi}$ und $\frac{\partial U}{\partial \eta}$ ausdrückt durch ~~mit~~ 4,7 dividirt die entsprechenden Lothablenkungen in Secunden anzeigt.

Die Resultante der Componenten $\left\{\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)''' - \left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)'''_{2153}\right\}$ und $\left\{\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)''' - \left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)'''_{2103}\right\}$ konnte nun in der Karte Fig 14 ihrer Richtung und Grösse nach ~~an~~ den betreffenden Punkten eingetragen werden. Diese Resultante ist in der Karte mit $\left(\frac{\partial U}{\partial s}\right)'''$ bezeichnet.

Dasselbe geschah ~~für~~ der zweiten Annahme entsprechend, für die relative Lothablenkung von 3 Secunden zwischen B und C, auf der Karte №15.

Die Karten enthalten auch einige ausser dem quadratischen Netze gelegene Punkte, welche in der Tabelle keine Aufnahme fanden ~~nicht eingetragen wurden~~ um deren Übersichtlichkeit nicht zu stören

Eine ~~recht~~ gut übersichtliche Darstellung erhielt ich nun auf folgendem Wege. Ich berechnete die den Werthen $\left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)''' - \left(\frac{\partial U}{\partial \xi}\right)_{2103}$ und $\left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)''' - \left(\frac{\partial U}{\partial \eta}\right)_{2103}$ entsprechenden Potentialdifferenzen $U''' - U'''_{2103}$, welche als Störungen der Potentialwerthes mit ΔU bezeichnet werden sollen. Die jedem Punkte entsprechenden Werthe von ΔU sind in die Karte eingetragen ~~gezeichnet~~, und es wurden ~~sind~~ auch die Linien gleicher ΔU in Werth-Abständen von 2 Einheiten von der Ordnung 10^3 C.G.S gezeichnet. ~~Es~~ Setzen wir dann:

$$h = \frac{\Delta U}{g}$$

so bedeutet h die Erhebung der Niveaufläche über dem Normalellypsoid E welches durch den Anfangspunkt 2103 gelegt ist, ~~und diese Höhe h ist durch die Angahl der 10^3 C.G.S Einheiten des ΔU Werthes~~, und die Zahl welche ΔU in Einheiten der Ordnung 10^3 ausdrückt, misst auch diese Erhebungen in Centimetern ~~bis auf~~ mit einer Vernachlässigung von ~~e~~ ungefähr zwei Procenten.

Bemerken will ich noch dass Da ~~da~~ ~~eine Darstellung~~ ~~die Beobachtungen in diesem Gebiete~~ die Beobachtungen selbst noch zu ergänzen sind auch ~~d~~ ihre Darstellung keine endgültige sein kann so dass derselben ~~diese~~ mehr der Werth einer ~~[illegible]~~ übersichtlichen Skizze als einer genau ausgeführten Zeichnung beizulegen ist.

III Anwendung auf Untersuchungen über die Massenvertheilung in der Erdkruste.

Die grosse Empfindlichkeit mit welcher die Drehwaage alle Abweichungen von der concentrischen Kugelgestalt der ~~Niveauflächen systeme anzeigt~~ Erdoberfläche und auch der im Inneren der Erde gelegenen Trennungsflächen verschieden dichter Materialien anzeigt ~~macht dieses Instrument macht~~ macht dieses Instrument besonders dazu geeignet Aufklärungen ~~über die Massenvertheilung~~ über Massenvertheilungen zu geben welche ~~für~~ auch für den Geologen von Interesse sind.

Schon das Bild welches die Karte Fig 8 ~~Fig.~~ zeigt ~~gezeigt~~ kann als Beleg für diese Behauptung dienen. ~~Man sieht hier~~ Man sieht dort wie sich das vom Osten herziehende Gebirge unter die alluvialen Gebilde vertieft, ja es ist möglich auch die Grösse dieser Vertiefung annähernd zu-

zugeben. Wird nämlich angenommen dass
die durchschnittliche Dichte der Gesteine = 2,7,
die der darauf liegenden Alluvialgebilde = 2,0
ist, dann entspricht ~~entsprechend~~ ~~der Formel~~ ~~mit der Formel~~ (nach der Formel $\Delta g = 2\pi G(\sigma'-\sigma)h$)
~~$\Delta g = 2\pi G(\sigma'-\sigma)h$~~

