Ms 5094/243. Eötvös Loránd: A vezeti
elmélet

ξ

$P = \alpha . i n$ $\quad i = 1 \quad n = 1 \quad P = \alpha .$

XXVI.

$$i = \frac{E}{W + n\omega}$$

$$P = \alpha \frac{nE}{W + n\omega} = \alpha . \frac{E}{\frac{W}{n} + \omega}$$

Habilitaczioi dolgozat:

1871 évi marczius 5én

A rezgési elméletből következő távolbani hatás törvényéről.

Habilitációs dolgozat, előterjesztve a budapesti tud. egye-
tem bölcsészeti kara elé
1871. évi március hó 5. napján Keltezve!

A rezgési elméletből következő tá-
-volbani hatás törvényéről.-

Dr. b. Eötvös Loránd.-

A rezgési elméletből következő távolbani hatás törvényéről .–

A tudomány eddig nem volt képes a vonzási és taszitási erők lényegéről érthető magyarázatot adni, az-az fogalmat alkotni ..

Newtontól kezdve mindaddig míg a tudósok figyelme első sorban azon vonzási jelenetek kutatására irányult, melyeket a „gravitatio" elnevezése alatt értünk, azon nézet volt uralkodó, hogy a vonzási hatás elterjedése pillanatnyilag történik .. S csakugyan e felfogás, ha nem is volt érthető mégis kielégitő volt minden az emlitett osztályba eső jelenetek magyarázatára.–

– Újabban a tudomány inkább az electricus és magneticus vonzás és taszitás ok tanulmányozására forditotta figyelmét – s e hatások elterjedésére nézve az emlitettel ellenkező nézet vált érvényessé. – Mert az összes electrodynamicai és az inductióhoz tartozó jelenségeket az elmélet csak azon feltét segélyével magyarázhatta meg, miszerint a vonzási és taszitási hatások időben történnek, s e hatásoknak sajátos terjedési sebességök van. –

E jogosult feltét által a rezgési elméletnek egy alapfogalma ültettetett át a vonzási rezgési elmélet terére, s igy kapcsos állittatott fel e két látszolag egymástól annyira eltérő elmélet között. – E kapcsból egy nagyjelentőségű kérdés merült fel t. i. az: nem lehetne-e a vonzási elmélet összes tételeit a rezgési elmélet alapelveire visszavezetni?

A haszon mely a tudományra ezen elméletek egyesitéséből háramolna nem szorul hosszú magyarázatra; hiszen az elméleti tudománynak főczélja épen abban áll, a legkülönfélébb jeleneteket ugyanazon egyszerü alapfogalmakra visszavezetni. – Ezen-kivül a tudomány két ily különböző ágának közös elmélete okvetlenül ujabb észleleti igazságokhoz is vezetne, a mennyiben a vonzás körébe tartozó jeleneteknek analog fénytani és hangtani jelenetek felelnének meg, és megforditva. – Világos példát nyujtanak erre a hangtan és fénytan, melyek egymás mellett és egymás által érték el mostani fejlettségüket. –

Legujabban Poggendorff évkönyveiben két dolgozat jelent meg, melyek ámbár különböző irányban, e czél felé látszanak törekedni. –

E dolgozatok egyike Schellbach értekezése: „Akustische Anziehung und Abstossung" (Pogg. Ann. 1870 №4 és №6). –

Schellbach értekezésében kimutatja, hogy hangzó testek az őket körülvevő közeg közvetitésével tőlük távol eső testekre vonzást vagy taszitást gyakorolnak, sőt által valószinüvé teszi, hogy a vonzási és taszitási jelenetek egyáltalában ilyen hangtani vonzási jelenetekre vezethetők vissza.. — A másik dolgozat melyet itt felemliteni akarok ~~Bezold~~ értekezése: „Einige analoge Sätze der Photometrie und Anziehungslehre" (Pogg. Ann. 1870 №10) ..

Ámbár e dolgozat nem tartalmaz semmi lényegesen újat, mégis amennyiban érdekes, hogy a photometria és vonzástan ~~tételeit~~ analog tételeit élesebben tünteti elő mint az eddig történt; söt ez analogiára támaszkodva a photometriában is alkalmazza a „potentiál" fogalmát.. Mégis mind ama tételek melyeket Bezold felemlit csak egyetlen tételnek kifolyásai, s az analogia melyet kimutat, nem más mint az ismert analogia a Newton-féle vonzási törvény és a photometriának azon törvénye között, mely szerint a megvilágitás érélye forditott viszonyban áll a fényforrás távolának négyzetéhez.. Bezold a fennemlitett kérdésről emlitést sem pedig világos, hogy az ezen analogiának kérdésével szorosan összefügg. –

Jelen dolgozatunak feladata első sorban épen az ezen analogiát szigorúabb vizsgálat alá venni, s azt a vonzástan és photometriának általános tételeiben is felkeresni. – A mennyiben pedig ez analogia megszilárdítása a vonzástan rezgési elméletének lehetsége mellett, annak megdöntése pedig az ellen szól, mondhatom, hogy dolgozatom azon kérdéssel foglalkozik, valljon a vonzástan tételeit a rezgési elmélet alapelveire visszavezetni lehetséges-e, vagy nem?

Beraldo dolgozata, mint már említém, csak a Newton-féle törvénynek analog tételt talál a photometriában, s ez természetes, mert csak is azon esetre fordítja figyelmét midőn az egymásra vonzást illetőleg megvilágítást gyakorló testek nyugvásban vannak. –

Tudjuk, hogy a Newton-féle törvény csak

egy sajátos alakja azon általánosabb vonzási törvénynek, mely az egymásra ható testeknek nemcsak tömegét és távolát, de mozgási állapotát is tekintetbe veszi. – És oly jogosultan mondhatjuk a photometria említett alaptörvényéről, hogy az sajátos alakja az általánosabb photometriai törvénynek, mely a világitó testnek és a megvilágitott testnek egymás irányába mozgására is figyelmet fordit. – Ha a vonzástan és photometria közötti analogia nem véletlen, hanem okszerű összefüggésen alapúl, úgy fenn kell annak állania az általánosabb törvények között is, melyeket következőkben „par excellence" általános törvényeknek fogunk nevezni. –

Ez analogiának ilyetén vizsgálatá képezi feladatomat. – E szerint mindenekelőtt le kell vezetnem a photometria általános tételét, tehát alaptörvényét, úgy hogy az a világitó test és a megvilágitott test mozgásának esetét is magában foglalja. – E tételt nemcsak a fényelméletből, de az ~~az~~ általános vonzási

elméletből is következtethetjük, s így jutunk el a rezgési elméletből következő távolbani hatás általános törvényéhez. –
Maga ezen tételnek levezetése egyik mellékczélja e dolgozatnak, mert pontos kifejezését adja a fényerély (intensitas) azon változásainak, melyek a fényforrás és az észlelőnek egymás irányábani mozgásából erednek. –
Dolgozatomnak másik része e photometriai törvény összehasonlitásában áll a vonzástan általános alaptörvényével. Ez összehasonlitás közvetlenül nem történhetik, mert a vonzástannak általános törvénye nem ismeretes. –
A Weber féle törvény ugyanis, mely jelenleg a vonzástannak alapját képezi, helyes törvénynek nem tekintethetik, mióta Helmholtz kimutatta hogy ellenkezik az erő megtartásának elvével (Crelle's Journal 1870). –
Előre mondhatjuk tehát, hogy a hatás törvénye, mely a rezgési elméletből következik nem lesz megegyeztethető Weber törvényével; mert hiszen első épen az erő megtartása elvének

követelménye. – Ha e direct összehasonlitás nem is lehetséges úgy van egy más mód az analogiát mégis felkeresni. – Tudjuk ugyanis az eddig ismeretlen általános vonzási törvényről, hogy belőle három törvénynek, mint speziális kifejezéseknek, kell következtethetőnek lenni, még pedig: 1ör a Newton féle törvénynek, 2or az Ampère-féle electrodynamicai törvénynek és 3or a Neumann-féle inductió törvénynek. – E szerint a kérdéses Analogia fennállásának esetén a rezgési elméletből folyó távolbani hatás törvényének olyannak kellene lenni, hogy belőle ez emlitett három törvény következtethető legyen. – Megforditva pedig, ha e kifejezés ezen tulajdonsággal bir, úgy belőle Analogia utján az általános vonzási törvényt is következtethetnők. – Ez irányban dolgozatom befejezve még nincs, sikerült azonban eddigelé felálĺitanom a rezgési elmélet ~~általános~~ általános hatási képletét – és sikerült abból az Ampère-féle törvénynek egy speciális esetre alkalmazott alakját levezetnem. – Ez eredmény nagyon megerősíti az említett analogia okszerűségét (Causalität); mégis a kérdést véglegesen el nem dönti. – Feltartom magamnak későbbre a jogot e kutatást tovább folytatni. –