~~Entsprechend~~ einer ~~Vergrösserung~~ Verringerung $\Delta g = 0{,}001$ C.G.S.
annähernd eine ~~festen~~ Vertiefung des ~~de~~ dichteren Gesteines um
~~3.~~ ~~3~~ 38 meteren, die um 0,002 C.G.S abstehenden
Isogammen erhalten ~~also~~ die Bedeutung von
Schichtenlinien ~~deren~~ ~~die~~ ~~Abstand~~ welche der Höhendifferenz
von 76 meteren entsprechend aufeinander folgen.
Eine solcher Schluss ~~folgerung~~ ist natürlich
nur insofern ~~erlaubt~~ zulässig ~~dann wir~~ ~~als~~ ~~wir~~ ~~uns als die~~ Annahme als
berechtigt ~~ist~~ erscheint, dass die die Schwerestörungen
allein durch diese eine Dichtedifferenz hervorgerufen
werden. Tatsächlich scheinen aber ~~auch~~ schon in diesem
angeführten Beispiele auch tiefer gelegene Massen
mitzuwirken, da das regelmässige anwachsen

der Beschleunigung von der Nördlichen Station 2215 in südlicher Richtung bis zur Station 2138 ~~zu~~ die Vermuthung nahelegt dass die Faltung des Gebirges auch östlich von Arad weiterzieht und sich ~~vielleicht~~ noch in grosser Entfernung unter ~~der~~ der Tiefebene fortsetzt, ja vielleicht an dem westlichen Rande des Alföld wieder zu Tage tritt.

~~Wegen der~~ Es wäre aber sehr verfrüht auf Grund des bisher zur Verfügung stehenden mangelhaften Beobachtungsmaterials derartigen ~~Schlüsse strenger~~ Vermuthungen den Werth strenger Schlüsse bei zu legen. ~~beilegen zu wollen~~.

~~Was ich hier darlegen will ist~~
~~Ich will mich hier nur mit der Empfindlichkeit~~
~~meiner Instrumente~~

Mich diesmal auf eine Darstellung der Empfindlichkeit der Instrumente beschränkend, will ich hervorheben, dass ~~sich~~ diese je nach der Lage der anziehenden Massen ~~eine verschiedene Grösse~~ ~~ist~~ ~~z.~~ bald in dem Werthe der ~~Grössen~~ Gradienten $\frac{\partial U}{\partial x z}$ und

~~die~~ $\frac{\partial^2 U}{\partial y \partial z}$, bald in den der Krümmung bestimmenden ~~[…]~~ Werthen $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}\right)$ und $\frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y}$

~~deutlicher~~ auffallender zu Tage tritt.

~~So ist auf eine ~~ ~~einfache Grundlage der Berechnung~~
~~der Anziehungswirkungen gestützt auf einfache Rechnungen~~
~~berechnet sich die~~

So ~~zeigt~~ zeigt ~~eine~~ z.B. ~~eine kurze~~ eine einfache Rechnung dass im Falle einer sich unter ~~dort~~ dem Beobachtungsorte weit erstreckenden ~~[…]~~ geneigten Ebene, an deren beiden Seiten ~~eine Differenz~~ die Dichtedifferenz von $\sigma' - \sigma = 0{,}7$ (wie vorher) besteht der Werth des Gradienten $\frac{\partial g}{\partial s}$ ~~aber dann~~ die messbare Grösse ~~von~~ einer Einheit der Ordnung 10^{-9} schon dann erreicht, wenn der Neigungswinkel gleich 8 Minuten ist ~~etwa beträgt also~~ also die Erhöhung 4 Meter ~~auf~~ pro Kilometer beträgt. Die Krümmungsdifferenzen sind in diesem Falle gleich null.

Seitlich, ~~[…]~~ in naher horizontaler ~~[…]~~ Richtung gelegene Massen ~~üben dagegen minimale Einflüsse~~ bewirken dagegen nur kleine ~~[…]~~ Gradientenwerthe, während sie noch in grossen Entfernungen fühlbar bleiben in den die Krümmung bestimmenden Werthen.