– Dolgozatomnak eddig elkészült részét öt fejezetre osztottam:

Az 1ső fejezetben fel fogom állítani egy rezgő pont mozgásának általános képletét, tekintettel annak és a rezgési forrásnak egymás irányábani egyenletes sebességű mozgására;

a 2ik fejezetben a rezgési hatás mértékét fogom megállapitani;

a 3ik fejezetben a távolbani hatás törvényét a fényelméletből fogom levezetni;

a 4ik fejezetben pedig ugyanazt az általános rezgési elméletből kiindulva fogom tenni;

Végre az 5ik fejezetben közölni fogom dolgozatomnak azon töredékes részét, az előbbi fejezetekben megállapitott hatási törvénynek és az általános vonzási törvénynek összehasonlitásával foglalkozik.- Közölni fogom e fejezetben az emlitett speciális Ampère féle törvénynek levezetését is.-

§1. A rezgés általános képlete.-

Egy eredetleg rezgő pontnak, vagyis rezgési forrásnak mozgása mathematikailag meg van határozva, ha:

$$v = f(t)$$

ismeretes függvény, hol is v a pontnak sebességét, t pedig az időt jeleri.-

Mivel pedig a mozgás épen rezgő mozgás, kell hogy:

$$v = f(t \pm nT)$$

hol n egy egész számot, T pedig a rezgési időt jeleli független legyen n számnak értékétől.-

Továbbá a rezgési elmélet egy az eredetleg rezgő ponttól, vagyis a rezgési forrástól ϱ

távolban levő részecskének mozgását következő egyenlet által határozza meg:

$$u = \frac{k}{\varrho} f\left(t - \frac{\varrho}{v}\right)$$

~~hol~~ mely egyenletben v a rezgési mozgás terjedési sebességét k pedig egy a közeg neműtől és a rezgési forrás erélyétől függő nagyságot jelent, melynek értéke ϱ nak különböző irányaira nézve, az az különböző sugarakra nézve különböző; de minden egyes sugárra nézve állandó. –

E képlet az időszámításra nézve egy határozott kezdetpontot tételez föl, e feltételtől függetlenekké fogjunk válni, ha számításainkba bevezetjük a sebesség kezdetpontjának a rezgő forrás mozgásában megfelelő időnagyságot. – Ez időnagyságot δ-val jelelve a rezgő forrás mozgásának képlete:

$$v = f(t + \delta)$$

Az attól ϱ távolba eső részecske mozgásának képlete pedig:

$$v = \frac{k}{\varrho} f\left(t - \frac{\varrho}{v} + \delta\right) \qquad \ldots\ldots \quad 1)$$

E jól ismert képlet azon esetre vonatkozik, midőn ϱ az időtől független állandó távolt jelent, az az azon esetre, ha a rezgő forrás és az általa rezgésbe hozott részecske nem mozognak egymás irányában.–

Ha azonban a rezgő forrás és az általa rezgésbe hozott részecske összekötő egyenesük irányában mozognak, úgy e képlet többé ki nem elégítő, a mennyiben ez esetben ϱ az időnek kifejtetlen függvénye.–

Hogy az ezen általánosabb esetet magába záró képletet levezethessük különítsük el azon esetet, midőn a rezgőforrás mozog és a rezgésbe hozott részecske nyugszik, azon esettől midőn a rezgésbe hozott részecske mozog és a rezgőforrás nyugszik.– E két különvált esetet egybefoglalva azon általános esethez fogunk jutni, midőn mind két tényező mozog.–

Az első esetre nézve könnyű belátni, hogy a távolság melyben a rezgőforrás és a rezgésbe hozott részecske bizonyos időpontban vannak nem ugyanegy azon távolsággal, melyből a rezgésbe hozott részecske, a rezgő forrástól csen idöpontbani rezgési állapotát (Phase) nyerte. –

Képletünkben ϱ azon távolt jeleli, melyből a t időpontban a rezgésbe hozott részecskékez eljutott mozgási állapot kiindúlt; ettől megkülömböztetőleg r_t-vel jeleljük azon távolt melyben a rezgő forrás és az észlelő t időpontban vannak. – Ha továbbá c_1 azon állandó sebességet jeleli, mellyel a rezgő forrás a tekintetbe vett részecskétől távozik és v a rezgés terjedési sebességet jeleli, akkor következő egyenletnek kell állania:

$$\varrho + \frac{\varrho}{v} \cdot c_1 = r_t$$

És ha r-el a $t=0$ időpontnak megfelelő távolt jelezzük, akkor:

$$r_t = r + c_1 t$$

tehát:

$$\varrho + \frac{\varrho}{v} c_1 = r + c_1 t$$

s innét:

$$\varrho = \frac{v}{v+c_1}\, r + \frac{v}{v+c_1}\, c_1 t$$

ϱ-nak ezen értékét az 1) képletbe téve, a rezgési képletet nyerjük azon esetben, ha a rezgő forrás mozog, ellenben az észlelő nyugszik. – E képlet:

2) .... $$u = \frac{k(v+c_1)}{v(r+c_1 t)}\, f\left(t - \frac{r+c_1 t}{v+c_1} + \delta\right)$$

A mi a másik esetet t. i. az észlelő mozgásának esetét illeti, úgy megtartva az előbb használt jelzéseket könnyű belátni, hogy:

$$\varrho = r_t$$

Ha tehát c_2 azon állandó sebesség, mellyel az észlelő _távolodik_ a rezgő forrástól, és r ismét a $t=0$ időpontnak megfelelő távol úgy:

$$\varrho = r_t = r + c_2 t$$

Ennélfogva a rezgés képlete e második esetben:

3) .... $$u = \frac{k}{r+c_2 t}\, f\left(t - \frac{r+c_2 t}{v} + \delta\right)$$

Ha végre mind a rezgő forrás, mind pedig a rezgésbe hozott pont távolodnak ~~egymástól~~ egy összekötő egyenesükön belül fekvő ponttól, és e sebességeket mint az előbbi esetekben c_1 és c_2 jelöljük, akkor ugyanazok áll:

$$\varrho + \frac{\varrho}{v} c_1 = r_t$$

de ez egyenletben

$$r_t = r + c_1 t + c_2 t$$

értékkel fog bírni, tehát lesz:

$$\varrho + \varrho \frac{c_1}{v} = r + c_1 t + c_2 t$$

vagyis:

$$\varrho = \frac{v}{v+c_1} (r + c_1 t + c_2 t)$$

Ez értéket 1) képletbe téve kapjuk azon kifejezést, melyet a <u>rezgés általanos képletének</u> nevezünk. – E képlet:

$$u = \frac{k(v+c_1)}{v(r+c_1 t+c_2 t)} f\left(t - \frac{c_1+c_2}{v+c_1} t - \frac{r}{v+c_1} + \delta\right) \quad \ldots\ldots (I)_a$$

vagy:

$$u = \frac{k(v+c_1)}{v(r+c_1 t+c_2 t)} f\left(\frac{v-c_2}{v+c_1} t - \frac{r}{v+c_1} + \delta\right) \quad \ldots\ldots (I)_b$$

E képlet kimutatja, hogy a rezgésbe hozott ré-szecske rezgési ideje általában nem azonos a rezgő forrás rezgési idejével, s felvilágo-síthat a felől, mennyiben függ az a c_1 és c_2-el jelzett sebességektől.–

Legyen τ, t-nek azon értéke, mely az $f(t+\delta)$ függvényt nullá teszi, úgy hogy:

$$f(\tau+\delta)=0 \quad \text{s így} \quad (u)_\tau=0$$

Tudjuk hogy akkor:

$$f(\tau+\delta+T)=0 \quad \text{és} \quad (u)_{\tau+T}=0$$

Ennélfogva az $(I)_6$ kifejezés nullá válik, ha:

$$\frac{v-c_2}{v+c_1}t-\frac{r}{v+c_1}=\tau$$

és ugyan-e kifejezés $=0$ lesz akkor is ha:

$$\frac{v-c_2}{v+c_1}t-\frac{r}{v+c_1}=\tau+T$$

Ez egyenletek meghatározzák t-nek két olyan egymásra következő értékét, melyek az $u=0$ esetnek felelnek meg.– Még pedig ez egyenletek elsejéből következik:

$$t_0=\tau\frac{v+c_1}{v-c_2}+\frac{r}{v-c_2}$$

és a másodikból:

$$t_1 = t\frac{v+c_1}{v-c_2} + \frac{r}{v-c_2} + T\frac{v+c_1}{v-c_2}$$

Az idő mely a két időpont között lefolyik, azaz a $(t_1 - t_0)$ időszak nem egyéb, mint a rezgésbe hozott pontnak rezgési ideje.– Ha ezen rezgési időt megkülönböztetőleg a rezgő forrás rezgési idejétől T'-el jelöljük, ugy:

$$T' = t_1 - t_0 = T\frac{v+c_1}{v-c_2} \quad \ldots\ldots \quad (II)$$

E képlet Doppler elvének általános kifejezése.–

§2. A rezgési hatás mértéke.–

A hatás, melyet egy rezgő test egy kivüle eső testre gyakorol abban áll, hogy annak eleven erejének egy részét átadja.– E hatás ennélfogva munkában áll s annak mértéke is csak munka lehet.– E mérték, melyet rezgési erélynek (intensitas) nevezünk, mechanikailag meghatározva egyenlő azon eleven erő mennyiséggel, mely a behatásnak alávetett testnek felületegységével az idő egység alatt közöltetik. –

A mérték melyet a photometriában és a hangtanban alkalmazzunk ugyanaz ámbár ~~ott~~ e szakokban a hatás mely egy felületnek megvilágitásában illetőleg egy testnek meghangoztatásában áll nem egyenlő az összes közlött eleven erő mennyiséggel. – Hogy e különös esetekben mégis ezen mértéket használhatjuk következe azon körülménynek, hogy e sajátos behatások arányosak az összes behatással. –

A rezgési hatásnak e szigorú mértéke azonban a fogalom könnyebbitése végéjából felszokott cseréltetni egy más nagysággal t. i. azon eleven erő középértékével, mellyet a behatásnak alávetett testnek tömegegysége bír. –

Azon esetekben melyekre e mérték eddig alkalmazva lett, tehát a rezgő forrás és

az észlelő nyugvására vonatkozó esetek-
ben csakugyan közönyös e mértékek melyi-
két alkalmazzuk; mert mint alább ki
fogom mutatni, azok e korlátolt esetben
arányosak egymással. – Nem lesz sza-
bad e mértékeket felcserélni, az az az ele-
ven erő középértékét a hatás mértékegya-
nánt használni azon általánosabb rezgési
esetben, mely az 1ső fejezett (I) képleté-
ben foglaltatik. – A viszony e kétféle
mérték közt ez általános esetben t. i. nem
állandó, hanem a c_1 és c_2-el jelelt se-
bességektől is függ. –

A kifejezés, mely a rezgési hatás mérté-
két, az az erélyet ezen általános esetben
kifejezi, még ismeretlen, e helyen fogom
azt levezetni, s az által ki fogom
mutatni azt is micsoda viszonyban áll az, a
hatás második, eddig hibásan használt mérté-
kéhez. –

E célból előbb azon egyszerűbb esetet
fogom tárgyalni, midőn a rezgési forrás

és a behatott test nyugvásban vannak. – A
mód mely szerint itt az időegység alatt a fe-
lületegységhez jutott eleven erő mennyiségét
meg fogom határozni, abban áll, hogy
felkeresem a közeg azon ~~a~~ részének eleven
erejét az időegység kezdetpillanatában,
mely az időegység ~~annak~~ végével összes eleven erejét a
felületegységnek adta át. – További gondo-
latmenetünk azonban arra utal, hogy az
időegység alatt átadott eleven erő helyett in-
kább azon eleven erőt határozzuk meg, mely
egy rezgési idő alatt jut a behatott felület-
egységhez. – Könnyű lesz ezen eleven erő mennyi-
ségből, az ~~egy másodperc~~ időegység alatt oda
jutott eleven erő mennyiségét össze állítani. –
Szükséges e helyen feladatunkat még ponto-
sabban meghatározni. – Tárgyalásunk~~ban ti~~
ugyanis azon esetre fog szorítkozni, midőn
a behatásnak alávetett felületegység síkja me-
rőlegesen áll a sugárra – az ettől eltérő ese-
tek könnyen vissza foguak erre vezettethetni. –
Továbbá a felületegységet úgy fogjuk vá-

lasztani, hogy az kicsiny legyen a rezgési forrás távolához képest, vagy más szavakban, feltesszük, hogy a felületre sik hullámok esnek.–

Képzeljük most, hogy a rezgési középpontból egy rövid tartamu, és tartama alatt egyenletes mozgás közöltetik a közeggel.– E mozgás tartama olyan legyen, hogy a gömbhéj melyben tova terjed Δ vastagsággal bírjon.– Legyen továbbá L_1 azon eleven erő, melyet e mozgás a tömegegységnek a rezgő forrástól $\rho = 1$ távolban közöl, akkor a tömegegységnek eleven ereje általában ρ távolban a rezgési forrástól:

$$L_\rho = \frac{L_1}{\cancel{4\pi}\,\rho^2}$$

lesz.– Számitsuk ki most az eleven erőt mely e mozgás következtében egy a rezgési forrástól ρ távolban levő <u>felületre</u> esik.

Vegyünk e célból tekintetbe egy pillanatot, melyben a mozgás e felületet még el nem érte, s világosan ki fog tünni, hogy ezen eleven erő egyenlő a közeg azon részeinek eleven erejével, melyek a kérdéses felületből mint alapból és a mozgás kiindulási pontjából mint csúcsból alkotott gúlán belől feksznek. – Hogy ezen közegrészek összes eleven erejét kifejezhessük szükséges némi jelzéseket megállapitanunk. – Jelezzük a közeg sürüségét ε-al, a távolságot pedig, melyben a mozgás a tekintetbe vett pillanatban történik r el. – Vegyük továbbá fel, hogy a behatásnak alávetett felület tökéletes négyzet, és nevezzük α-nak a gúla szárai közötti szöget. – E jelzések folytán az összes mozgásban levő tömeg, végtelen kicsiny mennyiségek elhanyagolásával $= r^2 \alpha^2 \Delta \varepsilon$

A tömegegységnek eleven ereje pedig e mozgás következtében:

$$= \frac{L_1}{r^2}$$

Úgy, hogy az összes a gulában foglalt és egy későbbi időszakban a felületre ható eleven erő:

$$= \alpha^2 \Delta \varepsilon L_1$$

E mennyiséget más alakban is kifejezhetjük, mert f-el jelelve a behatásnak alávetett felület nagyságát, tudjuk, hogy

$$f = \varrho^2 \alpha^2$$

s így ezen elevenerő mennyiség, ha kifejezését szorozzuk is osztjuk is ϱ^2-al:

$$= \alpha^2 \varrho^2 \Delta \varepsilon \frac{L_1}{\varrho^2} = f \Delta \varepsilon \frac{L_1}{\varrho^2}$$

És mivel, bevett jelzéseink folytán $\frac{L_1}{\varrho^2} = L_\varrho$, tehát ugyanezen nagyság:

$$= f . \Delta \varepsilon L_\varrho$$

Ily egyenletes mozgások eleven erejéből fogjuk összetenni a rezgő mozgás eleven erejét, mint arra a rezgési elméletnek általánosan alkalmazott módszere feljogosít. –