Diese betreffend berechnet sich z. B. die Wirkung der oberirdischen (sichtbaren) ~~Teile~~ Massen der Alpen für den Beobachtungsort München zu 6 für Stuttgart nach zu 2 Einheiten der 10^{-9} Ordnung.

Es soll nun die Leistungsfähigkeit der Drehwaage mit jener des Pendels aus allgemeinerem Gesichtspunkte verglichen werden.

Die Erdkruste betrachten wir als von Massen verschiedener ~~Dichte~~ Beschaffenheit zusammengesetzt. Platten ~~von~~ grösserer oder kleinerer Ausdehnung und Dicke sind da aneinander und übereinander gelagert. ~~D~~ Längs der ~~Grenzen~~ Grenzen ~~linien~~ dieser Platten finden wir ~~Brüche~~ Senkungen, Faltungen, Brüche, Knoten ~~Massenergüsse~~ alles das, was ~~[illegible]~~ zur Bildung der ~~was~~ ~~die~~ tektonischen Linien ~~bildet~~ gehört. ~~Dazwischen gebildet entsteht~~ Dazwischen können ~~[illegible]~~ stellenweise auch grössere Massenergüsse ~~der~~ ~~vielleicht~~ vielleicht auch ~~[illegible]~~ Hohlräume vorkommen.

In der gesammten Anziehung ~~wirkens~~ all dieser Massen ~~äussert~~ ~~[illegible]~~ verräth sich die einzelne Masse nur durch die ~~D~~ Abweichung ihrer Dichte von der ihrer Umgebung. ~~Diese~~ Wir sind berechtigt anzunehmen dass ~~D~~ Dichtendifferenzen ~~kann~~ im Inneren der das Magma umgebenden ~~Kruste nur Zehntel~~ Kruste Werthe von einigen Zehnteln ~~kann~~ erreichen ~~übersteigen~~ dass auch ~~solche~~ grössere ~~dass kann die Werthe~~ wie 0,5 ~~in~~ ~~ein~~ ~~und auch 1,0 erreichen~~ und darüber vorkommen.

Berechnen wir nun ~~die Anziehungen solcher~~ ~~begrenzter Platten~~ in einfachen ~~gut~~ ~~gewählten~~ Beispielen den Einfluss solcher unter der ~~Oberfläche~~ zugänglichen Oberfläche gelegenen Krustenstücke auf die beobachtete Schwerkraft.

Erstes Beispiel. Stufenförmige Erhebung der dichteren Masse ~~unter der Erdoberfläche~~ wie sie Fig ~~4~~ veranschaulicht. In dieser Zeichnung, welche einen verticalen und normalen Querschnitt der Stufe darstellt, bezeichnet ~~bezeichnet~~ FF' die ~~..~~ ~~Ebene~~ ebene und horizontale Erdoberfläche C_0C BB' die obere Grenze der dichteren Masse. Die Störung bewirkt somit die Platte ~~..~~ zwischen den Ebenen BB' und CC' welche sich nach rechts bis zu ~~in~~ grossen Entfernungen erstrecken soll.

~~Die~~ Dieser Massenanordnung entspricht eine Störung der Beschleunigung welche ~~Beschleunigung wächst [illegible]~~ von F über O nach F' zu anwächst ~~und erreicht~~ und ihren größten Werth ~~in der Differenz [illegible] erreicht~~ ~~[illegible]~~ rechts ~~und links~~ von O in großer Entfernung ~~liegen~~ erreicht. ~~[illegible]~~ Diese Störung ist

$$\Delta g = 2\pi G(\sigma'-\sigma)D$$

wo D die Dicke der Platte (Höhe der Stufe) bedeutet.

Leicht berechnet sich auch der Gradient $\frac{dg}{ds}$ in auf die Stufe normaler Richtung; es ist nähmlich:

$$\frac{dg}{ds} = 2G(\sigma'-\sigma)\log\frac{r_2}{r_1}$$

Dieser Gradient wächst also von F bis O und nimmt nach dem dort erreichten Maximum von O bis F' wieder ab.

~~Hieraus ersieht man~~, ~~dass~~ Das Pendel ist demnach wohl ~~hauptsächlich~~ darnach berufen ~~ist~~ die Anwesenheit dichterer Massen anzudeuten, ~~während~~ die Erforschung ihrer Grenzen also der tektonischen Linien ist aber eine Aufgabe ~~ist~~, welche mehr der Drehwaage zufällt.

Wie entsprechen nun diese beiden Instrumente
ihrer ~~vorgeschriebenen Aufgabe~~ Bestimmung?

Sei z.B. die Höhe der Stufe = 0,5 Kilometer und die
~~Dichte~~differenz $\sigma' - \sigma = 0,5$.

Es wird dann (unabhängig von der Tiefenlage) ~~[illegible]~~

~~Δg = [illegible]~~

$$\Delta g = 0,01 \text{ C.G.S.}$$

also etwa ein Hunderttausendstel von g, eine Grösse
welche ~~[illegible]~~ nahe der Grenze der Empfindlichkeit
des Pendels liegt, jedenfalls mit diesem Instrumente
nur mit besonderer Sorgfalt bestimmt werden kann,
~~und zwar dies auch nur als Differenz der Werthe zwischen weit von einander liegenden Punkten~~.

Die Drehwage hat ~~hier~~ in demselben Falle ein
viel leichteres Spiel. Sie kann die Anwesenheit
der Stufe bis zu grossen Tiefen (OB) = ~~c~~ durch Wirkungen
verrathen, welche ihre Empfindlichkeitsgrenze (1.10^{-9} für $\frac{dg}{ds}$)
weit übersteigen. Folgende kleine Tabelle giebt
die Werthe der $\frac{dg}{ds}$ für verschiedene Tiefen (c).

Tiefe OB = c	$10^9 \frac{\partial g}{\partial a}$
10 Meter	268
100 Meter	119
1 Kilometer	27
10 Kilometer	3,3
30 Kilometer	1,1

Z

Zweites Beispiel. ~~Isostatisch~~ Plattenförmige Scholle in isostatischer Lage. ~~Die~~ Die noch grösseren Vortheile der Drehwaage über dem Pendel ~~gegenüber treten noch viel deutlicher hervor~~ wenn ~~Anziehungsgebiet~~ ~~wie die Wirkungen isostatisch~~ über ~~einander gelagerter Massen~~ ~~[illegible]~~ aus ~~ihren Anziehungswirkungen~~ ~~wurden~~ durch ~~die~~ Schwerkraftstörungen ~~kann~~ Massen erforscht werden sollen welche in isostatischer Lagerung aneinander gereiht sind. ~~Figur [illegible] giebt~~ ~~Figur + [illegible] eine solche isostatische Lagerung~~ Eine solche isostatische Lagerung ist ~~[illegible]~~ durch die Fig 17 dargestellt.

Eine Plattenförmige ~~Scholle~~ ~~[illegible]~~ liegt auf in horizontaler Richtung ~~unendlich ausgebreiteten Massen [illegible]~~

Eine plattenförmige feste Scholle bedeckt mit Massen geringeren Dichtigkeit liegt auf sich ~~in beiden Richtungen bis ins unendliche erstreckenden~~ weit ausbreitenden Massen grösserer Dichtigkeit ~~und~~ und versenkt sich dabei in diese so tief ~~versenkend~~ als ~~dies~~ es geschehen würde im Falle dass die ober ihr und unter ihr liegenden Massen Flüssigkeiten wären. ~~Es seien~~ Die betreffenden Dichten seien für die Scholle $\sigma_2 = 2,5$, für die ~~oberste~~ diese gelagerte Masse $\sigma_1 = 2$, für die unterste Masse $\sigma_3 = 3$. Die Gerade FF bezeichnet wie ~~f~~ vorher die ebene Erdoberfläche und es sei $OA = \frac{1}{2}D$, wo $D = AB$ die Dicke der schwimmenden Scholle bedeutet.

Durch wiederholte Anwendung der schon im vorangehenden Beispiele gegebenen Formel kann der Gradient $\frac{dg}{d\sigma}$ berechnet werden. Das Resultat dieser Rechnung ist in der Figur durch die voll ausgezogene Linie a-a dargestellt deren ober und unter FF gelegenen Ordinaten ~~mit mit~~ den positiven resp. negativen Werten von $\frac{dg}{ds}$ proportional sind. In dem Punkte O, vertical oberhalb der Grenzlinie der Scholle erreicht diese Grösse den positiven Werth von $19 \cdot 10^{-9}$ C.G.S nimmt von da nach beiden Seiten ab und wird dann für den Punkten E und F den Werth Null erreichend ~~würde~~ in noch grösseren Entfernungen ~~von~~ negativ.