Kétségtelen, hogy azon eleven erő, mely a felületegységre a $t=0$ időponttól egész a $t=T$ időpontig esik, azonos azon eleven erővel, mellyel $t=0$ időpontban a közegnek azon részei birnak, melyek a $t=T$ időpontig mozgásukat a felületegységnek fogják átadni. – Feladatunk tehát legelőbb is abban áll, a közegnek ezen részét határok közé szoritani. - Ha, mint egyelőre feltenni akarom a rezgőforrás és a behatásnak alávetett felület nyugvásban vannak, úgy könnyü belátni, hogy a közegnek kérdésben levő részei egy csonka gúlán belől fekszenek. - E gúlának alapja a felületegység, csúcspontja a rezgőforrás s be van metszve az alappal párhuzamosan VT magasságban. -

E csonka gúlát az alaphoz párhuzamos síkok által nagyszámú egyenlő vastagságú ~~sze~~ ~~leteke~~ lemezekre gondolom osztva, akként, hogy minden egyes lemezben a mozgás egyenletessége tételeztethessék fel. - Legyen e lemezek száma n, vastagságuk pedig Δ, úgy, hogy

$$VT = n\Delta$$

Azon feltét, hogy a mozgás az egyes szeletekben egyenletes azon második feltételt vonja maga után, hogy a változás a felületre erő eleven erőben nem folytonos, hanem ütésszerü; még pedig könnyü belátni, hogy ez ütések $\tau = \frac{T}{n}$ időszakokban következnek egymásra. – Ismerve, megelőző buvárlataink nyomán az eleven erőt, melyet egyes ily lemezek körölnek a felülettel, összefoglalni tehetni e egyesek hatásából az összes hatást. –

Jelelje $(L_\varsigma)_0$ a behatás alá eső felület tömegegységének eleven erejét 0 időpontban, továbbá $(L_\varsigma)_\tau$ ugyanazon eleven erőt τ időpontban, $(L_\varsigma)_{2\tau}$ ugyanazt 2τ időpontban és i. t.; akkor, ha a lemezeket a gúla alapjától kezdve számítjuk, úgy:

Az eleven erő melyet az $1^{\underline{ső}}$ lemez tartalmaz $= \Delta\varepsilon(L_\varsigma)_0$

" " " $2^{\underline{ik}}$ " " $= \Delta\varepsilon(L_\varsigma)_\tau$

" " " $3^{\underline{ik}}$ " " $= \Delta\varepsilon(L_\varsigma)_{2\tau}$

. . . .

" " " $n^{\underline{ik}}$ " " $= \Delta\varepsilon(L_\varsigma)_{(n-1)\tau}$

E szerint az összes eleven erő, mely a felület egységet T idő alatt éri:

$$= \Delta\varepsilon\sum_0^{n-1}(L_\varsigma)_{n\tau}$$

Mivel pedig:

$$(L_\varsigma)_0 = (L_\varsigma)_n$$

úgy, ugyanazon eleven erő mennyiség:

$$= \Delta\, \varepsilon \sum_{1}^{n} (\mathcal{L}_\varrho)_{n\tau}$$

vagy:

$$= n \Delta\, \varepsilon \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} (\mathcal{L}_\varrho)_{n\tau} = v T \varepsilon \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} (\mathcal{L}_\varrho)_{n\tau}$$

E szerint az eleven erő mely a felület egységet az időegység alatt éri, tehát az a mit rezgési erélynek neveztünk:

$$J = v . \varepsilon \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} (\mathcal{L}_\varrho)_{n\tau}$$

Az $\frac{1}{n} \sum_{1}^{n} (\mathcal{L}_\varrho)_{n\tau}$ kifejezés azonban nem egyéb, mint a behatásnak alávetett felület tömegegységének középelevenereje, ha tehát ezen mennyiséget $\mathcal{L}$-el jeleljük, úgy:

$$J = v\, \varepsilon\, \mathcal{L}$$

E kifejezés világosan mutatja, mennyiben lehet, az itt tárgyalt nyugvási esetben, a rezgési erélynek fogalmát helyettesiteni az eleven erő középértékének fogalma által. – Mert csakugyan e két kifejezés arányos egymás~~sal~~ közt, és az arányukat kifejező mennyiség $\frac{J}{\mathcal{L}} = v \varepsilon$

ugyanaz mindazon esetekben, melyek egyféle rezgésekre vonatkoznak, s azonfelül a rezgő-forrásnak és az észlelőnek nyugvását feltételezik. – Ez esetben tehát közönyös e mértékek melyikét használjuk; de nem úgy áll a dolog ha különböző nemű rezgéseket akarunk, ugyanazon mértékkel mérni, és ha az észlelő és rezgőforrás összekötő vonaluk irányában mozognak. –

A szigorú mechanikai mértéket, tehát az I-vel jelelt mennyiséget ez esetre is kiszámítani, legközelebbi feladatunk lesz. –

Az időegység alatt a felületegységre eső eleven erő mennyiség, nem oly fogalom mely ezen esetben is határozott mértéket nyújthatna. – Könnyen belátható ugyanis, hogy mozgás esetében a rezgési hatás erélye az időegység alatt folytonosan változik. – E változás annál jelentékenyebb lesz mennél, hosszabb időszakokban történt, s így a mérték megállapitásánál nem az idő egységét, hanem a lehetőleg legkisebb időszakot fogjuk tekintetbe venni, melyben míg a hatás mérése szóba jöhet.-

A hatás mértékeül e szerint általában azon eleven erő mennyiséget választhatnók mely δt idő alatt a felületegységre esik, feltéve, hogy δt nagyon kicsiny időszak.- A mennyiben azonban az eleven erő az időnek periodicus függvénye; úgy az így megállapitott mérték is periodicus lesz, ha csak a δt időt úgy nem választjuk, hogy az $= T$ legyen.-

- Azon eleven erő mennyiség, mely T idő alatt a felületegységre esik helyes mértéke lesz a rezgési hatásnak, míg csak oly rezgési hatások hasonlíttatnak össze, melyekre nézve T azonos.-

Ez utóbbi megszorításától ~~magunkat~~ mértékünket függetlenné tesszük, ha feltesszük hogy a hatás erélye az időegység tartama alatt ugyanaz mint T idő alatti erélye.-

Ily értelemben véve a rezgési hatás mértéke, vagyis a rezgési erély azon eleven erő, mely a felületegységgel az időegység alatt közöltetik, feltéve hogy az alatt, az egyes rezgések tartama alatt közlött ~~rezg~~ eleven erőmennyiségek azonosak az első rezgés alatt közlött elevenerővel. –

Tehát, ha i az első rezgési idő alatt közlött eleven erőt jelöli, úgy:

$$J = \frac{1}{T} \cdot i$$

Az egy rezgési idő alatt a felületegységnek ~~egyseg~~ átadott eleven erő kiszámitása az általános esetben is úgy történik, mint az előbb tárgyalt különös esetben. –

Fel kell keresnünk most is a közegnek azon részét, mely eleven erejét az első ~~egy~~ rezgés ideje alatt átadja, s ezt Δ vastagságú lemezekre osztva, az összes eleven erőt, mint e lemezek eleven erejének összegét kell tekintenünk. –

Ily úton ugyancsak azt találjuk, hogy a T idő alatt a felületegységre eső eleven erő:

$$i = \Delta . \varepsilon \sum_{1}^{n} (L_{\xi})_{n\tau}$$

vagyis:

$$i = n\Delta\varepsilon\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(\overset{..}{L}_{\varsigma})_{n\tau}$$

E kifejezésben $n\Delta$ a lemezek összes vastagságát jelenti, s ez a nyugvás esetében $= vT$; de nem úgy az általános esetben, midőn a rezgési forrás és az észlelő egymás irányában mozognak. – A kérdésnek egyszerű geometriai megfontolása t. i. azt mutatja, hogy

$$n\Delta = (v - c_2)\,T$$

tehát:

$$i = (v - c_2)\,T\,\varepsilon\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(\overset{..}{L}_{\varsigma})_{n\tau}$$