Die diesen Werthen entsprechenden Wirkungen bleiben ~~für~~ für geometrisch ähnliche Massengruppirungen immer dieselben ~~ist~~ sind also bei allen Dimensionen ~~also auch immer~~ genügend gross ~~ausreichend~~ ~~nicht lösbar~~ sicher um von der Drehwaage wahrgenommen ~~zu werden~~ ~~und gemessen zu werden~~ und auch ~~zu~~ gemessen werden ~~zu können~~ zu können.

Nicht so die auf das Pendel ausgeübten Wirkungen. Die ~~in~~ der ~~Figur~~ ~~dargestellten~~ angenommenen isostatischen Massenvertheilung entsprechende Beschleunigung ~~ist~~ ist in ~~grosser (unendlicher)~~ unendlicher Entfernung von O ~~Entfernung~~ auf beiden Seiten dieselbe wie ~~in O~~ ~~Punkte selbst~~ in diesem Punkte selbst, in endlicher Entfernung aber auf der ~~linke~~ linken Seite etwas kleiner, auf der rechten etwas grösser als dort. Am grössten ist ~~die berichtigte~~ ihr Werth in G, am kleinsten in E. Die bewirkte Störung aber d.i. Δg, welche ~~mit~~ unter Beibehaltung der geometrischen Ähnlichkeit mit der Dicke D proportional ist, erreicht für geologisch wahrscheinliche~~n~~ Dimensionen — nur sehr kleine Werthe. ~~So ist Δg im Falle dass D = 1 Kilometer~~ Für D = 1 Kilometer ist $\Delta g = 0{,}001$ C.G.S. und für D = 10 Kilometer : ~~noch nur~~ $\Delta g = 0{,}010$ C.G.S.

Es ist also kaum zu erwarten dass das Pendel über das Vorhandensein solcher im Erdinnern verborgenen isostatischen Massenanordnungen Aufschluss ertheilen könnte.

~~Besser eignet sich dazu~~

Selbst das Loth eignet sich besser dazu, ~~so ist~~ ~~die~~ denn ~~die Lothablenkung~~ seine Ablenkung erreicht im Punkte O den Werth von 3 Secunden im Falle dass ~~die Dicke~~ D = 10 Kilometer, und 0,3 Secunden wenn D = 1 Kilometer.

Die Drehwaage ist aber auch betreffs der Erkennung solcher Krümmungsstörungen ~~in den~~ in grossem Vortheile.

In der Figur habe ich die Werthe von $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ über

Da $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}$ in diesem Falle gleich null ist, die gleich-
bedeutenden Werthe von $\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2}\right)$ ~~für die mit der~~
~~Richtung FF mit~~ durch einer gebrochenen Linie
b-b dargestellt. Dem Maximum links von O
entspricht ein Werth von $+12.10^{-9}$ C.G.S, dem Minimum
rechts von demselben Punkte der Werth von -12.10^{-9} C.G.S.
Ich glaube an diesen Beispielen genügend ~~übergenügend~~
erwiesen ~~gezeigt~~ ~~genug~~ ~~bewiesen~~ zu haben, dass ~~wie~~ die Drehwaage verspricht
manche Aufklärungen über den Bau der Erdrinde
zu geben auch in solchen Fällen wo Pendel und
Loth wenigstens in ihrer heute gebräuchlichen Form sich ~~z~~
derartigen Fragen gegenüber stumm verhalten.

Beziehung zwischen den
IV Störungen der Schwerkraft und des Erdmagnetismus.

Es kann kaum bezweifelt werden
Dass Massen magnetischer Gesteine magnetische Störungen auch grösserer Gebiete bewirken können ~~kann kaum~~ ~~ist nie~~ ~~bezweifelt werden~~. Ja die Herrn Rücker und Thorpe haben ~~gezeigt dass in den Betrachtungen~~, ~~welche die~~ gezeigt dass ~~alle~~ ~~ausreichen~~ durch passende Annahmen über ~~solche~~ die Vertheilung solcher Massen auch so ~~grosse~~ bedeutende Störungen erklärt werden könnten wie die auf den britannischen Inseln ~~in englischen Beiträgen~~ ~~vorkommen~~ beobachtet wurden.