Az $\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(\overset{..}{L}_{\varsigma})_{n\tau}$ nagyság is a felület tömegegységének középelevenerejét képviseli, s azt mint előbb L-el jelelve, következik, hogy

$$i = (v - c_2)\,\varepsilon\,T\,L$$

Végre tekintetbe véve, hogy $J = \frac{i}{T}$, az időegység alatt a felület egységére eső eleven erő értékeül, találjuk:

$$(\mathrm{III}) \quad \ldots\ldots \quad J = (v - c_2)\,\varepsilon\,L$$

E képlet, mely a rezgési behatás erélyét fejezi ki, hogy az mint tisztán mechanikai nagyság a rezgési hatások minden nemének mértékeül szolgálhat; de mutatja e képlet azt is, hogy e mértéket L-el felcserélni nem szabad, mihelyst c_2-nek nulltól különböző értéke van.-

§3. A fénybehatás erélyének általános kifejezése.-

Alkalmazzuk most eddig elért eredményeinket a rezgési hatás egy különös nemére t. i. a fénybehatásra.- A 2-ik fejezetnek (III) képlete [δ-nak] e esetben azon összes fénymennyiséget fejezi ki, mely az időegység alatt a felületegységre esik.- E fénymennyiségnek egy része a felület megvilágitására forditattik, más része keresztül bocsáttatik és vissza veretik.- A hányados mely kifejezi az összes beható fénymennyiségnek azon részét mely a meg-

világitásra fordittatik „albedó"-nak neveztetik.-
Jelelje tehát J_f a megvilágitott felület fény-
erélyét, J az összes e felületre eső fény eré-
lyét és α a felület albedo-ját, úgy:

$$J_f = \alpha J = \varepsilon \alpha (V - c_2) \mathcal{L}$$

és ha teszszük $\varepsilon \alpha = a$, úgy

1) . . . . . . $J_f = a(V - c_2)\mathcal{L}$

Feladatunk tehát most abban áll, $\mathcal{L}$-nek értékét, az az a megvilágitott felülethez tartozó tömegegységnek középeleven erejét kiszámitani.-
Ismeretes, hogy, ha T' a tömegegységnek rezgési ideje és v annak terjedési sebessége, akkor:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \frac{1}{T'} \int_0^{T'} v^2 dt$$

Feladatunkat általánosan fogjuk tárgyalni, s ennél fogva fel veszszük, hogy c_1 és c_2 sebességeknek nulltól különböző értékük van, e esetben T' értéket az 1ső fejezetnek (II) képlete fogja adni.-

A fényelmélet szerint a sebesség, mellyel a közegnek egy pontja a rezgés kiindulási pontjától ϱ távolban mozog:

$$u = \frac{k}{\varrho} \sin\left(\frac{t}{T} - \frac{\varrho}{vT} + \Delta\right) 2\pi$$

Általánosan véve ϱ nem állandó, és pedig az 1-ső fejezet szerint:

$$\varrho = \frac{v}{v + c_1}\left(r + c_1 t + c_2 t\right)$$

Feltéve, hogy r a $t = 0$ időpontbani távolt jelenti. – További vizsgálatainkban az idő kezdetpontjául azon időt fogjuk választani, melyben a behatás erélyét meghatározni akarjuk. –

ϱ-nak ezen értékét u-nak kifejezésébe téve:

$$u = \frac{k(v + c_1)}{v(r + c_1 t + c_2 t)} \cdot \sin\left(\frac{t}{T}\frac{v - c_2}{v + c_1} - \frac{r}{(v + c_1)T} + \Delta\right) 2\pi$$

rövidítés céljából, tegyük:

$$-\frac{r}{(v + c_1)T} + \Delta = \delta \quad \ldots\ldots \quad 2)$$

tehát:

$$u = \frac{k(v+c_1)}{v(r+c_1t+c_2t)} \sin\left(\frac{t}{T}\frac{v-c_2}{v+c_1}+\delta\right)2\pi$$

u-nak ezen értékét, T-nek pedig említett kifejezését $\mathcal{L}$-nek meghatározására használva, lesz:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}k^2\left(\frac{v+c_1}{v}\right)^2 \frac{v-c_2}{v+c_1}\frac{1}{T}\int_0^{\frac{v+c_1}{v-c_2}T} \frac{dt}{(r+c_1t+c_2t)^2}\sin^2\left(\frac{t}{T}\frac{v-c_2}{v+c_1}+\delta\right)2\pi$$

Feltűnő e kifejezésben, hogy a c_1t és c_2t nagyságok elenyésző kicsinyek r-hez képest, mert hiszen t nem lehetően nagyobb $\frac{v+c_1}{v-c_2}T$-nél, e mennyiségek sem nőhetnek az ezen rezgési időnek megfelelő hullámhossznál nagyobbra.– A feladatokban pedig melyeknek megoldásával eddig a tudomány foglalkoz~~ott~~ik r távol ezen hosszakhoz képest nagyon nagy.–

$\frac{1}{(r+c_1t+c_2t)^2}$ kifejezésnek e tulajdonságát felhasználjuk arra, hogy az egészletet, mely különben csak sorokban lenne kifejthető, véges egészletekre vezessük vissza.–

Ha ugyanis ezen kifejezést Taylor szerint

Kifejtjük, találjuk:

$$\frac{1}{(r+c_1t+c_2t)^2}=\frac{1}{r^2}-\frac{2}{r^3}(c_1+c_2)t$$

mert a $(c_1+c_2)t$-nek magasabb hatványaival szorzott tagokat a mondott okoknál fogva elhanyagolhatjuk, a nélkül hogy érzékeny hibát követnénk el.

Rövidítés végjából tegyük:

$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}k^2\frac{v-c_2}{v+c_1}\cdot\frac{1}{T}\left(\frac{v+c_1}{v}\right)^2 \quad \ldots\ldots \quad 3)$$

Úgy:

$$\mathcal{L}=\mathcal{A}\cdot\frac{1}{r^2}\int_0^{\frac{v+c_1}{v-c_2}T}\sin^2\left(\frac{t}{T}\frac{v-c_2}{v+c_1}+\delta\right)2\pi.dt-\mathcal{A}\frac{2c_1+c_2}{r^3}\int_0^{\frac{v+c_1}{v-c_2}T}t\sin^2\left(\frac{t}{T}\frac{v-c_2}{v+c_1}+\delta\right)2\pi.dt$$

Hozzunk t helyett egy új változót számításba, még pedig:

$$x=\left(\frac{t}{T}\frac{v-c_2}{v+c_1}+\delta\right)2\pi$$

akkor e kifejezés lesz:

$$\mathcal{L}=\mathcal{A}\cdot\frac{1}{r^2}\frac{T}{2\pi}\cdot\frac{v+c_1}{v-c_2}\int_{\delta 2\pi}^{\delta 2\pi+2\pi}\sin^2x\,dx-\frac{2(c_1+c_2)}{r^3}\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2\left(\frac{v+c_1}{v-c_2}\right)^2\int_{\delta 2\pi}^{\delta 2\pi+2\pi}x\sin^2x\,dx+$$

$$+\frac{2(c_1+c_2)}{r^3}\frac{T}{2\pi}^2\left(\frac{v+c_1}{v-c_2}\right)^2\delta\int_{\delta 2\pi}^{\delta 2\pi+2\pi}\sin^2x\,dx$$

Egyszerü számitások mutatják, hogy:

$$\int_{\delta 2\pi}^{\delta 2\pi + 2\pi} \sin^2 x \, dx = \pi$$

és hogy:

$$\int_{\delta 2\pi}^{\delta 2\pi + 2\pi} x \sin^2 x \, dx = \pi^2 + 2\delta\pi^2 - \frac{2\pi}{4} \sin \delta 4\pi$$

Ennélfogva a lehetséges rövidítések végezte után, nyerjük:

$$\mathcal{L} = A \frac{1}{r^2} \cdot \frac{T}{2} \frac{V + c_1}{V - c_2} - A \frac{2(c_1 + c_2)}{r^3} \frac{T^2}{4} \left(\frac{V + c_1}{V - c_2} \right)^2 +$$

$$+ A \frac{c_1 + c_2}{r^3} \cdot \frac{T^2}{4\pi} \left(\frac{V + c_1}{V - c_2} \right)^2 \sin \delta 4\pi$$