~~Doch~~ Trotzdem ist es bisher nicht gelungen ~~die~~ ~~Magne-~~ ~~magnetischen~~ ~~an~~ ~~den Zusammenhang~~ die magnetischen Störungen mit ~~zu~~ jenen der Schwerkraft ~~Schwerestörungen~~ derartig ~~bestimmt~~ in engeren Zusammenhang zu bringen, dass beide Arten der Störungen ~~als~~ als von denselben Massen herrührend betrachtet ~~werden~~ werden könnten.

J. Liznar ~~dem die~~ der in seinem ~~verdienten~~ meisterhaften Werke „Die Vertheilung der erdmagnetischen Kraft in Österreich Ungarn" ~~die Werthe der Schwerestörungen~~ eine interessante Zusammenstellung beider Störungsarten) an ~~für~~ 55 ~~Beobachtungs~~Stationen mittheilt, gelangt ~~auf Grundlage~~ auf diesem reichen Beobachtungsmaterial gestützt zum Schlusse dass „im Allgemeinen eine Beziehung zwischen den Störungen der Schwere und des Erdmagnetismus nicht bestehen kann."

~~Die Ursache dieses auffallenden negativen Resultats könnte darin gesucht werden dass Es ist möglich das an den magnetischen Störungen~~ Die Ursache eines solchen negativen ~~dieses auffallenden~~ Resultats ~~Widerspruchs~~ könnte darin gesucht werden, dass ~~in den~~ magnetischen Störungen ~~auch~~ ausser von ~~den~~ magnetisch wirkenden Gesteinen auch ~~noch~~ von Unregelmässigkeiten der Erdströme ~~bewirkt durch~~ herrühren können ~~beeinflusst werden~~, doch glaube ich dafür eine bessere Erklärung geben zu können.

So lange nämlich als ~~unter~~ das Wort ~~der Bezeichnung~~ Schwerestörung ~~jene Störungen~~ nur zur Bezeichnung jener Störungen benützt wird welche mit dem Pendel und mit dem Lothe direct beobachtet werden können, ist es ~~kann wirklich~~ thatsächlich nicht möglich einen Zusammenhang festzustellen ~~von keinem Zusammenhange gesprochen werden~~ zwischen den ~~betreffenden~~ beidartigen Störungen desselben ~~Be~~ Ortes.

~~Die mag.~~ Die von einer ~~magnetischen~~ Masse ausgeübte magnetische Kraft ~~ist nämlich nicht~~ ist nämlich nicht mit ~~der~~ ihrer Anziehungskraft sondern mit den Gradienten dieser Anziehungskraft proportional.

Wenn X, Y, Z die Componenten der magnetischen Kraft bezeichnen welche eine Masse ausübt, für welche die Componenten der Magnetisirung ~~deren magnetische Intensitätscomponenten~~ α, β, γ constant sind, ferner V das Potential der Massenanziehung

G die Gravitationskonstante und σ die Dichte bedeutet, dann bestehen ~~die Gleichungen bestehen~~ die Gleichungen:

$$X = \frac{\alpha}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\beta}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + \frac{\gamma}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z}$$

$$Y = \frac{\alpha}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial y} + \frac{\beta}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\gamma}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} \qquad a)$$

$$Z = \frac{\alpha}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x \partial z} + \frac{\beta}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial y \partial z} + \frac{\gamma}{G\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

~~Im Falle dass die magnetischen~~

Im Falle nicht homogener Magnetisierung gelten diese Gleichungen nur für ~~ein~~ unendlich kleine Raumelemente der Masse, und wenn ~~die~~ diese ~~Masse~~ in eine andere eingeschlossen ist dann sind die Grössen α, β, γ ~~und~~ und auch σ durch ~~die für~~ ihre Differenzen zu ersetzen ~~entgegen~~. Den beidartigen Massen entsprechend. ~~zu ersetzen~~