E kifejezés utolsó tagja függ δ-tól, az az mint annak 2) alatti értékéből kitünik a fényforrás kezdetállapotától. – E kezdet állapot, mint a fényelmélet tanitja folytonosan változik; s ennélfogva az erély kifejezésében ezen δ-tól függő tag~~nak~~ csak is úgy birhat jelentőséggel, ha középértékét veszszük. –

A ~~(~~ 2) képlet szerint azonban:

$$\delta = b + \Delta$$

ha b-nek nevezzük ez összegnek az adott körülmények között változatlan részét. –
Δ minden (különböző) értékei 0 és 1 között fekszenek, s így δ a b és $b+1$ közben fog változni. –
E szerint $\sin\delta 4\pi$-nek középértéke:

$$= \int_b^{b+1} \sin\delta 4\pi \, d\delta = 0$$

A képlet, mely $\mathcal{L}$-et kifejezi ez által egyszerüsítve lesz, igy, hogy:

$$\mathcal{L} = A \frac{1}{r^2} \frac{T}{2} \frac{v+c_1}{v-c_2} - A \frac{2(c_1+c_2)}{r^3} \frac{T}{4}^2 \left(\frac{v+c_1}{v-c_2}\right)^2$$

Ha most A helyébe 3) ban kifejtett értékét írjuk, és $\mathcal{L}$-nek így átalakított kifejezését az e fejezet 1) egyenletébe tesszük, ugy egyszerü rövidítések után következő képlethez jutunk:

$$J_f = \frac{a k^2}{4} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{(v+c_1)^2}{v^2} (v-c_2) \left\{ 1 - \frac{1}{r} (c_1+c_2) T \frac{v+c_1}{v-c_2} \right\} \ldots (IV_a)$$

E képlet a megvilágitott felület fény erélyének általános kifejezése. –
A zárjel alatti összeg második tagja szo-

rozva van $(c_1 + c_2)T$ mennyiséggel, s így nagyon kicsiny az egységhez képest; azért is e tag photometriai kérdésekben kétségtelenül elhanyagolható. – Bír-e ezen tag a képletnek más alkalmazásaiban jelentőséggel eddig nem akarom eldönteni; de azon alkalmazásban, melyet e képlet e dolgozatban találni fog, e tagra nincs tekintet. –

Elhanyagolva tehát e tagot és a képletet más alakba öntve, lesz:

$$(IV_b) \qquad J_f = \frac{a^2k^2}{4}\frac{1}{r^2}v\left\{1 + \frac{2c_1}{v} - \frac{c_2}{v} + \frac{c_1^{\,2}}{v^2} - \frac{2c_1c_2}{v^2} - \frac{c_1^{\,2}c_2}{v^3}\right\}$$

Nevezzük $(J_f)_0$-nak a megvilágítás erélyét azon esetben, midőn $c_1 = 0$ és $c_2 = 0$, úgy:

$$(J_f)_0 = \frac{ak^2}{4}\cdot\frac{1}{r^2}v$$

Mely kifejezés ~~az~~ megfelel az eddig ismeretes photometriai tételnek. – Ezt ítéket felhasználva, lesz:

$$(IV_c) \qquad J_f = (J_f)_0\left\{1 + \frac{2c_1}{v} - \frac{c_2}{v} + \frac{c_1^{\,2}}{v^2} - \frac{2c_1c_2}{v^2} - \frac{c_1^{\,2}c_2}{v^3}\right\}$$

Mint e fejezet elején kiemeltem J_f arányos

J-hez, azaz a fény összes rezgési hatásának erélyéhez, ennélfogva a (IV_c)-ben a világitási hatásra nézve kifejezett törvény, egyszersmind a fény összes rezgési hatásának törvényeül is szolgál. –

§4. A rezgési hatás általános törvénye. –

A megelőző fejezetben (IV)el jelelt képletek kifejezik a fény összes hatásának erélyét, s a mennyiben e képletek függetlenek minden különösen a fényelméletre vonatkozó nagyságoktól, fel lennénk jogositva e képleteket minden további megfontolás nélkül általában a rezgési hatás erélyének képleteiül tekinteni. – Mivel azonban ez eljárás által könnyen a felületesség vádja alá esném, le akarom vezetni a (IV_b) és (IV_c)-vel jelelt képleteket magából az általános rezgési elméletből. – Figyelmeztetnem kell azonban e helyen arra, hogy e képletek csak megközelitőek; de hogy a hiba mely bennök foglaltatik elhanyagolható csekély. –

Az első fejezetnek (I_6) és (II) képleteit u és T értékeire nézve felhasználva, találjuk:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}k^2 \frac{(v+c_1)^2}{v^2} \cdot \frac{v-c_2}{v+c_1} \cdot \frac{1}{T} \int_0^{\frac{v+c_1}{v-c_2} T} \frac{dt}{(r+c_1t+c_2t)^2} \left[f\left(\frac{v-c_2}{v+c_1} t - \frac{r}{v+c_1} + \delta \right) \right]^2$$

A 3^{ik} fejezetbeni eljárással analogan járva el az $\frac{1}{(r+c_1t+c_2t)^2}$ kifejezést Taylor sora szerint kellene kifejtenünk, – Mivel azonban a c_1t vel és c_2t vel szorzott tagok, melyekkez így jutunk, elenyésző csekélyek az ezekkel nem szorzott tagokhoz képest, s mi csak ezekre leszünk tekintettel, el fogjuk azért már itt hanyagolni a c_1t és c_2t mennyiségeket r mellett. – Ha ezt tesszük úgy az $\mathcal{L}$ kifejezésében foglalt egészlet függetlenné válik az idő kezdetpontjától; mert annak megváltozása csak az összegelés sorrendjére volna befolyással, és épen nem módosítaná az összegben foglalt elemek nagyságát. – Az, hogy az egészlet független az idő kezdetpontjától, annyit jelent, hogy értéke ugyanaz marad bármi értékeket is adjunk δ-nak, s így az egészlet értékét általánosan fogjuk ismerni, ha azt δ-nak csak egy különös értékére nézve is meghatároztuk. — Tegyük fel ennélfogva, hogy:

$$\delta = \frac{r}{v+c_1}$$

tehát

$$-\frac{r}{v+c_1}+\delta=0$$

akkor $\mathcal{L}$-nek értéke δ-nak ezen és minden más értékére nézve:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} k^2 \frac{1}{r^2}\frac{(v+c_1)^2}{v^2}\cdot\frac{v-c_2}{v+c_1}\frac{1}{T}\int_0^{T\frac{v+c_1}{v-c_2}}\left[f\left(\frac{v-c_2}{v+c_1}t\right)\right]^2 dt$$

Ha e képletbe tesszük

$$\frac{v-c_2}{v+c_1}t=\tau$$

úgy az következő alakot ölt:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} k^2\frac{1}{r^2}\frac{(v+c_1)^2}{v^2}\frac{1}{T}\int_0^T \left[f(\tau)\right]^2 d\tau$$

Legyen $\mathcal{L}_0$ azon eleven erő középértéke melyet a rezgő forrás a tőle r távolban levő tömegegységgel viszonyos nyugvás esetében közöl, úgy e képlet nyomár:

$$\mathcal{L}_0 = \frac{1}{2} \kappa^2 \frac{1}{r^2} \frac{1}{T} \int_0^T [f(\tau)]^2 d\tau$$

tehát:

$$\mathcal{L} = \frac{(v-c_1)^2}{v^2} \mathcal{L}_0$$

És

$$\mathcal{J} = \varepsilon \frac{(v-c_1)^2}{v^2} (v-c_2) \mathcal{L}_0$$

vagyis:

$$\mathcal{J} = \varepsilon \mathcal{L}_0 v \left\{ 1 + \frac{2c_1}{v} - \frac{c_2}{v} + \frac{c_1^2}{v^2} - \frac{2c_1 c_2}{v^2} - \frac{c_1^2 c_2}{v^3} \right\}$$