Mit Benutzung der Beziehung $\Delta V = 0$ erhalten wir dann: ~~folgende Beziehungen~~:

$$X\beta - Y\alpha = \frac{\alpha\beta}{g\sigma}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) + \frac{(\beta^2-\alpha^2)}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial y} + \frac{\beta\gamma}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial z} - \frac{\alpha\gamma}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z}$$

$$2\gamma X + \alpha Z = \frac{\alpha\gamma}{g\sigma}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) + \frac{2\beta\gamma}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial y} + \frac{(2\gamma^2+\alpha^2)}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial z} + \frac{\alpha\beta}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z} \qquad b)$$

$$2\gamma Y + \beta Z = -\frac{\beta\gamma}{g\sigma}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right) + \frac{2\gamma\alpha}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial y} + \frac{\alpha\beta}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial z} + \frac{(2\gamma^2+\beta^2)}{g\sigma}\frac{\partial^2 V}{\partial y\partial z}$$

~~Und im Falle von [illegible]~~
Wodurch der Zusammenhang zwischen den magnetischen Wirkungen und jenen Grössen ausgedrückt ist, welche mit Hülfe der Drehwaage zu ermitteln sind.

Im Falle dass die magnetischen Massen längs ~~einer Geraden~~ einer Geraden z. B. in der Richtung der y gleichmässig vertheilt sind, oder ~~eine~~ Stufen bilden wie die in den Figuren 16 u. 17 des vorangehenden Kapitels dargestellt sind, ~~also im Falle gerader~~ (magnetisch tektonische Linien) ~~vereinfachen sich~~ ~~sind diese~~ kann man diese Gleichungen durch ~~die~~ viel einfachere ersetzen:

$$X = \frac{\alpha}{g\sigma}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \gamma \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$$

$$Y = 0 \qquad (c)$$

$$Z = -\frac{\gamma}{g\sigma}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \alpha \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$$

wobei zu bemerken ist dass $\cancel{\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}}$ da $\frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$ ~~in diesem~~ $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}$ direct mit der Drehwaage bestimmbar ist.

~~B. Bedeutende Störungen~~

Diese Beziehungen beweisen zur Genüge, dass grössere magnetische Störungen nicht eben dort zu suchen sind, wo das Pendel bedeutende Abweichungen vom ~~bei~~ Werte der normalen Beschleunigung anzeigt, ~~bei~~ Im Falle einer schematisch plattenförmigen magnetisch wirkenden Masse ~~treten sind~~. ~~die magnetischen~~ sind die magnetischen Störungen nicht in der Mitte sondern an den Rändern derselben am grössten, also längs der tektonischen Linien wie dies Ed. Naumann durch passende Zusammenstellung vieler ~~auf Grund einer grossen Zahl von~~ Beobachtungen erkannt ~~ausgesprochen~~ ~~hat~~ nachgewiesen hat.

Durch Berücksichtigung des dargestellten Zusammen-
hanges wird es nun möglich ~~eine~~ mit Hülfe magnetischer Beobachtungen
~~die~~ gewisse Folgerungen auch auf die Qualität
jener Massen zu ziehen, welche auf die Drehwage
einwirken. Die Magnetisierung von Gesteinen
kann eine zweifache sein entsprechend
einerseits der Induction im irdischen Kraftfelde,
andererseits ihrem remanenten Zustande.
Im ersten Falle ~~ist~~ ist ~~kann gesetzt werden~~:

$$\alpha = k\mathfrak{A} \qquad \beta = k\mathfrak{B} \qquad \gamma = k\mathfrak{C}$$

wo k ~~die Magnetisierungsconstante~~ den Magneti-
sierungscoefficienten (Susceptibilität) des Materials A, B und C die
Componenten der Erdmagnetischen Kraft,
bedeutet. ~~Für einheitliche Eruptivgesteine~~
~~erreicht dieser Werth~~ Den Bestimmungen der Herren
Thorpe u. Rücker sowie auch meinen
eigenen derartigen Messungen entsprechend ~~liegen~~ kann angenommen werden das
die Werthe von k für Eruptivgesteine zwischen
den Grenzen ~~von~~ 0,01 und 0,001 liegen.

Um ein Maass für die Wirkung solcher Gesteine zu erhalten ~~wollen wir Beispielsweise~~ ~~[illegible]~~ wollen wir für ~~für~~ die Dichtedifferenz den Werth $\sigma = 0{,}5$ annehmen und $A = 0{,}2$ $C = 0{,}4$ setzen, dann geben die Formeln (C')

$$X = 0{,}006\,k \cdot 10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 0{,}012\,k\,10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$$

$$Z = -0{,}012\,k\,10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + 0{,}006\,k\,10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$$

~~Für grössere Werthe von $10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}$ und $10^9 \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial z}$ wie ich sie wiederholt gefunden, also etwa für Werthe = 50 C.G.S und darüber wird dann kann demnach X und Z Werthe erreichen welche~~

und wir können uns leicht überzeugen dass schon an Orten wo die Drehwaage Gradientenwerthe ~~von keiner~~ ~~Einh.~~ von einer 10^{-9} Einheit anzeigt ~~von~~ durch ~~den~~ den inducierten Magnetismus der Gesteine hervorgerufene magnetische Störungen möglich sind welche den Werth ~~welche~~ 0,0001 C.G.S erreichen also messbar sind. Der remanente Magnetismus ~~kann selbst~~ ~~in manchen Fällen~~ ~~noch an~~ ~~viel grösser~~ ~~werden~~ ~~und auch in seiner Wirkung bedeutsamer werden.~~ und seine Wirkung kann in manchen Fällen noch höher veranschlagt werden.

~~Auf der langen Reihe unserer meiner Beobachtungen sind~~

~~Durch diese Date~~

~~Bei den Es ist charakteristisch~~

An ~~allen~~ den allen Orten wo wir die Drehwage aufstellten
haben wir auch ~~die~~ die magnetischen ~~Kraftkomponenten~~
Intensitätscomponenten bestimmt, ja wir haben
sogar die Lücken zwischen den ~~entfernteren~~ ~~einzelnen~~ Stationen durch relative
Bestimmungen der Horizontalintensität und der
Declination ausgefüllt. ~~und so ein reiches Material gesammelt.~~ Das reiche Beobachtungsmaterial harrt
theilweise noch der Bearbeitung und es wäre hier auch ~~hier~~
nicht am Platze dasselbe eingehender ~~mit~~ ~~dem~~ ~~sich~~ ~~Dies~~
zu behandeln. Erwähnen will ich nur, dass ich
an manchem Orte magnetische Störungen fand, welche
~~den Angaben der Drehwage entsprechend~~ ~~der~~ Wirkung ~~magne~~
~~magnetischer Gesteine~~ ~~zunächst~~ ~~auf~~ ~~zu~~ ~~mit Berücksichtigung~~
~~der Berücks.~~ der ~~Drehwage~~ ~~zusammen~~ ~~mit~~ den Angaben der
~~Drehwage auf~~ Drehwage entsprechend ~~auf~~ auf Wirkungen ~~der~~ magne-
tischer Gesteine zurückführbar sind. Doch fand

ich ~~auch Störungen wie~~ im Gebiete der Fruska
Gora auch solche sich ~~weit erstreckende~~ mit auffallender Regelmässigkeit weit ~~erstreckende~~ erstreckende magne-
tische Störungen, ~~welche~~ deren Grösse und räumliche
Vertheilung ~~die~~ eine Erklärung durch magnetische Gesteine
kaum zulässt. ~~Wenn es Massen mit einer viel grösseren~~
~~magnetischen Susceptibilität, als Eisenerze könnten~~
~~Da zur Erklärung~~ Wahrscheinlich haben wir es hier
mit Massen viel grösserer Susceptibilität also
mit Eisenerzen zu thun, vielleicht mit den Wirkungen
von Erdströmen. ~~Die Drehwage soll~~
~~Zum Schluss~~ Bei der Aufklärung solcher Räthsel
wird die Drehwage gewiss gute Hülfe leisten.

Zum Schlusse will ich noch bemerken dass es ~~möglich wird~~ möglich wird
auf Grundlage der Formeln a) b) c) ~~auch die~~
~~Lösung die Lösung der Aufgabe ermöglicht~~
~~wird möglich wird die~~ im Falle homogener
Magnetisierung deren Componenten α, β, γ ~~zu~~
auch für ganz unregelmässig gestaltete Massen
in deren unmittelbaren Nähe mit ~~Hülfe der~~
der Drehwage und mit magnetischen Messinstrumenten zu bestimmen.
~~Magnetometern~~