és mivel:

$$(\mathcal{J})_0 = \varepsilon v \mathcal{L}_0$$

következik hogy:

$$(\mathrm{IV}_d) \ldots\ldots \quad \mathcal{J} = (\mathcal{J})_0 \left\{ 1 + \frac{2c_1}{v} - \frac{c_2}{v} + \frac{c_1^2}{v^2} - \frac{2c_1 c_2}{v^2} - \frac{c_1^2 c_2}{v^3} \right\}$$

Az $\mathcal{L}_0$ kifejezésében előforduló nagyság:

$$\frac{1}{T} \int_0^T [f(\tau)]^2 d\tau$$

független az r, v, c_1 és c_2-el jelzett nagyságoktól, és pedig egyedül a rezgési forrás nemétől függ. – Ha a rezgési forrásnak ezen állandóját $\frac{A}{2}$-val jelöljük, az az tesszük:

$$\frac{1}{T} \int_0^T [f(\tau)]^2 d\tau = \frac{A}{2}$$

úgy:

$$J = \frac{A k^2}{4} \cdot \frac{1}{r^2} v \left\{ 1 + \frac{2c_1}{v} - \frac{c_2}{v} + \frac{c_1^2}{v^2} - \frac{2c_1 c_2}{v^2} - \frac{c_1^2 c_2}{v^3} \right\} \dots (IV_e)$$

A (IVd) és (IV$_e$) képletek adják a <u>rezgési hatás erélyének általános kifejezését</u>, s látjuk, hogy azok a ~~t~~ 3$^{\text{ik}}$ fejezetnek (IV$_b$) és (IV$_c$) képleteivel csakugyan tökéletesen megegyeznek. –

Könnyű most az erély fogalmáról a hatás fogalmára átmenni; mert, ha az annak alávetett felület $= f$ és a hatás tartama T, úgy

$$H = f . T . J$$

H-val a T tartam alatti összes hatást jelölvén. –

Ennélfogva <u>a rezgési hatás általános törvényét következő képlet fejezi ki</u>:

$$H = f . T . A \frac{k^2}{r^2} v \left\{ 1 + \frac{2c_1}{v} - \frac{c_2}{v} + \frac{c_1^2}{v^2} - \frac{2c_1 c_2}{v^2} - \frac{c_1^2 c_2}{v^3} \right\} \dots (V)$$

Azon különös esetben pedig, midőn $c_1 = 0$ és $c_2 = 0$, e hatás:

$$H_0 = f T A \frac{k^2}{r^2} v$$

§5. Az Ampère-féle törvény levezetése a rezgési hatás törvényéből, egy különösen meghatározott esetre nézve.-

Tudjuk, hogy az egymásra ható testek nyugvásának esetében a rezgési hatás törvényéből analogia utján lehetséges a vonzási hatás törvényét következtetni.- Feltéve, hogy az analogia nem véletlen, hanem okszerü összefüggésen alapuló, úgy jogosultan fogjuk e következtetési módot azon esetben is alkalmazni, midőn az egymásra ható testek mozognak.- E dolgozatnak, mint már a bevezetésben megemlitém, egyik feladata épen az, ez analogiát okszerüségét vizsgálni, s a módszer melyet e kutatásban követ a próba módszere.- Egy szóval itt meg fogjuk kisérteni, valjon ez analogia okszerüségét véve fel, helyes eredményekhez fogunk-e jutni, vagy nem?

Szükséges e kutatásunkra nézve, mindenekelőtt magát a fennálló analogiát közelebbről szemügyre venni. –

Nyugvás esetében a vonzási hatás Newton törvénye által van meghatározva; az az

$$K = ee' \cdot \frac{1}{r^2}$$

ugyanazon esetben a rezgési hatást következő kifejezés adja:

$$H = f . T' . A v k^2 \cdot \frac{1}{r^2}$$

E szerint az Analogia abban áll, hogy mind K, mind pedig H egyenlők két nagyságnak szorzatával, melyek elseje egyedül az egymásra ható testek neméről, másodika pedig e testek távolától függ. –

Az a mit testek neméneh nevezek a vonzási hatásra nézve nem egyéb mint tömegük, a rezgési hatásra nézve azonban e fogalom több tényezőből van összetéve. – A testek neme alatt ez esetben t. i. mindazon tulajdonságaikat értjük, melyek helyzetöktől, és egymás irányábani mozgásuktól, ~~az~~ tehát az r és a c_1 és c_2-el jelelt nagyságoktól függetlenek. –

Ha e szerint [illegible] a rezgési hatás törvényéből a vonzási hatás törvényét következtetni akarnók, úgy az előnek kifejezését szoroznunk kellene egy nagysággal, mely egyedül a testek neméneh függvénye lehet .- Legyenek tehát a és a' az egymásra ható testek és legyen $\varphi(a,a')$ a testek neméneh ezen függvénye, úgy :

1) .... $$\mathcal{H}\cdot\varphi(a,a') = \mathcal{K}$$

tehát :

2) .... $$\varphi(aa')fTAvk^2 = ee'$$

Alkalmazzuk most ez analogiát a behatás általános esetére, azaz azon esetre midőn c_1 és c_2 sebességeknek nulltól különböző értékei vannak .-

Szorozzuk e végből az (V) képletnek mind két oldalát $\varphi(aa')$-al s találni fogjuk, hogy :

$$\mathcal{H}\cdot\varphi(a,a') = \varphi(aa')fTA\frac{k^2}{r^2}v\left\{1+\frac{2c_1}{v}-\frac{c_2}{v}+\frac{c_1^2}{v^2}-\frac{2c_1c_2}{v^2}-\frac{c_1^2c_2}{v^3}\right\}$$

Az egyenlet bal oldalán, előadottak értelmében, vonzási erő kifejezése áll, s így azt $\mathcal{K}$-val jelelvén, és e fejezet 2)val jelölt képletét felhasználván, Rozy. Hatai Törv. III

lesz:

$$\mathfrak{K} = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 + \frac{2c_1}{v} - \frac{c_2}{v} + \frac{c_1^2}{v^2} - \frac{2c_1c_2}{v^2} - \frac{c_1^2c_2}{v^3}\right\} \ldots\ldots (VI)$$

A $\varphi(aá)$ függvénynek meghatározási módjától függ, valljon e kifejezés tevőleges vagy nemleges lesz-e azon esetben, midőn e és é egyféle előjellel bírnak. – Egy szóval a $\varphi(aá)$ függvény választásától fog függni valljon a taszító vagy a vonzó erőt tekintjük-e tevőlegesnek. – – E helyen $\varphi(aá)$ függvényt akként gondoljuk meghatározva, hogy a taszító erő tevőleges legyen, s így e (VI)-al jelelt képlet az electrodynamikai törvénynek felel meg. – – Igaz, hogy e képlet nem tökéletes, de a ~~III~~ 3ik fejezet (IVa) képlete mutatja hogy a hiba, melyet tartalmaz elenyésző csekély. – Hogy ezen képletet Weber electrodynamicai alaptörvényével összehasonlíthassuk, ide írom azt:

$$\mathfrak{K} = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{1}{v^2}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{2r}{v^2}\frac{d^2r}{dt^2}\right\}$$

E dolgozatban a sebesség mellyel az észlelő és

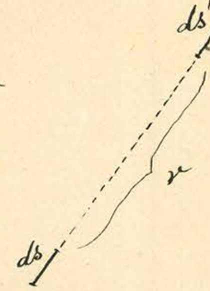
a rezgő forrás mozognak állandónak vétetett fel, s így $\frac{dr}{dt} = c_1 + c_2 = Const.$, tehát $\frac{d^2r}{dt^2} = 0$
Ennélfogva Weber törvénye ez esetben következő alakot ölt:

$$K = \frac{ee'}{r^2}\left\{1 - \frac{c_1^2}{v^2} - \frac{c_2^2}{v^2} - \frac{2c_1c_2}{v^2}\right\}$$

A különbség e képlet és a (VI) képlet között szembeötlő, s ennek folytán a kérdéses analogiát elvetendőnek kellene nyilatkoztatnunk, ha Weber törvénye, igaz törvény lenne. – Tudjuk azonban, hogy Weber törvénye meg nem egyezik a valósággal s csak következményeiben érvényesült – és így az analogiára nézve is csak akkor fogjuk birálatunkat kimondhatni, ha a VI képletből következő egyes törvényeket a valósággal összehasonlitottuk. –

E célból kisértsük meg azt egy egyszerű esetre alkalmazni, mely kisérletileg is valósitható legyen; így hogy a képletünkből következő törvényt empiricus törvénnyel ~~hato~~ hasonlittassuk össze. –

Határozzuk meg a taszító erőt, melyet két electricus folyamelem gyakorol egymásra azon esetben, ha ez elemek az összekötő egyenesbe esnek, s a folyam őket egy értelemben futja át. – Ha a (VI)al jelelt képlet a valóságnak megfelel, úgy e feladatnak Ampère törvényéhez kell vezetni. –



Legyen ds és ds' a két egymásra ható folyamelem, s a nyilak jeleljék mindkettőben a tevőleges electricitás folyamának irányát. – Tegyük továbbá fel, hogy e folyamelemek állandó (stationär) folyamokhoz tartoznak, és hogy a folyamelemek keresztmetszete azoknak egész hosszában változatlan. – E szerint az electricus tömegek a folyamelemek mindegyikében állandó sebességgel mozognak. –

Feladatunk abban áll azon taszító erőt meghatározni, melyet az elemek egyikében foglalt összes electricitás gyakorol a másik elemben foglalt összes electricitásra. – Közönyös itt az elemek melyikének adjuk az elsőbbséget, állapodjunk meg tehát abban, hogy ds-nek hatását keressük ds'-re. –

Megtartva tehát az eddig használt jelzéseket:

A tevőleges electricitás sebessége ds-ben $= -c_1$

" nemleges " " " $= + c_1$

" tevőleges " " ds'-ben $= + c_2$

" nemleges " " " $= - c_2$

Feltevésünk szerint a folyamelemek hossz-egységében tartalmazott electricitás mennyisége a folyamelemek egész hosszában állandó, ha tehát ε-el jelöljük a ds-nek hosszegységében foglalt tevőleges electricitást, és ε'-el jelöljük a ds' hosszegységében foglalt tevőleges electricitást, úgy:

A ds-ben foglalt tevőleges electricitás m.g. $= \varepsilon ds$

" " " nemleges " " $= -\varepsilon ds$

" ds'-ben " tevőleges " " $= \varepsilon' ds'$

" " " nemleges " " $= -\varepsilon' ds'$

– Az összes taszító erő, melyet ds, ds'-re gyakorol össze van téve azon taszító erőkből, melyeket 1) εds gyakorol $\varepsilon' ds'$, 2) εds gyakorol $-\varepsilon' ds'$-re, 3) $-\varepsilon ds$ gyakorol $\varepsilon' ds'$-re, és 3) $-\varepsilon ds$ gyakorol $-\varepsilon' ds'$-re. –

Ez egyes taszító erők kiszámitására a (VI) képle-tet alkalmazva, az eredményt következő táb-lában állithatjuk össze:

Az egymásra ható electr. mennyiségek	Az erő mellyel egymást taszitják:
$\varepsilon ds\,,\ \varepsilon' ds'$	$\frac{\varepsilon ds\,\varepsilon' ds'}{r^2}\left(1-\frac{2c_1}{v}-\frac{c_2}{v}+\frac{c_1^2}{v^2}+\frac{2c_1c_2}{v^2}-\frac{c_1^2c_2}{v^3}\right)$
$\varepsilon ds\,,\ -\varepsilon' ds'$	$-\frac{\varepsilon ds\,\varepsilon' ds'}{r^2}\left(1-\frac{2c_1}{v}+\frac{c_2}{v}+\frac{c_1^2}{v^2}-\frac{2c_1c_2}{v^2}+\frac{c_1^2c_2}{v^3}\right)$
$-\varepsilon ds\,,\ \varepsilon' ds'$	$-\frac{\varepsilon ds\,\varepsilon' ds'}{r^2}\left(1+\frac{2c_1}{v}-\frac{c_2}{v}+\frac{c_1^2}{v^2}-\frac{2c_1c_2}{v^2}-\frac{c_1^2c_2}{v^3}\right)$
$-\varepsilon ds\,,\ -\varepsilon' ds'$	$+\frac{\varepsilon ds\,\varepsilon' ds'}{r^2}\left(1+\frac{2c_1}{v}+\frac{c_2}{v}+\frac{c_1^2}{v^2}+\frac{2c_1c_2}{v^2}+\frac{c_1^2c_2}{v^3}\right)$

E táblázatból kiszámitható az erő mellyel a ds-ben foglalt összes electricitás (tehát a tevőle-ges és a nemleges együttesen) a ds'-ben foglalt tevőleges electricitásra taszitólag hat, ezen erő:

$$=\frac{\varepsilon ds\,\varepsilon' ds'}{r^2}\left(-\frac{2c_2}{v}+\frac{4c_1c_2}{v^2}-\frac{2c_1^2c_2}{v^3}\right)$$

És így kiszámitható azon taszító erő is, melyet a ds-ben foglalt összes electricitás gya-korol a ds'-ben foglalt nemleges electricitásra;

ezen erő:

$$= \frac{\varepsilon ds\, \varepsilon' ds'}{r^2}\left(\frac{2c_1}{v} + \frac{4c_1c_2}{v^2} + \frac{2c_1^2c_2}{v^3}\right)$$

Látjuk ebből, hogy a ds-ben foglalt electricitás az erőnek egy részével egyenlően és egy irányban hat a ds'-ben foglalt tevőleges electricitására, és az abban foglalt nemleges electricitásra. – Ilynemű hatás electricus folyadékokra nem történhetik, s így ~~fel kell~~ az elmélet követelése szerint ~~hogy~~ az a folyamelemnek súllyal bíró részeivel közöltetik. – E szerint az erő, mellyel ds folyamelem ds' folyamelemet egészben véve, az az a hozzá tartozó vezetőt taszítja, ez egyes erők összegéből áll. – Tehát:

$$K = \frac{8c_1c_2}{v^2}\,\frac{\varepsilon ds\, \varepsilon' ds'}{r^2}$$

Jelelje J a ds folyam erélyét mechanikai mértékben, és J' a ds' folyam erélyét ugyanazon mértékben kifejezve, akkor:

$$J = c_1\varepsilon \quad \text{és} \quad J' = c_2\varepsilon$$

tehát:

$$\mathfrak{K} = \frac{8}{v^2} \cdot \frac{JJ' ds ds'}{r^2}$$

Ezen kifejezés nem egyéb mint Ampère törvénye a tárgyalt esetben. –

Eddig haladtam dolgozatomban s annak legfontosabb eredményeiül azon képleteket nevezhetném, melyek az 1, 2, és 3) fejezetekben levezettettek, s melyek megállapitják a rezgés általános törvényét, meghatározzák a rezgési erély általános mértékét s a photometriának eddig ismeretes tökéletlen törvényét egy tökéletesebbel helyettesitik. – Be kell vallanom, hogy dolgozatomnak e része sem egészen befejezett, mert abban hallgatagon azon feltételt tettem, hogy c_1 és c_2 állandó sebességeket jelentenek; hátra van ennélfogva még azon esetek tanulmányozása, midőn e sebességek változóak, midőn tehát az egymásra ható testeknek seberedése is számitásba jön. –

A mi dolgozatom kiindulási pontját t. i. azon kérdést illeti: „lehet-e a vonzási elmélet tételeit a rezgési elmélet tételeire visszavezetni?”, úgy erre nézve mondhatom, hogy nem csekély érveket hoztam fel e visszavezetés lehetsége mellett. – Mert a körülmény, hogy az Ampère-féle törvény, ha csak egy különös esetre nézve is, a rezgési elmélet következményeül állitható elő, oly érv, mely hathatóian szól a vonzástan és rezgési elmélet okszerü összefüggése mellett. –

Munkálatom további folyamában meg fogom kisérteni az Ampère-féle törvényt általános alakjában, s azután a Neumann féle inductiói törvényt ugyancsak a rezgési elméletből levezetni. –

Pest, 1871, Martius 5

Dr. b. Eötvös Loránd